

## 1 Exercici 1 [25%]: Anàlisi i Visualització de Patrons de Punts

El codi per generar els requisits de l'exercici és molt similar al de l'exemple del pdf.

```
install.packages("ggplot2")
library(ggplot2)

set.seed(100)

n_ciutats <- 20

ciutats <- data.frame(
  nom = paste0("Ciutat ", LETTERS[1:n_ciutats]),
  longitud = runif(n_ciutats, -20, 20),
  latitud = runif(n_ciutats, 10, 50),
  poblacio = sample(10000:100000, n_ciutats, replace = TRUE)
)

ggplot(ciutats, aes(x = longitud, y = latitud)) +
  geom_point() +
  labs(title = "Distribució espacial de les ciutats", x = "Longitud", y = "Latitud")

ggplot(ciutats, aes(x = longitud, y = latitud, size = poblacio, color = poblacio)) +
  geom_point() +
  scale_color_gradient(low = "lightblue", high = "darkblue") +
  labs(
    title = "Distribució espacial de les ciutats (mida i color segons població)",
    x = "Longitud",
    y = "Latitud",
    color = "Població"
  )
```

Les diferències amb el codi de l'exemple són 2.

Primer, el número de ciutats s'ha augmentat a 20, tal com indica l'enunciat.

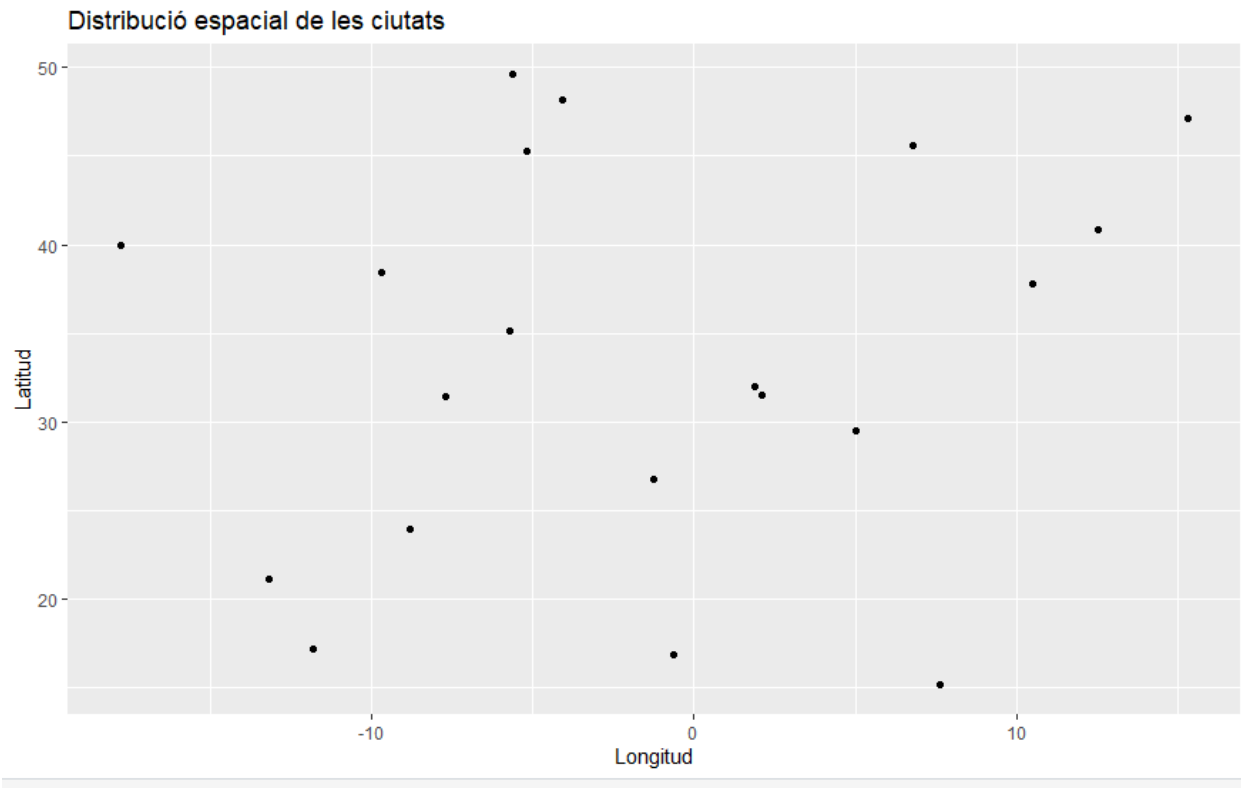
Segon, s'ha afegit un altre plot que també indica la distribució espacial però tenint en compte també la mida de la població (que hem generat aleatòriament anteriorment).

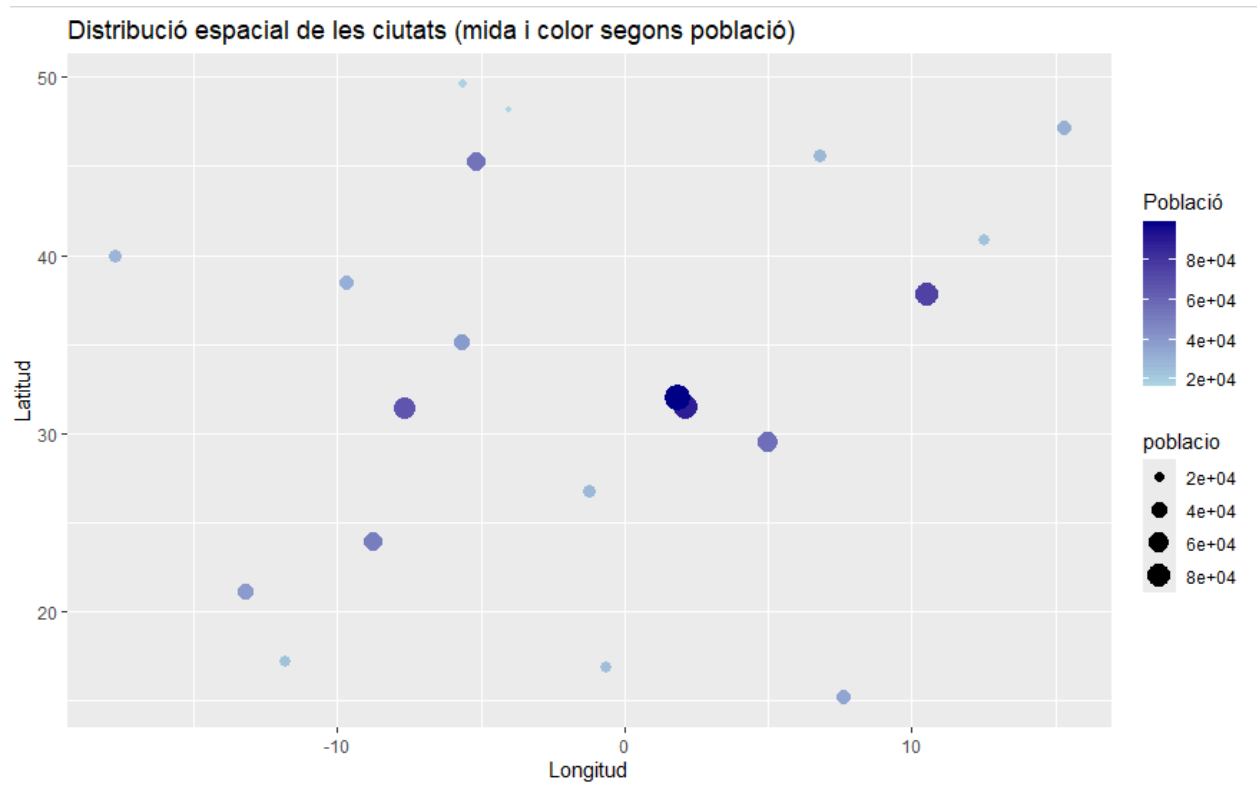
Per a fer això, el codi no ha canviat gaire, hem afegit la variable size amb valor població, i un label extra per mostrar una infografia de la mida.

Èric Casanovas Pérez

A més, per fer el gràfic visiblement més potent, he afegit un gradient, i com més població tingui la ciutat, més gran i blau serà el punt.

L'output del codi seria el següent:





## 2 Exercici 2 [25%]: Càlcul de Mesures Centrogràfiques

Per començar i aclarir aspectes.

El centroide és la mitjana de les coordenades (longitud i latitud) dels diferents punts en un pla, en aquest cas la mitjana de longituds i latituds de les 20 ciutats.

El centre mig ponderat és molt similar al centroide, però en aquesta és té en compte la mida de les poblacions, per tant, una població amb major mida desplaçarà el punt mitjà més que una població amb menor mida.

Doncs, el codi que generarà el centroide i el centre mitja ponderat és:

```
centroide <- data.frame(  
  longitud = mean(ciutats$longitud),  
  latitud = mean(ciutats$latitud)  
)  
  
centre_mitja_ponderat <- data.frame(  
  longitud = mean(ciutats$longitud, weights = ciutats$poblacio),  
  latitud = mean(ciutats$latitud, weights = ciutats$poblacio)
```

Èric Casanovas Pérez

```
longitud = weighted.mean(ciutats$longitud, ciutats$poblacio),  
latitud = weighted.mean(ciutats$latitud, ciutats$poblacio)  
)
```

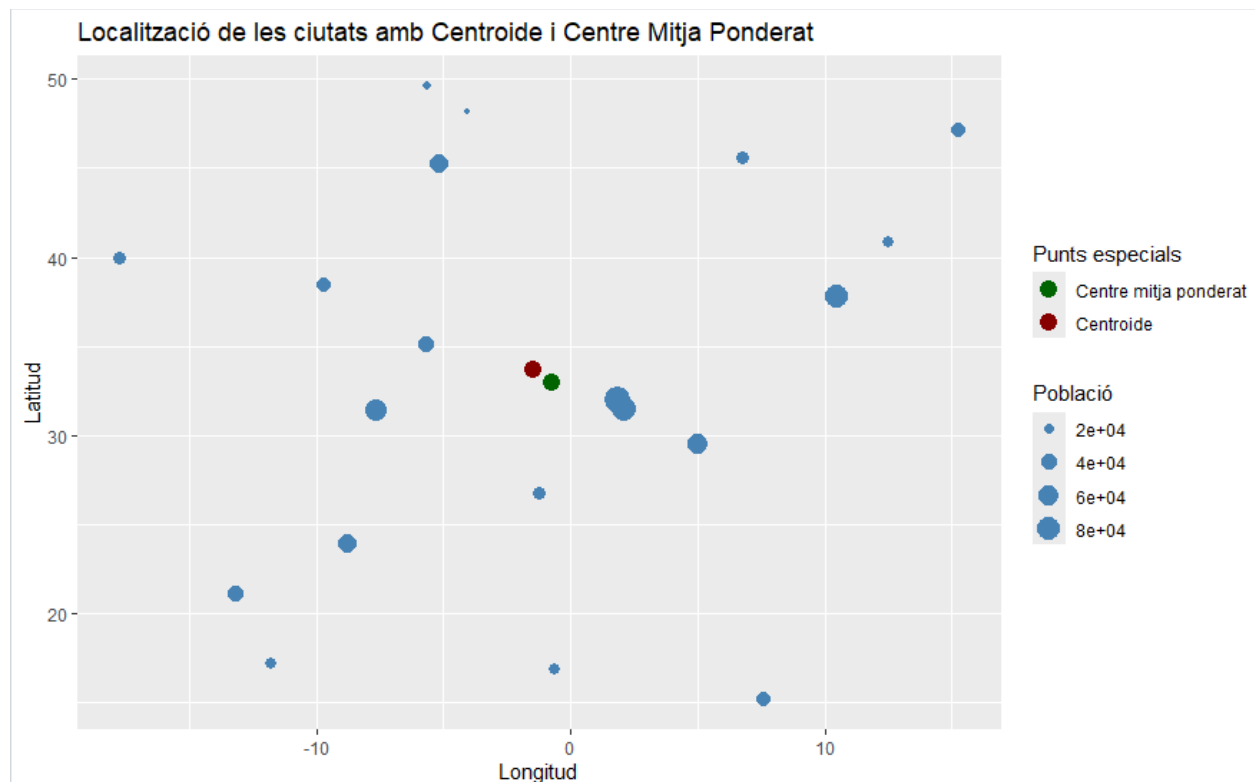
Ara, generem un scatter plot afegint aquests dos punts

```
centres <- rbind(centroide, centre_mitja_ponderat)  
  
ggplot(ciutats, aes(x = longitud, y = latitud)) +  
  geom_point(aes(size = poblacio), color = "steelblue") +  
  geom_point(data = centres, aes(x = longitud, y = latitud, color = nom),  
    size = 4) +  
  scale_color_manual(values = c("Centroide" = "darkred", "Centre mitja ponderat" =  
"darkgreen")) + # Colors personalitzats  
  labs(  
    title = "Localització de les ciutats amb Centroide i Centre Mitja Ponderat",  
    x = "Longitud",  
    y = "Latitud",  
    size = "Població",  
    color = "Punts especials"  
  )
```

En aquest codi, primer unim els dos centres en un sol dataframe, per poder afegir-los al ggplot amb una sola línia.

Seguidament, al ggplot afegim els punts del dataframe amb `geom_point` i amb `scale_color_manual` afegim els colors dels centroides.

L'output final és:



### 3 Exercici 3 [25%]: Descripció i Aplicació de Mètodes d'Interpolació

#### Polígons de Thiessen

##### Descripció del mètode

Els polígons de Thiessen són un tipus d'interpolació espacial que divideix l'espai en àrees segons la proximitat a punts de dades originals. Cada punt dins d'un polígon està més a prop del punt de dades que l'ha generat que de qualsevol altre. Això vol dir que tots els punts dins d'un polígon tenen el mateix valor que el punt original. Per construir-los, es traça una línia entre cada parell de punts i després es construeixen les perpendiculars al mig d'aquestes línies, formant així els polígons [4].

És un mètode fàcil de construir i molt útil quan la variació de valor dins de l'àrea no és gaire significativa. Però pot ser imprecís en entorns amb canvis bruscos entre punts [4].

##### Exemples d'aplicació

Un bon exemple seria l'assignació d'àrees d'influència per a escoles o hospitals. Si tenim la ubicació de diverses escoles dins d'una ciutat, els polígons de Thiessen ens poden ajudar a

delimitar quina part del territori està “assignada” a cada escola, assumint que cada ciutadà anirà al centre més proper. És útil en aquest cas perquè no és necessari interpolar valors continus, sinó només determinar la proximitat.

## **Distància Inversa Ponderada**

### **Descripció del mètode**

La Distància Inversa Ponderada (IDW) és un mètode d'interpolació espacial que estima els valors desconeguts basant-se en els valors coneguts propers, posant un pes segons la seva distància. Els punts més propers influeixen més en l'estimació, mentre que els més allunyats tenen menys pes. Es basa en la idea que els punts propers són més similars entre si [1].

Aquest mètode és especialment útil quan les dades estan ben distribuïdes i no presenten patrons espacials massa complexos [1].

### **Exemples d'aplicació**

Un exemple és la estimació de la contaminació atmosfèrica en una ciutat. Si es tenen sensors que mesuren la pol·lució a punts concrets, podem utilitzar IDW per estimar el nivell de contaminació a qualsevol punt entre ells, tenint en compte que els sensors més propers tenen més pes.

## **Krigatge Ordinari**

### **Descripció del mètode**

El krigatge ordinari és un mètode d'interpolació avançat que ve de l'estadística i que no només considera la distància entre punts, sinó també la relació espacial (dependència) entre ells. Aquesta relació es modela mitjançant una funció anomenada semivariograma, que mostra com varia la semblança entre punts segons la distància [3].

Aquest mètode estima valors desconeguts minimitzant l'error de predicció i proporciona, a més, una estimació de la incertesa. És ideal per treballar amb dades que mostren una correlació espacial clara [3].

### **Exemples d'aplicació**

El krigatge és molt utilitzat en geologia i mineria, per exemple per estimar la concentració de minerals a partir de mostres preses en punts concrets. També s'utilitza en l'agricultura de precisió per estimar la fertilitat del sòl, o en estudis ambientals per interpolar nivells de contaminació del sòl o aigua.

## 4 Exercici 4 [25%]: Interpolació amb R

Amb el següent codi completeu els requisits de l'enunciat.

Codi

```
# install.packages(c("sf", "raster", "gstat"))
# install.packages(c("sf", "raster", "gstat"))

library(sf)
library(raster)
library(gstat)

n_pluviometres <- 100

coords <- data.frame(
  x = runif(n_pluviometres, 0, 100),
  y = runif(n_pluviometres, 0, 200),
  pluja = sample(0:50, n_pluviometres, replace = TRUE)
)

pluviometres_sf <- st_as_sf(coords, coords = c("x", "y"))

pluviometres_sp <- as(pluviometres_sf, "Spatial")

grd <- expand.grid(
  x = seq(0, 100, by = 1),
  y = seq(0, 100, by = 1)
)

coordinates(grd) <- ~x + y
gridded(grd) <- TRUE

idw_result <- idw(formula = pluja ~ 1, locations = pluviometres_sp, newdata = grd)

raster_idw <- raster(idw_result)

plot(raster_idw, main = "Interpolació IDW de pluja (mm)")

points(pluviometres_sp, pch = 20, col = "blue", cex = 0.6)
```

Per començar, generem les dades, de manera similar a com ho hem fet a exercicis anteriors, però ara amb la clau pluja. Afegim el `replace = TRUE` per permetre repeticions tal com diu l'enunciat.

Èric Casanovas Pérez

```
n_pluviometres <- 100

coords <- data.frame(
  x = runif(n_pluviometres, 0, 100),
  y = runif(n_pluviometres, 0, 200),
  pluja = sample(0:50, n_pluviometres, replace = TRUE)
)
```

Seguidament, amb la funció `st_as_sf` i la funció `as` el convertim en un objecte espacial.

```
pluviometres_sf <- st_as_sf(coords, coords = c("x", "y"))

pluviometres_sp <- as(pluviometres_sf, "Spatial")
```

Creem una graella grid amb punts de 0 a 100, la assignem a l'objecte `coordinates` i fem que el grid sigui del tipus `grid`, perquè sinó R no fa els càlculs correctament.

```
grd <- expand.grid(
  x = seq(0, 100, by = 1),
  y = seq(0, 100, by = 1)
)

coordinates(grd) <- ~x + y
gridded(grd) <- TRUE
```

Finalment, apliquem la interpolació IDW amb la funció `idw` i apliquem un raster al resultat, que és una estructura de dades utilitzada a R per representar dades espacials contínues.

```
idw_result <- idw(formula = pluja ~ 1, locations = pluviometres_sp, newdata = grd)

raster_idw <- raster(idw_result)
```

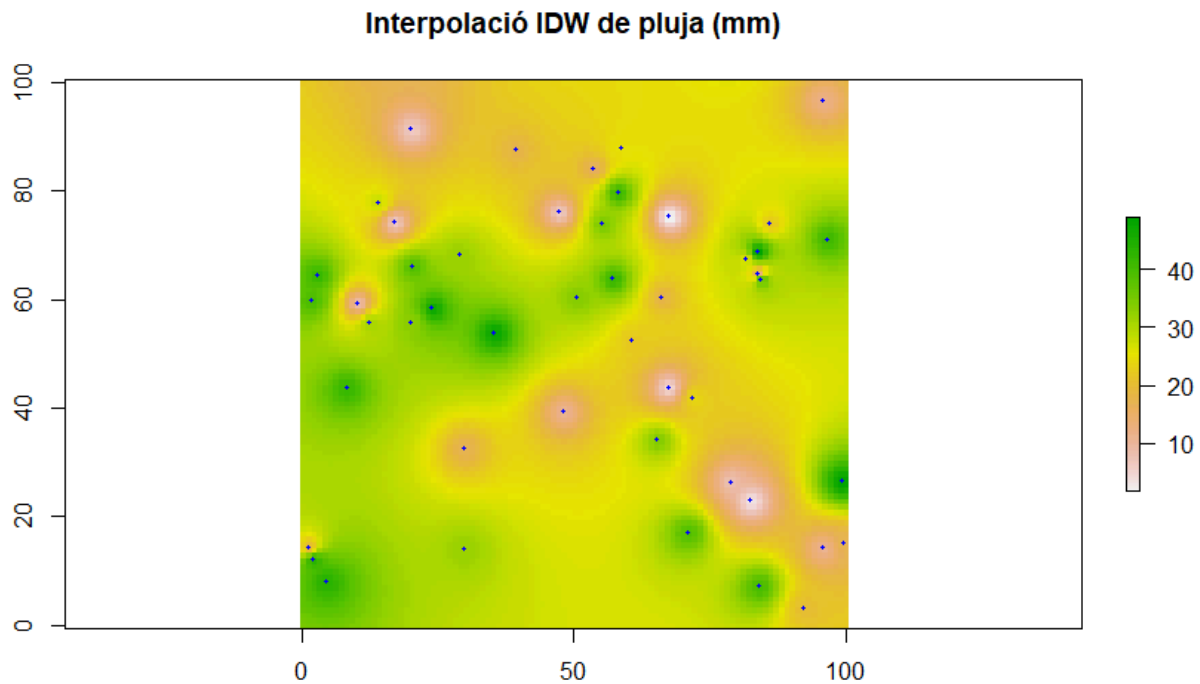
Una vegada tenim els resultats, amb l'ajuda de `plot` i `points`, mostrem el resultat.

```
plot(raster_idw, main = "Interpolació IDW de pluja (mm)")

points(pluviometres_sp, pch = 20, col = "blue", cex = 0.6)
```

El gràfic resultant seria tal que:





## Referències

- [1] Esri. (n.d.). *How Inverse Distance Weighted interpolation works*. ArcGIS Pro.  
<https://pro.arcgis.com/es/pro-app/3.3/help/analysis/geostatistical-analyst/how-inverse-distance-weighted-interpolation-works.htm>
- [2] Softcatalà. (n.d.). *Corrector ortogràfic en català*. Softcatalà.  
<https://www.softcatala.org/corrector/>
- [3] TERMCAT. (n.d.). *krigatge ordinari*. Diccionari de geografia.  
<https://www.termcat.cat/es/diccionaris-en-linia/293/fitxa/NDM5NjQ2NA%3D%3D>
- [4] Wikipedia. (2024, abril 10). *Polígonos de Thiessen*. Wikipedia.  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Pol%C3%ADgonos\\_de\\_Thiessen](https://es.wikipedia.org/wiki/Pol%C3%ADgonos_de_Thiessen)
- [5] Universitat Oberta de Catalunya. (s.f.). *Matemàtiques per a la geoinformàtica 2*.  
[https://aprenentatge.recursos.uoc.edu/continguts/PID\\_00250322/pages/matm2957ca2/Main/WebHome.html](https://aprenentatge.recursos.uoc.edu/continguts/PID_00250322/pages/matm2957ca2/Main/WebHome.html)
- [6] Universitat Oberta de Catalunya. (s.f.). *Matemàtiques per a la geoinformàtica 1*.  
[https://aprenentatge.recursos.uoc.edu/continguts/PID\\_00250324/pages/matm2957ca1/Main/WebHome.html](https://aprenentatge.recursos.uoc.edu/continguts/PID_00250324/pages/matm2957ca1/Main/WebHome.html)

Èric Casanovas Pérez

"Declaro que ostento l'autoria total i plena de totes les tasques que es duen a terme en el present document. S'oc l'única persona que ha elaborat cada exercici. No he compartit els enunciats amb ningú i l'única ajuda que he rebut ha estat a través de l'aula de la UOC i el seu professorat i he citat de forma explícita els recursos externs que he usat en la preparació de la PAC."