

# Free Surface Flows

M. Farahani, E. Wolter, A. Hahn

03.02.2014

Finde eine stückweise zwei mal stetig differenzierbare Bahnkurve der Hinterachse  $\Phi \in C^1([0, t^*], \mathbb{R}^2)$ , sodass

(I) das Auto zu jedem Zeitpunkt  $t$  in einem Gebiet  $G$  ist

(II) die Randbedingungen für  $\Phi(0), [\Phi(t^*)]_2$  erfüllt sind und

$$\frac{\Phi'(0)}{\|\Phi'(0)\|} = \frac{\Phi'(t^*)}{\|\Phi'(t^*)\|} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(III) für  $-\frac{\Phi'(t)}{\|\Phi'(t)\|_2} = \begin{pmatrix} \cos \beta(t) \\ \sin \beta(t) \end{pmatrix}$

$\beta(t) \in [0, \frac{\pi}{2}]$  für alle  $t \in [0, t^*]$  erfüllt ist

(IV) (Wendekreisbeschränkung erfüllt)



# New functions





# Changing old functions





# Veranschaulichung Bedingung (ii)



# Breaking dam with outflow at the east wall

$$\Phi(t) = \begin{cases} \Phi(0) - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} t & \text{für } t \in [0, t_0] \\ M^1 + r_1 \begin{pmatrix} -\sin\left(\frac{t-t_0}{r_1}\right) \\ \cos\left(\frac{t-t_0}{r_1}\right) \end{pmatrix} & \text{für } t \in [t_0, t_1] \\ \Phi(t_1) + \begin{pmatrix} -\cos\left(\frac{t_1-t_0}{r_1}\right) \\ -\sin\left(\frac{t_1-t_0}{r_1}\right) \end{pmatrix} (t - t_1) & \text{für } t \in [t_1, t_2] \\ M^2 + r_2 \begin{pmatrix} \sin\left(\frac{t^*-t}{r_2}\right) \\ -\cos\left(\frac{t^*-t}{r_2}\right) \end{pmatrix} & \text{für } t \in [t_2, t^*] \end{cases}$$



# Breaking dam with free-slip at the east wall





# Falling drop

- Umschreibung der Bedingungen in die Variablen  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $r_1$  und  $t_2$ .
- Lösung des entstehenden Optimierungsproblems