#### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ВИ и ОФА. 2 К. 4 СЕМ.

## Вариационное исчисление

- -1. Изопериметрическая задача. <mark>(ВГ 62)</mark>
- Основная лемма вариационного исчисления. (ВГ 10)
- -3. Уравнение Эйлера-Пуассона (вывод). (ВГ 15-17)
- -4. Примеры из истории развития вариационного исчисления. (ВГ 3-7)
- <mark>-5.</mark> Уравнение Эйлера (вывод) <mark>(ВГ 10-11)</mark>
- -6. Уравнение Эйлера Остроградского (вывод) <mark>(ВГ 17-19)</mark>
- -7. Основные задачи вариационного исчисления. (ВГ 3-7)
- -8. Задача с преломлением. (Преломление экстремалей ВГ 34)
- -9. Нахождение наименьшего расстояния между двумя кривыми на плоскости (ВГ 26-28)
- -10. Функция Вейерштрасса (ВГ 45)
- -11. Задача Лагранжа <mark>(ВГ 56-57)</mark>
- -12. Задача с отражением (отражение экстремалей ВГ 32)
- -13. Достаточные условия экстремума (ВГ 45 Вейерштрасса(формула 65) 46)
- -14. Центральное поле экстремалей. С- дискриминантная кривая (ВГ 40-41)
- -15. Метод неопределенных множителей Лагранжа. (ВГ 50-53)
- -16. Задача с дифференциальными связями вида ф(x, y, y')=0 (ВГ 56-57)
- -17. Задача о брахистохроне ( Ф-16) (ВГ 4, 12)
- -18. Необходимые и достаточные условия экстремума функционала (ВГ 45

### Вейерштрасса(формула 65) - 46)

- -19. Основные задачи вариационного исчисления. (пнкт 7)
- -20. Задача о геодезической линии (ВГ 5)
- <mark>-21.</mark> Уравнение Якоби <mark>(ВГ 41-42)</mark>
- -22. Условия трансверсальности (полный анализ двумерного случая) <mark>(ВГ 25-26)</mark>
- 23. Вариационная задача для функции вида F=F(x,y1=y, y2=z, y1'=y', y2'=z') <mark>(ВГ 28-</mark>

30)

- 24. Задача с подвижными границами (плоский случай) (ВГ 22-25)
- <mark>25.</mark> Задача Больца <mark>(ВГ 37-38)</mark>

#### Функциональный анализ

- 1. Метрические пространства. Их свойства.
- 2. Коммутаторы операторов. Вычисление коммутаторов
- 3. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
- 4. Уравнение Фредгольма 1 рода. Е208
- 5. Уравнение Ферхюльста. Сведение его к итерационному уравнению. Метод итераций.
- 6. Уравнение Вольтера 2 рода Е189
- 7. Уравнение Фредгольма 2 рода. Е208
- 8. Уравнение Вольтера 1 рода.
- 9. Сведение ОДУ к интегральному уравнению. Е190
- 10. Анализ решения уравнения Ферхюльста.
- 11. уравнение Вольтера 2 рода.
- 12. Итерационный метод решения интегральных уравнений. Е195
- 13. физические задачи, приводящие к уравнению Фредгольма 2 рода.

- 14. Резольвента. Ядро интегрального уравнения. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты. **E197**
- 15. Основные свойства Гильбертова пространства.
- 16. Решение интегрального уравнения в случае ядра типа свертки. **E199 +** преобразование Лапласа
- 17. Метод решения уравнения Фредгольма 2 рода.
- 18. Метод решения интегрального уравнения Вольтера 1 рода. Е203
- 19. Линейные операторы (примеры). Их свойства.
- 20. Неоднородные линейные интегральные уравнения. Их свойства.
- 21. Резольвента (вывод).
- 22. Метрические и нормированные пространства.
- 23. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
- 24. Линейные нормированные пространства.
- 25. Ядро интегрального уравнения.

# Формула Лейбница (производной интеграла с параметром)

$$I(y)=\int\limits_{a(y)}^{b(y)}f(x,\,y)\,dx \qquad \qquad rac{d}{dy}I(y)=rac{d}{dy}\int_{a(y)}^{b(y)}f(x,y)\,dx=$$

$$=fig(b(y),yig)\cdotrac{d}{dy}b(y)-fig(a(y),yig)\cdotrac{d}{dy}a(y)+\int_{a(y)}^{b(y)}rac{\partial}{\partial y}f(x,y)\,dx$$

$$F_y - rac{d}{dx}(F_{y'}) = \mathbf{0} - y$$
равнение Эйлера

Так как F(y,y') не содержит явно x, то уравнение Эйлера имеет первый интеграл:  $F-y'*F_{y'}=const$ 

$$\int uv'dx = uv|-\int u'vdx = \int (uv)'dx - \int u'vdx = = (uv)' = u'v + uv'$$