

РГРпо курсу “Численные методы”

1. Определить корень уравнения методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 0,001$

1	$2^x + 5x - 3 = 0$	8	$\sin(x + \pi/3) - 0,5x = 0$
2	$3x + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$	9	$5^x - 3x = 0$
3	$0,5^x + 1 = (x - 2)^2$	10	$x^4 - x - 1 = 0$
4	$(x - 3) \cdot \cos x = 1, 2\pi \leq x \leq 2\pi$	11	$x^2 - 2 + 0,5^x = 0$
5	$\operatorname{arctg} x + 1/3x^3 = 0$	12	$(x - 1)^2 \lg(x + 11) = 1$
6	$2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$	13	$2x - \sin x = 0,25$
7	$\log_2(-x) \cdot (x + 2) = -1$	14	$x^3 - 3x^2 - 10 = 0$

2. Решить уравнение методом Ньютона и хорд с точностью $\varepsilon = 0,001$.

1	$\ln x + (x + 1)^3 = 0$	8	$x^3 + 3x - 1 = 0$
2	$x^3 - 3x^2 + 9x - 15 = 0$	9	$3x + \cos x + 1 = 0$
3	$x^3 + 2x^2 + 2 = 0$	10	$x^3 + x - 3 = 0$
4	$x \cdot 2^x = 1$	11	$x + \lg x = 0,5$
5	$\sqrt{x + 1} = 1/x$	12	$x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0$
6	$x^3 - 2x + 2 = 0$	13	$2x - x^3 + 2 = 0$
7	$x - \cos x = 0$	14	$x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0$

3. Решить систему $x = Cx + d$ методом простой итерации и Зейделя с точностью $\varepsilon = 0,001$

	C	d		C	d
1	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & -0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0 & -0,21 & 0,2 \\ 0,3 & -0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,3 & -0,1 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	2	$\begin{pmatrix} 0 & 0,13 & -0,4 & 0,2 \\ 0,25 & 0 & -0,14 & 0,2 \\ 0,3 & -0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,3 & -0,4 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 0 & 0,27 & -0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0 & -0,26 & 0,2 \\ 0,3 & -0,1 & 0 & 0,5 \\ 0,2 & -0,1 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	4	$\begin{pmatrix} 0 & 0,23 & -0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & -0,24 & -0,1 \\ 0,2 & -0,1 & 0 & 0,2 \\ 0,23 & -0,4 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$

5	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & -0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & -0,2 \\ 0,3 & -0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	6	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & -0,14 & 0,14 \\ 0,1 & 0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,3 & -0,4 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & -0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & -0,14 & -0,1 \\ 0,1 & -0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,3 & -0,4 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	8	$\begin{pmatrix} 0 & 0,1 & -0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0 & -0,2 & 0,1 \\ 0,13 & -0,2 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & -0,1 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 0 & 0,1 & -0,4 & 0,2 \\ 0,15 & 0 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & -0,1 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & -0,14 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	10	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & -0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0 & 0,1 & -0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -0,5 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & 0,1 & -0,2 \\ 0,2 & 0 & -0,1 & -0,2 \\ -0,1 & 0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,1 & 0,2 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0,5 \\ -2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	12	$\begin{pmatrix} 0 & 0,3 & 0,14 & 0,2 \\ 0,11 & 0 & -0,41 & -0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0 & 0,13 \\ 0,13 & -0,4 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 0 & -0,3 & 0,1 & 0,2 \\ -0,2 & 0 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,1 & -0,2 & 0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$	14	$\begin{pmatrix} 0 & -0,3 & -0,14 & 0,2 \\ 0,11 & 0 & 0,41 & 0,1 \\ 0,1 & -0,1 & 0 & -0,13 \\ 0,13 & 0,4 & -0,2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0,5 \\ -2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$

4. Решить систему методом простой итерации и Ньютона с точностью $\varepsilon = 0,001$.

1	$\begin{cases} \sin(y + 1) - x = 1,2 \\ 2y + \cos(x) = 2 \end{cases}$	2	$\begin{cases} \cos(y - 1) + x = 0,5 \\ y - \cos(x) = 3 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \sin(y) + 2x = 2 \\ \cos(x - 1) + y = 0,7 \end{cases}$	4	$\begin{cases} \cos(y) + x = 1,5 \\ 2y - \sin(x - 0,5) = 1 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(y + 0,5) - x = 1 \\ \cos(x - 2) + y = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} \cos(y + 0,5) + x = 0,8 \\ \sin(x) - 2y = 1,6 \end{cases}$

7	$\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1,3 \\ y - \sin(x+1) = 0,8 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0 \\ y + \sin(x) = -0,4 \end{cases}$
9	$\begin{cases} \cos(y+0,5) - x = 2 \\ \sin(x) - 2y = 1 \end{cases}$	10	$\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1,5 \\ y + \cos(x-2) = 0,5 \end{cases}$
11	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1 \\ 2x + \cos(y) = 2 \end{cases}$	12	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0,8 \\ x - \cos(y) = 2 \end{cases}$
13	$\begin{cases} \sin(x) + 2y = 1,6 \\ \cos(y-1) + x = 1 \end{cases}$	14	$\begin{cases} \cos(x) + y = 1,2 \\ 2x - \sin(y-0,5) = 2 \end{cases}$

5. Найти собственные значения матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 2 & 3 & 4 \\ \alpha & 4 & 5 \end{pmatrix}$

1	$\alpha = 1;$	8	$\alpha = -7;$
2	$\alpha = 2;$	9	$\alpha = -6;$
3	$\alpha = 3;$	10	$\alpha = -5;$
4	$\alpha = 4;$	11	$\alpha = -4;$
5	$\alpha = 5;$	12	$\alpha = -3;$
6	$\alpha = 6;$	13	$\alpha = -2;$
7	$\alpha = 7;$	14	$\alpha = -1;$

6. По заданным значениям x и y найти прямую $y = a_0 + a_1 x$ и параболу $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ методом наименьших квадратов. Найти погрешность. Построить прямую и кривую в той же системе координат, где нанесены данные точки.

№ 1

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0,32	0,86	0,90	1,64	1,66	1,80	4,03	4,76	5,11	5,73	6,70	8,03
Y	0,40	2,24	2,10	3,81	4,48	5,00	11,48	13,55	13,79	16,43	18,29	22,58

№ 2

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	0,85	1,60	1,72	1,93	2,61	3,57	4,41	4,79	5,18	5,67	5,84	6,40	7,35	7,42
Y	1,78	1,41	1,44	1,52	1,99	2,77	2,40	2,80	2,83	3,11	3,58	3,75	4,13	3,87

№ 3

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	3,35	4,10	4,22	4,43	5,11	6,07	6,91	7,29	7,68	8,17	8,34	8,90	9,25	9,85	9,92
Y	-9,47	-11,89	-12,46	-13,01	-15,30	-18,34	-21,71	-22,65	-23,71	-25,47	-25,93	-28,43	-29,61	-31,60	-31,11

№ 4

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0,18	0,67	0,84	1,40	2,35	2,42	6,60	6,72	6,93	8,57	9,41	9,79
Y	0,96	1,97	2,11	3,30	5,04	5,39	12,47	13,03	13,69	16,59	18,22	18,33

№ 5

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X	2,09	2,10	3,67	5,66	6,04	6,43	6,92	7,65	7,85	7,97	8,18	8,60	9,82
Y	6,76	7,50	10,56	14,35	15,48	15,96	17,50	18,78	19,14	19,23	19,45	20,74	22,91

№ 6

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X	1,07	1,91	2,29	2,68	3,17	3,34	3,90	4,85	4,92	8,35	9,10	9,22	9,43
Y	-4,19	-4,41	-4,34	-4,44	-4,86	-4,79	-5,08	-6,35	-5,93	-7,38	-8,51	-8,67	-8,67

№ 7

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	0,15	0,35	0,47	0,68	1,10	1,36	2,32	4,59	4,60	6,17	8,16	8,54	8,93	9,42
Y	-3,59	-2,93	-3,38	-3,16	-3,73	-4,36	-4,14	-5,41	-5,56	-6,64	-7,30	-7,90	-8,19	-7,97

№ 8

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	0,40	0,95	1,12	1,24	2,34	2,78	3,70	5,08	5,45	6,91	7,21	7,88	8,85	9,78
Y	0,96	2,23	2,38	2,98	4,77	6,07	7,77	10,32	11,68	14,17	14,34	16,05	17,72	20,10

№ 9

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X	0,90	1,07	1,97	4,36	5,03	5,47	5,70	6,03	6,57	6,82	7,84	7,91	8,50
Y	-3,40	-3,20	-4,24	-7,27	-7,86	-8,02	-8,10	-8,84	-8,90	-9,81	-10,59	-10,36	-11,88

№ 10

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	1,59	1,65	2,20	2,37	3,16	5,10	6,03	6,33	6,70	7,49	8,46	8,59	9,03	9,13	9,95
Y	-2,09	-1,99	-3,88	-4,41	-7,04	-13,99	-16,77	-17,62	-18,76	-21,28	-24,60	-24,78	-26,21	-27,15	-29,39

№ 11

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X	0,61	1,28	1,72	2,32	3,07	4,16	6,95	7,15	7,28	7,82	8,22	9,09	9,75
Y	0,59	2,68	4,54	6,58	8,69	12,08	21,98	21,75	22,18	24,84	25,96	28,64	30,45

№ 12

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0,38	1,35	2,28	2,90	3,45	3,74	5,28	6,20	7,58	7,95	9,41	9,71
Y	-0,41	-1,07	-2,20	-3,18	-3,15	-3,87	-4,99	-6,14	-6,98	-7,44	-8,92	-9,84

№ 13

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	0,34	0,41	1,00	3,40	3,57	4,25	4,47	6,86	7,53	7,97	8,20	8,53	9,07	9,32
Y	0,85	1,03	1,53	2,73	3,22	3,99	3,45	5,24	6,20	6,74	6,55	6,45	6,96	7,46

№ 14

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0,96	1,53	1,63	2,45	4,15	4,70	5,66	7,60	8,53	8,83	9,20	9,99
Y	-2,91	-3,21	-3,09	-2,49	-3,35	-3,52	-3,54	-3,79	-3,52	-3,28	-3,19	-3,21

7.

1) Заданы значения функции $f(x)$ в узлах x_i , получающиеся делением отрезка $[1, 2]$ на 5 частей. Найти значения функции $f(x)$ при $x_1 = 1,1$ и $x_2 = 2,1$ с помощью интерполяционных формул Ньютона.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1,0	1,0	1,1	0,9	0,9	0,8	1,1	1,0	1,2	1,2	1,1	0,8	0,8	0,8	1,1
1,2	2,1	2,2	2,0	1,9	2,0	2,2	2,1	1,8	2,0	1,9	2,0	2,2	1,8	2,2
1,4	2,9	3,2	3,0	3,2	2,9	3,2	3,1	3,2	3,0	3,2	2,8	2,9	2,9	3,0
1,6	3,8	4,2	3,8	3,8	4,2	4,2	3,8	4,1	3,8	3,8	4,0	4,0	4,0	4,1
1,8	5,2	5,2	5,1	5,1	5,2	5,1	5,2	5,2	5,0	4,9	5,2	5,2	4,9	4,9
2,0	5,9	6,0	5,8	6,1	5,8	5,9	6,2	6,1	6,1	5,8	6,0	5,8	6,1	5,9

2) Заданы значения y_i функции $f(x)$ в точках x_i . Найти значение функции $f(x)$ при $x = x^*$. Задачу решить с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа.

1		2		3		4		5		6		7	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11
2	13	1	12	2	12	2	12	1	12	2	12	2	10
3	13	3	13	4	12	3	14	3	13	4	11	3	10
5	14	5	14	5	13	5	15	5	14	5	10	5	12
$x^* = 1$		$x^* = 2$		$x^* = 3$		$x^* = 1$		$x^* = 2$		$x^* = 3$		$x^* = 1$	
8		9		10		11		12		13		14	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11
1	12	2	12	2	13	2	13	1	12	2	12	2	12
3	13	4	13	3	14	3	13	3	13	5	12	3	14
5	11	5	14	5	12	5	14	6	14	7	13	5	15
$x^* = 1$		$x^* = 1$		$x^* = 1$		$x^* = 1$		$x^* = 1$		$x^* = 1$		$x^* = 1$	

8. Вычислить определённый интеграл с точностью $\varepsilon = 0,01$ методом Симпсона.

№	интеграл	ε	№	интеграл	ε
1	$\int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx$	0,01	8	$\int_1^2 \frac{x+1}{2+\ln(1+x^2)} dx$	0,01
2	$\int_1^3 \frac{\sin 2x + e^{-x}}{x} dx$	0,01	9	$\int_{-1}^2 x - \sin \sqrt{x^3+1} dx$	0,01
3	$\int_1^2 \frac{1}{x^2 + \ln(1+x^2)} dx$	0,01	10	$\int_{1,1}^{3,4} \frac{\sin^2 x}{\lg \sqrt{x}} dx$	0,01

4	$\int_{-1}^2 \left \sin \sqrt{x^2 + x^4} \right dx$	0,01	11	$\int_1^2 \frac{\sin^{1,4} x}{x^3} dx$	0,01
5	$\int_1^{1,4} \frac{\sin x + x}{\operatorname{tg} \sqrt{x}} dx$	0,01	12	$\int_{-1}^2 \left x - \sqrt{x^2 + x^4} \right dx$	0,01
6	$\int_1^2 \frac{x + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x+1}} dx$	0,01	13	$\int_1^{1,4} \frac{\sin x}{\lg \sqrt{x+2}} dx$	0,01
7	$\int_1^3 \frac{\sin(2^x)}{x^2 + 2} dx$	0,01	14	$\int_1^3 \frac{\sin(3^{-x})}{x+1} dx$	0,01

9. Решить задачу Коши методом Эйлера и Рунге – Кутты.

№	Дифференциальное уравнение	Начальное условие	$[t_0, T]$	N
1	$y'(t) = \sin ty^2$	$y(0) = 1$	$[0, 2]$	10
2	$y'(t) = \cos t + y^2$	$y(0) = 2$	$[0, 2]$	10
3	$y'(t) = \cos ty^2$	$y(0) = 3$	$[0, 2]$	10
4	$y'(t) = \sin\left(t/(1+y^2)\right)$	$y(0) = 1$	$[0, 2]$	10
5	$y'(t) = \operatorname{tg} \frac{t^2 + y^2}{1 + t^2 + y^2}$	$y(0) = 2$	$[0, 2]$	10
6	$y'(t) = t + y^2$	$y(0) = 3$	$[1, 2]$	10
7	$y'(t) = \frac{ty}{1 + t^2 + y^2}$	$y(0) = 1$	$[1, 2]$	10
8	$y'(t) = \cos \sqrt{ty^2}$	$y(0) = 2$	$[1, 2]$	10
9	$y'(t) = \sin\left(t\sqrt{1+y^2}\right)$	$y(0) = 3$	$[1, 2]$	10
10	$y'(t) = \frac{t^2 + y^2}{\sqrt[3]{1 + t^2 + y^2}}$	$y(0) = 1$	$[1, 2]$	10
11	$y'(t) = t \cdot \ln(1 + y^2)$	$y(0) = 2$	$[0, 3]$	10
12	$y'(t) = y \cdot \cos(t + y^2)$	$y(0) = 3$	$[0, 3]$	10
13	$y'(t) = e^t \cdot t + y^2$	$y(0) = 1$	$[0, 3]$	10
14	$y'(t) = \sin\left(t(1 + y^2)\right)$	$y(0) = 2$	$[0, 3]$	10