

## **Экзаменационные вопросы по дисциплине «Математический анализ» 2 семестр 2019/2020 уч.год**

1. Определение несобственных интегралов.
2. Свойства несобственных интегралов, (формула Ньютона Лейбница, линейность, интегрирование неравенств).
3. Свойства несобственных интегралов (интегрирование по частям, замена переменной, аддитивность).
4. Признаки сходимости несобственных интегралов. Критерий Коши.
5. Необходимое и достаточное условия сходимости для неотрицательных функций в несобственном интеграле.
6. Признаки сравнения в предельной и неопределенной формах несобственных интегралов. Следствия.
7. Абсолютно и условно сходящиеся интегралы.
8. Признак Дирихле.
9. Признак Абеля. Главное значение расходящегося несобственного интеграла
10. Интеграл, зависящий от параметра. Непрерывность интеграла зависящего от параметра. Предельный переход под знаком интеграла.
11. Собственные интегралы, зависящие от параметра, их дифференцируемость.
12. Дифференцирование под знаком интеграла. Правило Лейбница. Интегрирование под знаком интеграла.
13. Равномерная сходимость несобственного интеграла 1-го рода, зависящего от параметра. Необходимые условия равномерной сходимости.
14. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственного интеграла 1-го рода, зависящего от параметра.
15. Интегрирование и дифференцирование по параметру несобственного интеграла 1-го рода.
16. Метрическое пространство  $R^n$ . Открытые и замкнутые множества в  $R^n$ . Связные множества. Область. Замкнутая область. Односвязные и многосвязные области.
17. Предел функции в  $R^n$  (по Коши, по Гейне, в точке). Непрерывность функции в точке, области, замкнутой области. Формулировка свойств функций, непрерывных в ограниченных замкнутых областях.

18. Частные производные 1-го порядка, высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования (б/д).
19. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости.
20. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных  

$$R^n \xrightarrow{F} R^1$$
21. Касательная плоскость и нормаль к поверхности  $S : F(x, y, z) = 0$  и  $S : Z = f(x, y)$
22. Дифференциал функции нескольких переменных, его свойства. Инвариантность формы первого дифференциала. Геометрический смысл дифференциала двух переменных.
23. Скалярное поле. Поверхности (линии) уровня. Производная по направлению. Градиент скалярного поля, его свойства и связь с производной по направлению.
24. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Формула Тейлора с остаточным членом в Пеано и Лагранжа.
25. Функции, заданные неявно уравнением. Условия их существования. Вывод формул дифференцирования.
26. Функции, заданные неявно системой уравнений, условия их существования и дифференцирование.
27. Формулировка условий существования, дифференцирования неявно заданных функций многих переменных.
28. Локальный экстремум функций многих переменных. Определение. Необходимые условия экстремума.
29. Квадратичные формы. Критерий Сильвестра (б/д).
30. Достаточные условия локального экстремума функций  $n$  переменных.
31. Достаточные условия локального экстремума функций двух переменных.
32. Нахождение наибольших и наименьших значений функций в ограниченной замкнутой области.
33. Условный экстремум. Матрица Якоби. Определение. Необходимые условия существования условного экстремума.
34. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия существования условного экстремума
35. Задачи, приводящие к понятиям кратного интеграла, криволинейного и поверхностного интегралов 1-го рода. Определения и основные свойства этих интегралов.
36. Вычисление двойных и тройных интегралов в декартовых координатах.
37. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Понятие Якобиана, его геометрический смысл.
38. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

39. Геометрические приложения кратных интегралов (объема тела, площадь поверхности).
40. Криволинейный интеграл 1-го рода: определение, свойства, приложения, теорема о среднем.
41. Поверхностные интегралы 1-го рода: определение, свойства, приложения, теорема о среднем.
42. Связь криволинейного интеграла первого и второго рода.
43. Формула Грина.
44. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
45. Отыскание функции по ее полному дифференциалу
46. Механическое приложение кратных интегралов, криволинейных и поверхностных интегралов 1-го рода.
47. Скалярное поле, поверхности и линии уровня. Вектор функции скалярного аргумента. Параметрические заданные кривые.
48. Геометрический смысл производной вектор функции. Длина дуги кривой дифференциал дуги кривой, определение определенного и неопределенного интеграла, вектор функции.
49. Криволинейный интеграл 2-го рода: свойства и вычисление связь с криволинейным интегралом 1-го рода. Работа векторного поля. Циркуляция.
50. Потенциальные векторные поля. Необходимое и достаточное условие потенциальности. Нахождение потенциала.
51. Поверхностные интегралы 2-го рода: определение, свойства, вычисления (на три и на одну плоскость), связь с поверхностным интегралом 1-го рода.
52. Поток векторного поля. Формула Гаусса-Остроградского.
53. Дивергенция ( $div$ ) векторного поля, ее свойства. Необходимое и достаточное условие соленоидальности поля.
54. Вихрь ( $rot$ ) векторного поля. Формула Стокса. Формула Грина.
55. Векторные операции 2-го порядка символика Гамильтона
56. Числовые ряды: основные определения, критерий Коши, необходимое условие сходимости.
57. Свойства сходящихся числовых рядов: связь со сходимостью остатка, умножение ряда на число, сумма рядов.
58. Сходимость рядов с неотрицательными членами: связь с последовательностью частичных сумм, признак сравнения и следствия из него.
59. Второй признак сравнения, признак Д'Аламбера и следствие из него для числовых рядов.
60. Признак Коши и следствие из него для числовых рядов.
61. Интегральный признак сходимости числовых рядов.
62. Сходимость знакопеременных числовых рядов, признак Лейбница и следствие из него.

63. Последовательности и ряды с комплексными членами.
64. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов: сложение и умножение на число (с д-вом), ассоциативность, переместительность, теорема Римана и умножение рядов (без д-ва).
65. Функциональные последовательности и ряды: область сходимости, критерии Коши и признак Вейерштрасса.
66. Предельный переход в функциональных последовательностях и рядах.
67. Непрерывность предела функциональной последовательности и суммы функционального ряда. Интегрирование функциональных последовательностей и рядов.
68. Дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
69. Степенные ряды: теорема Абеля, существование радиуса сходимости, область сходимости.
70. Выражение радиуса сходимости степенного ряда через коэффициенты степенного ряда, радиусы сходимости рядов, полученных в результате арифметических действий.
71. Функциональные свойства степенных рядов.
72. Ряд Тейлора: единственность, необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.
73. Достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций.
74. Приближенные вычисления значений функций и определенных интегралов с помощью степенных рядов.
75. Понятие об обобщенных рядах Фурье. Скалярное произведение его свойства. Формулы Эйлера-Фурье для коэффициентов рядов.
76. Ортогональность тригонометрической системы функций. Тригонометрические ряды Фурье, формулы для их коэффициентов.
77. Свойства периодических функций. Достаточные условия разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье и равномерной сходимости ряда (без д-ва).
78. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
79. Комплексная форма ряда Фурье.
80. Ряд Фурье для непериодических функций.
81. Интеграл Фурье в действительной форме. Достаточные условия представимости функции интегралом Фурье. Интегралы Фурье для четных, нечетных и определенных на полуоси функций.
82. Комплексная форма интеграла Фурье.
83. Комплексное преобразование Фурье. Необходимое и достаточное условия существования изображения (первое из них без д-ва). Косинус- и синус-преобразование Фурье.
84. Свойства преобразования Фурье: линейность, подобие, сдвиг, модуляция, дифференцирование и интегрирование оригинала, дифференцирование изображения, изображение свертки (последние четыре свойства без д-ва).