

Вопросы к зачету по дисциплине «Математический анализ», 1 курс, 1-й семестр.

1. Множества. Основные операции над множествами. Метрические и арифметические пространства.
2. Числовые множества и их свойства. Мощность числовых множеств. Множества на числовой прямой: отрезки, интервалы, полуоси, окрестности.
3. Определение ограниченного множества. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Теоремы о верхней и нижней гранях числовых множеств.
4. Метод математической индукции. Неравенства Бернулли и Коши.
5. Определение функции. График функции. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Способы задания функции.
6. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Ограниченные последовательности. Теорема о достаточном условии расходимости последовательности.
8. Определение монотонной последовательности. Теорема Вейерштрасса о монотонной последовательности.
9. Число e .
10. Предел функции в точке по Коши и по Гёйне, их эквивалентность. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между бесконечно большими и бесконечно малыми функциями.
12. Связь между пределами и бесконечно малыми функциями. Арифметические действия с пределами.
13. Теоремы об устойчивости неравенств. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о трёх функциях.
14. Первый и второй замечательные пределы.
15. Сравнение бесконечно малых функций. Свойства эквивалентных бесконечно малых. Теорема о замене бесконечно малых на эквивалентные. Основные эквивалентности.
16. Непрерывность функции в точке. Действия с непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций.
17. Классификация точек разрыва функции. Доопределение по непрерывности
18. Определение сложной функции. Предел сложной функции. Непрерывность сложной функции. Гиперболические функции
19. Непрерывность функции на отрезке. Теоремы Коши об обращении в нуль функции непрерывной на отрезке и о промежуточном значении функции.
20. Свойства функций непрерывных на отрезке. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции. Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении функции.
21. Определение монотонной функции. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной функции. Теорема о множестве значений функции монотонной и непрерывной на отрезке.
22. Обратная функция. График обратной функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
23. Обратные тригонометрические и гиперболические функции.
24. Определение производной функции. Производные основных элементарных функций.
25. Определение дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
26. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции.
27. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
28. Производная сложной функции и обратной функции.
29. Логарифмическое дифференцирование. Производная функции заданной параметрически.

30. Главная часть приращения функции. Формула линеаризации функции. Геометрический смысл дифференциала.
31. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
32. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о свойствах дифференцируемых функций. Формула конечных приращений.
33. Применение производной к раскрытию неопределенностей в пределах. Правило Лопиталя.
34. Определение производной n-го порядка. Правила нахождения производной n-го порядка. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.
35. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Остаточные члены в форме Лагранжа и Коши.
36. Возрастание и убывание функций. Точки экстремума.
37. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
38. Бесконечные разрывы функций. Асимптоты.
39. Схема построения графика функции.
40. Определение первообразной. Основные свойства первообразной. Простейшие правила интегрирования. Таблица простейших интегралов.
41. Интегрирование путем замены переменной и формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
42. Интегрирование выражений вида $e^{ax} \cos bx$ и $e^{ax} \sin bx$ с помощью рекуррентных соотношений.
43. Интегрирование дроби $\frac{1}{(x^2 + a^2)^n}$ с помощью рекуррентных соотношений.
44. Неопределенный интеграл от рациональной функции. Интегрирование простейших дробей.
45. Неопределенный интеграл от рациональной функции. Разложение правильных дробей на простейшие.
46. Неопределенный интеграл от иррациональной функции. Интегрирование выражений вида $R\left(x, \sqrt[m]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right)$.
47. Неопределенный интеграл от иррациональной функции. Интегрирование выражений вида $R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right)$. Подстановки Эйлера.
48. Неопределенный интеграл от иррациональной функции. Интегрирование выражений вида $R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right)$ с помощью выделения полного квадрата и тригонометрических подстановок.
49. Интегрирование выражений вида $\int \frac{P(x)dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$; $\int P(x)\sqrt{ax^2 + bx + c}dx$; . Метод неопределённых коэффициентов.
50. Неопределенный интеграл от иррациональной функции. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
51. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.
52. Интегрирование рациональных тригонометрических выражений в случае, когда подынтегральная функция нечетна относительно $\sin x$ (или $\cos x$) или четна относительно $\sin x$ и $\cos x$.
53. Интегрирование выражений $\sin^n x \cos^m x$ и $\sin nx \cos mx$.
54. Интегрирование выражений $\operatorname{tg}^m x$ и $\operatorname{ctg}^m x$.
55. Определенный интеграл. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Интегральные суммы. Суммы Дарбу. Теорема об условии существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций.

56. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.
57. Определенный интеграл, как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
58. Формула замены переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
59. Приложение интегрального исчисления к геометрии. Объем фигуры. Объем фигур вращения.
60. Приложение интегрального исчисления к геометрии. Площадь плоской фигуры. Площадь криволинейного сектора. Длина кривой.