

## Вопросы по курсу ОДУ (3-6-9 факультет). 2021-2022 уч. год.

1. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям (ОДУ).
2. Определение ОДУ. Порядок ОДУ. Задача Коши для уравнения  $n$ -ого порядка. Общие и частные решения.
3. Геометрический смысл уравнения 1-ого порядка. ОДУ 1-ого порядка, его геометрический смысл. Изоклины.
4. Теорема Коши существования и единственности решения ОДУ 1-ого порядка, разрешённого относительно производной. ОДУ с разделяющимися переменными.
5. Однородные ОДУ 1-ого порядка. Приведение их к уравнениям с разделяющимися переменными.
6. Уравнения вида:  $y' = f[(a_1x + b_1y + c_1)/(a_2x + b_2y + c_2)]$ .
7. Линейные ОДУ 1-ого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Бернулли.
8. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель. Способы его нахождения, в случае его зависимости от одной переменной.
10. Уравнения первого порядка не разрешённые относительно производной. Уравнения вида:  $\mathbf{F(x; \frac{dy}{dx}) = 0, F(y; \frac{dy}{dx}) = 0}$ .
11. Решение уравнений вида:  $\mathbf{y = f(x; \frac{dy}{dx}), x = f(y; \frac{dy}{dx})}$ .
12. Особые решения. Нарушение единственности. Примеры.
13. Способы определения особых решений.  $P$  и  $C$  – дискриминантные кривые.
14. ОДУ  $n$ -ого порядка. Основные понятия. Приведение ОДУ  $n$ -ого порядка, разрешённого относительно производной к системе из  $n$  ДУ 1-ого порядка.
15. Теорема существования единственности Коши для ОДУ  $n$ -го порядка. ОДУ  $n$ -ого порядка, разрешённое относительно производной.
16. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка: уравнения, не содержащие искомой функции; уравнения, не содержащие независимой переменной.
17. Линейные ДУ порядка  $n$ . Уравнение Эйлера.
18. Линейно зависимые и независимые системы функций. Определитель Вронского и его свойства.
19. Структура общего решения линейного ОДУ  $n$ -порядка. Свойства линейного дифференциального оператора  $n$ -порядка. Принцип суперпозиции.
20. Линейные ОДУ с переменными коэффициентами. Нахождение общего решения для уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами по одному известному частному решению.
21. Линейные однородные ДУ с постоянными коэффициентами порядка выше 1-ого. Случай действительных корней характеристического многочлена (в том числе и кратных).
22. Линейные однородные ДУ с постоянными коэффициентами порядка выше 1-ого. Случай комплексных корней характеристического многочлена (в том числе и кратных).
23. Линейные ОДУ с постоянными коэффициентами  $n$ -ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

24. Линейные ОДУ с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Вид частного решения для всех случаев (таблица для поиска решений).
25. Метод Лагранжа решения ОДУ  $n$ -ого порядка с произвольной непрерывной правой частью.
26. ~~Краевые задачи. Классические краевые операторы. Задача Штурма—Лиувилля.~~
27. Система ДУ в канонической (нормальной) форме, их связь с ДУ  $n$ -ого порядка (алгоритм приведения).
28. Нормальная система линейных ОДУ 1-ого порядка с постоянными коэффициентами (случай действительных корней)
29. Нормальная система линейных ОДУ 1-ого порядка с постоянными коэффициентами (случай комплексных корней)
30. Общее решение однородной системы линейных ОДУ. Структура общего решения.
31. Метод вариации произвольных постоянных при решении нормальной системы линейных ОДУ.
31. Приближённые методы решения ОДУ с помощью степенных рядов. Примеры.
32. ~~Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Примеры.~~
33. ~~Особые точки для автономной системы ОДУ с двумя неизвестными функциями (случай действительных корней).~~
34. ~~Особые точки для автономной системы ОДУ с двумя неизвестными функциями (случай комплексных корней).~~