Расчетная работа
Тензорный анализ, 1 курс, бакалавры.

1. Смешанный тензор $\mathbf{t} = \tau^i_j \mathbf{e}_i \mathbf{e}^j$ задан на линейном пространстве L^3 матрицей $\mathbf{T}$. Найти его матрицу $\mathbf{T}'$ базисе $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$.

1.1. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 9 & 15 & 0 \\ 15 & 14 & 15 \\ 0 & 15 & 9 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.2. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ -2 & -5 & 10 \\ 6 & 10 & -16 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 3/2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.3., $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 68 & 38 & -4 \\ 38 & 35 & 2 \\ -4 & 2 & 14 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 4/3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.4. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -4 & 13 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3/2\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.5. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 4/3\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 4\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.6. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 6 \\ -4 & 7 & 4 \\ 6 & 2 & 27 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 5\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 5/4\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.7. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -12 & -24 & 24 \\ -24 & 48 & 44 \\ 24 & 44 & -48 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 5/4\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 5\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.8. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 0 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 6\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 6/5\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.9. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 4 \\ -4 & 12 & 0 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 6/5\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 6\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.10. $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -14 \\ 1 & 7 & -8 \\ -14 & -8 & 40 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_3, \mathbf{e}'_2 = 7/6\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$.

1.11. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 8 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+7/6\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=7\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.12. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 3 & -6 & 0 \\ -6 & 24 & -4 \\ 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+8\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=8/7\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.13. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=1/2\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.14. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+1/2\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.15. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-2\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=2/3\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.16. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+2/3\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-2\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.17. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-3\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=3/4\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.18. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-3\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=3/4\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.19. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-4\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=4/5\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.20. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+4/5\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-4\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.21. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-5\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=5/6\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.22. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+5/6\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-5\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.23. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & -2\\ 0 & -2 & 0\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-6\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=6/7\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.24. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+6/7\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-6\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.25. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 0\\ 3 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-7\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=7/8\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.26. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-2 & 4 & 0\\ 4 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-8\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=8/9\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.27. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}-3 & 4 & 0\\ 4 & -3 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+8/9\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-8\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.28. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 4 & 2\\ 4 & 8 & 2\\ 2 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-9\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=9/10\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.29. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}68 & 38 & -4\\ 38 & 35 & 2\\ -4 & 2 & 14\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+9/10\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-9\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.30. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}9 & 15 & 0\\ 15 & 14 & 15\\ 0 & 15 & 9\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+10\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=10/9\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.31. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}4 & 2 & 6\\ 2 & 0 & 4\\ 6 & 4 & 8\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+11\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=11/10\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.32. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}7 & 1 & -14\\ 1 & 7 & -8\\ -14 & -8 & 40\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2'=\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_3'=\mathbf{e}_2$.

1.33. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}3 & -6 & 0\\ -6 & 24 & -4\\ 0 & -4 & -4\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=-\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2'=-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_3$.

1.34., $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=2\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2'=-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=3\mathbf{e}_3$.

1.35. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+2\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=2\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.36. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+7\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=7/6\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.37. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+3/2\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=3\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.38. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 8 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+4/5\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-4\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.39. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 68 & 38 & -4 \\ 38 & 35 & 2 \\ -4 & 2 & 14 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+9/10\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=-9\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.40. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-6\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=6/7\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.41. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=1/2\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.42. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2-9\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=9/10\,\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

1.43. $\mathbf{T}=\begin{pmatrix} -12 & -24 & 24 \\ -24 & 48 & 44 \\ 24 & 44 & -48 \end{pmatrix}$, $\mathbf{e}_1'=\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+5/4\,\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2'=5\mathbf{e}_1-\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3'=-\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2+\mathbf{e}_3$.

2. Найти матрицы произведения $\mathbf{xy}$ векторов $\mathbf{x}=x^i\mathbf{e}_i$, $\mathbf{y}=y^i\mathbf{e}_i\in L$, тензоров $(\mathbf{xy})$ и $[\mathbf{xy}]$, а также свертку ${}^2(\mathbf{xyz})_1$, где $\mathbf{z}=-\mathbf{f}^1+\mathbf{f}^2+\mathbf{f}^3\in L^*$.

2.1. $\mathbf{x}= 1,1,2$, $\mathbf{y}= 2,-1,0$. **2.2.** $\mathbf{x}= 1,1,3$, $\mathbf{y}= 3/2,-1,0$. **2.3.** $\mathbf{x}= 1,1,4$, $\mathbf{y}= 4/3,-1,0$.

2.4. $\mathbf{x}= 1,1,3/2$, $\mathbf{y}= 3,-1,0$. **2.5.** $\mathbf{x}= 1,1,4/3$, $\mathbf{y}= 4,-1,0$. **2.6.** $\mathbf{x}= 1,1,5$, $\mathbf{y}= 5/4,-1,0$.

2.7. $\mathbf{x}= 1,1,5/4$, $\mathbf{y}= 5,-1,0$. **2.8.** $\mathbf{x}= 1,1,6$, $\mathbf{y}= 6/5,-1,0$. **2.9.** $\mathbf{x}= 1,1,6/5$, $\mathbf{y}= 6,-1,0$.

2.10. $\mathbf{x}= 1,1,7$, $\mathbf{y}= 7/6,-1,0$. **2.11.** $\mathbf{x}= 1,1,7/6$, $\mathbf{y}= 7,-1,0$.

2.12. $\mathbf{x}= 1,1,8$, $\mathbf{y}= 8/7,-1,0$. **2.13.** $\mathbf{x}= 1,1,-1$, $\mathbf{y}= 1/2,-1,0$.

2.14. $\mathbf{x}= 1,1,1/2$, $\mathbf{y}= 1,-1,0$. **2.15.** $\mathbf{x}= 1,1,-2$, $\mathbf{y}= 2/3,-1,0$.

2.16. $\mathbf{x}= 1,1,2/3$, $\mathbf{y}= -2,-1,0$. **2.17.** $\mathbf{x}= 1,1,-3$, $\mathbf{y}= 3/4,-1,0$.

2.18. $\mathbf{x}= 1,1,-3$, $\mathbf{y}= 3/4,-1,0$. **2.19.** $\mathbf{x}= 1,1,-4$, $\mathbf{y}= 4/5,-1,0$.

2.20. $\mathbf{x}= 1,1,4/5$, $\mathbf{y}= -4,-1,0$. **2.21.** $\mathbf{x}= 1,1,-5$, $\mathbf{y}= 5/6,-1,0$.

2.22. $\mathbf{x}= 1,1,5/6$, $\mathbf{y}= -5,-1,0$. **2.23.** $\mathbf{x}= 1,1,-6$, $\mathbf{y}= 6/7,-1,0$.

2.24. $\mathbf{x}= 1,1,6/7$, $\mathbf{y}= -6,-1,0$. **2.25.** $\mathbf{x}= 1,1,-7$, $\mathbf{y}= 7/8,-1,0$.

2.26. $\mathbf{x}= 1,1,-8$, $\mathbf{y}= 8/9,-1,0$. **2.27.** $\mathbf{x}= 1,1,8/9$, $\mathbf{y}= -8,-1,0$.

2.28. $\mathbf{x}= 1,1,-9$, $\mathbf{y}= 9/10,-1,0$. **2.29.** $\mathbf{x}= 1,1,9/10$, $\mathbf{y}= -9,-1,0$.

2.30. $\mathbf{x}= 1,1,10$, $\mathbf{y}= 10/9,-1,0$. **2.31.** $\mathbf{x}= 1,1,11$, $\mathbf{y}= 11/10,-1,0$.

2.32. $\mathbf{x}= 1,0,0$, $\mathbf{y}= 0,0,1$. **2.33.** $\mathbf{x}= -1,0,0$, $\mathbf{y}= 0,-1,0$.

2.34. $\mathbf{x}= 2,0,0$, $\mathbf{y}= 0,-1,0$. **2.35.** $\mathbf{x}= 1,1,3$, $\mathbf{y}= 3/2,-1,0$.

2.36. $\mathbf{x}= 1,1,3/2$, $\mathbf{y}= 3,-1,0$. **2.37.** $\mathbf{x}= 1,1,5$, $\mathbf{y}= 5/4,-1,0$.

2.38. $\mathbf{x}= 1,1,6$, $\mathbf{y}= 6/5,-1,0$. **2.39.** $\mathbf{x}= 1,1,7$, $\mathbf{y}= 7/6,-1,0$.

2.40. $\mathbf{x}= 1,1,8$, $\mathbf{y}= 8/7,-1,0$. **2.41.** $\mathbf{x}= 1,1,1/2$, $\mathbf{y}= 1,-1,0$.

2.42. $\mathbf{x}= 1,1,2/3$, $\mathbf{y}= -2,-1,0$. **2.43.** $\mathbf{x}= 1,1,-3$, $\mathbf{y}= 3/4,-1,0$.

3. Найти все компоненты тензорного произведения $\mathbf{xy}$ векторов $\mathbf{x} = x^i\mathbf{e}_i$, $\mathbf{y} = y^i\mathbf{e}_i$ (см. п. 2) в евклидовом пространстве с матрицей Грама $\mathbf{G} = \left(g_{ij}\right)$.

3.1. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.2.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$. **3.3.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.4.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3.5. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.6.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$. **3.7.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.8.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

3.9. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. **3.10.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$. **3.11.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3.12. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. **3.13.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.14.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. **3.15.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3.16. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.17.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.18.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.19.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3.20. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$. **3.21.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. **3.22.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.23.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3.24. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.25.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. **3.26.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$. **3.27.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

3.28. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.29.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.30.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$. **3.31.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

3.32. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$. **3.33.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 8 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. **3.34.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **3.35.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

3.36. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.37.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. **3.38.** $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3.39.. $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. **3.40.**, $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3.41., $\mathbf{G}=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$. **3.42.**, $\mathbf{G}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

3.43., $\mathbf{G}=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 5 & -1\\ -1 & -1 & 2\end{pmatrix}$.

4. Найти внешнее произведение 1-форм $\mathbf{f}\wedge\mathbf{g}$, где $\mathbf{f}=\alpha_i\mathbf{f}^i$, $\mathbf{g}=\beta_i\mathbf{f}^i$, $\alpha_i=x^i$, $\beta_i=y^i$ (см. п. 2), а также значение $(\mathbf{f}\wedge\mathbf{g})(\mathbf{x},\mathbf{y})$.

5. По заданной матрице Грама $\mathbf{G}$ (см. п. 3) для тензора $\mathbf{S}=s_{ij}\mathbf{e}^i\mathbf{e}^j$, заданному матрицей $\mathbf{T}$ (см. п. 1):

а) определить главные значения и главные направления;
б) найти инварианты;
в) определить тип тензорной поверхности;
г) найти его шаровую и девиаторную составляющие.

6. Для криволинейных координат на плоскости (u,v), где Oxy - прямоугольная декартова система координат, найти:

а) ковариантный и контравариантный базисы;
б) матрицы перехода $\mathbf{P}$ и $\mathbf{Q}$;
в) символы Кристоффеля I и II рода;
г) выражения ковариантных производных компонент вектора $\mathbf{w}$ через его физические компоненты.

6.1. $x=u,\ y=v^2$. **6.2.** $x=u^2,\ y=v$. **6.3.** $x=u^3,\ y=v$. **6.4.** $x=u,\ y=\cos v$.

6.5. $x=u,\ y=\sin v$. **6.6.** $x=\sin u,\ y=\cos v$. **6.7.** $x=1+u,\ y=v^2$. **6.8.** $x=3u^2,\ y=2v$.

6.9. $x=1+u^3,\ y=4v$. **6.10.** $x=u,\ y=e^v$. **6.11.** $x=u,\ y=\ln v$. **6.12.** $x=u^3,\ y=\sin v$.

6.13. $x=\mathrm{ch}u,\ y=v$. **6.14.** $x=\mathrm{sh}u,\ y=v$. **6.15.** $x=\mathrm{sh}u,\ y=v^2$. **6.16.** $x=2\mathrm{ch}u,\ y=\mathrm{sh}v$

6.17. $x=e^u,\ y=\mathrm{ch}v$. **6.18.** $x=u^2,\ y=\mathrm{sh}v^2$. **6.19.** $x=\sin 2u,\ y=v$.

6.20. $x=\sin 2u,\ y=\cos 2v$. **6.21.** $x=u,\ y=e^{-3v}$. **6.22.** $x=\sin 2u,\ y=\mathrm{sh}v$.

6.23. $x=1+u,\ y=v^3$. **6.24.** $x=u(1+u),\ y=v(1+v)$. **6.25.** $x=u(1+u^3),\ y=v(1+v^3)$.

6.26. $x=1+e^u,\ y=1+e^v$. **6.27.** $x=u^3,\ y=v^2$. **6.28.** $x=u,\ y=\cos v$. **6.29.** $x=u,\ y=\sin 2v$.

6.30. $x=2u,\ y=v^2$. **6.31.** $x=\mathrm{sh}u,\ y=1+v$. **6.32.** $x=\sin u,\ y=\mathrm{sh}v$. **6.33.** $x=3u^2,\ y=2v^2$.

6.34. $x=u,\ y=1+\sin v$. **6.35.** $x=1+u,\ y=e^{-v}$. **6.36.** $x=\cos u,\ y=\sin 2v$.

6.37. $x=1+u^2,\ y=v^3$. **6.38.** $x=u,\ y=\cos 2v$. **6.39.** $x=\mathrm{sh}u,\ y=v^2$. **6.40.** $x=2\mathrm{ch}u,\ y=\mathrm{sh}v$.

6.41. $x=e^u,\ y=\mathrm{ch}v$. **6.42.** $x=u^2,\ y=\mathrm{sh}v^2$. **6.43.** $x=\sin 2u,\ y=\cos 2v$.