

## Вопросы к экзамену по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

1. Определение матрицы. Формы записи матрицы. Виды матриц. Действия с матрицами. Сложение матриц. Умножение матриц на число. Умножение матриц.
2. Элементарные преобразования. Элементарная матрица. Ступенчатая матрица. Приведение матриц к главному ступенчатому виду. Линейная зависимость и линейная независимость строк и столбцов матрицы.
3. Определители матриц. Вычисление определителя с помощью разложения по строке и столбцу. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о независимости разложения определителя по строке или столбцу.
4. Определители матриц. Определитель транспонированной матрицы. Определитель матрицы, при элементарных преобразованиях. Определитель вырожденной матрицы.
5. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема о базисном миноре.
6. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Формула Крамера. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединённой матрицы.
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения систем. Метод Крамера.
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли
9. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Условие существования ненулевого решения. Свойства решений однородной системы.
10. Фундаментальная матрица решений. Теорема об общем решении системы линейных алгебраических уравнений.
11. Линейные пространства. Линейные подпространства и их свойства. Линейная оболочка. Базис и размерность линейных пространств.
12. Евклидовы пространства. Скалярное произведение. Матрица Грама и ее свойства.
13. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Неравенство треугольника. Длина вектора. Угол между векторами. Ортогональные базисы.
14. Определение линейного отображения и преобразования. Примеры линейных преобразований: тождественное преобразование, сдвиг, растяжение и поворот плоскости. Преобразование подобия.
15. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Изоморфизм линейных пространств.
16. Матрица линейного преобразования. Матрицы тождественного преобразования, сдвига, растяжения и поворота плоскости. Матрица преобразования подобия.
17. Преобразование базиса. Матрица преобразования базиса. Преобразование векторов при смене базиса. Преобразование матрицы линейного преобразования при смене базиса.
18. Сложение и умножение линейных преобразований. Обратное линейное преобразование.
19. Собственные значения и собственные векторы матрицы линейного преобразования. Примеры для преобразований гомотетии и растяжения плоскости. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов.
20. Характеристическое уравнение и характеристический многочлен матрицы линейного преобразования. Инварианты характеристического многочлена. Независимость характеристического многочлена от выбора базиса.
21. Матрица линейного отображения. Преобразование матрицы линейного отображения при смене базиса.
22. Вектор. Геометрическое векторное пространство. Операции с векторами: сложение векторов, умножение вектора на действительное число.
23. Системы векторов. Линейная комбинация системы векторов. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Определение размерности и базиса векторного пространства. Координаты вектора.
24. Системы координат. Аффинная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.
25. Деление отрезка в заданном соотношении в декартовой системе координат. Расстояние между точками в декартовой системе координат.
26. Определение скалярного произведения векторов. Скалярное произведение в координатной форме. Модуль и проекция вектора. Признак ортогональности векторов.

27. Определение векторного произведения. Векторное произведение в координатной форме. Признак коллинеарности векторов.
28. Определение смешанного произведения. Смешанное произведение в координатной форме. Признак компланарности векторов.
29. Общее уравнение поверхности в пространстве. Алгебраические поверхности. Оси симметрии поверхности. Уравнение кривой в пространстве. Алгебраические кривые. Кривая, как пересечение двух поверхностей.
30. Общее уравнение плоскости в пространстве. Частные случаи: уравнение плоскости параллельной координатной оси, параллельной координатной плоскости, проходящей через начало координат.
31. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору. Векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
32. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
33. Уравнение прямой в пространстве. Уравнение прямой в параметрической форме. Прямая, как пересечение двух плоскостей.
34. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Угол между двумя прямыми в пространстве.
35. Кривые второго порядка. Эллипс. Свойства эллипса.
36. Кривые второго порядка. Гипербола. Свойства гиперболы.
37. Кривые второго порядка. Парабола. Свойства параболы.
38. Функции скалярного аргумента в линейном пространстве. Линейные формы. Примеры линейных форм. Координатное представление линейной формы. Преобразование координат при смене базиса.
39. Квадратичные формы. Положительно и отрицательно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
40. Общее уравнение поверхности второго порядка. Приведение к простейшему виду общего уравнения поверхности второго порядка.
41. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение к простейшему виду общего уравнения кривой второго порядка.
42. Классификация поверхностей второго порядка. Канонические уравнения эллипсоида, одно- и двуполостного гиперболоидов.
43. Классификация поверхностей второго порядка. Канонические уравнения конической и цилиндрической поверхностей.
44. Классификация поверхностей второго порядка. Канонические уравнения эллиптического и гиперболического параболоидов.
45. Классификация кривых второго порядка. Каноническое уравнение эллипса, гиперболы и параболы.