Lecture 04: Probability

Applied Statistics
PKN STAN: 5-37 & 5-38
22 & 23 October 2020

Lecturer: Erika Siregar, SST, MS.

Review

1. Apa yang dimaksud dengan standard deviasi?
2. 6 hal yang ditunjukkan oleh boxplot?
3. Median vs quartile vs decile vs percentile?
4. Apa insight yg bisa diambil dari data dengan kurva distribusi simetris?
5. Skewness negative dan positive? In terms of mean, median, and mode position?

Course Flow

01.Intro to Statistics, population, samples

02. Data Summarizing and Graphing

03. Exploring an01.Intro to Statistics, population, samples
d Comparing Data (Center dan Spread)

04. Probability

Overview

1. What is probability
2. Types of probability
3. How to count basic probability
4. What is an event?
5. What is sample space?
6. How to compute sample space
    a. List
    b. Permutation
    c. Combination
7. Computing probability of more than 2 events
    a. Addition rule
    b. Multiplication rule
    c. Conditional Rule

What's probability?

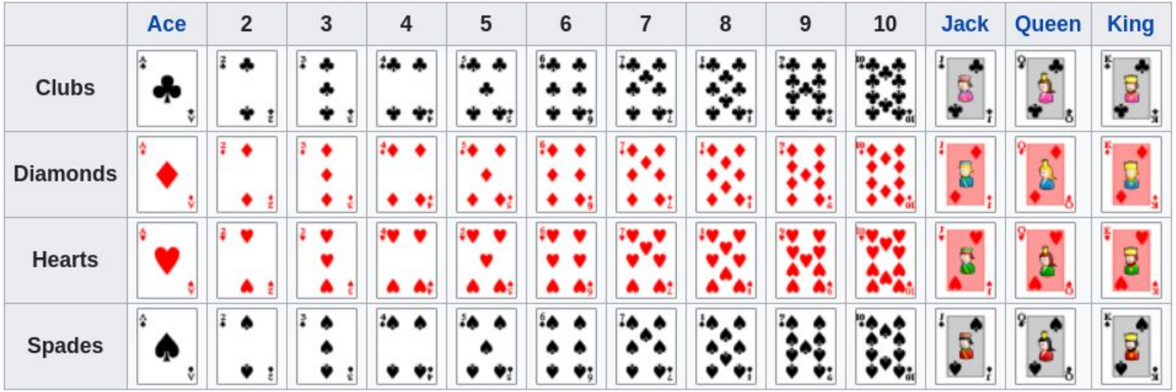
- Peluang = seberapa besar kemungkinan suatu peristiwa dapat terjadi dari sekian banyak peristiwa lain yang dapat terjadi.

- expressed as values between **0 and 1** → could be a fraction, decimal, or %

Notation:
P(A) = peluang terjadinya A → $\frac{x}{n}$
P(Ā) = peluang terjadinya bukan A = 1 - P(A) → **complimentary event**

Probability in Real Life

- Spam or not spam?
- Pelemparan koin
- Pelemparan dadu
- Kartu bridge



Example set of 52 playing cards; 13 of each suit clubs, diamonds, hearts, and spades

Probability is basically:

$$\frac{\textit{yang kita mau}}{\textit{jumlah kemungkinan yang dapat terjadi}} = \frac{\text{a particular intended event}}{\text{all possibility that could happen.}}$$

Udah diketahui

Harus dicari tahu dulu

Sample space (ruang sample)

- Contoh:
  - Melempar sebuah koin Rp. 500,-
    - Misal, intended event-nya = muncul lambang garuda → 1
    - All possibilities = garuda, melati → 2
    - Maka, probability = ½
  - Melempar sebuah dadu
    - Misal, intended event = angka 3 → 1
    - All possibilities = 1, 2, 3, 4, 5, 6 → 6
    - Maka, probability = ⅙

Basic Rules for Counting Probability

Rule 1: Relative Frequency Approximation of Probability

→ Assumption: Probability and Outcomes That Are **Not Equally Likely**

$$P(A) = \frac{\text{\# of times } A \text{ occurred}}{\text{\# of times procedure was repeated}}$$

Example:

$$P(\text{smoker}) = \frac{\text{number of smokers}}{\text{total number of people surveyed}} = \frac{202}{1010} = 0.200$$

Rule 2: Classical Approximation of Probability

→ Assumption: Probability and Outcomes That Are **Equally Likely**

$$P(A) = \frac{s}{n} = \frac{\text{number of ways } A \text{ can occur}}{\text{number of different simple events}}$$

The sample space consists of results from 1000 subjects listed in Table 4-1. Among the 1000 results, 134 of them are positive test results (found from 44 + 90). Because the subject is randomly selected, each test result is equally likely, so we can apply the classical approach as follows:

$$P(\text{positive test result from Table 4-1}) = \frac{\text{number of positive test results}}{\text{total number of results}} = \frac{134}{1000} = 0.134$$

Still classical probability

Example 4 **Classical Probability: Three Children of the Same Gender**

When three children are born, the sample space of genders is as shown in Example 1: {bbb, bbg, bgb, bgg, gbb, gbg, ggb, ggg}. If boys and girls are equally likely, then the eight simple events are equally likely. Assuming that boys and girls are equally likely, find the probability of getting three children all of the same gender when three children are born. (In reality, a boy is slightly more likely than a girl.)

Solution

The sample space {bbb, bbg, bgb, bgg, gbb, gbg, ggb, ggg} in this case includes equally likely outcomes. Among the eight outcomes, there are exactly two in which the three children are of the same gender: bbb and ggg. We can use the classical approach to get

$$P(\text{three children of the same gender}) = \frac{2}{8} = 0.25$$

Basic Rules for Counting Probability

Rule 3: <u>Subjective</u> Probability

- Based on **feeling** or knowledge
- **Example 6** **Subjective Probability: Stuck in an Elevator**

  What is the probability that you will get stuck in the next elevator that you ride?

  Solution

  In the absence of historical data on elevator failures, we cannot use the relative frequency approach. There are two possible outcomes (becoming stuck or not becoming stuck), but they are not equally likely, so we cannot use the classical approach. That leaves us with a subjective estimate. In this case, experience suggests that the probability is quite small. Let's estimate it to be, say, 0.0001 (equivalent to 1 chance in 10,000). That subjective estimate, based on our general knowledge, is likely to be in the general ballpark of the true probability.

- Berapa peluang hari ini akan hujan di Jakarta?

Example

1. Dalam suatu kardus, terdapat 100 barang. 25 diantaranya rusak. Jika kita secara random mengambil 1 barang dari kardus tsb, berapakah peluang bahwa barang yang kita ambil rusak?
   25/100 = 0.25
2. Data tingkat upah bulanan karyawan (dalam ribu rupiah).

upah	55	65	75	85	95	105	115
f	8	10	16	14	10	5	2

65

   Jika kita bertemu dengan salah satu karyawan, berapa peluang bahwa dia adalah karyawan dengan upah 65 ribu? 105 ribu?

Sample Space (Ruang Sampel)

- Sample space = semua kemungkinan yang dapat terjadi
- Contoh:
  - Pelemparan koin Rp. 500 → sample space = {garuda, melati} → {head, tail}
  - Pelemparan dadu → sample space = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
  - Pengambilan sebuah kartu dari satu set kartu bridge → 52 kartu → 26 merah, 26 hitam.

How to calculate the sample space?

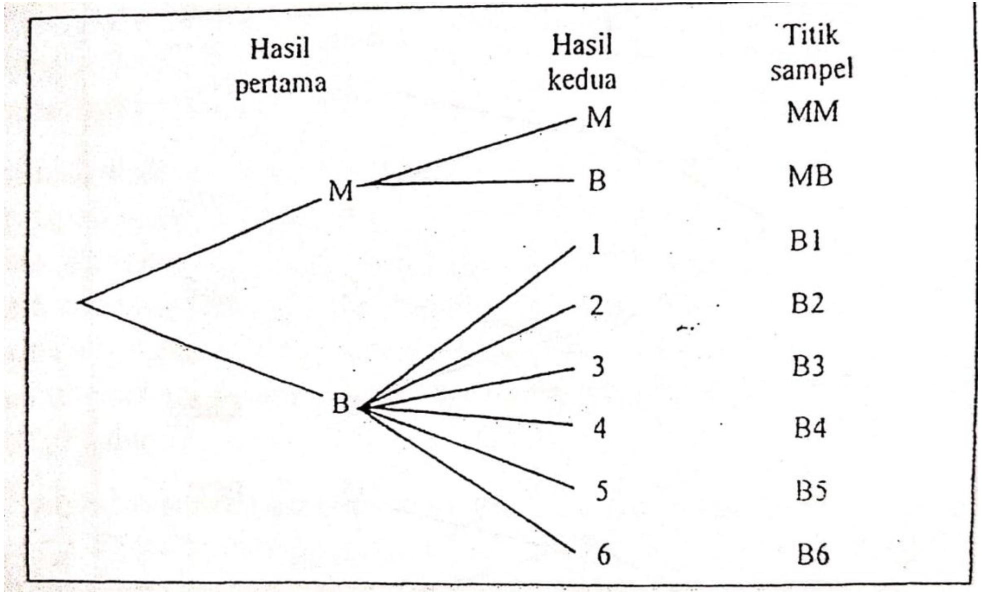
1. List manually → didaftarkan satu-satu atau digambarkan melalui tree diagram
2. Perkalian (multiplication)
   a. Untuk 2 event yang independen.
   b. Jika event I dapat terjadi dalam *m* cara dan event II dapat terjadi dalam *n* cara, maka jumlah kemungkinan yang dapat terjadi adalah *m x n*.
3. Permutasi
4. Kombinasi

Computing Sample Space: (1) Manual List

Contoh kasus 1:

Sebuah koin dilemparkan, jika muncul muka (M), maka lemparkan koin sekali lagi. Namun, jika yang muncul adalah belakang (B), maka lemparkan sebuah dadu.

Dapat menggunakan bantuan ***tree diagram***



Sample space = {MM, MB, B1, B2, B3, B4, B5, B6}

Counting Sample Space: (2) Multiplication

Teorema:

- Ketika sample space-nya besar, tidak mungkin lagi di-list satu per satu.
- Bila suatu operasi **I** dapat dikerjakan dengan **n1** cara,
- dan untuk tiap operasi **I**, operasi **II** dapat dikerjakan dengan **n2** cara,
- Dan tiap operasi **II**, operasi **III**, dapat dikerjakan dengan **n3** cara, dst,
- maka deretan **k operasi** dapat dikerjakan dengan **n1*n2*n3*...*nk**.

Contoh 1: → 1 → 1,2,3,4,5,6 → 2 → 1,2,3,4,5,6

Sepasang dadu, dilemparkan sekali, maka jumlah titik sampelnya = 6*6 = 36

- Operasi I: dadu pertama = 6 cara
- Operasi II: dadu kedua = 6 cara.

6	6

= 6*6 = 36 cara

Contoh Counting Sample Space dg Multiplication

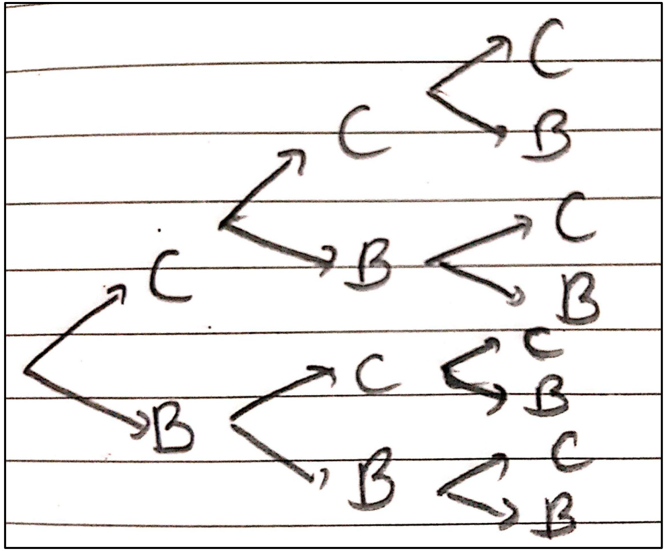
Tiga barang dipilih secara acak dari suatu pabrik. Tiap barang diperiksa dan dilabeli cacat (C) atau baik (B).

Maka ruang sampelnya adalah:
{CCC, CCB, CBC, CBB, BCC, BCB, BBC, BBB}

Dengan rumus perkalian:

2	2	2

$= 2 * 2 *2 \;\; = 8$



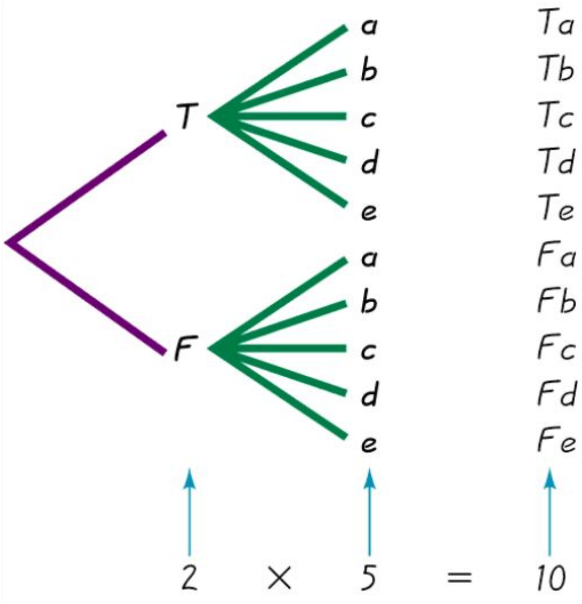
Contoh Counting Sample Space dg Multiplication (2)

- Rapid test: (1) reaktif, (2) nonreaktif → 2 cara
- Swab: (1) positif, (2) negatif. → 2 cara
- Kemungkinan yang dapat terjadi = 2 x 2 = 4
  1) reaktif - positif, 2) reaktif - negatif, 3) nonreaktif - positif, 4) nonreaktif - negatif.

Contoh Counting Sample Space dg Multiplication (3)

This figure summarizes the possible outcomes for a true/false question followed by a multiple choice question.

Note that there are 10 possible combinations.



2	5

= 2*5 = 10

Contoh 2:

Pasca lulus STAN:

- Life: nikah/berkarir dulu → **2**
- penempatan: pusat/daerah → **2**
- Instansi: BPK, Bea Cukai, KPPN, DJPB, BPS → **5**

Jumlah titik sampel kemungkinan kejadian: **2 * 2 * 5 = 20**

1. Nikah, pusat, BPK
2. Nikah, pusat, bea cukai.
3. ...
4. ....

   ...

   ....

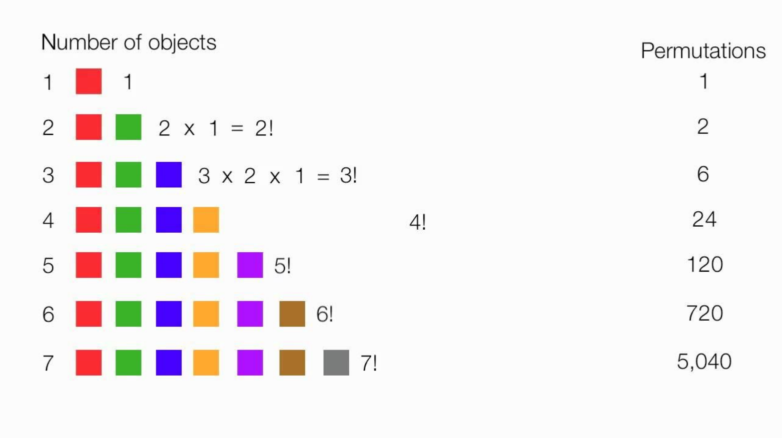
20. Berkarir dulu, daerah, BPS

Counting Sample Space: Permutation

- arranging the items in a set (some or all of them) into a sequence/order
- **Order matters** → **abc ≠ bca**
  - **rearrangements of the same items** are considered **different** sequences

Macam-macam kasus permutasi

1. All items are different → takes all
   - A collection of **n different items can be arranged in order n! different ways**
   - Formula: jumlah permutasi = **n!** = n*(n-1)*(n-2)*...*1
   - ! = faktorial
   - Misal: a, b, c → dapat disusun dalam 3! cara **= 3*2*1 = 6**
   - **abc, acb, bac, bca, cab, cba.**
   - Nilai khusus untuk faktorial:
     - **1! = 1**
     - **0! = 1**
   - Berapa permutasi yang dapat dibuat dari huruf: s, t, a, n? → 4! = 24



Contoh 4

Given the numbers 1, 2, 5, 6, 9

- How many 3-digit numbers that could be made?

5	5	5

  125, 126, dst
- How many 3-digit numbers that could be made, if each number cannot be use twice?

5	4	3

- How many **3-digit even** numbers that could be made, if each number **cannot be use twice**?

4	3	2

Macam-macam kasus permutasi (2)

- All items are different → take some
- There are **n different items** available.
- We select **r of the n** items.
- Contoh
  - Huruf: s, t, a, n
  - Berapa banyak permutasi yang bisa dibuat yg terdiri dari 2 huruf saja?
    - st, sa, sn, ts, ta, tn, as, at, an, ns, nt, na → 12
- Formulate it?
  - ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
  - ${}_4P_2 = 12 \rightarrow \frac{4!}{2!} = \frac{4*3*2!}{2!} = 12$

Contoh 1

Dari 20 lotere, dua diambil untuk hadiah pertama dan kedua. Hitunglah sample space yang mungkin dibuat.

Answer:

Kasus permutasi $\rightarrow {}_{20}P_2 =$

$$\frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = \frac{20 \times 19 \times \cancel{18!}}{\cancel{18!}}$$
$$= 20 \times 19$$
$$= 380$$

Macam-macam kasus permutasi (3)

- There are **same items** → take all
- There are **n items available**, and some items are **identical** to others.
- We **select all** of the n items
- We consider **rearrangements of distinct items** to be **different** sequences.

$$\frac{n!}{n_1! \,.\, n_2! \,\ldots\ldots\ldots\, n_k!}$$

- Contoh:

Ada berapa cara untuk menyusun 9 bola lampu yang dirangkai seri, jika 3 diantaranya berwarna merah, 4 kuning, dan 2 biru?
Jawab:

$$\frac{9!}{3!*4!*2!}=\frac{9*8*7*6*5*4!}{3!*4!*2!}=\frac{9*8*7*6*5}{3!*2!}=1260$$

Combination

- Similar to permutation but **order doesn't matter** → ABC = CBA → **order doesn't matter**.

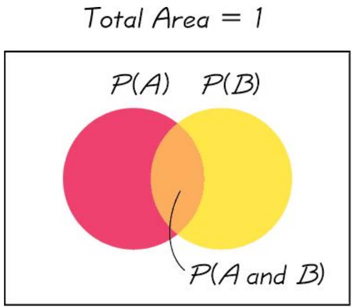
$$ {}_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} $$

Jenis-Jenis Kejadian (Events)

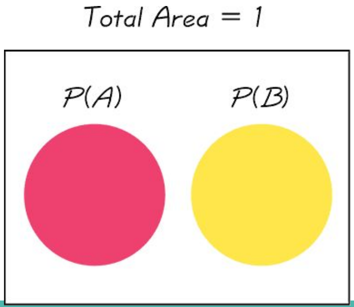
- Penting ketika kita perlu menentukan total kejadian sebagai “denominator/penyebut” dalam menghitung peluang.
- Based on its complexity
  - Simple → 1 kejadian
  - Compound → >1 kejadian
- Compound can be further described as:
  - Join
  - Mutually Exclusive a.k.a disjoint Events (Saling Lepas)
    - Impossible to occur at the same time. → hidup - mati, sehat - sakit, siang - malam, koin head - tail.
  - Dependent
  - Independent (saling bebas) → tidak saling mempengaruhi

Compound Events

- Joint event → punya irisan

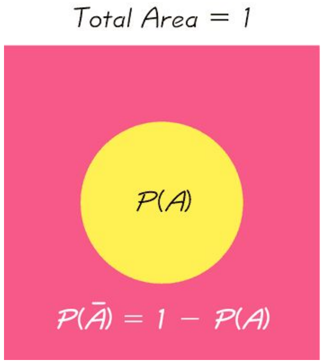


- Disjoint event (mutually exclusive) → tidak punya irisan, saling lepas



P(A atau B) =
$P(A \cup B)$ =
P(A) + P(B)

- Complementary event → area di luar intention kita.



$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

Independent vs Dependent Events

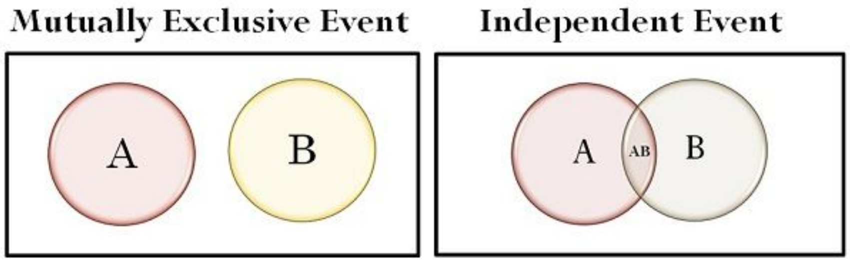
- Independent = the occurrence of one **does not affect** the probability of the occurrence of the other. → **tidak ada korelasinya**
    - Jenis kelamin anak pertama dan anak kedua
    - Tinggal di Jakarta dan berkuliah di STAN
    - **Taking with replacement**: sebuah box berisi 3 bola merah dan 2 bola biru. mengambil sebuah bola dari box → bola warna merah (⅗) → dikembalikan → kemudian mengambil bola lagi → warna biru (⅖)
    - Jika A dan B independent → P(A dan B) = **$P(A \cap B) = P(A). P(B)$**

- Dependent = the other way around
    - Airflight: Late arrival dipengaruhi oleh late departure.
    - **Taking without replacement**: sebuah box berisi 3 bola merah dan 2 bola biru. mengambil sebuah bola dari box → bola warna merah (⅗) → tdk dikembalikan → kemudian mengambil bola lagi → warna biru (2/4)

Handling Probability of > 1 Event

- = menghitung peluang terjadinya beberapa kejadian sekaligus
- Misal:
  - Peluang terambil bola merah dan biru dari dalam kotak secara random
  - Peluang mata dadu 3 dan 4 saat dua buah dadu dilemparkan.

Mutually Exclusive ≠ Independent



- Mutually exclusive: peluang munculnya garuda dan melati pada koin 500
- Independent event: pemilu di US dengan harga cabai di pasar Indonesia

Comparison Chart

BASIS FOR COMPARISON	MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS	INDEPENDENT EVENTS
Meaning	Two events are said to be mutually exclusive, when their occurrence is not simultaneous.	Two events are said to be independent, when the occurrence of one event cannot control the occurrence of other.
Influence	Occurrence of one event will result in the non-occurrence of the other.	Occurrence of one event will have no influence on the occurrence of the other.
Mathematical formula	P(A and B) = 0	P(A and B) = P(A) P(B)
Sets in Venn diagram	Does not overlap	Overlaps

Computing the Probability of > 1 event

1. P(A and B) → peluang **A dan B (both)** terjadi → **multiplication rule**
   a. **P(A ∩ B) → P(A).P(B)** → independent
   b. **P(A ∩ B) = P(A) • P(B|A)** → dependent

2. P(A **or** B) → "or" means either A or B or both → **addition** rule.
   a. **P(A or B) = P(A) + P(B) – P(A and B)** → agar tidak ada duplikasi penghitungan.

3. P(B|A) → peluang B bersyarat A → peluang terjadinya B jika A terjadi duluan. → **dependent events.**

P(A and B)

- **Multiplication** rule
- P(A and B) = $P(A \cap B)$ =
  - P(A)*P(B) → jika A dan B independent
  - P(A) * P(B|A) → jika A dan B dependent
- Beware of <u>**“without replacement”**</u> and <u>**“with replacement”**</u>
- Contoh:

Example 1 **Drug Screening**

Let’s use only the 50 test results from the subjects who use drugs (from Table 4-1), as shown below:

Positive Test Results:	44
Negative Test Results:	6
Total Results:	50

a. If 2 of the 50 subjects are randomly selected *with replacement*, find the probability that the first selected person had a positive test result and the second selected person had a negative test result.

b. Repeat part (a) by assuming that the two subjects are selected *without* replacement.

1) With replacement: $\frac{44}{50} \times \frac{6}{50} = 0{,}106$

2) Without replacement = $\frac{44}{50} \times \frac{6}{49} = 0{,}108$

1 pos, 1 neg

Additional Explanation for Drug Screening Case

1. Perhatikan bahwa dalam soal di-require, bahwa orang pertama positif (P) dan orang kedua negatif (N). Berarti hasil yang kita mau adalah P(PN). Sehingga kita harus melakukan multiplikasi antara peluang orang pertama positif dengan peluang orang kedua negatif.

2. 'With replacement' → ini berarti kejadian pertama (positif) tidak akan mempengaruhi kejadian kedua (negatif). Artinya P dan N adalah 2 kejadian independent. Ingat rumus **P(A ∩ B) = P(A)*P(B)** → **jika A dan B independent**, maka P(P ∩ N) = P(P) * P(N) = (44/50) * (6/50) = 0.106.

3. 'Without replacement' → ini berarti kejadian pertama (positif) akan mempengaruhi kejadian kedua (negatif). Artinya P dan N adalah 2 kejadian dependent. Ingat rumus **P(A ∩ B) = P(A) * P(B|A)** → **jika A dan B dependent**, maka P(P ∩ N) = P(P) * P(N|P) = (44/50) * (6/49) = 0.108.

P(A and B) : contoh 2

Misal ada sebuah kotak berisi 20 baterai, yang 5 diantaranya merupakan baterai bekas. 2 Baterai diambil **satu per satu** secara acak. Berapa peluang kedua baterai tsb bekas?

- With replacement = $P(A \cap B) = P(A) * P(B) = (5/20) * (5/20) = 1/16$
- Without replacement = $P(A \cap B) = P(A) * P(B) = (5/20) * (4/19) = 1/19$

Example for P(A or B) → Addition Rule

P(A or B) = P(A) + P(B) – P(A and B)

Dari 100 siswa, diketahui 54 belajar matematika, 69 belajar sejarah, 35 belajar keduanya. Bila seorang siswa dipilih secara acak, hitunglah peluangnya dia:

a. Belajar matematika **atau** sejarah.
$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S) = (54/100) + (69/100) - 35/100 = 88/100 = 22/25$

b. Tidak belajar satupun dari keduanya
$P(M' \cap S') = 1 - P(M \cup S) = 1 - (88/100) = 12/100 = 3/25$

c. Belajar sejarah tapi tidak matematika
$P(S \cap M') = P(S) - P(M \cap S) = (69/100) - (35/100) = 34/100 = 17/50$

Example for P(A or B) $\rightarrow$ mutually exclusive

Berikut adalah hasil pengecekan kondisi pengiriman 4000 paket. Berapakah peluang bahwa suatu paket tiba dalam kondisi baik atau rusak sedang?

Kondisi	prob
baik	0.025
rusak ringan	0.5
rusak sedang	0.075
rusak berat	0.4

$P(B \cup RS) = P(B) + P(RS) = 0.025 + 0.075 = 0.1$

Conditional Probability (Peluang Bersyarat)

- adjust the probability of the second event to reflect the outcome of the first event.
- The probability for the second event B should take into account the fact that the first event A has already occurred/known.
- Notation: P(B|A) → read: "B given A".

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$$

- $P(B|A) \neq P(A|B)$

Contoh

pendidikan	pria	wanita	
SD	38	45	83
SM	28	50	78
PT	22	17	39
	88	112	200

Sampel acak 200 orang dewasa dikelompokkan menurut jenis kelamin dan pendidikan. Bila seseorang diambil secara acak dari kelompok ini, cari peluangnya bahwa dia seorang:

a. Pria, bila diketahui pendidikannya SM
b. Tidak berpendidikan PT, bila diketahui dia wanita.

Answer:

a) $P(P|SM) = \frac{P(P \cap SM)}{P(SM)} = \frac{28}{78} = \frac{14}{39}$

b) $P(PT'|W) = \frac{P(PT' \cap W)}{P(W)} = \frac{95}{112}$

Contoh Lagi

$$P(B|A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$$

Di suatu daerah terdapat 100 orang: 40 lulusan universitas, 20 bekerja sendiri, 10 lulusan universitas **dan** bekerja sendiri, sisanya bukan lulusan universitas dan tidak bekerja sendiri. Bila 1 orang dipilih secara acak, berapakah peluangnya bahwa **dia adalah lulusan universitas yang bekerja sendiri?**

U= lulusan universitas
S = bekerja sendiri

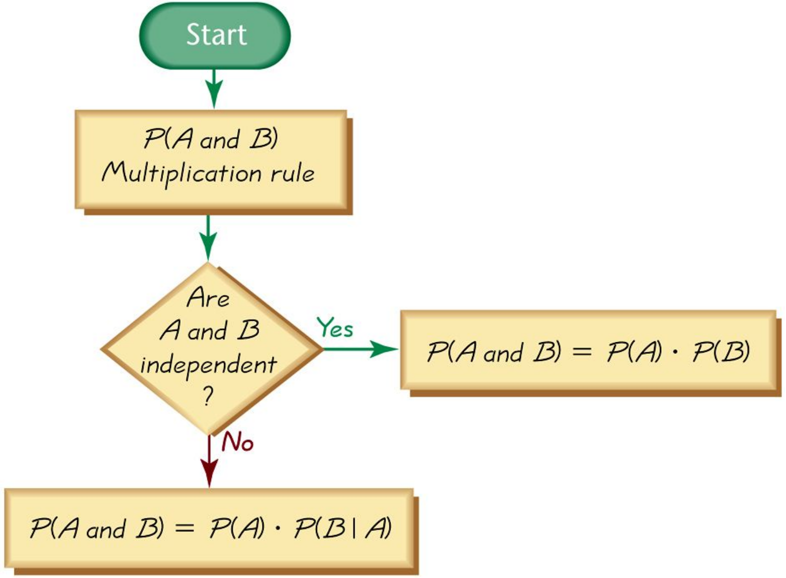
	S	S'	
U	10	30	40
U'	10	50	60
	20	80	100

P(U|S) = P(U ∩ S) / P(S) = 0.1 / 0.2 = 0.5

Multiplication Rule & Dependent Events

P(A and B) = P(A)*P(B) → independent

P(A and B) = P(A) • P(B|A) → dependent



Refreshing Questions

1. Bila suatu percobaan terdiri dari pelemparan sebuah dadu, kemudian diikuti dengan memilih satu huruf secara acak dari 26 alfabet, ada berapa titik dalam ruang sampel?
   Answer:
   $6*26 = 156$

2. Dari 5 orang: A, B, C, D, E, kita akan membentuk suatu tim yang terdiri dari 1 ketua, 1 sekretaris, dan 1 bendahara. Berapakah banyaknya kemungkinan tim yang dapat dibentuk?

   $5P3 = 5!/(5-3)! = 5!/2! = 60$

Refreshing Questions (2)

3. Dari 5 orang: A, B, C, D, E, kita akan diambil 3 orang untuk dikirim sebagai tim perwakilan sekolah ke kompetisi nasional. Ada berapa kemungkinan tim yang dapat dibentuk?
   Answer:
   5C3 = 5!/(2! * 3!) = 10

Refreshing Questions (3)

4a. Ada sebuah kotak berisi 3 bola merah dan 2 bola putih. Diambil 2 bola secara random (without replacement). Berapa peluangnya memperoleh kedua2nya bola merah:

Answer:
P(MM) = (⅗) * (2/4) = 6/20 = 3/10

Selain itu, karena kedua bola yang terambil merah, maka tidak masalah bola merah mana yang terambil duluan → order doesn't matter. Maka, problem ini juga bisa kita selesaikan dengan pendekatan kombinasi.

a) Kedua-duanya merah

$$\frac{{}^3C_2}{{}^5C_2} = \frac{\frac{3!}{2!\,1!}}{\frac{5!}{2!\,3!}} = \frac{\frac{3\times\cancel{2!}}{\cancel{2!}\,1!}}{\frac{5\times\cancel{4}^{2}\times\cancel{3!}}{\cancel{2!}\times\cancel{3!}}} = \frac{3}{10}$$

Refreshing Questions (3)

4b. Ada sebuah kotak berisi 3 bola merah dan 2 bola putih. Diambil 2 bola secara random. Berapa peluangnya memperoleh 1 bola merah dan 1 bola putih (without replacement).

Answer:

- Di soal, tidak tidak ada requirement apakah harus bola merah dulu yang terambil atau bola putih.
- Maka, memperoleh 1 bola merah dan 1 bola putih, bisa terjadi dalam 2 cara: Pengambilan pertama merah, kedua putih, atau sebaliknya → {MP, PM}
- P(MP) = (⅗) * (2/4) = 3/10
- P(PM) = (⅖) * (¾) = 3/10
- Thus, peluang memperoleh 1 bola merah dan 1 bola putih = P(MP) + P(PM) = 3/10 + 3/10 = 6/10 = ⅗
- Ini juga bisa dipandang sebagi kasus kombinasi dimana:

b) 1M & 1P

$$= \frac{{}^3C_1 * {}^2C_1}{{}^5C_2} = \frac{3 \times 2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Refreshing Questions (3)

4c. Ada sebuah kotak berisi 3 bola merah dan 2 bola putih. Diambil 2 bola secara random. Berapa peluangnya memperoleh Minimal ada 1 bola merah.

Answer:

{MM, MP} → 1 - P(PP)

Cara 1

Minimal ada 1 merah = {MM, MP}

$P(MMMP) = P(MM) + P(MP)$

$= \frac{3}{10} + \frac{3}{5} = \frac{9}{10}$

Cara 2

Peluang tidak ada yg merah : → semua putih

$\frac{^2C_2}{^5C_2} = \frac{1}{10}$

Same result:
⅖ * ¼ = 1/10

Peluang minimal 1 merah

$= 1 - P(\text{semua putih})$

$= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

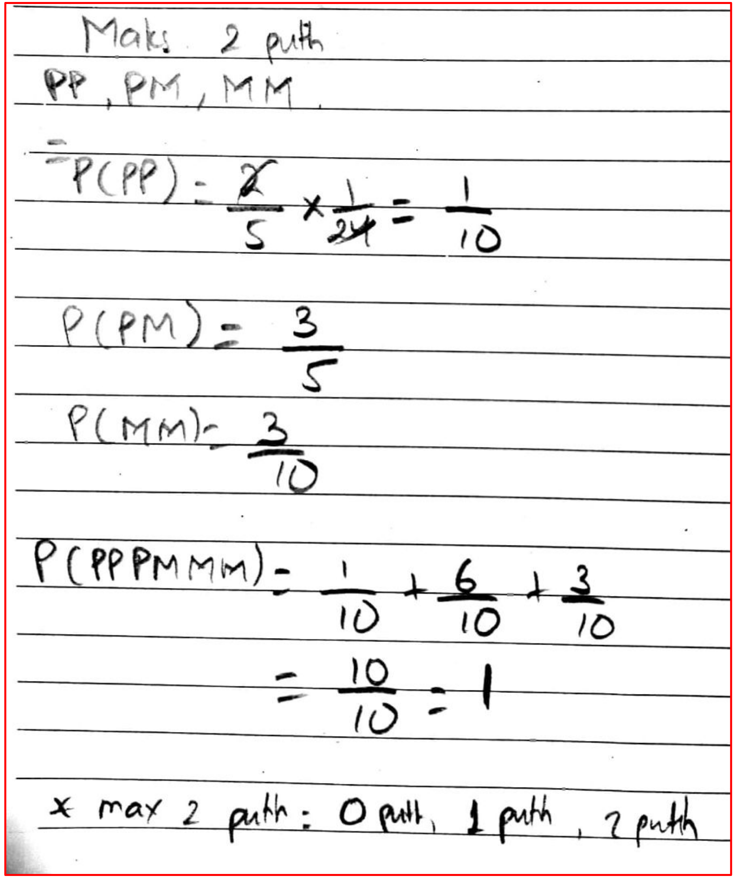
Refreshing Questions (3)

4d. Ada sebuah kotak berisi 3 bola merah dan 2 bola putih. Diambil 2 bola secara random. Berapa peluangnya memperoleh: **Maksimal** ada 2 bola putih.

Answer:

Max 1 bola putih = {PP, PM, MM}.

P(PPPMMM) = (⅖ * ¼) + (⅖ * ¾) + (⅗ * 2/4) = 1/10 + 3/10 + 3/10 = 7/10



Maks 2 putih

PP, PM, MM

$P(PP) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

$P(PM) = \frac{3}{5}$

$P(MM) = \frac{3}{10}$

$P(PPPMMM) = \frac{1}{10} + \frac{6}{10} + \frac{3}{10}$

$= \frac{10}{10} = 1$

* max 2 putih: 0 putih, 1 putih, 2 putih

Refreshing Questions (4)

5. Jika $P(A) = 0.3$ dan $P(B) = 0.4$ dan $P(A \cap B) = 0.20$, apakah A dan B adalah event yang independen?
   Answer:
   $P(A)*P(B) = 0.12 \neq 0.20$ → bukan independent events

Refreshing Questions (5)

Seorang penembak jitu mempunyai probabilitas 0.8 untuk mengenai sasaran. Jika dia melakukan 7x tembakan, berapa peluang bahwa 3 diantaranya meleset?

Answer:

S1, S2, S3, S4, S5, S6, S7

TEPAT = 0.8, meleset = 0.2

$P(S) = 0,8$

$P(S') = 1 - 0,8 = 0,2$

Peluang 3 tembakan meleset dari 7 tembakan

$= P(S_1' \cap S_2' \cap S_3' \cap S_4 \cap S_5 \cap S_6 \cap S_7)$

$= 0,2 * 0,2 * 0,2 * 0,8 * 0,8 * 0,8 * 0,8$

$= (0,2)^3 * (0,8)^4$

Kemungkinan kombinasi tembakan meleset – jitu $= {}^7C_3$

Sehingga peluangnya adalah : ${}^7C_3 * (0,2)^3 * (0,8)^4$

$= \frac{7!}{3!\,4!} * (0,2)^3 * (0,8)^4$

$= 35 * (0,2)^3 * (0,8)^4$

$= 0,1147$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$$

0.2/0.25

Refreshing Questions (6)

Pabrik perakitan radio mempunyai 2 unit produksi, yaitu unit I dan II. Unit I memproduksi 65% sedangkan unit II memproduksi 35%. Menurut catatan, secara umum produksi dari unit I rusak adalah 20% dan produksi dari unit II rusak adalah 5%. Jika sebuah radio dipilih secara random dan ternyata rusak, berapa probabilitanya bahwa radio tsb diproduksi oleh unit I?

	R	TR	
U1	0.2	0.45	0.65
U2	0.05	0.3	0.35
	0.25	0.75	1

$$P(U1 \mid R) = \frac{P(U1 \cap R)}{P(R)}$$

$$= \frac{0{,}2}{0{,}25} = 0{,}8$$

Refreshing Question (7)

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \ldots \ldots \ldots \ldots n_k!}$$

Ada berapa macam permutasi yang bisa dibentuk dari huruf pada kata "infinity"?

Answer:

Infinity = 8 huruf

i=3, n=2, f=1, t=1, y=1 $\rightarrow$ $\boxed{\frac{8!}{3!2!1!1!1!}=3360}$

Thank You

Random Numbers

- Simulations needs random number.
- Random number with R

Contoh 3

Di suatu restoran

1. Appetizer:
    a. Bruschetta
    b. Garlic bread
    c. French fries
2. Entree
    a. Chicken
    b. Lamb
    c. salmon
3. Dessert:
    a. Pudding
    b. Ice cream

Ada berapa cara untuk menyajikan the full course:

Permutasi n benda yang disusun melingkar

- Rumus (n-1)! → 1 element harus dianggap tetap (tidak boleh berubah).
- Example:
  - 4 orang pemain bridge, duduk mengelilingi sebuah meja.
  - Cara mengatur duduk = (4-1)! = 3! = 3*2 = 6

The probability of at least one

$P(\text{at least one}) = 1 - P(\text{none})$.

No	events	
1	Independent → kejadian saling bebas, tidak mempengaruhi satu sama lain	Perkalian (m x n)
2	Mutually exclusive → saling lepas, tidak mungkin terjadi bersama-sama.	Penjumlahan (m + n)