Den elektriske feltstyrken i punktet $\mathbf{r}$ fra en ladning q plassert i punktet $\mathbf{r}_0$ er

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|^3}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0).$$

Hvis vi plasserer Q_1 i $\mathbf{r}_0 = 0$ og Q_2 i $\mathbf{r}_0 = a\ \hat{\mathbf{i}}$ så har vi at bidragene til den elektriske feltstyrken fra hver av ladningene er

$$\mathbf{E}_1(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{|x-0|^3}(x-0)\ \hat{\mathbf{i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{|x|^3}x\ \hat{\mathbf{i}},$$

$$\mathbf{E}_2(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{|x-a|^3}(x-a)\ \hat{\mathbf{i}}.$$

For å finne punktet x der den totale elektriske feltstyrken er null så setter vi $\mathbf{E}_1(x) + \mathbf{E}_2(x) = 0$ som gir

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{|x|^3}x + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{|x-a|^3}(x-a) = 0,$$

$$\frac{Q_1}{|x|^3}x + \frac{Q_2}{|x-a|^3}(x-a) = 0,$$

$$\frac{Q_1}{|x|^3}x = \frac{Q_2}{|x-a|^3}(a-x).$$

$$\frac{Q_1}{|x|^3}x = \frac{Q_2}{|a-x|^3}(a-x).$$

Siden ladningene har samme fortegn, kan den elektriske feltstyrken kun være null et sted mellom ladningene. Det betyr at $0 < x < a$. Da er

$$\frac{x}{|x|^3} = \frac{x}{x^3} = \frac{1}{x^2}$$

og

$$\frac{a-x}{|a-x|^3} = \frac{a-x}{(a-x)^3} = \frac{1}{(a-x)^2}$$

slik at vi kan forenkle til

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(a-x)^2}$$

$$\frac{x^2}{Q_1} = \frac{(a-x)^2}{Q_2}$$

$$\frac{Q_2}{Q_2} x^2 = a^2 - 2ax + x^2$$

$$\left(1 - \frac{Q_2}{Q_2}\right) x^2 - 2ax + a^2 = 0$$

Denne løser vi med abc-formelen:

$$x_\pm = \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 - 4\left(1 - \frac{Q_2}{Q_2}\right) a^2}}{2\left(1 - \frac{Q_2}{Q_2}\right)}$$

Trekker ut faktoren $4a^2$ fra innsiden av kvadratroten:

$$x_{\pm} = \frac{2a \pm 2a\sqrt{1 - \left(1 - \dfrac{Q_2}{Q_2}\right)}}{2\left(1 - \frac{Q_2}{Q_2}\right)}$$

Forenkler:

$$x_{\pm} = a\frac{1 \pm \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}}{\left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right)}$$

Så kan vi bruke tredje kvadratsetning $b^2 - c^2 = (b+c)(b-c)$ i nevneren:

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \left(1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\right)\left(1 - \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\right)$$

Da har vi

$$x_{\pm} = a\frac{1 \pm \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}}{\left(1 + \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}\right)\left(1 - \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}\right)}$$

$$x_{\pm} = \frac{a}{1 \mp \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}}$$

x_+-løsningen kan ikke være riktig siden den er $x_+ > a$ dersom $Q_1 > Q_2$ og $x_+ < 0$ dersom $Q_2 > Q_1$. Så den riktige løsningen er

$$x_- = \frac{a}{1 + \sqrt{\dfrac{Q_2}{Q_1}}}$$

som både er positiv og mindre enn a.