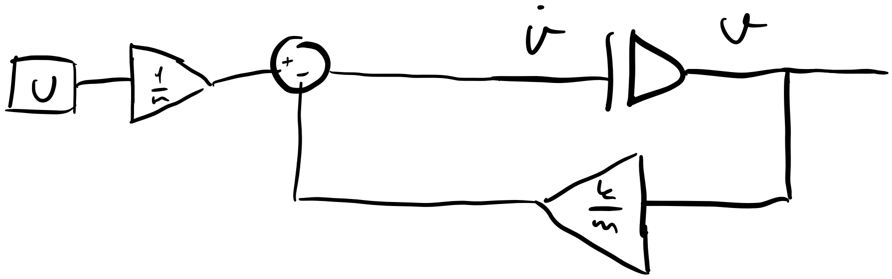
Oppgave 1: Hastighet

a) $\dot{v} = \frac{1}{m}u - \frac{k}{m}v$



Dette er et monovariabelt system siden vi har én inngang og én utgang.

v er tilbakekoblet i dette diagrammet

b)

Eulers metode er en numerisk løsning som gir en tilnærming av løsningen.
Har du diff likningen $\dot{x} = f(x)$
kan du løse den med Eulers metode

ved å beregne neste x verdi slik:

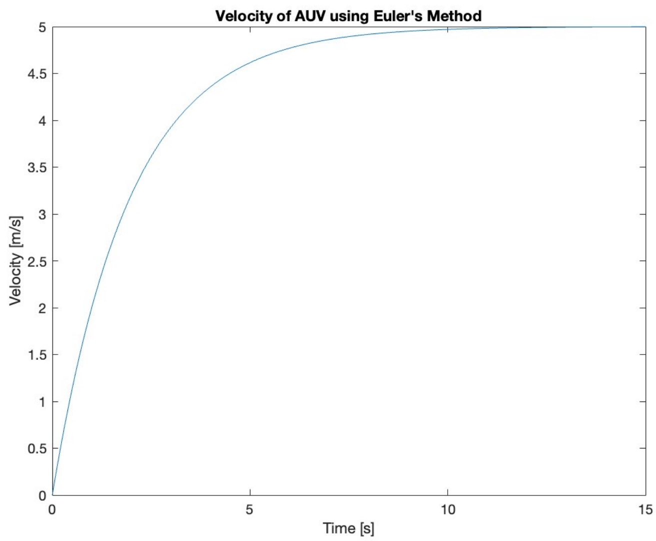
$$x_{n+1} = x_n + hf(x_n)$$

c) Vi har konstanten h som er skrittlengden mellom hver iterasjon og bestemmer nøyaktigheten. Her er det en trade-off mellom kjøre tid og nøyaktighet.

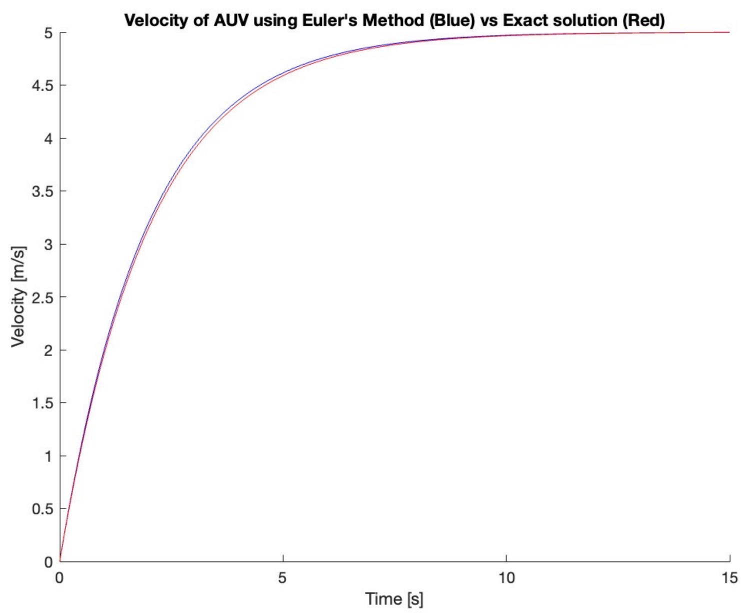
d)

d.m

```matlab
% Euler's method for AUV
% Define values
u = 500; % [N]
m = 200; % [kg]
k = 100; % [kg/s]
h = 0.1; % time step
t = 0:h:15; % range of t from t = 0 to t = 15
v = zeros(size(t));
v(1) = 0; % v(0)

% Iterate over all values of t
for n = 1:numel(t) - 1

    % Define function
    v_dot = u/m - (k/m) * v(n);

    % Find next v value
    v(n + 1) = v(n) + h * v_dot;

end

% Plot velocity
plot(t, v, "-")
xlabel('Time [s]')
ylabel('Velocity [m/s]')
title('Velocity of AUV using Euler''s Method')
```



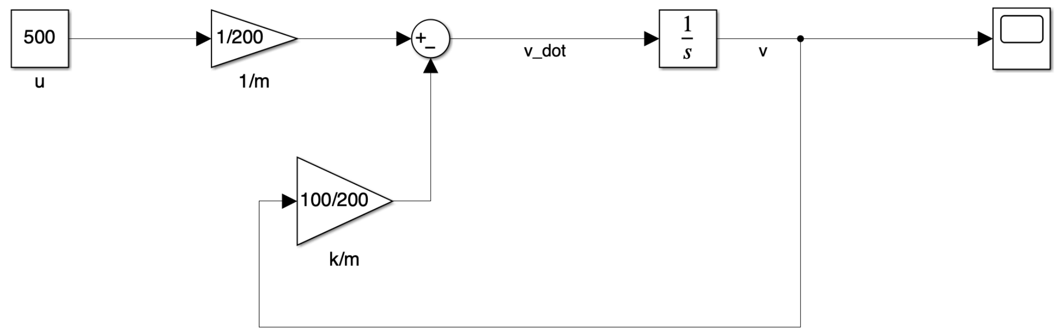
e)

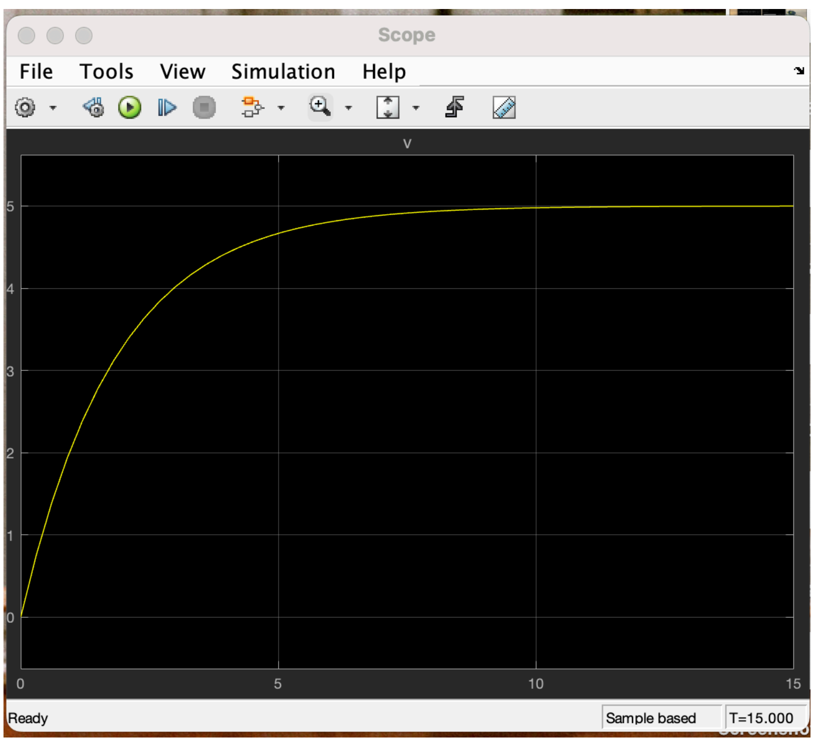


Her ser vi at Eulers metode med h=0.1 er en ganske bra tilnærming av den eksakte løsningen av v(t).
Om h hadde vært mindre vil det vært mindre forskjell mellom blå og rød, og motsatt om h hadde vært større.

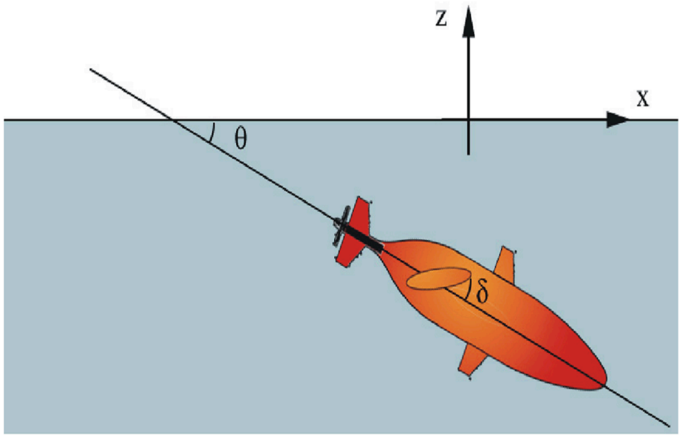
f)

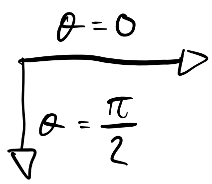
her er samme diff likning løst i Simulink med ODE 1 (Eulers metode)





Oppgave 2 : Pitch





a)

$$J\ddot{\theta} = \Sigma M$$

vi har 3 momenter som bidrar :

$$\left.\begin{array}{l} \text{Hydrodynamisk demping} : -\dot{\theta}k_2 \\ \text{Tyngdepunktet} : -\theta k_3 \\ \text{Styreflatene} : \delta k_4 \end{array}\right\} \quad \Sigma M = -\dot{\theta}k_2 - \theta k_3 + \delta k_4$$

$$\Downarrow$$

$$J\ddot{\theta} = -\dot{\theta}k_1 - \theta k_3 + \delta k_4$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{k_2}{J}\dot{\theta} + \frac{k_3}{J}\theta = \frac{\delta k_4}{J}}$$

Dette er en annen ordens diff likning som vi kan skrive som et sett av første ordens difflikninger.

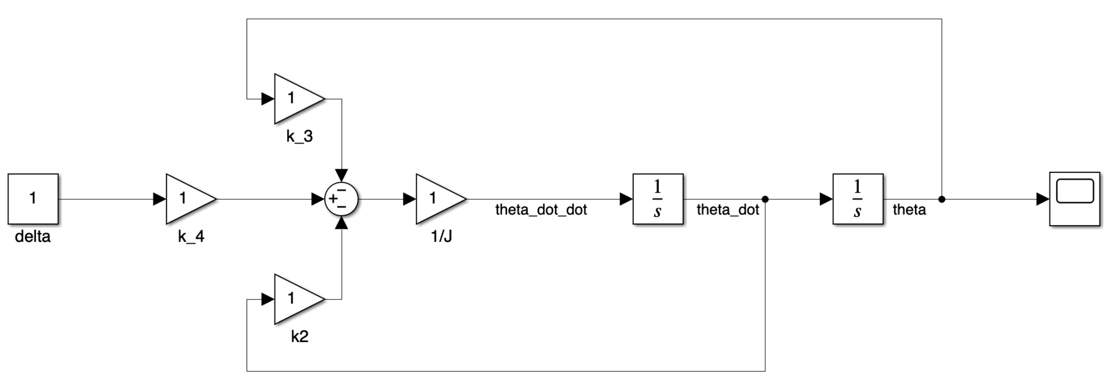
$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_2}{J}\omega + \frac{k_3}{J}\theta - \frac{\delta k_4}{J} = 0$$

$$\Downarrow$$

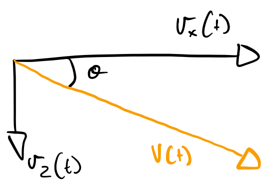
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= -\frac{k_2}{J}\omega - \frac{k_3}{J}\theta + \frac{\delta k_4}{J} \end{aligned}}$$

b)



Oppgave 3: Posisjon

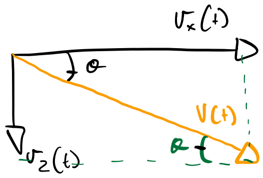
a) $(x, z) = (0, 0)$



Vi dekomponerer fartsvektoren og bruker pitch vinkelen slik at vi kan skrive

$$v_x = v \cos\theta$$
$$\Downarrow$$
$$\dot{x} = v\cos\theta$$

b) for z vil det bli



altså kan vi skrive v_z som

$$v_z = v \sin\theta \Rightarrow \dot{z} = v\sin\theta$$

c) Vi kan nå sette sammen det vi vet til ett likningssystem

1. $\dot{\theta} = \omega$

2. $\dot{\omega} = -\frac{k_2}{J}\omega - \frac{k_3}{J}\theta + \frac{\delta k_4}{J}$

3. $\dot{x} = v \cos\theta$

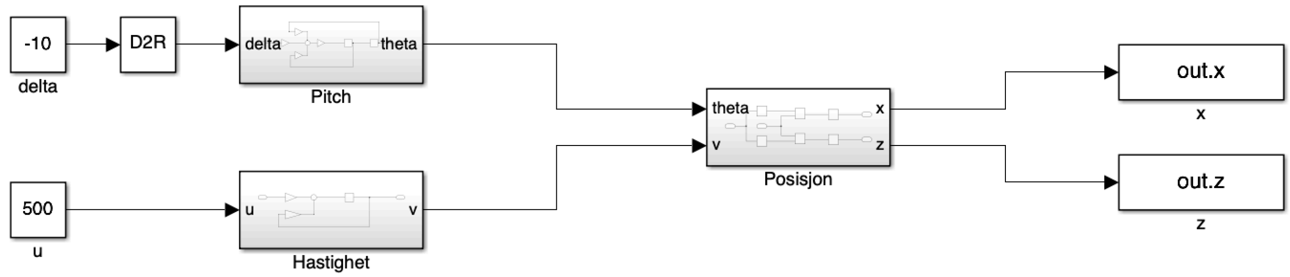
4. $\dot{z} = v \sin\theta$

5. $\dot{v} = \frac{1}{m}u - \frac{k}{m}v$

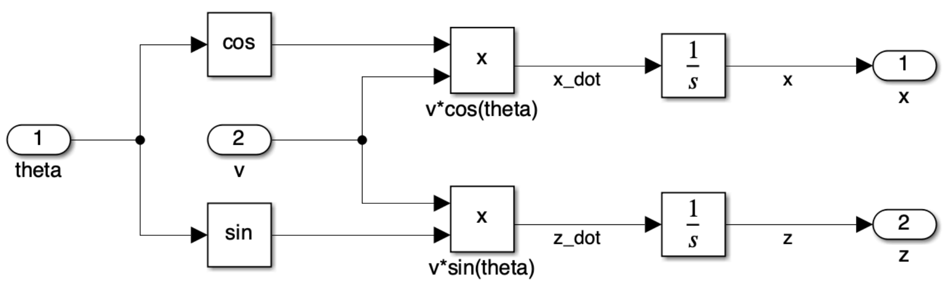
Dette er en andre ordens difflikning skrevet som flere første ordens difflikninger

Denne er multivariabel da vi har både u og δ som input og (x, z) som output.

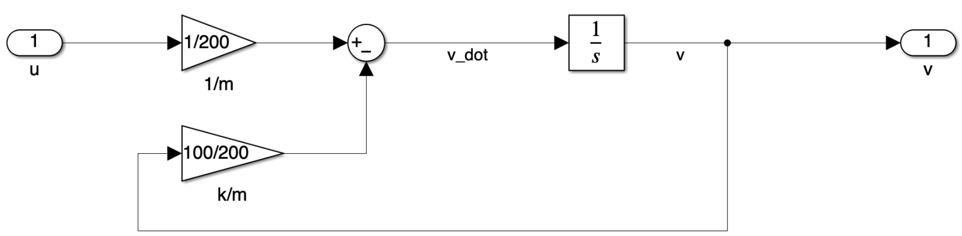
Trigonometriske funksjoner er ulinear og siden $\dot{x}$ og $\dot{z}$ er funksjoner av θ er likningsystemet ulineart e)



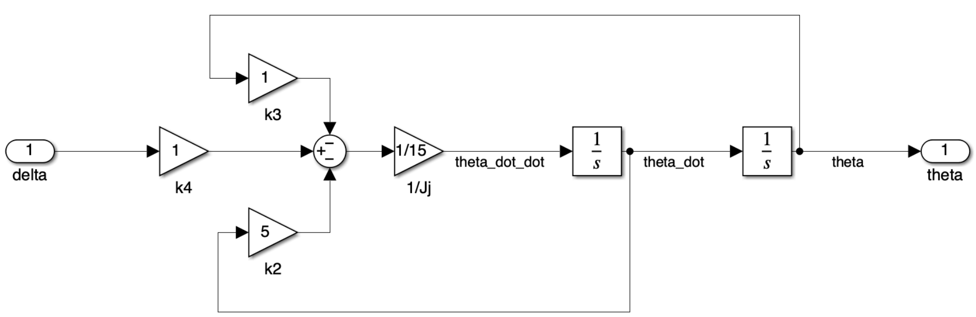
-10
delta
D2R
delta
theta
Pitch
500
u
u
v
Hastighet
theta
v
x
z
Posisjon
out.x
x
out.z
z



1
theta
cos
sin
2
v
x
v*cos(theta)
x
v*sin(theta)
x_dot
z_dot
1/s
x
z
1
x
2
z



1
u
1/200
1/m
100/200
k/m
v_dot
1/s
v
1
v

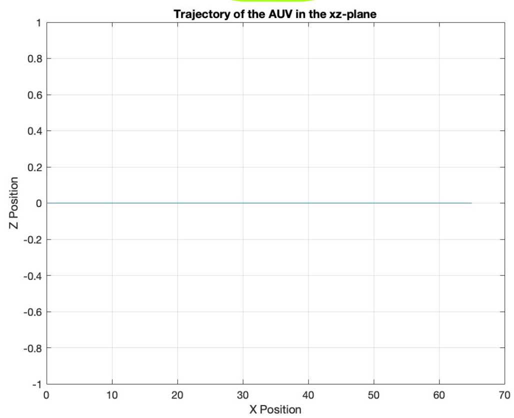


1
delta
1
k4
1
k3
5
k2
1/15
1/Jj
theta_dot_dot
1/s
theta_dot
theta
1
theta

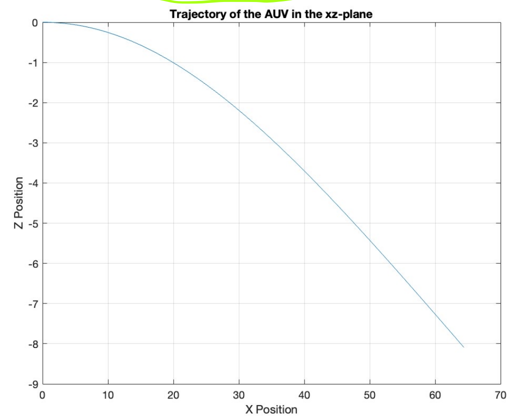
f)

(I) Når vi øker rorvinkelen vil den dykke mer aggressivt.

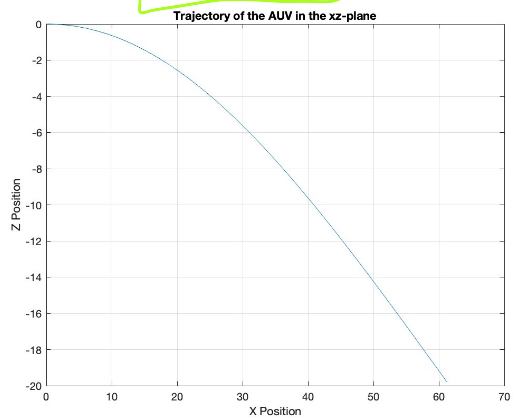
delta = 0°



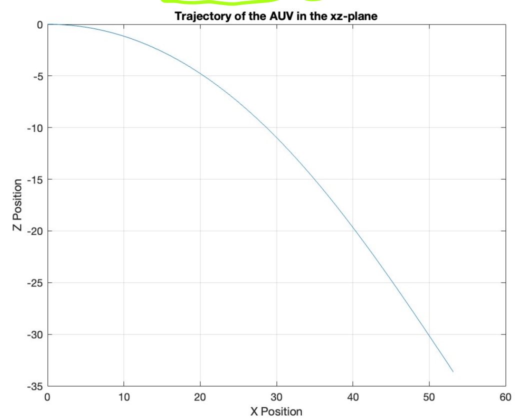
delta = 10°



delta = 25°



delta = 45°

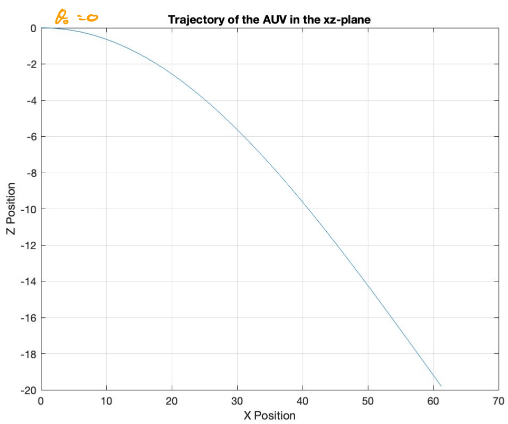


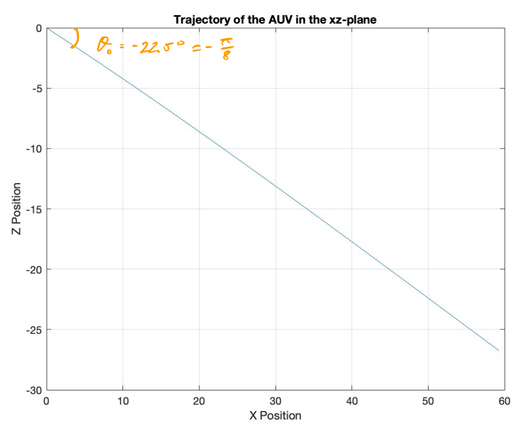
II

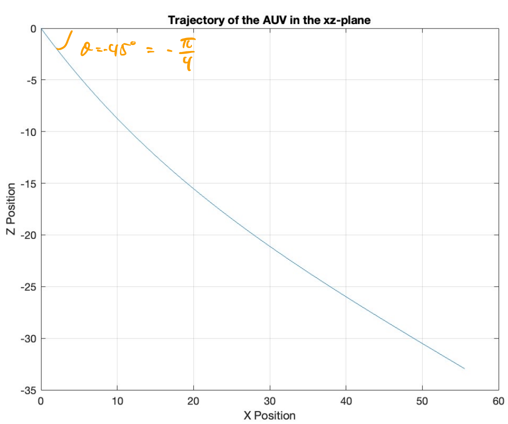
sette $u = 500\,N$ og delta $= -25^\circ$

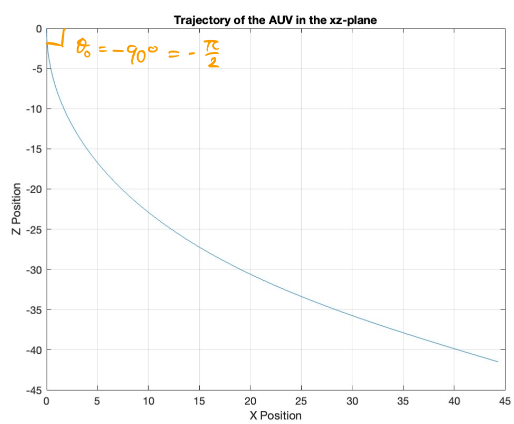
Vi tester ut ulike verdier av θ_0

$\theta_0 = 0$









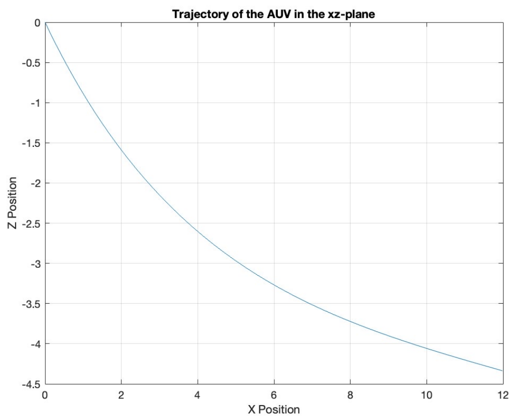
Uansett θ_0 vil trajektoren ende med samme $\dot{x}$ og $\dot{z}$.

III

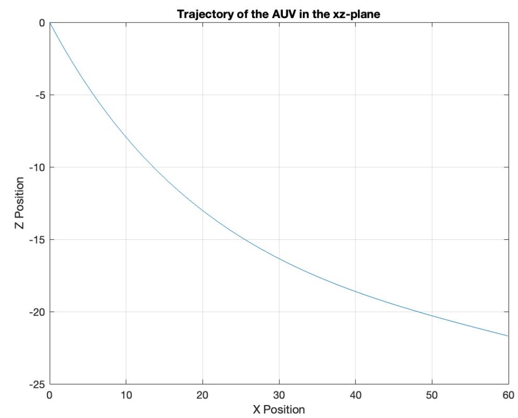
Vi setter $\delta = -10^\circ$ og $\theta_0 = -45^\circ = -\frac{\pi}{4}$

og tester for ulike verdier av U

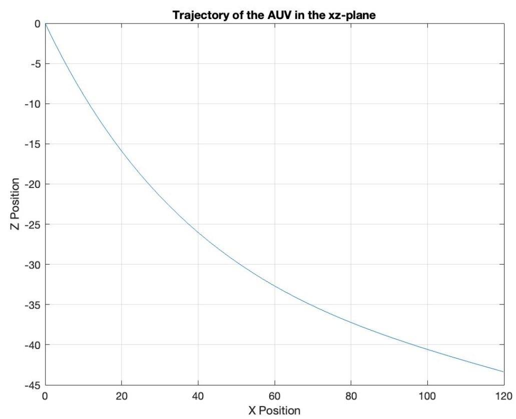
$U = 100\,N$



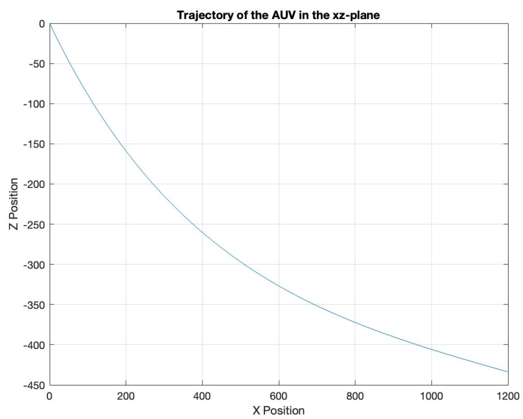
$U = 500\,N$



$U = 1000\,N$



$U = 10000$



Her er faktisk trajektoren helt lik, men du går dypere og lengre med mer pådrag. Det ville nok sett litt annerledes siden vannmotstanden er ikke egentlig proporsjonal med farten.