

**Utförd av:**

*Erik Kempe*

Kritisk massa för blandning av uranbränsle och vatten.  
**Tillämpad reaktorfysik**

## **1 Sammanfattning**

I den här rapporten undersöktes vid vilka blandningar av vatten och kärnbränsle av uran som kriticitet kan uppnås i en sfärisk och homogen blandning. Storlekarna på sfären som undersöktes var 1-100 cm med steg på en cm. En sfär med en radie mellan 10 och 100 cm kan uppnå kriticitet och minsta massan uran för att uppnå kriticitet är 5.5 kg. Mängden uran som krävs per [kg] Uran / liter kommer att vara mindre för sfärer med större radier men volymen på sfären kommer även att påverka hur mycket av uranet som måste befinna sig i sfären.

## Innehåll

<b>1</b>	<b>Sammanfattning</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Introduktion</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Metod</b>	<b>3</b>
3.1	Storheter . . . . .	3
3.2	Antaganden . . . . .	4
3.3	Ekvationer . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Resultat</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Slutsats</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>Appendix</b>	<b>6</b>

## 2 Introduktion

I den här rapporten har det undersökts vid vilka blandningar av vatten och kärnbränsle av uran som kriticitet kan uppnås. Bakgrunden till detta projekt är att använt kärnbränsle ofta lagras i bassänger och ett scenario när detta kärnbränsle blandas homogent med vatten i sfärisk form med radier mellan 1-100 cm har undersökts. Det har undersökts vid vilka radier som kriticitet är möjligt, vad minsta möjliga massa är för kriticitet samt sfärens innehåll av kg uran som funktion av kritiskt koncentration kg uran / liter vatten.

## 3 Metod

Beräkningarna genomfördes numeriskt i programmeringsspråket Python och baseras på ekvationerna i avsnitt(3.3).

### 3.1 Storheter

Värden på samtliga storheter är givna i uppgiftsbeskrivningen.

- $k_{eff}$ : Kriticitet.
- $k_{\infty}$ : Kriticitet, onändlig härd.
- $\eta$ : Termiska fissionsfaktorn.
- $\epsilon$ : Snabba fissionsfaktorn
- $p$ : Resonanspassagefaktorn.
- $f$ : Termiska utnyttjningsfaktor
- $\epsilon \cdot p = 1$
- $\sigma_{f,235} = 508$  b: Fissionstvärsnitt  $U_{235}$
- $\sigma_{f,238} = 0$  b: Fissionstvärsnitt  $U_{238}$
- $\sigma_{a,235} = 679$  b: Absorptions-  
tvärsnitt  $U_{235}$
- $\sigma_{a,238} = 2.73$  b: Absorptions-  
tvärsnitt  $U_{238}$
- $\sigma_{a,H_2O} = 0.6$  b: Absorptions-  
tvärsnitt  $H_2O$
- $\nu = 2.42$  : Frigjorda neutroner  
vid fission
- $\tau = 0 \text{ cm}^2$ : Neutronålder.
- $m = 2.7 \text{ cm}$ : Diffusionslängd för  
moderatorn.
- $I_{tr} = 0.43 \text{ cm}$
- $e = 0.05$  : Anrikning.
- $\rho_{UO_2} = 19.1 \text{ g/cm}^3$ : Densitet  
bränsle.
- $\rho_{H_2O} = 1.0 \text{ g/cm}^3$ : Densitet  
moderator.
- $R = 1.0, 2.0, 3.0 \dots 100 \text{ cm}$ : Sfä-  
rens radie.
- $R_{korr}$ : Sfärens radie korrigerad  
för kriticitet beräkning.
- $Vm/Vu = 0.1 \dots 100$ : Moderator-  
bränsleförhållande.
- $N_{U_{235}}$ : Kärndensitet  $U_{235}$ .
- $N_{U_{238}}$ : Kärndensitet  $U_{238}$ .
- $N_{H_2O}$ : Kärndensitet  $H_2O$ .
- $M^2$ : Migrationsytan.
- $B^2$ : Buktighet.

### 3.2 Antaganden

Det har antagits att kärnbränsle av metalliskt uran har rasat ihop till en sfärisk hög blandat homogent med vatten.

### 3.3 Ekvationer

Första steget i beräkningarna var att beräkna  $k_\infty$  genom att använda fyrfaktorn formeln, ekvation(1). Då värdet av  $\epsilon \cdot p$  redan var givet räckte det med att beräkna ( $f$ ) enligt ekvation(2) och  $\eta$  enligt ekvation(3). Termiska utnyttjningsfaktorn ( $f$ ) är kvoten mellan absorption i bränslet och totala absorptionen. Termiska fissionsfaktorn ( $\eta$ ) innebär hur många nya neutroner som frigörs när en neutron absorberas i bränslet.

$$k_\infty = \epsilon p \eta f \quad (1)$$

$$f = \frac{N_{U_{238}} \cdot \sigma_{a,238} + N_{U_{235}} \cdot \sigma_{a,235}}{N_{U_{238}} \cdot \sigma_{a,238} + N_{U_{235}} \cdot \sigma_{a,235} + N_{H_2O} \cdot \sigma_{a,H_2O}} \quad (2)$$

$$\eta = \frac{N_{U_{235}} \cdot \sigma_{f,235} \cdot \nu}{N_{U_{238}} \cdot \sigma_{a,238} + N_{U_{235}} \cdot \sigma_{a,235}} \quad (3)$$

Efter att  $k_\infty$  har beräknats, beräknades värdet på  $M^2$  enligt ekvation(4) och  $B^2$  enligt ekvation(5).  $R_{korr}$  i ekvation(5) beräknades enligt ekvation(6).

$$M^2 = L_m^2 + \tau \quad (4)$$

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{R_{korr}}\right)^2 \quad (5)$$

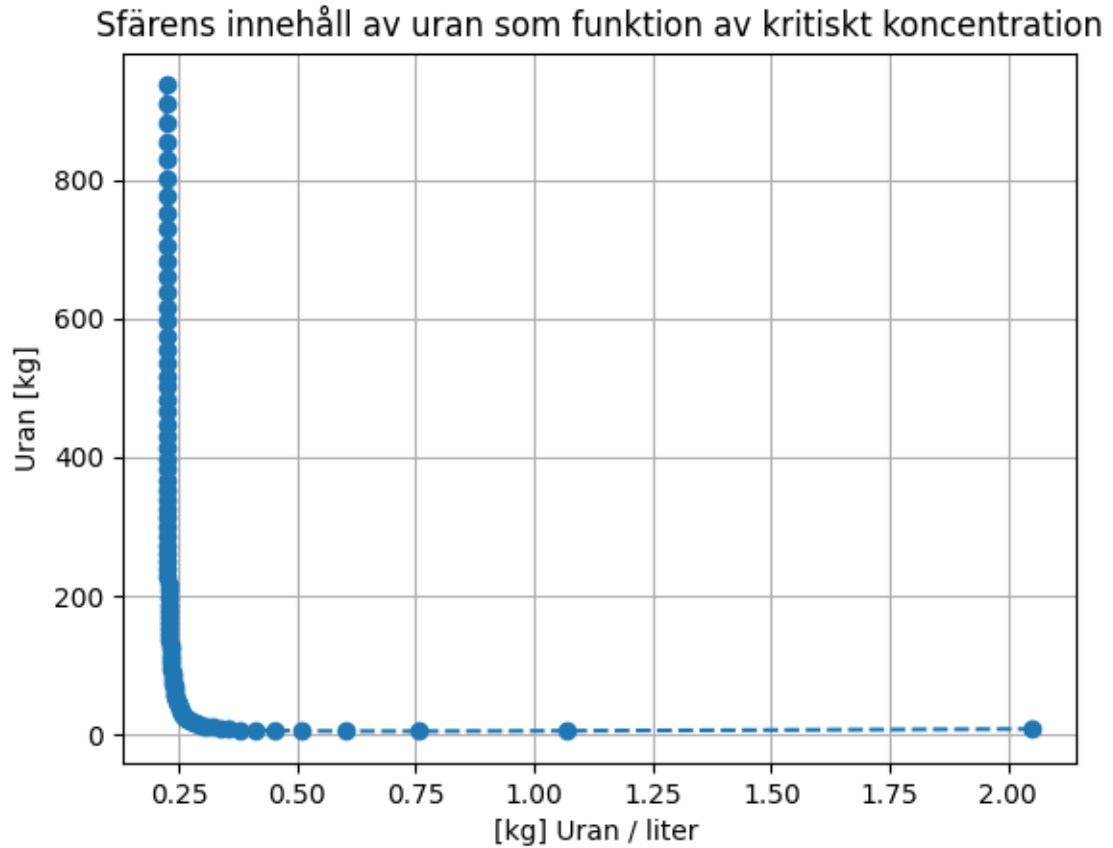
$$R_{korr} = R - 0.71 \cdot I_{tr} \quad (6)$$

$M^2$  och  $B^2$  användes därefter för att beräkna  $k_{eff}$  ifrån det tidigare  $k_\infty$  enligt ekvation(7).

$$k_{eff} = \frac{k_\infty}{1 + M^2 \cdot B^2} \quad (7)$$

## 4 Resultat

Det beräknades att alla sfärer med radier mellan storlekarna 10 cm - 100 cm kunde uppnå kriticitet, sfärerna i storlekarna 1 cm - 9 cm kunde alltså inte det. Beräkningarna visade även att minsta möjliga massa för att uppnå kriticitet var 5.5kg  $UO_2$ . I figur(1) syns det att när mängden uran ökar beroende på vilken vikt av uran som används kommer det att skilja sig med hur mycket kg Uran / liter som krävs. För de flesta datapunkterna minskar [kg] Uran /liter vatten som krävs när uran mängden ökar för vissa värden ökar den.



Figur 1: Sfärens innehåll av kg uran som funktion av kritisk koncentration av kg uran / liter vatten

## 5 Diskussion

Resultatet i det här projektet är rimligt eftersom det krävs ca 6kg uran för att uppnå kriticitet. När läckaget minskar kommer även mängden uran som krävs för att nå kriticitet per volymenhet att minska men när radien på sfären ökar kommer även totala mängden uran att öka trots att koncentrationen minskar.

## 6 Slutsats

En sfär med en radie mellan 10 och 100 cm kan uppnå kriticitet och minsta massan uran för att uppnå kriticitet är 5.5 kg. Mängden uran som krävs per [kg] Uran / liter kommer att vara mindre för sfärer med större radier men vo-

lymen på sfären kommer även att påverka hur mycket av uranet som måste finna sig i sfären.

## 7 Appendix

```
1 #Impoterar python bibliotek
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy as np
4 import math
5
6
7 barn = 10E-24 #cm
8
9 #Tv rsnitt
10
11 sigmaf_235 = 580*barn
12 sigmaa_235 = 679*barn
13
14 sigmaf_238 = 0
15 sigmaa_238 = 2.73*barn
16
17 sigmaa_H20 = 0.6*barn
18
19 nu = 2.42 #Frigjorda neutroner vid fission
20 rho_U = 19.1 #Densitet metaliskt uran g/cm^3
21 e = 0.05 #Anrikning i br nslet
22 rho_H20 = 1.0 #Densitet vatten g/cm^3
23
24 tau = 0 #Neutron lder cm^2
25 L_m = 2.7 #Diffussionsl ngd f r moderatorn cm
26
27
28
29 #Korrektion av sf rens radie f r ber kning av kriticitet
30 def main():
31
32     R_kritisk = []
33     m_u_kritisk = []
34     m_vatten_kritisk = []
35     koncentration_kritisk = []
36
37     for R_sphere in range(1, 101):
38
39         I_tr = 0.43 #cm
40         R_corrected = R_sphere-0.71*I_tr #Ber knar R korrigerad
41         f r ber kning av kriticitet
42
43         B2 = (math.pi/R_corrected)**2 #Buktighet
44         M2 = L_m**2+tau #Migrationsyta
45
46         #Ber knar volymen p sf ren
47         V_sphere = (4/3)*math.pi*(R_sphere)**3
48
49         #En sf r av ren uran
50         m_ren_uran = V_sphere * rho_U
```

```

50
51     #Skapar en vektor f r uran massa mellan 0.001g till enbart
    uran
52     m_uran_vektor = np.linspace(0.001, m_ren_uran, 10000)
53
54     for m_uran in m_uran_vektor:
55
56         #Ber knar volymdelen hos uranet
57         V_uran = m_uran/rho_U
58
59         #Ber knar volymen hos vattnet
60         V_H2O = V_sphere-V_uran
61         #Ber knar massan vatten
62         m_H2O = V_H2O*rho_H2O
63
64         #Ber knar k rndensiteten f r de olika mnen
65         N_U238 = (m_uran/(238))*6.02E3*(1-e)
66         N_U235 = (m_uran/(235))*6.02E3*(e)
67         N_H2O = (m_H2O/(18))*6.02E3*(1-e)
68
69         eta = (N_U235 * sigmaf_235 * nu) / (N_U235 * sigmaa_235
+ N_U238 * sigmaa_238) # Termiska utnyttjingsfaktorn
70         epsilon_p = 1 # Snabba fissionsfaktorn *
    resonanspassagefaktorn
71         f = ((N_U235 * sigmaa_235+ N_U238 * sigmaa_238))/(((
N_U235 * sigmaa_235+ N_U238 * sigmaa_238)) + ((N_H2O *
sigmaa_H20))) #Termiska fissionsfaktorn absorption i br nsle/
    total absorption
72
73         k_inf = epsilon_p * eta * f # Kriticitet o ndligh rd
74         k_eff = k_inf/(1+B2*M2) #K_eff
75
76         if k_eff >= 1:
77             R_kritisk.append(R_sphere)
78             m_u_kritisk.append(m_uran/1000)
79             m_vatten_kritisk.append(m_H2O/1000)
80             koncentration_kritisk.append((m_uran)/(V_sphere))
81             break
82
83
84
85
86
87
88     print(min(m_u_kritisk), 'minsta m jliga massa')
89     print(R_kritisk, 'Radier d r kriticitet kan uppn s')
90
91
92     # Plottar resultat
93     fig, ax = plt.subplots()
94     ax.plot(koncentration_kritisk, m_u_kritisk, '--o')
95
96     ax.set(xlabel='[kg] Uran / liter ', ylabel='Uran [kg]',
97           title='Sf rens inneh ll av uran som funktion av
    kritiskt koncentration')
98     ax.grid()
99     plt.show()

```

```
100  
101  
102  
103 main()
```