FYS-MEK 1110 / Vår 2018 / Ukesoppgaver #8 (13.-16.3.)

Test deg selv: (Disse oppgavene bør du gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen.)

T1. En rakett brenner 0.1 kg drivstoff per sekund. Eksosen drives ut som en gass med 1500 m/s.

a. Hva er framdriftskraften til raketten?

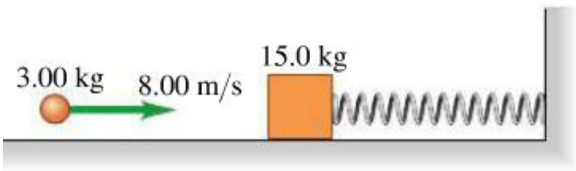
Fra rakettligningen får vi:

$$F = -v_{ex}\frac{\Delta m}{\Delta t} = -1500\ \mathrm{m/s}\ \frac{-0.1\ \mathrm{kg}}{1\ \mathrm{s}} = +150\ \mathrm{N}$$

b. Er det mulig å bruke raketten i verdensrommet hvor det er ingen atmosfære?

Eksosen drives ut med en viss bevegelsesmengde. Raketten får samme bevegelsesmengde som framdrift. Dette fungerer også i verdensrommet.

T2. En kiste med masse $m_K = 15$ kg er festet til en masseløs fjær med fjærkonstant $k = 500$ N/m på et friksjonsfritt bord. En ball med masse $m_B = 3$ kg beveger seg med $v = +8$ m/s og kolliderer med kisten. Etter kollisjonen beveger ballen seg med hastighet $v' = -2$ m/s. Hvor mye komprimeres fjæren etter kollisjonen?



Det virker ingen horisontale ytre krefter under kollisjonen, og bevegelsesmengden i horisontal retning er bevart:

$$m_B v_B = m_B v_b' + m_K v_K'$$

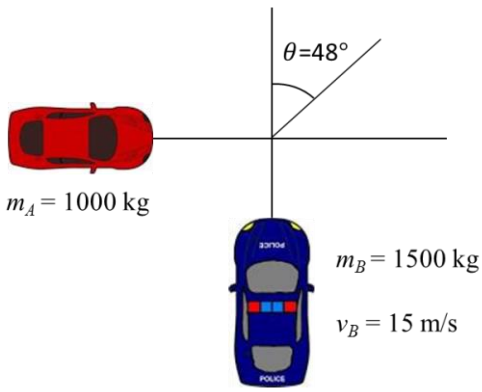
$$v_K' = \frac{m_B v_B - m_B v_b'}{m_K} = \frac{3\ \mathrm{kg}\cdot 10\ \mathrm{m/s}}{15\ \mathrm{kg}} = 2\ \mathrm{m/s}$$

Etter kollisjonen beveger kisten seg med hastighet 2 m/s og komprimerer fjæren. Fjærkraften er konservativ og vi kan bruke bevaring av energi:

$$\frac{1}{2}m_K v'^2_K = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m_K}{k}}\,v_K' = 0.346\ \mathrm{m}$$

T3. En liten sportsbil på 1000 kg kjører med ukjent hastighet v_A fra vest til øst. En politibil på 1500 kg kjører med hastighet $v_B = 15$ m/s fra sør til nord. I et kryss krasjer bilene og henger sammen etter kollisjonen. Sportsbilsjåføren påstår at han kjørte ikke over fartsgrensen på 50 km/h = 13.89 m/s. Politibetjenten, som tok FYS-MEK kurset tidligere, ser på bremsespor og måler at bilene bevegde seg 48° i nordøstlig retning etter krasjet. På grunn av dette pågriper politibetjenten sportsbilsjåføren. Hvor fort kjørte han?



Det virker ingen netto ytre krefter i horisontal retning, derfor er bevegelsesmengde bevart. Bevaring av bevegelsesmengde gjelder separat i x (retning til sportsbilen) og y (retning til politibilen).

$$x: \quad m_A v_A = (m_A + m_B) v \sin(48°)$$
$$y: \quad m_B v_B = (m_A + m_B) v \cos(48°)$$
$$\frac{m_A v_A}{m_B v_B} = \tan(48°)$$
$$v_A = \frac{m_B}{m_A} v_B \tan(48°) = 25 \text{ m/s}$$

Gruppeoppgaver: (Denne oppgaven skal du jobbe med i gruppetimen. I tillegg skal du jobbe med en tidligere eksamensoppgave som trening for midtveiseksamen. Du får delt ut en oppgave i gruppetimen.)

G1. Du er ansvarlig for å fylle drivstoff på en rakett som er dokket ved en romstasjon dyp i verdensrommet. For at mannskapet kan komme hjem til jorden må raketten akselerere opp til en hastighet på 10 km/s før drivstoffet er tomt. Eksos drives ut med en relativ hastighet på 2000 m/s, og romfartøyet veier 100 t uten drivstoff. Du skal etterpå beregne hvor mye drivstoff du må fylle for at raketten kommer hjem til jorden.

a. Du må bruke rakettligningen: $\vec{F}_{ext} + \vec{v}_{rel} \frac{dm}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

   Forklar den fysiske betydningen av ligningen med egne ord. Diskuter i smågrupper!

b. Hvorfor må du bruke integralregning for å løse oppgaven?

c. Hvor mye drivstoff må du fylle for at det går bra?

Dypt i verdensrommet virker ingen ytre krefter.

Hastighet til raketten og eksosen er i motsatt retning: $-v_{rel} \frac{dm}{dt} = m \frac{dv}{dt}$

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{dv}{dt} dt = -v_{rel} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{m} \frac{dm}{dt} dt = -v_{rel} \int_{m_0}^{m_1} \frac{dm}{m} = -v_{rel} (\ln m_1 - \ln m_0)$$
$$v(t_1) = v(t_0) - v_{rel} \ln\left(\frac{m_1}{m_0}\right) = v(t_0) + v_{rel} \ln\left(\frac{m_0}{m_1}\right)$$
$$\frac{v(t_1)}{v_{rel}} = \ln\left(\frac{m_0}{m_1}\right)$$

Vi har $(t_0) = 0, v(t_1) = 10000 \text{ m/s}, \ v_{rel} = 2000 \text{ m/s}, m_1 = 100 \text{ t}$

$$m_0 = m_1 \exp\left(\frac{v_1}{v_{rel}}\right) = 14841 \ t$$