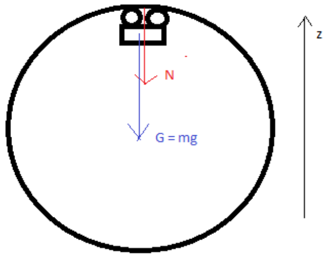
FYS-MEK 1110 / Vår 2018 / Ukesoppgaver #5 (20.-23.2.)

Test deg selv: (Disse oppgavene bør du gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen.)

T1. Du prøver å kjøre en motorsykkel gjennom en vertikal looping med radius 3 m. Hvilken fart trenger du på det høyeste punktet slik at du ikke faller ned?



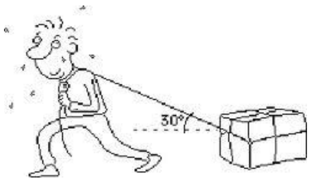
Du trenger sentripetalakselerasjon for å holde sirkelbanen.

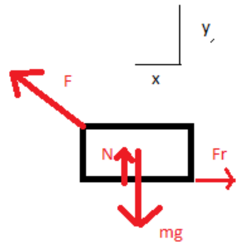
Vi bruker Newtons andre lov: $-mg - N = -m\frac{v^2}{R}$

Her er N en positiv tall. Normalkraften må være større enn null for at du ikke faller: $N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right) > 0$

$$v > \sqrt{gR} = 5.4 \text{ m/s}$$

T2. Du trekker en kiste med masse m = 10 kg langs gulvet med en strikk under en vinkel α=30°. Du bruker en konstant kraft F=100 N og den dynamiske friksjonskoeffisienten mellom kisten og gulvet er $\mu_d = 0.3$. Finn arbeidet gjort på kisten mens du trekker den en lengde Δx=1 m langs gulvet.





Newtons andre lov i vertikal retning:

$$F \sin\alpha + N - mg = 0$$

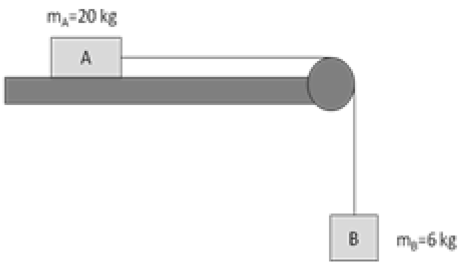
$$N = mg - F\sin\alpha$$

Dynamisk friksjon: $f_r = \mu_d N = \mu_d(mg - F\sin\alpha)$

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{x_0}^{x_1} F_x\, dx = \int_{x_0}^{x_1} (F\cos\alpha - f_r)\, dx$$

$$W = \big(F\cos\alpha - \mu_d(mg - F\sin\alpha)\big)\Delta x = 72.2 \text{ J}$$

T3. Eske A med masse $m_A = 20$ kg ligger på et bord og er festet til eske B med masse $m_B = 6$ kg over en friksjonsfri trinse med en masseløs snor. Etter du slipper systemet fri beveger seg eske B med konstant hastighet nedover. Finn den dynamiske friksjonskoeffisient mellom eske A og bordet.



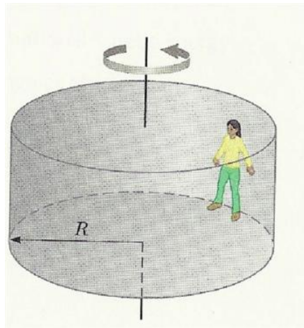
Vi vet at systemet beveger seg med konstant hastighet. Derfor er $\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{0}$.

Eske A: Newtons andre lov horisontal: $S - f_d = 0$, hvor S er snordraget og f_d den dynamiske friksjonskraften $f_d = \mu_d N$. Vertikal: $N - m_A g = 0$. Newtons andre lov for eske B i vertikal retning: $S - m_B g = 0$. Vi setter inn:

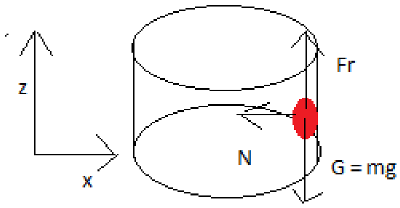
$$S = f_d = \mu_d N = \mu_d m_A g = m_B g \quad \Rightarrow \quad \mu_d = \frac{m_B}{m_A} = 0.3$$

Gruppeoppgaver: (Disse oppgaver skal du jobbe med i gruppetimen.)

G1. Du står med ryggen på den indre veggen av en vertikal sylinder med radius 3 m. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom deg og veggen er $\mu_s = 0.2$. Sylinderen begynner å rotere og gulvet faller bort.



a. Tegn et fri-legeme diagram.



b. Hvilken vinkelhastighet må sylinderen ha slik at du faller ikke?

Det skal være ingen bevegelse i vertikal retning. Newtons andre lov i vertikal retning: $F_r - mg = 0$. Normalkraften holder deg på en horisontal sirkelbane:

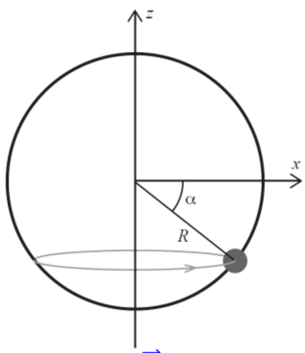
$$-N = -mR\omega^2$$

Friksjonskraften må være mindre enn maksimalverdien for statisk friksjon:

$$F_r = mg \le F_{r,max} = \mu_s N = \mu_s mR\omega^2$$

$$\omega \ge \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}} = 4.0\ \mathrm{s}^{-1}$$

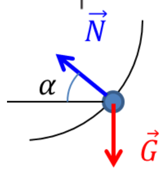
G2. En liten kule med masse m kan bevege seg friksjonsfritt på en tråd som er bøyet til en sirkel med radius R. Tråden er i et vertikalt plan som roterer rundt en vertikal akse gjennom sitt senter (se figur). Finn vinkelen α som beskriver posisjonen til kulen hvis tråden roterer med konstant vinkelhastighet ω.



Newtons andre lov vertikal: $N \sin\alpha - mg = 0$

Horisontal: $-N \cos\alpha = -mr\omega^2$

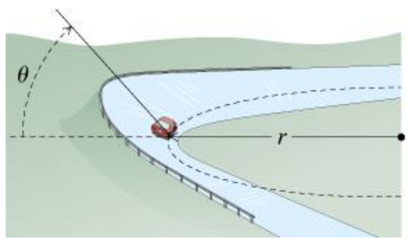
Kulen beveger seg på en sirkelbane med radius: $= R\cos\alpha$



$$N = \frac{mr\omega^2}{\cos\alpha} = mR\omega^2$$

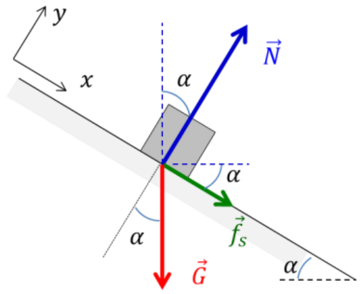
$$\sin\alpha = \frac{mg}{N} = \frac{mg}{mR\omega^2} = \frac{g}{R\omega^2}$$

G3. Kurven ved Daytona Speedway har helningsvinkel $\theta = 31°$ og kurveradius $r = 316$ m. Den statiske friksjonskoeffisient mellom bildekk og asfalt er $\mu_s = 0.7$. Hvor fort kan en bil kjøre gjennom kurven?



Uten friksjon må bilen kjøre med presis fart v_0

gjennom kurven. Med lavere fart sklir bilen ned og med høyere fart sklir bilen opp i kurven. Friksjon gjør det mulig at bilen kan kjøre saktere og raskere gjennom kurven, men bare så lenge den statiske friksjonskraften er mindre enn maksimalverdien. Vi er interessert i hvor rask bilen kan kjøre. Ved høy fart er friksjonskraften rettet innover, dvs. friksjonskraften hindrer bilen å skli opp. Vi velger x aksen langs helningen. For å bli i kurven trenger bilen en sentripetalakselerasjon i horisontal retning. Vi bruker Newtons andre lov:



x retning: $\sin\alpha + f_s = m\frac{v^2}{R}\cos\alpha$

y retning: $-mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}\sin\alpha$

Den statiske friksjonskraften har en maksimalverdi: $f_s \le \mu_s N$

Vi setter inn:

$$f_s = m\frac{v^2}{R}\cos\alpha - mg\sin\alpha \le \mu_s\left(m\frac{v^2}{R}\sin\alpha + mg\cos\alpha\right)$$

$$v^2\cos\alpha - gR\sin\alpha \le \mu_s v^2\sin\alpha + \mu_s gR\cos\alpha$$

$$v^2(\cos\alpha - \mu_s\sin\alpha) \le gR(\sin\alpha + \mu_s\cos\alpha)$$

$$v \le \sqrt{gR\frac{\sin\alpha + \mu_s\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu_s\sin\alpha}} = 83.4\ \mathrm{m/s} = 300\ \mathrm{km/h}$$

I forelesning har vi vist at betingelsen for at et legeme ikke sklir ned el helning er:

$$\tan\alpha \le \mu_s$$

Her er $\tan\alpha = 0.6 \le \mu_s$. Bilen kan stå stille og vil ikke skli ned helningen. Det er derfor mulig å kjøre gjennom kurven med $v \le 300$ km/h.