# FYS-MEK 1110 / Vår 2018 / Ukesoppgaver #2 (30.1.-2.2.)

**Test deg selv:** (Disse oppgavene bør du gjøre hjemme før du kommer på gruppetimen.)

T1. En tynn aluminiumtråd strekker seg 1 mm når du henger på en vekt som veier 10 kg. Anta at tråden kan beskrives som en fjær. Hva er fjærkonstanten?

Tråden holder loddet opp med en fjærkraft $F = k\Delta L$. Loddet trekker ned med gravitasjonskraften $G = mg$. I likevekt er loddet i ro og kreftene kompenserer hverandre:

$$k\Delta L - mg = 0$$

$$k = \frac{mg}{\Delta L} = \frac{10 \text{ kg } \cdot 9.81 \text{ m/s}^2}{0.001 \text{ m}} = 98.1 \text{ kN/m}$$

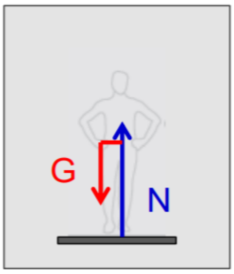
T2. En mann på 70 kg står på en vekt i en heis som beveger seg oppover med akselerasjon $a = 2$ m/s$^2$. Hvor stor er normalkraften? Hva viser vekten hvis den er kalibrert for å vise vekt i kg?

N2L: $N - mg = ma$

$$N = m(g + a) = 70 \text{ kg } (9.81 + 2) \text{ m/s}^2 = 826.7 \text{ N}$$

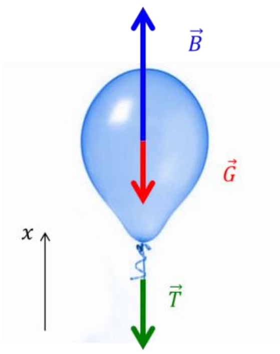
Vekten måler normalkraften, og hvis vekten er kalibret for å vise kg, så viser vekten:

$$m = \frac{N}{g} = \frac{826.7 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} = 84.3 \text{ kg}$$

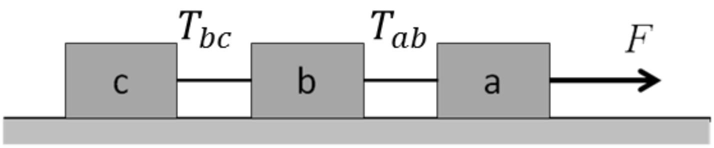



T3. Et barn står på Universitetsplassen 17. mai med en heliumballong i hånden. Tegn et frilegemediagram for ballongen. (Anta at det er strålende sol og ingen vind.)

Ballongen er i kontakt med snoren og luften rundt seg. Uten vind virker alle kreftene i vertikal retning. Vi har gravitasjonen som langtrekkende kraft nedover. Siden helium er lettere enn luft virker det en oppdriftskraft $\vec{B}$ (engelsk: buoyancy). Med en tilstrekkelig mengde helium i ballongen vil oppdriften være større enn tyngdekraften og ballongen ville stige, hvis ikke barnet holder den fast i snoren. Snordraget virker nedover og er akkurat stor nok for at ballongen er i ro.




T4. Tre legemer på en friksjonsfri flate er forbundet med vektløse snorer som vist i figuren. Den fremste klossen dras med en kraft $F$ slik at akselerasjonen blir $a = 2$ m/s$^2$. Massene til klossene er $m_a = 2$ kg, $m_b = 1$ kg, $m_c = 2$ kg. Vi antar at all friksjon kan neglisjeres. Finn kraften $F$ og snordragene $T_{ab}$ og $T_{bc}$ i snorene som forbinder klossene. (Hint: se først på systemet som består av alle tre klosser, abc, så på systemet som består av bc, og til slutt bare på kloss c.)




Alle tre klosser beveger seg med samme akselerasjon. Først ser vi på systemet som består av alle tre klosser. Snordragene er i så fall indre krefter og den eneste ytre kraft er $F$.

$$F = (m_a + m_b + m_c)a = 5\text{ kg } \cdot 2\text{ m}/s^2 = 10\text{ N}$$

Nå ser vi på systemet som består av klosser b og c. Den eneste ytre kraften som virker på systemet er $T_{ab}$, snordraget $T_{bc}$ er en indre kraft.

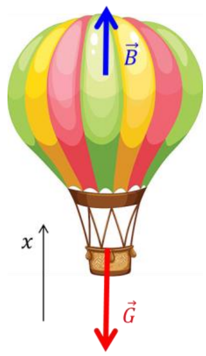
$$T_{ab} = (m_b + m_c)a = 3\text{ kg } \cdot 2\text{ m}/s^2 = 6\text{ N}$$

Til slutt ser vi på kloss c. Den eneste kraft som virker er $T_{bc}$.

$$T_{bc} = m_c a = 2\text{ kg } \cdot 2\text{ m}/s^2 = 4\text{ N}$$

**Gruppeoppgaver:** (Disse oppgaver skal du jobbe med i gruppetimen.)

G1. Du reiser i en varmluftsballong som har en konstant oppdriftskraft $B$. Hele systemet har masse $m_0$. Siden du har mye bagasje, beveger ballongen seg nedover med konstant akselerasjon $a = g/3$.




a. Tegn et frilegemediagram for ballongen som synker ned.

b. Hvor stor er oppdriftskraften $B$, uttrykt ved $m_0 g$.

N2L: $B - m_0 g = m_0 a = -m_0 \frac{g}{3}$

$$B = m_0 g \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} m_0 g$$

c. Hvor mye bagasje må du kaste for å stige med $a = g/2$ ?

Etter å ha kastet bagasjen er massen til hele systemet $m_1$.

$$B - m_1 g = m_1 a = m_1 \frac{g}{2}$$

Vi setter inn resultatet fra b.

$$\frac{2}{3} m_0 g = \frac{3}{2} m_1 g$$

$$m_1 = \frac{4}{9} m_0$$

Massen til hele systemet må være 4/9 av den opprinnelige massen $m_0$ for å stige med $a = g/2$. Du må derfor kaste bagasje som tilsvarer $\frac{5}{9} m_0$.

G2. En mann på 70 kg står på en vekt i en heis som beveger seg oppover. Snordraget er $T = 8260$ N. Den totale massen av heis, mann og vekt er 700 kg. Hvilken verdi avleser mannen på vekten (i kg)?

Vi finner først akselerasjon til heisen ved bruk av Newtons andre lov:

$$\sum F = T - Mg = Ma$$

$$a = \frac{T}{M} - g = \frac{8260\ \mathrm{N}}{700\ \mathrm{kg}} - 9.81\ \mathrm{m/s^2} = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

Nå ser vi på bevegelsen til mannen. Det virker gravitasjon og en normalkraft fra vekten. N2L:

$$\sum F = N - mg = ma$$

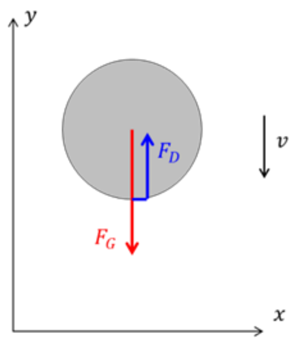
$$N = m(a + g) = 70\ \mathrm{kg} \cdot 11.81\ \mathrm{m/s^2} = 826.7\ \mathrm{N}$$

Vekten er kalibrert for å vise massen uten akselerasjon, dvs. for $N = mg$

Vekten viser: $m = \frac{N}{g} = \frac{826.7\ \mathrm{N}}{9.81\ \mathrm{m}/s^2} = 84.3\ \mathrm{kg}$

G3. Du slipper to massive, homogene kuler av samme diameter $d$ fra det skjeve tårn i Pisa. Kulene er laget av forskjellige materialer slik at massen er forskjellig med $m_A > m_B$. Luftmotstanden kan beskrives ved hjelp av kvadrat-loven og koeffisienten $D$, som er identisk for begge kulene.

a. Tegn et frilegemediagram for en kule som faller ned.




b. Finn et generelt uttrykk for akselerasjonen til kulene.

Vi ser på kreftene i $y$ rettning: $\sum F = -F_G + F_D = -mg + Dv^2 = ma$

$$a = -g + \frac{D}{m}v^2$$

c. Hvilken kule treffer bakken først, A eller B?

Kulen med størst masse har størst (negativ) akselerasjon, altså treffer kule A bakken først.

Du gjentar eksperimentet med to nye kuler som er laget av det samme material, men som har forskjellige diameter, $d_A > d_B$, og følgelig også forskjellig masse, $m_A > m_B$. Luftmotstanden beskrives fortsatt ved hjelp av den samme kvadratloven, hvor koeffisienten avhenger diameter: $D = C_0 d^2$, og $C_0$ er en konstant.

d. Finn et uttrykk for akselerasjonen som funksjon av diameteren til kulene.

(Hint: En kule med diameter $d$ har volum $V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3$ og masse $m = \frac{4}{3}\pi\rho\left(\frac{d}{2}\right)^3$, hvor $\rho$ er massetettheten).

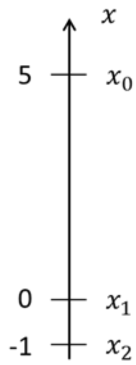
Vi setter inn i uttrykket fra oppgave b:

$$a = -g + \frac{D}{m}v^2 = -g + \frac{C_0 d^2}{\frac{4}{3}\pi\rho\left(\frac{d}{2}\right)^3}v^2 = -g + \frac{6C_0}{\pi\rho d}v^2$$

e. Hvilken kule treffer bakken først, A eller B?

Kulen med størst diameter har størst (negativ) akselerasjon, så det er igjen kule A som treffer bakken først.

G4. Ole, som har masse $m = 70$ kg, hopper fra taket i en haug med snø. Han starter fra en høyde $x_0 = 5$ m over snøen og han stopper 1m dypt ned i haugen. Du kan se bort fra luftmotstanden og anta at kraften fra snøen på Ole er konstant. Finn kraften $F_s$ som virker fra snøen på Ole.




Vi velger et koordinatsystem hvor toppen av snøen ligger på 0 m og vi måler høyden oppover med $x$. Initialbetingelser er $x_0 = 5$ m og $v_0 = 0$ m/s. Gjennom luften har vi en bevegelse med konstant akselerasjon og Ole treffer på snøen etter en tid $t_1$. Fra bevegelsesligninger for konstant akselerasjon finner vi:

$$x_1 = x_0 - \frac{1}{2}gt_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{2x_0/g}$$

$$v_1 = -gt_1 = -\sqrt{2gx_0}$$

Gjennom snøen har vi også en bevegelse med konstant akselerasjon. Bevegelsen begynner med hastighet $v_1$ ved posisjon $x_1 = 0$ m og stopper etter en tid $t_2$ ved $x_2 = -1$ m og $v_2 = 0$ m/s. Vi setter igjen opp bevegelsesligninger:

$$v_2 = v_1 + at_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_2 = -\frac{v_1}{a}$$

$$x_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2}at_2^2 = -\frac{v_1^2}{a} + \frac{1}{2}a\frac{v_1^2}{a^2} = -\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{a}$$

Vi setter inn for $v_1$:

$$x_2 = -\frac{1}{2}\frac{2gx_0}{a} = -\frac{g}{a}x_0$$

$$a = -\frac{x_0}{x_2}g = 5g$$

Vi bruker N2L: $F_s - mg = ma = 5mg$

$$F_s = 6mg = 4120 \text{ N}$$

Fasit:

2. $F = 10\ \mathrm{N},\ T_{ab} = 6\ \mathrm{N},\ T_{bc} = 4\ \mathrm{N}$
3. $F_{\mathrm{snø}} = 6mg = 4120\ \mathrm{N}$
4. 84.2 kg
5. $a = -g + \frac{D}{m}v^2$, A, $a = -g + \frac{6C_0}{\pi\rho d}v^2$, A