

Министерство науки и высшего образования  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
“Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)”  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---



Факультет “Фундаментальные науки”  
Кафедра “Высшая математика”

## ОТЧЁТ по учебной практике за 1 семестр 2020—2021 гг.

Руководитель практики, ст. преп. кафедры ФН1	_____	Кравченко О.В.
	(подпись)	
студент группы ФН1–11	_____	Эрихман Д.Н.
	(подпись)	

Москва,  
2020 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цели и задачи практики</b>	<b>3</b>
1.1	Цели . . . . .	3
1.2	Задачи . . . . .	3
1.3	Индивидуальное задание . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Отчёт</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Индивидуальное задание</b>	<b>5</b>
3.1	Пределы и непрерывность. . . . .	5

# 1 Цели и задачи практики

## 1.1 Цели

— развитие компетенций, способствующих успешному освоению материала бакалавриата и необходимых в будущей профессиональной деятельности.

## 1.2 Задачи

1. Знакомство с программными средствами, необходимыми в будущей профессиональной деятельности.
2. Развитие умения поиска необходимой информации в специальной литературе и других источниках.
3. Развитие навыков составления отчётов и презентации результатов.

## 1.3 Индивидуальное задание

1. Изучить способы отображения математической информации в системе  $\text{\LaTeX}$ .
2. Изучить возможности системы контроля версий `Git`.
3. Научиться верстать математические тексты, содержащие формулы и графики в системе  $\text{\LaTeX}$ . Для этого, выполнить установку свободно распространяемого дистрибутива `TeXLive` и оболочки `TeXStudio`.
4. Оформить в системе  $\text{\LaTeX}$  типовые расчёты по курсу математического анализа согласно своему варианту.
5. Создать аккаунт на онлайн ресурсе `GitHub` и загрузить исходные `tex`-файлы и результат компиляции в формате `pdf`.

## 2 Отчёт

Актуальность темы продиктована необходимостью владеть системой вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X и средой вёрстки TeXStudio для отображения текста, формул и графиков. Полученные в ходе практики навыки могут быть применены при написании курсовых проектов и дипломной работы, а также в дальнейшей профессиональной деятельности. Система вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X содержит большое количество инструментов (пакетов), упрощающих отображение информации в различных сферах инженерной и научной деятельности.

### 3 Индивидуальное задание

#### 3.1 Пределы и непрерывность.

##### Задача № 1.

**Условие.** Дана последовательность  $a_n = \frac{2n+3}{n+5}$  и число  $c = 2$ . Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ , а именно, для каждого  $\varepsilon > 0$  найти наименьшее натуральное число  $N=N(\varepsilon)$  такое, что  $|a_n - c| < \varepsilon$  для всех  $n > N(\varepsilon)$ . Заполнить таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$			

**Решение.** Рассмотрим неравенство  $a_n - c < \varepsilon$ ,  $\forall \varepsilon > 0$ , учитывая выражение для  $a_n$  и  $c$  из условия варианта, получим

$$\left| \frac{2n+3}{n+5} - 2 \right| < \varepsilon$$

Неравенство запишем в виде двойного неравенства и приведём выражение под знаком модуля к общему знаменателю, получим

$$-\varepsilon < \frac{7}{n+5} < \varepsilon$$

Заметим, что левое неравенство выполнено для любого номера  $n \in \mathbb{N}$  поэтому, будем рассматривать правое неравенство

$$\frac{7}{n+5} < \varepsilon$$

Выполнив цепочку преобразований, перепишем неравенство относительно  $n$ , и, учитывая, что  $n \in \mathbb{N}$ , получим

$$n+5 > \frac{7}{\varepsilon},$$

$$n > \frac{7}{\varepsilon} - 5,$$

$$n > \frac{7-5\varepsilon}{\varepsilon},$$

$$N(\varepsilon) = \left[ \frac{7-5\varepsilon}{\varepsilon} \right],$$

где  $[ ]$  – целая часть от числа. Заполним таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$	65	695	6995

**Проверка:**

$$|a_{66} - c| = \frac{7}{71} < 0,1,$$

$$|a_{696} - c| = \frac{7}{701} < 0,01,$$

$$|a_{6996} - c| = \frac{7}{7001} < 0,001.$$

## Задача № 2.

**Условие.** Вычислить пределы функций

$$\begin{aligned}
 \text{(а):} \quad & \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}, \\
 \text{(б):} \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1-x} + \sqrt{2x+x^2}}{x + \sqrt{x^7+3}}, \\
 \text{(в):} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x + x^2}, \\
 \text{(г):} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos \sqrt[3]{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}, \\
 \text{(д):} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 \log_5 \frac{x^2+6}{x^2+1} \right)^{\frac{x+5}{x}}, \\
 \text{(е):} \quad & \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\sin^2 4x}.
 \end{aligned}$$

**Решение.**

**(а):**

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)^2(x+1)}{(x-1)(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{3}$$

**(б):**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{1-x} + \sqrt{2x+x^2}}{x + \sqrt{x^7+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x+x^2}}{\sqrt{x^7+3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^{3.5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{2.5}} = 0$$

**(в):**

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x + x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt[3]{1 + \frac{3x}{8} + \frac{x^2}{8}} - 2}{x + x^2} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \left| \sqrt[3]{1 + \frac{3x}{8} + \frac{x^2}{8}} \sim 1 + \frac{3x+x^2}{24}, x \rightarrow 0 \right| = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 + \frac{3x+x^2}{24}) - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+x^2}{12x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{4} + \frac{x}{12} \right) = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

**(г):**

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos \sqrt[3]{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} &= \left| \cos \sqrt[3]{x} \sim 1 - \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2}, x \rightarrow 0 \right| = \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2} \right)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2} \right)^{\frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2}} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( e \right)^{\frac{-\sqrt[3]{x^2}}{2x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{-1}{\sqrt[3]{x^4}}} = e^{-\infty} = 0
 \end{aligned}$$

(д):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 \log_5 \frac{x^2 + 6}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x+5}{x}} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 \log_5 \frac{(x^2 + 1) + 5}{x^2 + 1} \right)^1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 \log_5 \left( 1 + \frac{5}{x^2 + 1} \right) \right) = \\ &= \left| \log_5 \left( 1 + \frac{5}{x^2 + 1} \right) \sim \frac{\frac{5}{x^2 + 1}}{\ln 5}, \frac{5}{x^2 + 1} \rightarrow 0 \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2}{(x^2 + 1) \ln 5} \right) = \frac{5}{\ln 5} * \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 + 1} = \frac{5}{\ln 5} \end{aligned}$$

(е):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\sin^2 4x} &= \left| y = x - \frac{\pi}{2}, y \rightarrow 0 \right| = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln \left( \sin \left( y + \frac{\pi}{2} \right) \right)}{\sin^2 4y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln \left( \sin y * \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} * \cos y \right)}{\sin^2 4y} = \\ &= \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos y)}{\sin^2 4y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln \left( 1 - \frac{y^2}{2} \right)}{16y^2} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\frac{-y^2}{2}}{16y^2} = \frac{-y^2}{32y^2} = -\frac{1}{32} \end{aligned}$$