

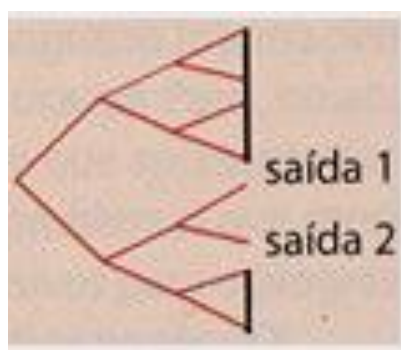
**Instruções para a prova (leia antes de começar):**

- A) Não pode haver consulta a qualquer material.
- B) Pode ser utilizado lápis, caneta, borracha e calculadora científica.
- C) É proibido o uso de qualquer aparelho ou recurso de processamento e/ou comunicação.

**QUESTÃO 01 (2,0 pontos)** Em um grupo de 15 pessoas existem 5 bacharéis em Física, 7 engenheiros e 3 professores. Selecionando pessoas neste grupo, quantas comissões de 5 pessoas podemos formar, de modo que cada comissão seja constituída de 2 bacharéis em Física, 2 engenheiros e 1 professor?

$$C_{5,2} \times C_{7,2} \times C_{3,1} = 630 \text{ comissões}$$

**QUESTÃO 02 (2,0 pontos)** Um pequeno rato encontra-se na entrada de um labirinto que tem apenas duas saídas para o exterior. Sempre que lhe aparece uma bifurcação tem que optar pela direita (D) ou pela esquerda (E), nunca podendo voltar.



Qual a probabilidade do rato atingir a liberdade se  $P(\text{Direita}) = 0,4$  e  $P(\text{Esquerda}) = 0,6$ ?

Observando o labirinto, são somente duas saídas (1 e 2), e as probabilidades associadas são dos caminhos percorridos para essa saída são:

$$P(D_1 \cap E_2 \cap D_3) + P(D_1 \cap E_2 \cap E_3) = P(D_1) \cdot P(E_2) \cdot P(D_3) + P(D_1) \cdot P(E_2) \cdot P(E_3) = \\ = 0,4 * 0,6 * 0,4 + 0,4 * 0,6 * 0,6 = 0,0096 + 0,144 = 0,24 \text{ ou } 24\%$$

**QUESTÃO 03 (2,0 pontos)** Certo homem diz que pode prever o futuro das colheitas. A comunidade em que ele vive, interessadíssima nesses poderes, se mobilizou para verificar o fato. Foi averiguado que ele acerta 80% das vezes em que diz que os tomates não vão germinar e 90% das vezes em que diz que os tomates vão germinar. Os tomates não germinam em 10% das colheitas. Se o homem anunciar a perda da colheita, qual é a probabilidade real de que eles não germinem?

A probabilidade que desejamos determinar é:  $P(\bar{T} / A) = ?$ .

Então, utilizando o Teorema de Bayes, podemos gerar do enunciado as seguintes probabilidades:

$$P(\bar{T}) = 0,1 \rightarrow \text{Probabilidade de que os tomates não vão germinar.}$$

$$P(T) = 0,9 \rightarrow \text{Probabilidade de que os tomates vão germinar.}$$

$$P(A / \bar{T}) = 0,8 \rightarrow \text{Probabilidade de que o homem acerte na certeza de que os tomates não vão germinar.}$$

$$P(A / T) = 0,9 \rightarrow \text{Probabilidade de que o homem acerte na certeza de que os tomates vão germinar.}$$

Assim,

$$P(\bar{T} / A) = \frac{P(\bar{T}) * P(A / \bar{T})}{P(\bar{T}) * P(A / \bar{T}) + P(T) * P(A / T)} = \frac{0,1 * 0,8}{0,1 * 0,8 + 0,9 * 0,9} = \frac{0,08}{0,08 + 0,81} = \frac{0,08}{0,89} = 0,09 \text{ ou } 9\%$$

**QUESTÃO 04 (2,0 pontos)** Um jogador de basquetebol vai arremessar três bolas à cesta. Admita que:

- A probabilidade de ele converter a 1ª cesta é igual a 0,7.
- A probabilidade de ele converter a 2ª cesta é igual a:
  - 0,8 se ele tiver convertido a primeira;
  - 0,6 caso contrário.
- A probabilidade de ele converter a 3ª cesta é igual a:
  - 0,9 se ele tiver convertido as duas primeiras;
  - 0,7 se ele tiver convertido apenas uma das duas primeiras;
  - 0,5 se ele não tiver convertido as duas primeiras.

Seja  $X$  o número total de cestas convertidas. Obtenha a distribuição de probabilidade de  $X$ .

**Considere  $X$ : número total de cestas convertidas.**

**Seja, então,  $S_X = \{0, 1, 2, 3\}$ . Portanto, para determinar a distribuição de probabilidade da variável aleatória  $x$ , temos:**

**Sendo  $X = 0$  (nenhuma cesta convertida em três lançamentos):**  
 $\rightarrow P(\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3) = 0,3 * 0,4 * 0,5 = 0,006$ .

**Sendo  $X = 1$  (uma cesta convertida em três lançamentos):**  
 $\rightarrow P(C_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3) + P(\bar{C}_1 \cap C_2 \cap \bar{C}_3) + P(\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap C_3) = 0,7 * 0,2 * 0,3 + 0,3 * 0,6 * 0,3 + 0,3 * 0,4 * 0,5 = 0,042 + 0,054 + 0,06 = 0,156$ .

**Sendo  $X = 2$  (duas cestas convertidas em três lançamentos):**  
 $\rightarrow P(C_1 \cap C_2 \cap \bar{C}_3) + P(C_1 \cap \bar{C}_2 \cap C_3) + P(\bar{C}_1 \cap C_2 \cap C_3) = 0,7 * 0,8 * 0,1 + 0,7 * 0,2 * 0,7 + 0,3 * 0,6 * 0,7 = 0,056 + 0,098 + 0,126 = 0,28$ .

**Sendo  $X = 3$  (três cestas convertidas em três lançamentos):**  $\rightarrow P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = 0,7 * 0,8 * 0,9 = 0,504$ .

**Portanto, a distribuição de probabilidade é dada por:**

$x$	0	1	2	3
$p(x)$	0,06	0,156	0,28	0,504

**Obs.: Para conferir, temos que o somatório das probabilidades é igual a 1 (um).**

**QUESTÃO 05 (2,0 pontos)** Um centro de serviços do '911' (telefone para emergência) registrou o número de ligações recebidas por hora. A variável aleatória representa o número de chamadas por hora durante um determinado dia.

$x$	0	1	2	3
$p(x)$	0,085	0,175	0,335	0,405

(a) Determine o tempo médio para o número de chamadas por hora durante um determinado dia.

$$E(X) = \sum x_i * p(x_i) = 0 * 0,085 + 1 * 0,175 + 2 * 0,335 + 3 * 0,405 = 0 + 0,175 + 0,67 + 1,215 = 2,06 \text{ chamadas/hora.}$$

(b) Determine a variação do tempo para o número de chamadas por hora durante um determinado dia.

$$\text{Seja: } VAR(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$E(X^2) = \sum X_i^2 p(x_i) = (0)^2 * 0,085 + (1)^2 * 0,175 + (2)^2 * 0,335 + (3)^2 * 0,405 = 0 + 0,175 + 1,34 + 3,645 = 5,16 \text{ chamadas}^2/\text{hora.}$$

**Portanto,**

$$VAR(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 5,16 - (2,06)^2 = 0,9164 \text{ chamadas}^2/\text{hora.}$$

**Como precisamos apresentar a medida original (variação do tempo) é necessário gerar o desvio padrão, assim:**

$$DP(X) = \sqrt{0,9164 \text{ chamadas}^2 / \text{hora}} = 0,9573 \text{ chamadas / hora}$$

(c) Qual a probabilidade de serem realizadas menos de duas chamadas por hora durante um determinado dia?

$$P(X \leq 1) = 0,085 + 0,175 = 0,26 \text{ ou } 26\%$$