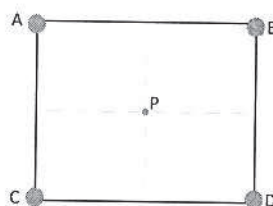




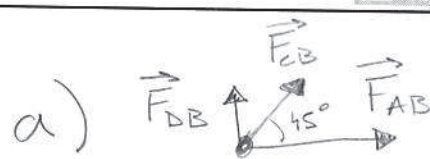
Question 6

Quatro cargas pontuais estão situadas nos vértices de um quadrado de lado $\ell = a$, e cujos valores são $Q_A = 2q$, $Q_B = 2q$, $Q_C = q$ e $Q_D = q$. Use $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ e considere a origem do sistema cartesiano no vértice C.



- a) (2 pontos) Faça um desenho mostrando o diagrama de forças que atuam no ponto B.
b) (3 pontos) Calcule a força resultante \vec{F} no ponto B, em função dos versores \hat{i} e \hat{j} .
c) (3 pontos) Calcule o potencial elétrico no ponto P. Assuma $V = 0$ no infinito.
d) (2 pontos) Qual o trabalho realizado para trazer uma carga $Q = 5q$ do infinito até o ponto P?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10

a)  1

b)
$$\vec{F}_R = \vec{F}_{DB} + \vec{F}_{CB} + \vec{F}_{AB}$$

$$|\vec{F}_{DB}| = \frac{k Q_D Q_B}{a^2} = \frac{2kq^2}{a^2}$$

$$|\vec{F}_{AB}| = \frac{4kq^2}{a^2}, \quad |\vec{F}_{CB}| = \frac{2kq^2}{2a^2} = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_R^x = |\vec{F}_{AB}| + |\vec{F}_{CB}| \cos 45^\circ$$

$$F_R^x = \frac{4kq^2}{a^2} + \frac{kq^2}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq^2}{a^2} \left(4 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$F_R^y = |\vec{F}_{DB}| + |\vec{F}_{CB}| \sin 45^\circ = \frac{kq^2}{a^2} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

1 ponto para cada vetor correto (F_{DB} , F_{CB} , F_{AB}) em módulo, direção e sentido



Continuação do espaço para a questão 6.

$$\Rightarrow \vec{F}_n = \frac{Kq^2}{2a^2} \left[(8+\sqrt{2}) \hat{i} + (4+\sqrt{2}) \hat{j} \right]$$

$$c) V_P = \sum_i \frac{KQ_i}{d_i} \quad 1$$

$$\text{Mas } d_A = d_B = d_C = d_D = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow V_P = \frac{\sqrt{2}K}{a} (2q + 2q + q + q)$$

$$\Rightarrow V_P = 6\sqrt{2} \frac{Kq}{a} \quad 2$$

$$d) \quad 1 \quad W = Q \Delta V = 5q (V_P - V_\infty^0)$$

$$\Rightarrow W = 30\sqrt{2} \frac{Kq^2}{a} \quad 2$$



+694/5/26+

Question 7 Considere uma esfera dielétrica de raio R uniformemente carregada com densidade de carga $-\rho_0$. Sejam a e b dois pontos fora da esfera, onde a distância de a até o centro da esfera é r_a e a distância de b até o centro da esfera é r_b . Suponha que $r_b > r_a$.

a) (4 pontos) Usando a lei de Gauss, ache o módulo do campo elétrico em função da distância ao centro da esfera, para pontos fora e dentro da esfera.

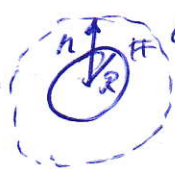
b) (3 pontos) Obtenha a diferença de potencial entre os pontos a e b . Qual dos dois pontos possui maior potencial?

c) (3 pontos) Suponha que um elétron de massa m é lançado com velocidade v_0 , a uma distância $h > R$ do centro da esfera, no intuito de acertá-la. Sabendo-se que a velocidade inicial não é grande o suficiente para que o elétron consiga chegar até a esfera, qual é a distância mínima r que o elétron se aproxima dela? Considere a trajetória do elétron como sendo radial ao centro da esfera e despreze o efeito da força gravitacional.

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10

a) $p/r > R$


Gaussiana


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}' = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \left(-\rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3 \right)$$

$$\vec{E}(r) = -\frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \hat{n}$$

$$|\vec{E}(r)| = \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

• **$p/r < R$**

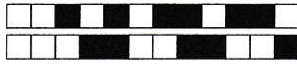


Gaussiana

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}' = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \left(-\rho_0 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \right)$$

$$\vec{E}(r) = -\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r \hat{n}$$

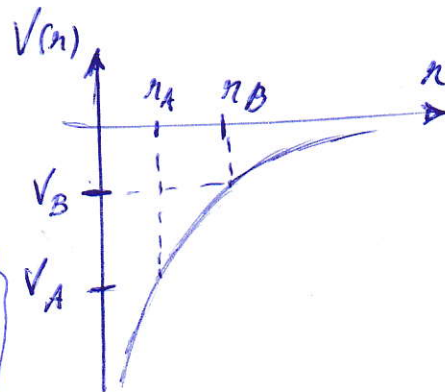
$$|\vec{E}(r)| = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0}$$



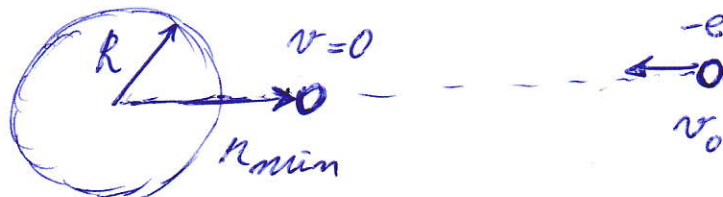
Continuação do espaço para a questão 7.

$$\textcircled{b} \quad Q = -\rho_0 \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \left| \quad V(n) = -\frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{n} \right.$$
$$V_B = -\frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{n_B} \quad p/n > R$$

$$V_A = -\frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{n_A}$$



$$V_B - V_A = \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \left(\frac{1}{n_A} - \frac{1}{n_B} \right)$$

 $V_B > V_A$ (Vide Gráfico) \textcircled{c} Conservação de Energia $K + (-e)V(n) = \text{const.}$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{e}{h} = +\frac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0} \frac{e}{n_{\min}}$$

$$n_{\min} = \left(\frac{1}{h} + \frac{3\epsilon_0}{\rho_0 R^3} \frac{1}{2} m v_0^2 \right)^{-1}$$



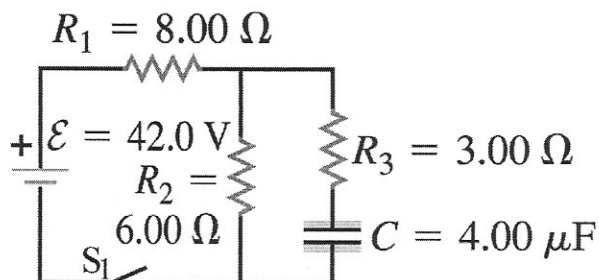
Question 8

O capacitor na figura está inicialmente descarregado, quando a fonte de força eletromotriz \mathcal{E} está desligada do circuito (chave S_1 aberta).

a) (4 pontos) Qual é a corrente através de cada resistor imediatamente após a chave S_1 ser fechada?

b) (3 pontos) Qual é a carga no capacitor quando ele estiver completamente carregado?

c) (3 pontos) Quando o capacitor está totalmente carregado, a chave S_1 é aberta novamente. Qual a corrente que passa pelo resistor R_3 em função do tempo t após a chave ser aberta.



☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10

a) $R_{eq} = 8 + \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} \Rightarrow R_{eq} = 10 \Omega$

$I = 42/10 \Rightarrow I = 4,2 A$

$I_1 = I \Rightarrow I_1 = 4,2 A$

$\Delta V_3 = 42 - 4,2 \times 8 \Rightarrow \Delta V_3 = 8,4 V \quad I_3 = \frac{8,4}{3} \Rightarrow I_3 = 2,8 A$

$\Delta V_3 = \Delta V_2 \Rightarrow I_2 = 8,4/6 \Rightarrow I_2 = 1,4 A$

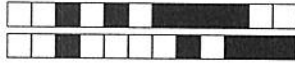
b) $I = \frac{42}{8+6} \Rightarrow I = 3 A$

$\Delta V_c = 6 \times 3 \Rightarrow \Delta V_c = 18 V \quad Q = C \Delta V_c \Rightarrow Q = 7,2 \times 10^{-5} C$

c) $R_{eq} = 6 + 3 \rightarrow R_{eq} = 9 \Omega$

$I(t) = \frac{-Q}{RC} e^{-t/RC} \Rightarrow I(t) = \frac{-7,2 \times 10^{-5}}{9 \times 4 \times 10^{-6}} e^{\frac{-t}{9 \times 4 \times 10^{-6}}}$

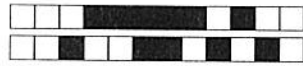
$I(t) = -2 e^{-t/3,6 \times 10^{-5}}$



+700/8/23+

Continuação do espaço para a questão 8.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the continuation of the answer to question 8.



Question 9 No experimento de capacitores de placas paralelas, num espaçamento $d = (0,50 \pm 0,02)\text{cm}$ um grupo de alunos observou no equipamento de medida o valor $C_0 = 0,086\text{nF}$. Seguindo o que foi sugerido no roteiro um aluno colocou 1 folha de papel no meio das placas, sem mudar o espaçamento d , e viu que o valor subiu para $C_1 = 0,093\text{nF}$. Outro aluno mais curioso colocou um bloco com 50 folhas no mesmo espaçamento e mediu C_{50} . Considere que uma folha de papel tem espessura de $0,01\text{cm}$ e $\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12}\text{F/m}$ e desconsidere a capacitância residual.

- a) (2 pontos) Se o multímetro tem um erro nesta escala de $1,9\% + 8D$, quais são os valores de C_0 e C_1 com seus erros?
b) (3 pontos) Qual a área do capacitor com seu erro?
c) (1 pontos) Faça um desenho esquemático das 3 situações apresentadas.
d) (2 pontos) A capacitância C_{50} é maior, menor ou igual a C_1 ? Justifique sua resposta.
e) (2 pontos) Estime o valor de C_{50} , considerando a constante dielétrica do papel como sendo $\kappa = 6$.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

a)

$$C_0 = 0,086\text{nF}$$
$$\begin{array}{r} 0,086 \\ \times 0,019 \\ \hline 774 \\ 86 + \\ \hline 0,001634 \\ + 0,008 \\ \hline 0,0096 \end{array}$$
$$|C_0 = 86 \pm 10_p \text{ F}|$$

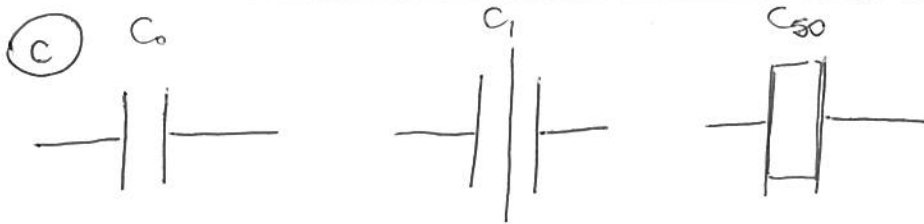
$$C_1 = 0,093\text{nF}$$
$$\begin{array}{r} 0,093 \\ \times 0,019 \\ \hline 0,001767 \\ + 0,008 \\ \hline 0,0097 \end{array}$$
$$|C_1 = 93 \pm 10_p \text{ F}|$$

b)

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow A = \frac{C_0 d}{\epsilon_0} = \frac{(0,086 \cdot 10^{-9})(0,5 \cdot 10^{-2})}{(8,9 \cdot 10^{-12})} \approx 4,83 / 46 \times 10^{-3}$$
$$\Delta A = A \sqrt{\left(\frac{\Delta C_0}{C_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2} \approx 0,6 \cdot 10^{-3}$$
$$A = (4,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$



Continuação do espaço para a questão 9.



(d)

$$C_{50} = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \kappa C_0 = 6 (9086)$$
$$C_{50} = 0,516 \text{ mF}$$

(d) $C_{50} > C_1$, pois a medida que se aumenta o espaçamento d o dielétrico ocupa aumenta C .