Universidade Federal do ABC - UFABC

ÁLGEBRA LINEAR - DIURNO

Prof. Celso Nishi 1º quad. 2011

Prova 3

1. [**2,0**] Para os operadores lineares abaixo, encontre o subespaço associado ao autovalor indicado. Dê uma base e a dimensão desse subespaço.

   (a) $T : M(2,2) \to M(2,2)$
   $T(A) = -A^{\mathsf{T}}$, $\lambda_1 = -1$

   (b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$
   $T(x,y) = (4x + y, 2x + 3y)$, $\lambda_1 = 2$

2. [**3,0**] Se possível, diagonalize a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

3. [**2,5**] Seja $T : V \to V$ um operador linear e V um espaço vetorial de dimensão n. Mostre que autovetores associados a autovalores diferentes são LI. Baseado nisso, explique por que qualquer matriz $n \times n$ real A, que possui n autovalores reais distintos, é diagonalizável.

4. [**2,5**] Seja $W = [(1,1,0),(1,0,-1)]$ um subespaço de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbf{v} = (1,2,2)$. Encontre o vetor $\mathbf{w} \in W$ cuja distância em relação a $\mathbf{v}$ é mínima. Calcule a distância. Utilize o produto interno usual.

OBS: Não é permitido o uso de calculadoras.

Universidade Federal do ABC - UFABC

Álgebra Linear - Diurno

Prof. Celso Nishi 1º quad. 2011

Prova 3

1. [**2,0**] Para os operadores lineares abaixo, encontre o subespaço associado ao autovalor indicado. Dê uma base e a dimensão desse subespaço.

   (a) $T : M(2,2) \to M(2,2)$
   $T(A) = 2A^{\mathsf{T}}$, $\lambda_1 = 2$

   (b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$
   $T(x,y) = (4x+2y, x+3y)$, $\lambda_1 = 5$

2. [**3,0**] Se possível, diagonalize a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

3. [**2,5**] Seja $T : V \to V$ um operador linear e V um espaço vetorial de dimensão n. Mostre que autovetores associados a autovalores diferentes são LI. Baseado nisso, explique por que qualquer matriz $n \times n$ real A, que possui n autovalores reais distintos, é diagonalizável.

4. [**2,5**] Seja $W = [(1,-1,0),(1,0,1)]$ um subespaço de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbf{v} = (1,2,2)$. Encontre o vetor $\mathbf{w} \in W$ cuja distância em relação a $\mathbf{v}$ é mínima. Calcule a distância. Utilize o produto interno usual.

OBS: Não é permitido o uso de calculadoras.

Universidade Federal do ABC - UFABC

ÁLGEBRA LINEAR - DIURNO

Prof. Celso Nishi $1^{\underline{o}}$ quad. 2011

Prova 3

1. [**3,0**] Se possível, diagonalize a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

2. [**2,0**] Para os operadores lineares abaixo, encontre o subespaço associado ao autovalor indicado. Dê uma base e a dimensão desse subespaço.

   (a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$
   $T(x, y) = (4x + y, 2x + 3y)$, $\lambda_1 = 2$

   (b) $T : M(2, 2) \to M(2, 2)$
   $T(A) = -A^{\mathsf{T}}$, $\lambda_1 = -1$

3. [**2,5**] Seja $W = [(1, 1, 0), (1, 0, -1)]$ um subespaço de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbf{v} = (1, 2, 2)$. Encontre o vetor $\mathbf{w} \in W$ cuja distância em relação a $\mathbf{v}$ é mínima. Calcule a distância. Utilize o produto interno usual.

4. [**2,5**] Seja $T : V \to V$ um operador linear e V um espaço vetorial de dimensão n. Mostre que autovetores associados a autovalores diferentes são LI. Baseado nisso, explique por que qualquer matriz $n \times n$ real A, que possui n autovalores reais distintos, é diagonalizável.

OBS: Não é permitido o uso de calculadoras.

Universidade Federal do ABC - UFABC

Álgebra Linear - Diurno

Prof. Celso Nishi $1^{\underline{o}}$ quad. 2011

Prova 3

1. [**3,0**] Se possível, diagonalize a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

2. [**2,0**] Para os operadores lineares abaixo, encontre o subespaço associado ao autovalor indicado. Dê uma base e a dimensão desse subespaço.

   (a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$
   $T(x, y) = (4x + 2y, x + 3y)$, $\lambda_1 = 5$

   (b) $T : M(2,2) \to M(2,2)$
   $T(A) = 2A^{\mathsf{T}}$, $\lambda_1 = 2$

3. [**2,5**] Seja $W = [(1, -1, 0), (1, 0, 1)]$ um subespaço de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbf{v} = (1, 2, 2)$. Encontre o vetor $\mathbf{w} \in W$ cuja distância em relação a $\mathbf{v}$ é mínima. Calcule a distância. Utilize o produto interno usual.

4. [**2,5**] Seja $T : V \to V$ um operador linear e V um espaço vetorial de dimensão n. Mostre que autovetores associados a autovalores diferentes são LI. Baseado nisso, explique por que qualquer matriz $n \times n$ real A, que possui n autovalores reais distintos, é diagonalizável.

OBS: Não é permitido o uso de calculadoras.