Universidade Federal do ABC – UFABC

ESTA003-17: Sistemas de Controle I

Sétima lista de exercícios

Professor Dr. Alfredo Del Sole Lordelo

Considere o sistema de controle com realimentação negativa e unitária apresentado na Figura 1.

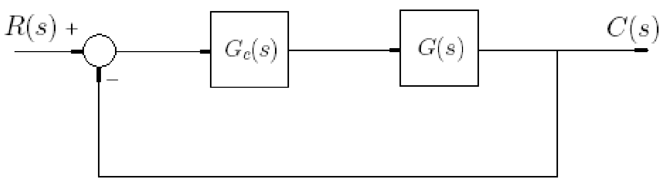


Figura 1: Sistema em malha fechada com realimentação negativa e unitária.

1- Considerando as seguintes funções de transferências $G(s)$, projete, de forma justificada e detalhada, um compensador por avanço de fase, associados aos seguintes índices de desempenho de transitório para uma entrada degrau unitário.

a) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ ($t_s = 2,0s$ e $M_p = 20\%$)

b) $G(s) = \dfrac{10}{s(s+1)}$ ($t_s = 2,67s$ e $M_p = 16,3\%$)

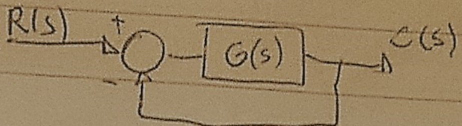
2- Considerando as seguintes funções de transferências $G(s)$, projete, de forma justificada e detalhada, um compensador por atraso de fase, associados às seguintes constante de erro estático para uma entrada em rampa K_v, sem que haja uma modificação considerável na localização dos pólos originais de malha fechada.

a) $G(s) = \dfrac{10}{s(s+4)}$ ($K_v = 50s^{-1}$)

b) $G(s) = \dfrac{16}{s(s+4)}$ ($K_v = 20s^{-1}$)

lista 7

1 a) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$ $T_s = 2{,}0\,s$ $M_p = 20\%$



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{s(s+1)}}{1+\frac{1}{s(s+1)}} = \frac{\frac{1}{\cancel{s(s+1)}}}{\frac{s^2+s+1}{\cancel{s(s+1)}}} = \frac{1}{s^2+s+1} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$\omega_n^2 = 1 \Rightarrow \omega_n = 1\,rad/s$ $M_p = \exp\left(\dfrac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \Rightarrow 16{,}3\%$

$2\xi\omega_n = 1 \Rightarrow \xi = 0{,}5$

$$t_s \overset{2\%}{=} \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{0{,}5.1} \Rightarrow T_s = 8\,s$$

$$M_p = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{[\ln(M_p)]^2}{[\ln(M_p)]^2+\pi^2}} \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{[\ln(0{,}2)]^2}{[\ln(0{,}2)]^2+\pi^2}} = 0{,}456$$

$$T_s \overset{2\%}{=} \frac{4}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{\xi t_s} = 4{,}39\,rad/s$$

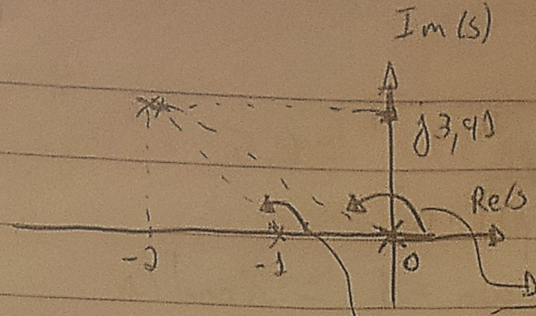
$$s = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow s = -0{,}456 \cdot 4{,}39 \pm 4{,}39\sqrt{1-0{,}456^2}$$

$= -2 \pm j3{,}91$

O ângulo de $G_c(s)$ no pólo de malha fechada desejado é dado por

$$\angle \frac{1}{s(s+1)}\bigg|_{s=-2\pm j3{,}91} = -\angle s\bigg|_{s=-2\pm j3{,}91} - \angle(s+1)\bigg|_{s=\ldots}$$

$= -117{,}1^\circ - 104{,}4^\circ = -221{,}5^\circ$



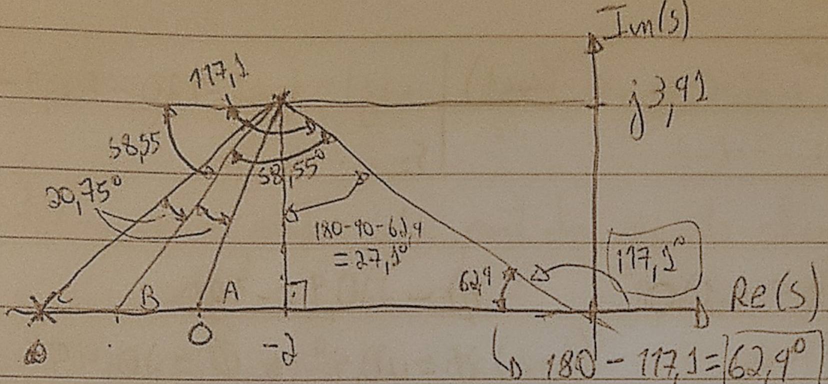
$\rightarrow 90^\circ + Tg^{-1}\frac{2}{3,91} = 117,1^\circ$

$\rightarrow 90 + Tg^{-1}\frac{1}{3,91} = 104,4^\circ$

Portanto para que $s = -2 \pm j3,91$ satisfaça a condição de ângulo e pertença ao lugar das raízes temos que

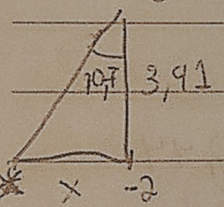
$\phi - 221,5^\circ = -180^\circ \rightarrow \phi = 41,5^\circ$

$\frac{\phi}{2} = 20,75^\circ$



$\rightarrow 180 - 117,1 = \boxed{62,9^\circ}$

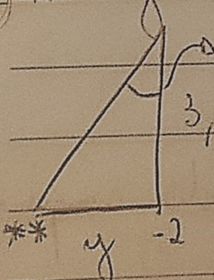
Triângulo A



$Tg\,10,7^\circ = \frac{x}{3,91} \rightarrow x = 0,74$

$\boxed{* = -2,74}$ zero do compensador

Triângulo ABC



$\rightarrow 10,7 + 20,75 + 20,75 = 52,2^\circ$

$Tg\,52,2^\circ = \frac{y}{3,91} \rightarrow y = 5$

$\boxed{** = -7}$ pólo do compensador

$G_c(s)G(s) = K_c\,\frac{s + 2,74}{s+7} \cdot \frac{1}{s(s+1)}$ pela condição de módulo, temos que

3,98

$\left|\frac{K_c(s+2,74)}{s(s+1)(s+7)}\right|_{s=-2\pm j3,91} = 1$

$\sqrt{(-2+2,74)^2 + (3,91)^2} = 3,98$

$\sqrt{(-2+1)^2 + (3,91)^2} = 4,04$

$\sqrt{(-2+7)^2 + (3,91)^2} = 6,35$

$\frac{K_c\,(3,98)}{[illegible]} = 1$ $\quad \boxed{K_c = 28,3}$

$\boxed{G_c(s) = 28,3 \cdot \frac{s+2,74}{s+7}}$

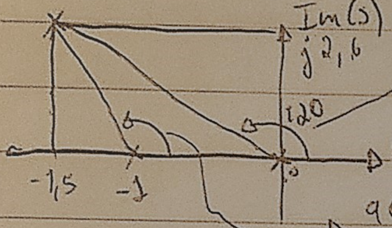
ⓑ $G(s) = \dfrac{10}{s(s+1)}$, $M_p = 16,3\%$, $t_s = 2,67\,s$ $\rightarrow$ $\xi = \sqrt{\dfrac{[\ln(M_p)]^2}{[\ln(M_p)]^2 + \pi^2}} = 0,5$

$t_s \overset{2\%}{=} \dfrac{4}{\xi w_n} \rightarrow w_n = \dfrac{4}{\xi t_s} = 3\ rad/s$

$s = -\xi w_n \pm j w_n \sqrt{1-\xi^2}$

$s = -1,5 \pm j2,6$

$\left.\angle \dfrac{10}{s(s+1)}\right|_{s=-1,5 j2,6} = -\angle s\Big|_{s=\dots} - \angle(s+1)\Big|_{s=\dots} = -120 - 100,9 = -220,9°$

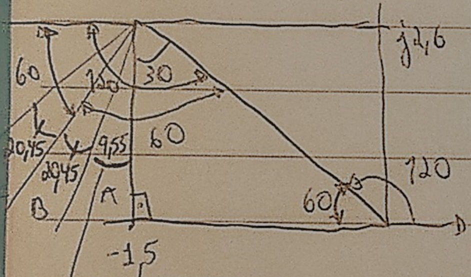


$90 + Tg^{-1}\dfrac{1,5}{2,6} = 120°$

$90 + Tg^{-1}\dfrac{0,5}{2,6} = 100,9°$

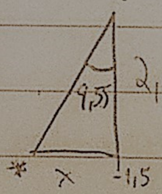
$\phi - 220,9 = -180$

$\phi = 40,9° \rightarrow \dfrac{\phi}{2} = 20,45°$



$60 - 20,45 - 30 = 9,55$

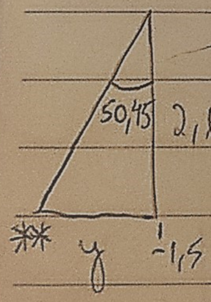
Triangulo A



$Tg\ 9,55 = \dfrac{x}{2,6} \rightarrow x = 0,44$

$\boxed{* = -1,44}$ zero do compensador

Triangulo ABC



$20,45 + 20,45 + 9,55 = 50,45$

$Tg\ 50,45 = \dfrac{y}{2,6} = 3,2$

$\boxed{** = -4,7}$ pólo do compensador

2,64

$G_c(s) \cdot G(s) = K_c \dfrac{s+1,94}{s+4,7} \cdot \dfrac{10}{s(s+1)} \rightarrow \left|\dfrac{K_c 10\,(s+1,94)}{s(s+4,7)(s+1)}\right|_{s=-1,5 j2,6} = 1$

$\sqrt{(-1,5+1,94)^2 + (2,6)^2} = 2,64$

$\dfrac{10 K_c \cdot 2,64}{3 \cdot 4,12 \cdot 2,65} = 1$

$K_c = 1,24$

$G_c(s) = 1,24 \cdot \dfrac{s+1,94}{s+4,7}$