# Lista 1 - Álgebra Linear

Sistemas lineares, determinantes e matriz inversa

### 3° quadrimestre de 2014 - Professores Maurício Richartz e Vladislav Kupriyanov

**Leitura recomendada:** capítulos 2 (Sistemas lineares) e 3 (Determinante e matriz inversa) do Boldrini:

**1** — Reduza as matrizes à forma escada reduzida por linha e calcule posto e nulidade de cada uma delas: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

**2** — Resolva os seguintes sistemas por escalonamento:

a) $\begin{cases} x + 5y = 13 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 5x - 3y + z = -10 \\ -2x - y + z = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y + z &= 4 \\ 2x + 5y - 2z &= 3 \\ x + 7y - 7z &= 5 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z &= 1 \\ x - y + z &= 3 \\ x - y - 3z &= -3 \\ 3x + 3y - 5z &= 0 \\ -x + y + z &= 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x - 2y + 3z &= 0 \\ 2x + 5y + 6z &= 0 \end{cases}$

**3** — Determinar $a$ e $b$ para que o sistema seja possível e determinado

$$\begin{cases} 3x - 7y = a \\ x + y = b \\ 5x + 3y = 5a + 2b \\ x + 2y = a + b - 1 \end{cases}$$

**4** — Discuta os seguintes sistemas (em função de $k$):

$$\begin{cases} x + y - kz &= 0 \\ kx + y - z &= 2 - k \\ x + ky - z &= -k \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} kx + 2y &= 6 \\ 3x - y &= -2 \\ x + y &= 0 \end{cases}$$

**5** — Calcule o determinante das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 7 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

**6** — Determine a inversa das seguintes matrizes:

a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 1 & 1 & x^2 \\ 2 & 2 & x^2 \end{bmatrix}$

**7** — Mostre que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a).$

**8** — Dado o sistema

$$\begin{cases} x + y - w = 0 \\ x - z + w = 2 \\ y + z - w = -3 \\ x + y - 2w = 1 \end{cases}$$

a) Calcule o posto da matriz dos coeficientes.
b) Calcule o posto da matriz ampliada.
c) Resolva o sistema.
d) Substitua todos os termos independentes por $0$ e repita os itens acima para o sistema obtido (obs: esse é o sistema homogêneo associado).