UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

BC0003 - Bases Matemáticas

B - Noturno

PROF. VLADIMIR PERCHINE

Prova substitutiva (gabarito)

1. **Prove por contradição:**
   A soma de um número racional com um número irracional é irracional.
   Seja x racional e y, irracional. x pode ser escrito como razão de dois inteiros, $x = \dfrac{m}{n}$.
   Suponhamos que $x + y$ seja racional. Então devem existir dois inteiros k e l, tais que $x + y = \dfrac{k}{l}$. Logo, temos $y = \dfrac{k}{l} - \dfrac{m}{n} = \dfrac{kn - ml}{ln}$, o que significa que y é racional. Chegamos a uma contradição . Logo, a suposição é falsa, e $x + y$ deve ser irracional.

2. **Resolva a equação** $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

   $3x + 7 + x + 1 - 2\sqrt{(3x+7)(x+1)} = 4$

   $\sqrt{(3x+7)(x+1)} = 2x + 2$

   $3x^2 + 10x + 7 = 4x^2 + 8x + 4$

   $x^2 - 2x - 3 = 0$

   $(x-3)(x+1) = 0$

   $x = -1,\ x = 3$

3. **Para as funções** $f(x) = x^2 - 3x + 1,\ g(x) = \operatorname{sen} x,\ h(x) = \sqrt{x+1}$ **escreva a expressão para a função composta** $(f \circ g \circ h)(x)$ **e determine o domínio dela.**

   $(f \circ g \circ h)(x) = \operatorname{sen}^2\left(\sqrt{x+1}\right) - 3\operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right) + 1$

   Domínio: $x + 1 \geq 0 \ \Rightarrow\ x \in [-1, \infty)$.

4. **Calcule o limite** $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{3x^2 - 3x - 6}$

   $$= \lim_{x\to-1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)(3x-6)} = \frac{-1-4}{-3-6} = \frac{5}{9}$$

5. **Determine os pontos de descontinuidade da função**

   $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3+x}\,, & x < -1 \\ \arccos x, & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - x, & x > 1 \end{cases}$$

   e diga qual é o tipo de cada ponto de descontinuidade.

   Em $x = -3$ temos uma descontinuidade infinita, $\lim\limits_{x\to-3} f(x) = \infty$.

   $x = -1$ é um ponto de descontinuidade em salto, porque os dois limites laterais não são iguais:

   $$\lim_{x\to-1^-} f(x) = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}, \qquad \lim_{x\to-1^+} f(x) = f(-1) = \arccos(-1) = \pi$$

   Em $x = 1$ a função é contínua:

   $$\lim_{x\to1^-} f(x) = f(1) = \arccos(1) = 0, \qquad \lim_{x\to1^+} f(x) = 1^2 - 1 = 0$$