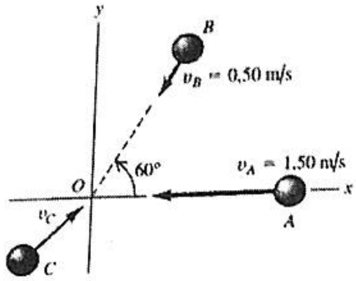
Question 6 As esferas A ($m_A = 0,020\,kg$), B ($m_B = 0,030\,kg$) e C ($m_C = 0,050\,kg$) se aproximam da origem deslizando sobre uma mesa de ar sem atrito (ver figura). As velocidades iniciais de A e B são indicadas na figura. Todas as três esferas atingem a origem no mesmo instante e ficam coladas.



(a) (5 pontos) Quais devem ser as componentes x e y da velocidade inicial de C para que os três objetos unidos se desloquem a $0,50\,m/s$ no sentido positivo do eixo x após a colisão?
(b) (5 pontos) Se C possui a velocidade encontrada no item (a), qual é a variação da energia cinética do sistema das três esferas ocasionada pela colisão?

□0 □1 □2 □3 □4 □5 □6 □7 □8 □9 □10

(a) $\vec{P}_{antes} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + m_C \vec{v}_C$

$$\vec{P}_{antes} = -m_A v_A \hat{\imath} - m_B v_B \cos 60° \hat{\imath} - m_B v_B \sin 60° \hat{\jmath} + m_C \vec{v}_C$$

$\vec{P}_{Depois} = M v \hat{\imath}$; $v = 0,50 m/s$

$M = m_A + m_B + m_C = 0,100 Kg$

→ Conservação de Momentum: $\vec{P}_{Antes} = \vec{P}_{Depois}$:

$$\vec{v}_C = \frac{1}{m_C}\left(Mv + m_A v_A + m_B v_B \cos 60°\right)\hat{\imath} + \frac{m_B}{m_C} v_B \sin 60° \hat{\jmath}$$

Numericamente: $\boxed{\vec{v}_C = (1,75 m/s)\hat{\imath} + (0,26 m/s)\hat{\jmath}}$

Continuação do espaço para a questão 06.

b

$$K_i = \frac{1}{2}\left(m_A v_A^2 + m_B v_B^2 + m_C v_C^2\right)$$

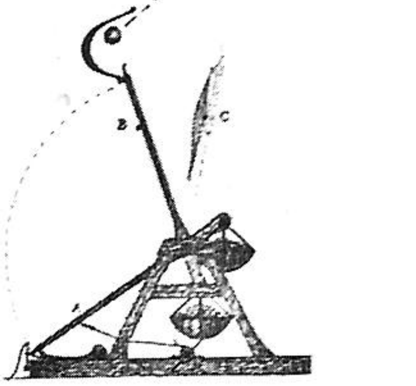
Numericamente $\boxed{K_i = 104,5\ mJ}$

$$K_f = \frac{1}{2} M v^2 = 12,5\ mJ$$

Assim, $\boxed{\Delta K = K_f - K_i = 92\ mJ}$ //

Question 7 É sabido que nossa espécie, homo sapiens sapiens, conviveu no passado com outras espécies de hominídeos. A espécie que sobreviveu por mais tempo a essa interação conosco foram os neandertais, mais fortes e ágeis que nós, extintos há aproximadamente 30 mil anos. Nossa sobrevivencia ao longo da história deve pouco a nossas aptidões físicas, as quais são superadas em muito por outros animais, se deve sim ao desenvolvimento de muitos aparatos, inclusive armas usadas para caça, defesa e ampliação de território. Uma das armas que desenvolvemos é a catapulta, inventada na Grécia antiga. Uma das variantes da catapulta é o trabuco (do francês trebuchet), esquematizado abaixo. Ao ser liberado, o torque resultante faz com que o projétil de massa m seja lançado a uma velocidade v.

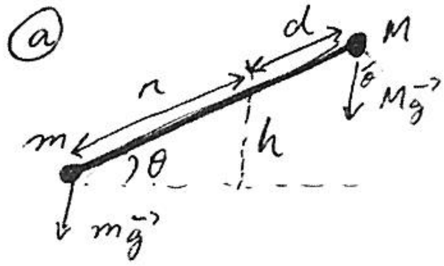
Considerando uma situação simplificada, temos um contrapeso de massa $M = 1000\,Kg$ na ponta de uma haste de massa desprezível e comprimento $L = 6,0\,m$, sendo que o lado do contrapeso tem um comprimento $d = 1,0\,m$. Com o ponto de apoio a uma altura $h = 4\,m$ do solo e um projétil de massa $m = 10\,Kg$ na outra ponta da haste, determine:



(a) (4 pontos) o torque resultante quando o contrapeso é liberado na situação A do desenho.
Imediatamente após a corda ser cortada, qual é a aceleração linear ~~a~~ do contrapeso
(b) (3 pontos) o momento de inércia do conjunto, considerando por simplicidade o contrapeso e o projétil como partículas localizadas nas extremidades da haste.
(c) (3 pontos) Ajustando o trabuco para lançamento horizontal, determine a velocidade angular máxima da haste, bem como a velocidade do projétil arremessado.

□0 □1 □2 □3 □4 □5 □6 □7 □8 □9 □10

ⓐ



$r = L - d = 5,0\,m$

$\tau = Mg\,d\sin\theta - mg\,r\sin\theta$

$\tau = (Md - mr)\,g\sin\theta$

Numericamente:

$\tau = (1000\,Kg \cdot 1\,m - 10\,Kg \cdot 5\,m) \cdot 10\,m/s^2 \cdot \frac{4}{5}$

$\boxed{\tau = 950 \times 8\,Nm = 7600\,N.m}$ //

Da figura $\sin\theta = \frac{h}{r} = \frac{4}{5}$

Continuação do espaço para a questão 07.

(b)

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = Md^2 + mr^2$$

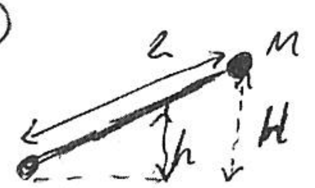
$$I = 1000\,Kg\,(1m)^2 + 10\,Kg\,(5m)^2$$

$$\boxed{I = 1250\,Kg\,m^2}$$

→ Considerando o torque inicial

$$\tau_0 = I\alpha_0 \rightarrow \boxed{\alpha_0 = \frac{\tau_0}{I}}$$

(c)



$$\boxed{\begin{aligned} U_i &= MgH \\ K_i &= 0 \end{aligned}}$$

Aceleração do Contrapeso (item a)

$$a_c = \alpha_0 d = 6\,m/s^2$$

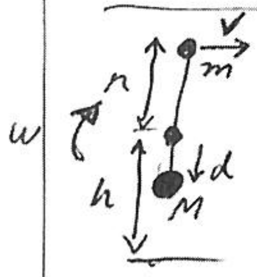
Aceleração do projétil (inicial)

$$a_p = \alpha_0 \cdot r = 30\,m/s^2$$

$$\sin\theta = \frac{h}{r} = \frac{H}{l}$$

$$H = \frac{l}{r} \cdot h = \frac{6}{5} \cdot 4 = 4{,}8m$$

→ Lançamento Horizontal



$$\boxed{\begin{aligned} U_f &= mg(h+r) + Mg(h-d) \\ K_f &= \frac{1}{2} I\omega^2 \end{aligned}}$$

Como $\boxed{U_f + K_f = U_i + K_i}$

$U_i = 48000\,J$

$U_f = 30.900\,J$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{2}{I}(U_f - U_i)} = 5{,}23\,rad/s}$$

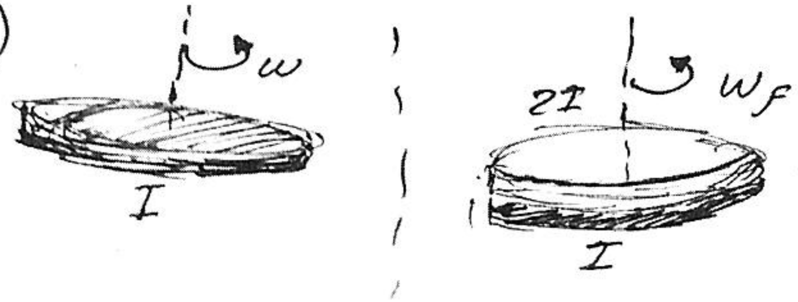
$$\boxed{V_{lançamento} = \omega \cdot r = 26{,}1\,m/s = 94\,Km/h}$$

+500/7/22+

Question 8 Uma roda gira livremente a uma velocidade angular de $800\,rev/min$ em um eixo cujo momento de inércia é desprezível. Uma segunda roda, inicialmente em repouso, e com o dobro do momento de inércia da primeira roda, é repentinamente acoplada ao mesmo eixo.
(a) (6 ponto) Qual é a velocidade angular da combinação do eixo com as duas rodas?
(b) (4 ponto) Qual fração da energia cinética rotacional original foi perdida?

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

(a)



$$\boxed{L = I\omega}$$

Antes

$$\boxed{L = (I + 2I)\,\omega_f}$$

Depois

Logo $$\boxed{\omega_f = \frac{\omega}{3} = 267\,\frac{rev}{min} = 27{,}9\,rad/s}$$ //

(b) $$K_i = \frac{I\omega^2}{2} \; ; \; K_f = \frac{(3I)\,\omega_f^2}{2} = \left(\frac{I\omega^2}{2}\right)\frac{1}{3}$$

Logo

$$\frac{\Delta K}{K_i} = \frac{\frac{I\omega^2}{2} - \frac{1}{3}\frac{I\omega^2}{2}}{\frac{I\omega^2}{2}} = 2/3$$ //