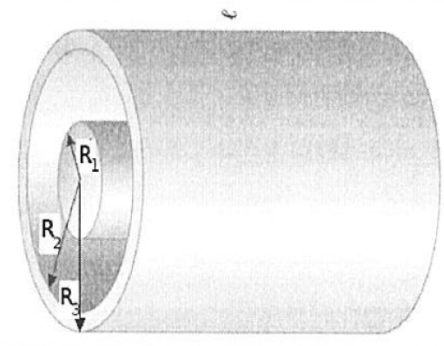
Prova 1 BC0209 – 2014.2

Question 6 A figura mostra a seção de uma haste condutora cilíndrica de raio R_1 e comprimento ℓ. Concêntrica a ela, existe uma casca cilíndrica condutora, de raio interno R_2, externo R_3 e de mesmo comprimento. A carga líquida na haste é $Q_1 > 0$, enquanto que na casca é $Q_2 = 2{,}00Q_1$.
a) (3 pts) Indique onde estará localizadas as cargas em cada um dos condutores e calcule seus respectivos valores. Justifique sua resposta.
b) (2 pts) Assumindo-se que $\ell \gg R_2$, desenhe as linhas de campo geradas pela distribuição de cargas em toda a região do espaço.
c) (5 pts) Utilize a lei de Gauss para calcular o módulo do campo elétrico, justifique as passagens do seu cálculo. Faça um gráfico do módulo do campo elétrico versus a distância ao centro do cilindro.



□0 □1 □2 □3 □4 □5 □6 □7 □8 □9 □10

(A) CONDUTOR EM EQUILÍBRIO → CARGAS NA SUPERFÍCIE

– EM $r=R_1$ $\boxed{Q_{R_1} = Q_1}$

– EM $r=R_2$, TOME UMA SUPERFÍCIE GAUSSIANA CILÍNDRICA (COM AS TAMPAS) CUJO RAIO r SATISFAZ $R_2 < r < R_3$, SENDO ASSIM,

$$0 = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{R_2}+Q_1}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{Q_{R_2} = -Q_1}$$

– EM $r=R_3$; CONSERVAÇÃO DA CARGA: $Q_{R_3}+Q_{R_2} = 2Q$

LOGO $\boxed{Q_{R_3} = 3Q_1}$

(B)

(C) $\vec{E}=\vec{0}$ p/ $r<R_1$ E $R_2<r<R_3$

(CONDUTOR EM EQUILÍBRIO)

SIMETRIA CILÍNDRICA → SUPERFÍCIES GAUSSIANAS CILÍNDRICAS (COM AS TAMPAS) DE TAMANHO $L < \ell$.

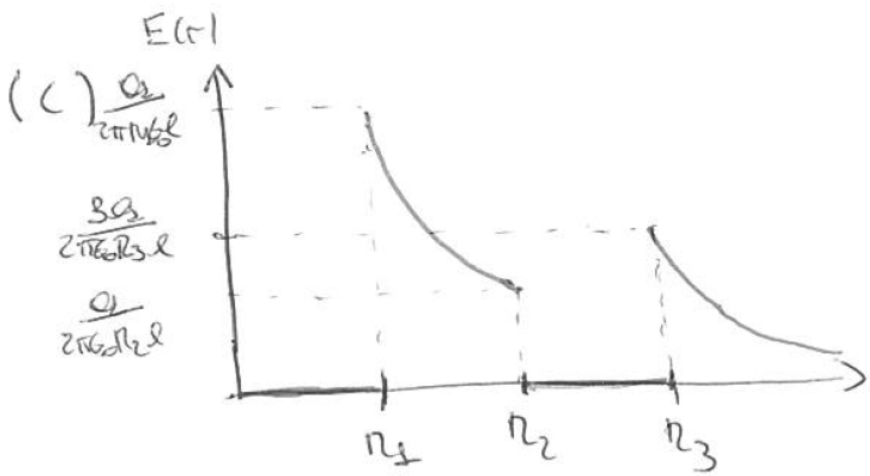
$$\Phi_S = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int_{\text{TAMPA 1}} \cancelto{0}{\vec{E}\cdot d\vec{A}_1} + \int_{\text{TAMPA 2}} \cancelto{0}{\vec{E}\cdot d\vec{A}_2} + \int_{\text{LATERAL}} \overbrace{\vec{E}\cdot d\vec{A}_3}^{\vec{E}\parallel d\vec{A}} = \int_{\text{LATERAL}} E\,dA_L = EA_L$$

LOGO $\boxed{\Phi_S = E(r)2\pi r L}$

$$q_{int} = \begin{cases} \left(\dfrac{Q_1}{\ell}\right) L & p/ \ R_1 < r < R_2 \ ; \\ \\ \left(\dfrac{3Q_1}{\ell}\right) L & p/ \ R_3 < r < \infty \end{cases}$$

SENDO ASSIM; $\left(\Phi_S = q_{int} / \epsilon_0\right)$

$$E(r) = \begin{cases} 0 \ ; & r < R_1 \\ \dfrac{Q_1}{2\pi\epsilon_0 \ell r} \ ; & R_1 < r < R_2 \\ 0 \ ; & R_2 < r < R_3 \\ \dfrac{3Q_1}{2\pi\epsilon_0 \ell r} \ ; & r > R_3 \end{cases}$$

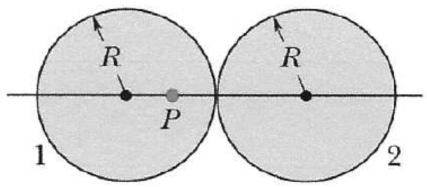


Question 6 Considere **uma** esfera dielétrica de raio R, uniformemente carregada com carga $q_1 > 0$.

a) (2 pts) Esboce as linhas de campo em toda a região do espaço.

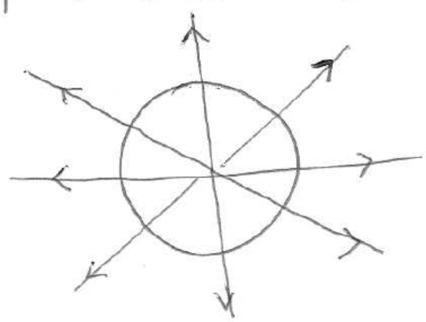
b) (3 pts) Utilize a lei de Gauss e obtenha o campo elétrico (módulo, direção e sentido) em todas as regiões do espaço.

c) (5 pts) Suponha agora que uma **segunda** esfera dielétrica, uniformemente carregada com carga q_2, seja colocada bem próxima à esfera 1, sem que haja mudança na distribuição de carga de ambas as esferas. Se o campo elétrico resultante no ponto P, que está a uma distância radial $R/2$ do centro da esfera 1 (veja figura) é zero, qual é a razão q_2/q_1?



☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

(a) Pela simetria da distribuição de cargas, o campo elétrico deve ser radial. Além disto, como $q_1 > 0$, deve apontar para fora.



(b) Para $r > R$: $\oint_{S_1} \underbrace{\vec{E} \cdot d\vec{A}}_{= E\,dA,\ \text{com } E \text{ cte}} = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E \underbrace{\oint_S dA}_{4\pi r^2} = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \hat{r}}$

Para $r < R$: $\oint_{S_2} \overbrace{\vec{E} \cdot d\vec{A}}^{= E\,dA} = \frac{q_1'}{\varepsilon_0}$,

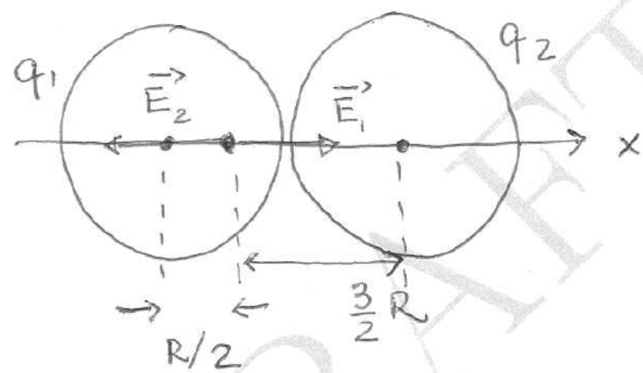
onde $q_1' = \int \rho \, dV = \left(\frac{q_1}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right) \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\therefore \; q_1' = q_1 \frac{r^3}{R^3}$$

Logo, $$E \underbrace{\oint_{S_2} dA}_{4\pi r^2} = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \frac{r^3}{R^3}.$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q_1 \frac{r}{R^3} \; \hat{r}}$$

(c)



Em P: $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$

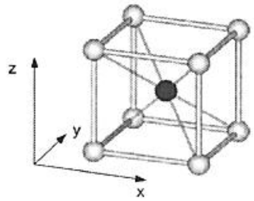
$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_1 \frac{R/2}{R^3} \hat{x} \; ; \quad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q_2 \frac{1}{\left(\frac{3}{2}R\right)^2} (-\hat{x})$$

Portanto, $$q_1 \frac{1}{2 \cancel{R^2}} = q_2 \frac{4}{9 \cancel{R^2}}$$

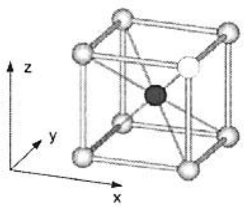
$$\therefore \quad \frac{q_2}{q_1} = \frac{9}{8}$$

Question 6 Cloreto de césio é um sal com uma estrutura cúbica de íons Cs^+ (carga e) cercando um íon de Cl^- (carga $-e$) como mostrado na figura do ítem (a). As arestas do cubo tem comprimento de $a = 0,4$ nm. Nesse problema use que $k_e = 8,9 \times 10^9 \text{N.m}^2/\text{C}^2$ e o módulo da carga do elétron é $e = 1,6 \times 10^{-19}$C.

(a) (5 pontos) Qual a força resultante no íon de Cl^-? Justifique sua resposta. Sua resposta deve conter o módulo, direção e sentido da força.



(b) (5 pontos) Ocasionalmente, aparecem defeitos na estrutura do sal onde um dos íons de Cs^+ está faltando. Na figura abaixo isso é indicado pela esfera branca. Considerando a figura abaixo, calcule qual a força resultante no íon de Cl^-? Justifique sua resposta. Sua resposta deve conter o módulo, direção e sentido da força.



☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

(A) POR SIMETRIA, A FORÇA QUE CADA Cs^+ GERA EM Cl^- É CANCELADA PELA FORÇA EXERCIDA PELO Cs^+ NA DIAGONAL OPOSTA. LOGO $\boxed{\vec{F} = \vec{0}}$

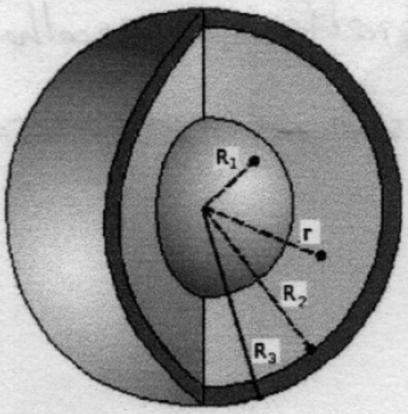
(B) O MESMO ARGUMENTO ACIMA VALE PARA CADA PAR DE Cs^+ EM DIAGONAIS OPOSTAS EXCETO P/ A DIAGONAL QUE CONTÉM A VACÂNCIA (ESFERA BRANCA) NESSE CASO

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{(\sqrt{3}a/2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4e^2}{3a^2} = \frac{(8,9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2})(1,6\times10^{-19}C)^2}{3\times(0,2\times10^{-9}m)^2}$$

$$\boxed{|\vec{F}| = 1,9\times10^{-9} N}$$

OU VETORIALMENTE, $\boxed{\vec{F} = (1,9\times10^{-9})\frac{(-\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})}{\sqrt{3}} N}$

Question 6 A figura mostra uma esfera metálica com raio R_1 e carga $q_1 = -Q$. Concêntrica a essa esfera há uma casca metálica com carga $q_2 = +3Q$ com raio interno R_2 e raio externo R_3.
a) (3 pts) Qual a carga em cada uma das 3 superfícies esféricas desse problema. Justifique sua resposta.
b) (3 pts) Desenhe as linhas de campo geradas pela distribuição de cargas em toda a região do espaço.
c) (4 pts) Utilize a lei de Gauss para calcular o módulo do campo elétrico em função da distância ao centro das esferas r para $0 < r < \infty$, justifique as passagens do seu cálculo. Faça um gráfico do módulo do campo elétrico versus a distância ao centro das esferas.

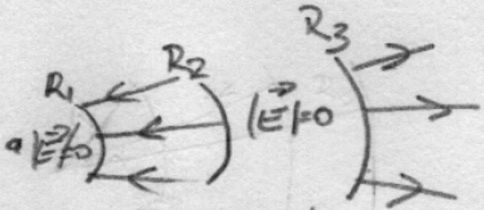


☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

a) 

$-Q$ $+Q$ $+2Q$

O campo elétrico deve ser zero em no interior de objetos metálicos na condição eletrostática. Usando a Lei de Gauss (ver item (c)), isso é satisfeito com a distribuição indicada na figura.

b) 

c) pela simetria do problema escolhemos usar uma superfície Gaussiana esférica.

$$\oint_{\substack{\text{esfera}\\ \text{de raio}\\ r}} d\vec{A} \circ \vec{E} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

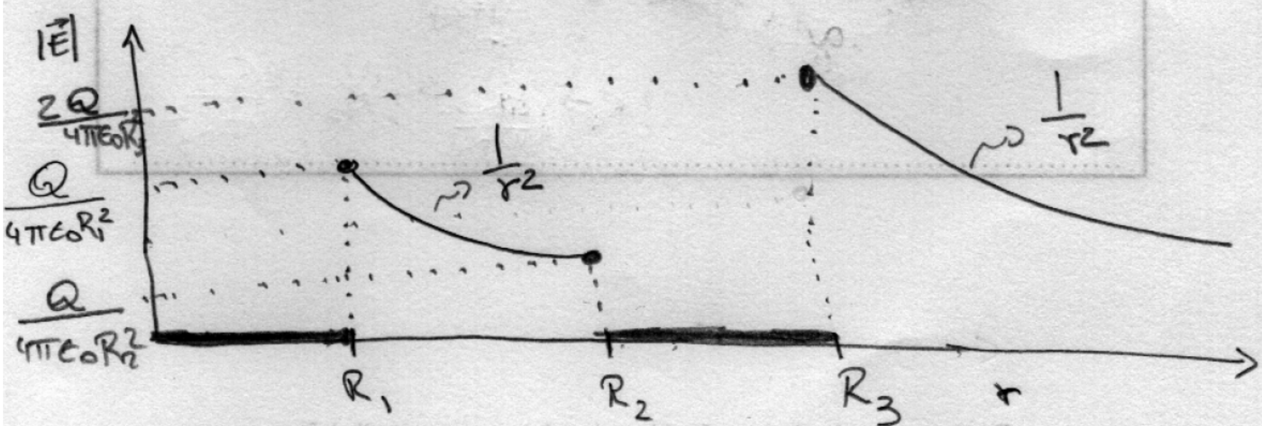
como o campo elétrico é radial por simetria $d\vec{A} \parallel \vec{E}$

$$\oint_{\substack{\text{esfera de}\\ \text{raio } r}} |\vec{E}| \cdot dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

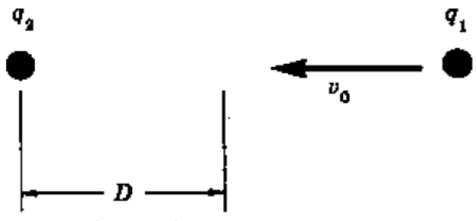
a uma distância fixa r, $|\vec{E}|$ é constante por simetria.

$$|\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$



Question 7 (10 pontos) Uma partícula pontual com carga q_1 e massa m se projeta diretamente para o centro de um núcleo de carga q_2 ; ambas cargas são **positivas**. Considerando a velocidade inicial de q_1 muito longe do núcleo como v_o (ver figura), demonstre que a distância mínima de aproximação é dada por: $D = (2kq_1q_2) / (mv_o^2)$.



i) Propondo corretamente a conservação de energia, usando alguma equação básica de conservação, assim como definir corretamente sistema de referência, limites de integração e sinais, o aluno ganha 1,5 ptos.

Por exemplo, um caminho meio longo seria:

$$\Delta K = W_{ext.}$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \int_{\infty}^{D} F\,dr = \int_{\infty}^{D} \frac{K q_1 q_2}{r^2}\,dr$$

ii) Partindo de i) fazendo corretamente o calculo algébrico, integração, ------ ate deixar em evidência a distância minima D, o aluno ganha 1,0 pto.

Por exemplo,

$$- - - - - - - - - - - - - \Rightarrow D = \frac{2 K q_1 q_2}{m v_0^2}$$

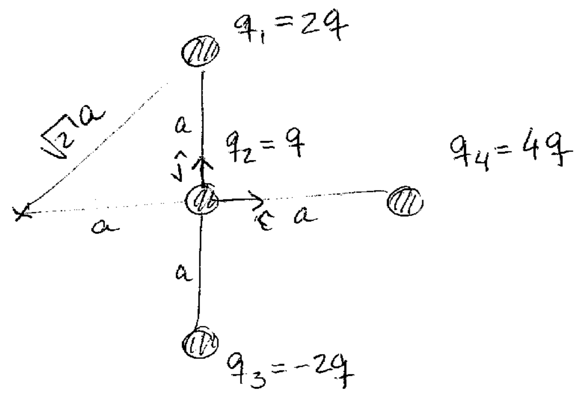
Question 7 Uma partícula de carga q está localizada na origem de um sistema de coordenadas. Outras duas partículas com cargas $2q$ e $-2q$ estão localizadas nos pontos com as coordenadas $(0, a)$ e $(0, -a)$, respectivamente. Uma quarta partícula, com massa m e carga $4q$ está localizada no ponto $(a, 0)$. Encontre:

a) (4 pts) o potencial elétrico no ponto $(-a, 0)$;

b) (3 pts) a energia potencial elétrica armazenada na configuração;

c) (3 pts) se a quarta partícula, localizada em $(a, 0)$, é liberada do repouso. Encontre sua velocidade após ela ter se deslocado livremente para uma distância muito grande.

3



(a)
$$V = \frac{k_e q_1}{\sqrt{2}\,a} + \frac{k_e q_2}{a} + \frac{k_e q_3}{\sqrt{2}\,a} + \frac{k_e q_4}{2a}$$
$$= \frac{k_e(\cancel{2q})}{\cancel{\sqrt{2}}\,a} + \frac{k_e q}{a} + \frac{k_e(\cancel{-2q})}{\cancel{\sqrt{2}}\,a} + \frac{k_e(4q)}{2a} = \frac{3k_e q}{a}$$

(b)
$$U_T = \frac{k_e q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{k_e q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{k_e q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{k_e q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{k_e q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{k_e q_3 q_4}{r_{34}}$$
$$= \frac{k_e(2q)q}{a} + \cancel{\frac{k_e(2q)(-2q)}{2a}} + \cancel{\frac{k_e(2q)(4q)}{\sqrt{2}\,a}} + \cancel{\frac{k_e q(-2q)}{a}} + \cancel{\frac{k_e q(4q)}{a}} + \cancel{\frac{k_e(4q)(-2q)}{\sqrt{2}\,a}}$$
$$= \frac{2}{a} k_e q^2$$

(c)
$$\frac{1}{2}\cancel{m v_i^2}^{\,0} + U_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + U_f$$
$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m}(U_i - U_f)} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\cancel{\frac{8k_e q^2}{\sqrt{2}\,a}} + \frac{4q^2 k_e}{a} - \cancel{\frac{8k_e q^2}{\sqrt{2}\,a}}\right)}$$
$$\left(\frac{k_e q_4 q_1}{r_{14}} + \frac{k_e q_4 q_2}{r_{12}} + \frac{k_e q_4 q_3}{r_{13}}\right)$$

$$v_f = 2q\sqrt{\frac{2k_e}{am}}$$

Question 7 Em boa aproximação podemos considerar a Terra como um capacitor esférico com cargas uniformemente distribuídas sobre as "placas": cargas negativas estão na superfície da Terra, enquanto cargas positivas estão em uma região da atmosfera a aproximadamente 5×10^3m de altura. Próximo a superfície da Terra o campo elétrico é da ordem de 150V/m.

a) (3 pontos) Determine a carga em cada "placa".

Independente do resultado obtido (ou não) em (a) continue a questão chamando a carga da superfície da Terra de $-Q_T$.

b) (3 pontos) Qual a diferença de potencial elétrico entre as placas?

c) (4 pontos) Uma bactéria tem uma massa $m = 10^{-15}$kg e uma carga q. Assumindo que a resultante de forças atuando sobre essa bactéria é nula na região da "placa positiva", calcule o valor de q igualando a energia potencial elétrica com a energia potencial gravitacional.

Use $g = 10\text{m/s}^2$, $k_e = 10^{10}\text{N.m}^2/\text{C}^2$, o raio da Terra como $R_T = 10^7$m, substitua os valores numéricos apenas no final de cada ítem.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

próximo de uma superfície metálica $|\vec{E}| = \sigma/\epsilon_0$

a) $|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi R_T^2 \epsilon_0} = \frac{Q}{k^{-1} R_T^2} \Rightarrow Q = k^{-1} R_T^2 |\vec{E}|$

$Q = 10^{-10} \times 10^{14} \times 15 \times 10 = 15 \times 10^5 C$

$Q_- = -15 \times 10^5 C \quad Q_+ = 15 \times 10^5 C$

b)

$V_+ - V_- = \Delta V = -k Q_T \left(\frac{-1}{R_T} + \frac{1}{R_T + d} \right)$

$= + k Q_T \frac{d}{R_T (R_T + d)} \quad , d << R_T$

$\approx \frac{k Q_T d}{R_T^2} = \frac{10^{10} \times 15 \times 10^5 \times 5 \times 10^3}{10^{14}}$

$\approx 75 \times 10^4 V$

$U_i^{(g)} + U_f^{(e)} = U_i^{(g)} + U_f^{(e)}$

c) $-mgd = q \Delta V$

$q = -\frac{10^{-15} \times 10 \times 5 \times 10^3}{75 \times 10^4} = -\frac{10^{-15}}{15} C$

$q = -\frac{2}{3} \times 10^{-16} C$

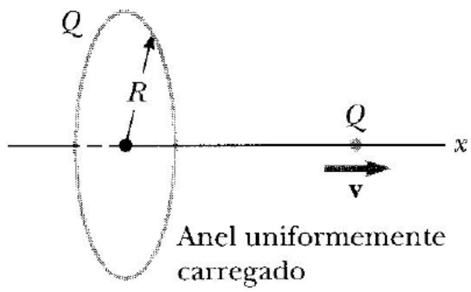
curiosidade:

Uplift and Outflow of Bacterial Spores via Electric Field

Dehel, T.
36th COSPAR Scientific Assembly. Held 16 - 23 July 2006, in Beijing, China. Meeting abstract from the CDROM, #1

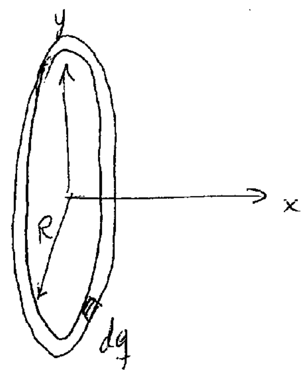
The questions of how did life arise and is there life on other planets are some of the most profound questions that humanity asks Although there has been controversial signs of past bacterial life in meteorites which originated on Mars and there are current claims of bacterial life high in the atmosphere the issues of origin by chemical process or contamination make these types of results arguable and they will likely remain that way until a comprehensive theory is developed to explain why the claims might be true This paper proposes a complete theory for the spread of bacterial life throughout the galaxy by combining current knowledge from the fields of bacteriology stellar evolution and space weather Here we show the possibility that the forces of uplift on a charged bacteria particle are sufficient bring at least some lighter types of bacteria high into the ionosphere and subsequently move the charged spore onto magnetic field lines The bacteria spore is then driven down the magnetotail where during a solar storm a structure known as a plasmoid is propelled radially outward into space at velocities exceeding solar system escape velocity From that point the plasmoids are capable of reaching Mars the outer planets and even others systems eventually depositing the bacterial spores either via comets or direct interaction with the receiving planet The solid observational evidence for the strength of the electric fields and the speeds that the plasmoids leave the magnetotail during geomagnetic storms provide a firm

Question 7 O eixo x é o eixo de simetria de um anel uniformemente carregado de raio R e carga Q (ver figura). Uma carga pontual Q de massa M está localizada no centro do anel. Quando ela é levemente deslocada, a carga pontual acelera ao longo do eixo x para o infinito. a) (5 pontos) Calcule o potencial produzido pelo anel no centro do anel. b) (5 pontos) Calcule a velocidade final da carga pontual.



2

(a)



$$dV = \frac{k_e\, dq}{R}$$

$$\int dV = \int \frac{k_e\, dq}{R} = V$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R}\int dq = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}}$$

(b) $U_i = U_f$

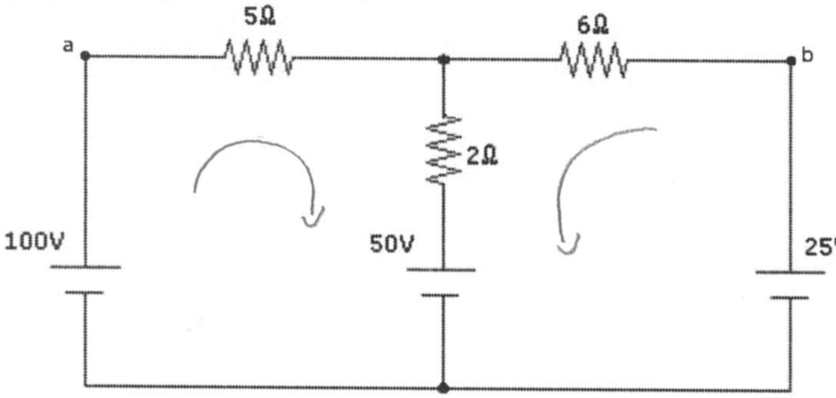
$$\frac{1}{2}m\cancel{v_i}^{\,0\,2} + U_i = \frac{1}{2}m v_f^2 + U_f$$

$$\Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{2}{m}(U_i - U_f)}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\cancel{V_{anel}} + V_{anel}Q - \cancel{V_{anel}} - \cancel{V_{anel}Q}^{\,0}\right)}$$

$$\boxed{v_f = \sqrt{\frac{2}{m}\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}\cdot Q} = \sqrt{\frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 R m}}}$$

Question 8 No circuito abaixo, as baterias têm resistências internas desprezíveis. Determine:
(a) (5 pontos) a corrente em cada ramo do circuito;
(b) (3 pontos) a diferença de potencial entre os pontos a e b;
(c) (2 pontos) a energia dissipada no resistor de 2Ω.



☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

$\rightarrow I_1 \quad \leftarrow I_2$

$I_3 \downarrow \qquad I_1 + I_2 = I_3$

malha 1

$100 - 5I_1 - 2I_3 - 50 = 0$

malha 2

$25 - 6I_2 - 2I_3 - 50 = 0$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 50 - 5I_1 - 2I_3 = 0 \\ 25 + 6I_2 + 2I_3 = 0 \end{cases}$$

3 pontos

$$\begin{cases} I_1 = 8{,}65A \\ I_2 = -5{,}29A \\ I_3 = 3{,}36A \end{cases}$$

2 pontos

(b) $\Delta V_{ab} = 100V - 25V$

$\Delta V_{ab} = 75V$

3 pontos

(c) $P = R\,i^2$

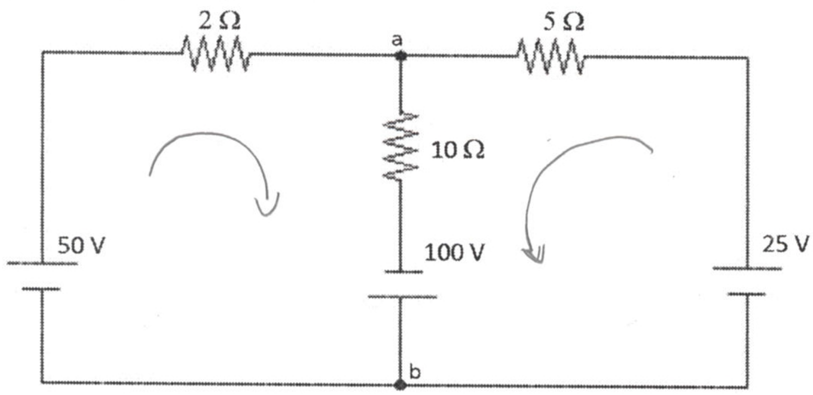
$P = (2\Omega)(3{,}36A)^2$

$P = 22{,}58W$

2 pontos

....

Question 8 No circuito abaixo, as baterias têm resistências internas desprezíveis. Determine:
(a) (5 pontos) a corrente em cada resistor;
(b) (3 pontos) a diferença de potencial entre os pontos a e b;
(c) (2 pontos) a energia dissipada no resistor de 2Ω.



□0 □1 □2 □3 □4 □5 □6 □7 □8 □9 □10

(a) Se $\xrightarrow{I_1} a \leftarrow I_3$, $I_2 \downarrow$ $\quad I_1 + I_3 = I_2$

malha 1

$100 + 50 - 2I_1 - 10I_2 = 0$

malha 2

$100 + 25 - 5I_3 - 10I_2 = 0$

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2 \\ 75 - I_1 - 5I_2 = 0 \\ 25 - I_3 - 2I_2 = 0 \end{cases}$$

3 pontos

$$\begin{cases} I_1 = 12{,}5\,A \\ I_2 = 12{,}5\,A \\ I_3 = 0 \end{cases}$$

2 pontos

(b)

$\Delta V_{ab} = (-100) + (10)(12{,}5)$

$\Delta V_{ab} = 25V$

3 pontos

(c) $P = R I^2$

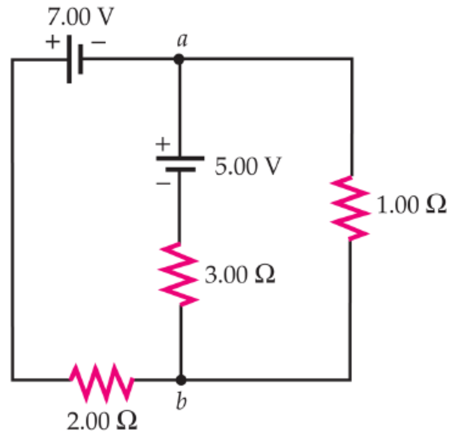
$P = (2\Omega)(12{,}5\,A)^2$

$P = 312{,}5W$

2 pontos

....

Question 8 No circuito abaixo, as baterias têm resistências internas desprezíveis. Determine:
a) (5 pontos) a corrente em cada ramo do circuito;
b) (3 pontos) a diferença de potencial entre os pontos a e b;
c) (2 pontos) a potencia fornecida por cada bateria.



(a) Consideremos como I_1 a corrente fornecida pela bateria de 7,00 V, I_2 a corrente fornecida pela bateria de 5,00 V e I_3 a corrente, direcionada para cima, que passa pelo resistor de 1,00 Ω. Aplicando as leis de Kirchhoff no ponto a, temos:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Aplicando a lei de Kirchhoff à malha externa, temos:

$$7{,}00\ \text{V} - (2{,}00\ \Omega)I_1 - (1{,}00\ \Omega)I_3$$

Aplicando agora a lei de Kirchhoff à malha da esquerda, temos:

$$7{,}00\ \text{V} - (2{,}00\ \Omega)I_1 - (3{,}00\ \Omega)I_2 + 5{,}00\ \text{V} = 0$$

ou:

$$(2{,}00\ \Omega)I_1 + (3{,}00\ \Omega)I_2 = 12{,}0\ \text{V}$$

Assim:

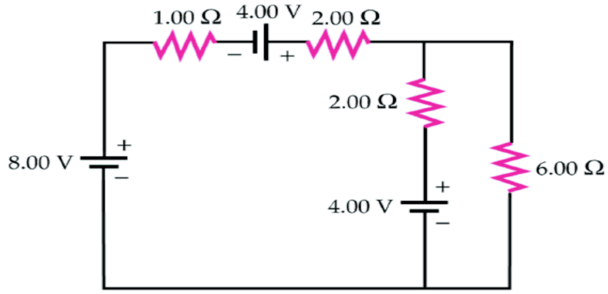
$$\overline{\underline{I_1 = 3{,}00\ \text{A};\ I_2 = 2{,}00\ \text{A};\ I_3 = 1{,}00\ \text{A}}}$$

(b) $V_{ab} = -5{,}00\ \text{V} + (3{,}00\ \Omega)I_2 = -5{,}00\ \text{V} + (3{,}00\ \Omega)(2{,}00\ \text{A}) = \overline{\underline{1{,}00\ \text{V}}}$

(c) $P_{7V} = \varepsilon I_1 = (7{,}00\ \text{V})(3{,}00\ \text{A}) = \overline{\underline{21{,}0\ \text{W}}}$

$P_{5V} = \varepsilon I_2 = (5{,}00\ \text{V})(2{,}00\ \text{A}) = \overline{\underline{10{,}0\ \text{W}}}$

Question 8 Para o circuito abaixo, determine:
a) (5 pontos) a corrente em cada resistor;
b) (3 pontos) a potência fornecida por cada fonte de fem;
c) (2 pontos) a potência entregue a cada resistor.



(a) Seja $I_{1,2}$ a corrente que passa pelos resistores de 1,00 Ω e 2,00 Ω e direcionada para a direita; seja I_2 a corrente, direcionada para cima, no ramo do meio e I_6 a corrente no resistor de 6,00 Ω, direcionada para baixo.

Podemos aplicar as leis de Kirchhoff no nó superior para encontrar:

$$I_{1,2} + I_2 = I_6$$

Aplicando agora a lei de Kirchhoff à malha externa:

$$8{,}00\ \text{V} - (1{,}00\ \Omega)I_{1,2} + 4{,}00\ \text{V} - (2{,}00\ \Omega)I_{1,2} - (6{,}00\ \Omega)I_6 = 0$$

ou:

$$(3{,}00\ \Omega)I_{1,2} + (6{,}00\ \Omega)I_6 = 12{,}0\ \text{V}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff à malha superior no lado esquerdo do circuito:

$$8{,}00\ \text{V} - (1{,}00\ \Omega)I_{1,2} + 4{,}00\ \text{V-}(2{,}00\ \Omega)I_{1,2} + (2{,}00\ \Omega)I_2 - 4{,}00\ \text{V} = 0$$

ou:

$$8{,}00\ \text{V} - (3{,}00\ \Omega)I_{1,2} + (2{,}00\ \Omega)I_2 = 0$$

Resolvendo as equações acima encontramos:

$$I_{1,2} = 2{,}00\ \text{A},\ I_2 = -1{,}00\ \text{A e } I_6 = 1{,}00\ \text{A}$$

onde o sinal de menos indica que as correntes estão em sentidos opostos às direções escolhidas

(b) A potência fornecida pela fonte de 8,00 V é:

$$P_{8V} = \varepsilon_{8V} I_{1,2} = (8{,}00\ \text{V})(2{,}00\ \text{A}) = \boxed{16{,}0\ \text{W}}$$

A potência fornecida pela fonte de 4,00 V é:

$$P_{4V} = \varepsilon_{4V} I_2 = (4{,}00\ \text{V})(-1{,}00\ \text{A}) = \boxed{-4{,}00\ \text{W}}$$

onde o sinal de menos indica que a fonte está tendo corrente forçada sobre ele e está absorvendo potência

(c) A potência dissipada no resistor de 1,00 Ω é:

$$P_1 = I_{1,2}^2 R_1 = (2{,}00\ \text{A})^2 (1{,}00\ \Omega) = \boxed{4{,}00\ \text{W}}$$

A potência dissipada no resistor de 2,00 Ω no lado esquerdo é:

$$P_{2e} = I_{1,2}^2 R_2 = (2{,}00\ \text{A})^2 (2{,}00\ \Omega) = \boxed{8{,}00\ \text{W}}$$

A potência dissipada no resistor de 2,00 Ω no lado meio é:

$$P_{2m} = I_2^2 R_2 = (1{,}00\ \text{A})^2 (2{,}00\ \Omega) = \boxed{2{,}00\ \text{W}}$$

A potência dissipada no resistor de 6,00 Ω é:

$$P_6 = I_{16}^2 R_6 = (1{,}00\ \text{A})^2 (6{,}00\ \Omega) = \boxed{6{,}00\ \text{W}}$$

Question 9 (10 pontos) O gerador de van de Graff utilizado no experimento 1 tem uma cúpula com $10,0 \pm 0,1$ cm de raio. Considere a cúpula como um capacitor esférico cuja casca esférica externa possui um raio infinito (potencial zero). Considere a permissividade elétrica do ar como 9 pF/m. Desprezando a incerteza na permissividade elétrica, encontre as seguintes quantidades e suas incertezas:

a) a capacitância e;

b) estime a carga elétrica na superfície da cúpula para que a mesma esteja em um potencial de 200.000 Volts.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ■10

a)

$$\Rightarrow \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow \int |\vec{E}| \cdot |d\vec{A}| \cdot \cos 0° = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\hookrightarrow E \cdot A = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q_{int}}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$\hookrightarrow V = \int_-^+ \vec{E} \, d\vec{S} = \int_a^b \frac{q_{int}}{4\pi r^2 \cdot \epsilon_0} \cdot (-dr) = \frac{-q_{int}}{4\pi \epsilon_0} \cdot \int_a^b \frac{dr}{r^2}$$

$$\hookrightarrow V = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\hookrightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \cdot \frac{b-a}{ab} \qquad C = \frac{q}{V}$$

$$\hookrightarrow C = \frac{\cancel{q} \cdot 4\pi\epsilon_0}{\cancel{q}} \cdot \frac{ab}{b-a} = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{ab}{b-a} \xrightarrow{\div b} = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{a}{1 - a/b}$$

sendo $a = R$ e b infinito, temos:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \cdot R$$

$$C = 4\pi \cdot 9 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-1} \Rightarrow C = 113,1 \cdot 10^{-13} \ C/V$$

2

....

Continuação do espaço para a questão 9.

$$\sigma_C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial R}\right)^2 \cdot (\sigma_R)^2} = \sqrt{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot (\sigma_R)^2}$$

$$\sigma_C = 4\pi\epsilon_0 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-2} = 113{,}1 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-2}$$

$$\sigma_C = 11{,}31 \cdot 10^{-14}\ C/V$$

3

$$\boxed{C = (113{,}1 \pm 1{,}1) \cdot 10^{-13}\ C/V}$$

2

b) $V = 2 \cdot 10^5\ V \quad Q = ?$

$$Q = C \cdot V$$

$$Q = 113{,}1 \cdot 10^{-13} \cdot 2 \cdot 10^5 = 226{,}2 \cdot 10^{-8}\ C$$

$$\sigma_Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial C}\right)^2 (\sigma_C)^2} = \sqrt{V^2 \cdot \sigma_C^2}$$

3

$$\sigma_Q = 2 \cdot 10^5 \cdot 11{,}31 \cdot 10^{-14} = 22{,}62 \cdot 10^{-9}\ C$$

$$\boxed{Q = (226{,}2 \pm 2{,}3) \cdot 10^{-8}\ C}$$

Question 9 Considere um capacitor de placas paralelas com área circular idêntico ao usado no laboratório (cada placa tem raio r). O diâmetro, $2r$ desse capacitor é muito maior que a distância d que separa as placas circulares. Uma das placas do capacitor é ligada à terra e a outra conectada à cúpula de um gerador de Van de Graff. Ao ligarmos o gerador observamos faíscas entre as placas do capacitor para distâncias de separação inferiores a dmax. Para distâncias de separação acima de dmax não se observa faíscas entre as placas. Foram efetuadas várias medidas de d_{max} listadas na tabela abaixo. (a) Determine o valor médio de d_{max}, bem como sua incerteza (10 pontos). (b) Sabendo que a rigidez dielétrica do ar nas condições atmosféricas do laboratório era de $E_{max} = 20,00kV/cm$, determine o potencial da cúpula, bem como sua incerteza (10 pontos). Dica: Despreze a incerteza em E_{max} e considere $\sqrt{2} \approx 1,4$.

Medida	$d_{max}\,(mm)$
1	32,0
2	30,0
3	31,0
4	39,0
5	33,0

1 cm = 10mm

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ■10

(a)

$$\bar{d}max = \frac{32,0 + 30,0 + 31,0 + 39,0 + 33,0}{5} = 33,0 \text{ mm}$$

$$\sigma\, dmax = \sqrt{\frac{(32-33)^2 + (30-33)^2 + (31-33)^2 + (39-33)^2 + (33-33)^2}{5(5-1)}}$$

σ max = 1,58113883 mm

$$\boxed{dmax = (33 \pm 2)\text{ mm}}$$

(b)

$$E\,max = 20,00 \frac{kV}{cm}$$

$$E\,max = \frac{V}{dmax} \Rightarrow V = E\,max \cdot dmax$$

$$\bar{V} = E\,max\ \bar{d}max$$

$$\bar{V} = 20,00 \frac{kV}{\cancel{cm}} \cdot 33,0 \times 10^{-1}\ \cancel{cm}$$

$$\bar{V} = 66\text{ kV}$$

....

Continuação do espaço para a questão 9.

$$(G_V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial E}\right)^2 (G_E)^{2\,\approx 0} + \left(\frac{\partial V}{\partial d}\right)^2 (Gd)^2$$

Desconsiderando $(G_E) = 0$, temos

$$(G_V)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial d}\right)^2 (Gd)^2$$

$$(G_V)^2 = (E_{max})^2 \cdot (Gd)^2$$

$$(G_V)^2 = \left(20{,}00 \frac{kV}{cm}\right)^2 \cdot (1{,}58113883 \cdot 10^{-1}\ cm)^2$$

$$\Rightarrow G_V = 3{,}16227766\ kV$$

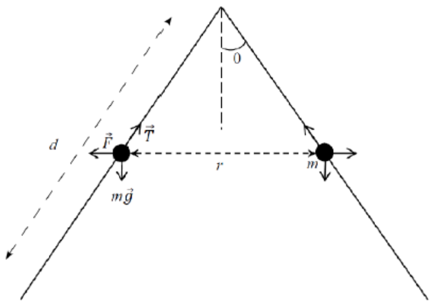
$$\boxed{V = (66 \pm 3)\ kV}$$

Question 9 No experimento com o gerador de van de Graaff foram realizadas várias medidas do ângulo θ no eletroscópio que são mostradas na tabela.
a) Expressar o ângulo, usando o número adequado de algarismos significativos, como $\theta = \bar{\theta} \pm \sigma_\theta$.

b) Mostre que a carga em função das variáveis da figura é

$$q^2 = mgd^2 \frac{\sin^3\theta}{k_e \cos\theta},$$

onde $k_e = 9 \times 10^9 \text{N.m}^2/\text{C}^2$.



c) Preencha a tabela com os valores de carga elétrica com o número adequado de algarismos significativos. Usar $d = 7,50$cm; $m = 70$mg; $g = 10\text{m/s}^2$.

$\theta\,(°)$	q (Coulombs)
29,0	
27,5	
28,5	
29,5	
27,0	

d) Expressar a carga elétrica, usando o número adequado de algarismos significativos, como $q = \bar{q} \pm \sigma_q$

a-) Teremos: $\theta = (28,3 \pm 0,5)^o$

b) demonstração como no relatório.

c)

θ (º)	q (Coulombs)
29,0	$7,55\text{x}10^{-9}$
27,5	$6,97\text{x}10^{-9}$
28,5	$7,35\text{x}10^{-9}$
29,5	$7,75\text{x}10^{-9}$
27,0	$6,78\text{x}10^{-9}$

d)

$$q = (7,28 \pm 0,18) X\, 10^{-9}\, C$$

Quarta questão 9 foi anulada.