UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

BC0003 - Bases Matemáticas

A1 - Noturno

Prof. Vladimir Perchine

Prova substitutiva (gabarito)

1. **Prove por contraposição:**
Se o produto de dois números inteiros é par, então esses dois números são pares.

A proposição original: $(n \cdot m$ é par$) \Rightarrow (n$ e m são pares$)$.

A contraposição: $(n$ e m são ímpares$) \Rightarrow (n \cdot m$ é ímpar$)$.

Se n e m são ímpares, podemos escrever $n = 2p+1$, $m = 2q+1$, com $p, q \in \mathbb{Z}$. Temos $n \cdot m = (2p+1)(2q+1) = 2\,(2pq+p+q)+1$. Logo, $n \cdot m$ também é ímpar.

2. **Resolva a equação** $|x-1|+|x-2|=1$

Para $x<1$, temos: $1-x+2-x=1$. A unica solução $x=1$ não pertence a $(-\infty, 1)$.

Para $1 \leq x < 2$: $x-1+2-x=1 \;\;\Rightarrow\;\; 1=1$. A identidade é verdadeira para todos os valores de x do intervalo $[1,2)$.

Para $x \geq 2$: $x-1+x-2=1 \;\Rightarrow\; x=2$. Logo, a resposta final é $x \in [1,2]$.

3. **Determine se a função** $y = \arctan(x-x^3)$ **é par ou ímpar.**

$y(-x) = \arctan(-x-(-x)^3) = \arctan(-(x-x^3)) = -\arctan(x-x^3) = -y(x)$

A função é ímpar.

4. **Calcule o limite** $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{x+1}$

Mudando a variável $t = x+1, x = t-1, t \to 0$, temos

$$\lim_{x\to -1} \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{x+1} = \lim_{t\to 0} \frac{\operatorname{sen}(\pi t - \pi)}{t} = \lim_{t\to 0} \frac{-\operatorname{sen}(\pi t)}{\pi t} \cdot \pi = -\pi$$

5. **Determine os pontos de descontinuidade da função**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3+x}\,, & x \leq -1 \\[2ex] \ln(x+2), & x > -1 \end{cases}$$

e diga qual é o tipo de cada ponto de descontinuidade.

Em $x=-3$ temos uma descontinuidade infinita, $\displaystyle\lim_{x\to -3} f(x) = \infty$.

$x = -1$ é um ponto de descontinuidade em salto, porque os dois limites laterais não são iguais:

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = f(-1) = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}, \qquad \lim_{x\to -1^+} f(x) = \ln(-1+2) = 0$$