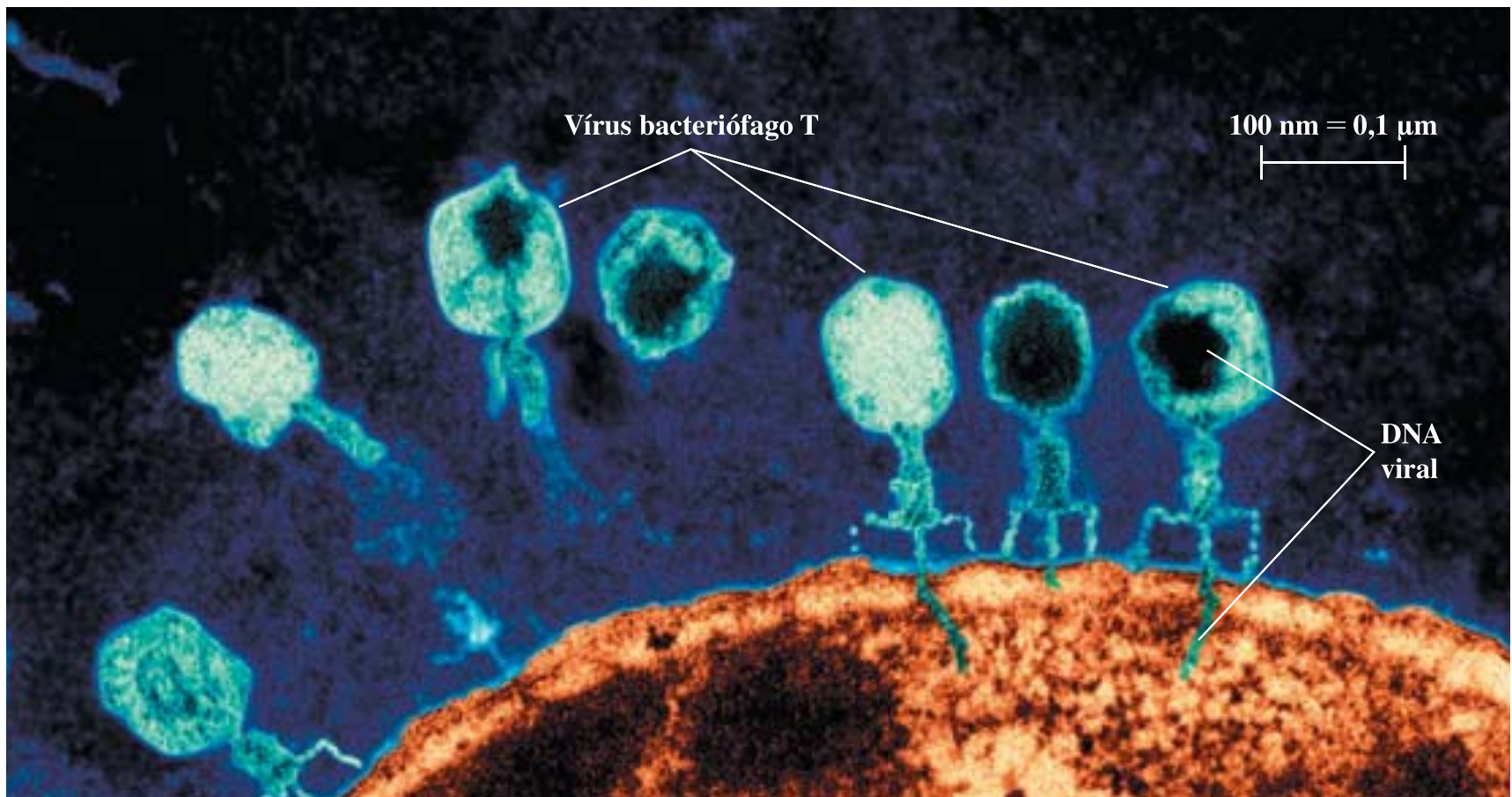


Aula 5

Propriedades ondulatórias da matéria



A hipótese de de Broglie

Em 1924, um estudante de pós-graduação francês, Louis de Broglie, propôs na sua dissertação de doutorado a seguinte linha de raciocínio:

- Um feixe luminoso é uma onda, mas transfere energia e momento a partículas de matéria por meio de “pacotes” chamados fótons.
- Por que um feixe de partículas (por exemplo, elétrons) não pode ter as mesmas propriedades?
- Podemos pensar que um elétron, ou qualquer outra partícula, se comporta como uma **onda de matéria** que transfere energia e momento a outras partículas através de “pacotes” (quanta)?

Esta hipótese era altamente especulativa, já que ainda não havia nenhuma evidência experimental do comportamento ondulatório de elétrons ou de outras partículas.

Matematicamente, de Broglie sugeriu que as equações

$$f = \frac{E}{h} \qquad \lambda = \frac{h}{p}$$

fossem aplicadas, não só aos fótons, mas também aos elétrons.

O comprimento de onda calculado com o auxílio da equação $\lambda=h/p$ recebe o nome de **comprimento de onda de de Broglie** da partícula.

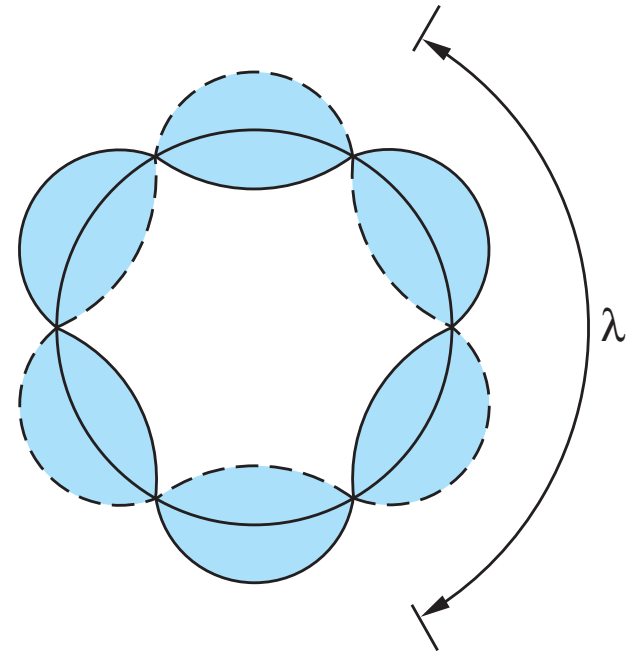
De Broglie e o átomo de Bohr

De Broglie apontou que suas equações levavam a uma interpretação física da **quantização de Bohr do momento angular** do elétron em átomos hidrogenóides .

De acordo com De Broglie o elétron no átomo de Bohr devia se comportar como uma onda de matéria com comprimento de onda:

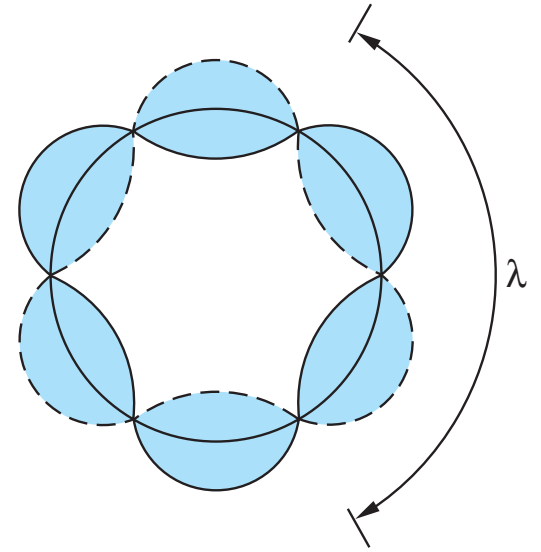
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Em um estado estacionário, o perímetro da órbita devia corresponder a um número inteiro de comprimentos de onda; ou seja a onda de matéria devia ser uma **onda estacionária**.



Portanto:

$$2\pi r = n\lambda \quad n = 1, 2, 3 \dots$$



Substituindo $\lambda = h/(mv)$ na expressão anterior obtemos:

$$2\pi r = n \frac{h}{mv} \quad \Rightarrow \quad mvr = \frac{h}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad L = n\hbar$$

que é a condição de quantização do momento angular.

Observação de ondas de matéria

A previsão de de Broglie de que as partículas de matéria se comportam como ondas em certas circunstâncias foi confirmada em 1927 pelos experimentos de C. J. Davisson e L. H. Germer.

Podemos entender porque as propriedades ondulatórias da matéria não eram facilmente observadas naquela época se lembrarmos que as propriedades ondulatórias da luz não foram notadas até que puderam ser obtidas aberturas ou fendas com as mesmas dimensões do comprimento de onda da luz.

Os efeitos de difração e interferência não são observados quando o comprimento de onda da luz é muito menor do que qualquer abertura. Nesse caso, vale a óptica geométrica.

Como a constante de Planck é muito pequena, as relações de de Broglie implicam em comprimentos de onda muito pequenos para qualquer objeto macroscópico, mesmo que extremamente pequeno.

Como exemplo, calculemos o comprimento de onda de um objeto macroscópico. Consideremos uma bola de ping-pong de massa $m=2.0$ g com velocidade de 5 m/s.

Determinamos λ de de Broglie a partir da equação, $\lambda=h/p=h/(mv)$:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(2.0 \times 10^{-3} \text{ kg}) (5 \text{ m/s})} \\ &= 6.6 \times 10^{-32} \text{ m} = 6.6 \times 10^{-23} \text{ nm}\end{aligned}$$

O resultado é 17 ordens de grandeza menor que as dimensões de um núcleo atômico típico.

Portanto, é impossível na prática observar o comportamento ondulatório de um objeto macroscópico.

A situação é diferente para objetos microscópicos como, por exemplo, elétrons de baixa energia. **Considere um elétron que foi acelerado, desde o repouso, por um potencial V_0 .** Para elétrons não relativísticos, ou seja, quando $eV_0 \ll mc^2$, a energia pode ser escrita como $E = eV_0 = p^2 / (2m)$.

Utilizando a relação de de Broglie determinamos o comprimento de onda, como sendo

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{c\sqrt{2mE}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2eV_0}}$$

$$\lambda = \frac{1.226}{V_0^{1/2}} \text{ nm}$$

Assim, para um elétron acelerado por uma tensão de 10 V, temos:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1.226}{V^{1/2}} = \frac{1.226}{\sqrt{10}} \\ &= 0.39 \text{ nm} \end{aligned}$$

Este comprimento de onda é da ordem de grandeza do tamanho de um átomo e do espaçamento dos átomos em um cristal.

Na defesa da tese de de Broglie, o Prof. Perrin perguntou como a sua hipótese poderia ser verificada.

De Broglie respondeu que talvez os elétrons, ao passarem através de pequenas fendas, revelassem o comportamento ondulatório.

A estimativa dada antes mostra que essas "fendas" deveriam ter tamanhos da ordem de nanômetros.

Evidências experimentais da hipótese de de Broglie

Em 1925, Elsasser mostrou que a natureza ondulatória da matéria poderia ser testada da mesma forma que a natureza dos Raios X, ou seja, fazendo-se com que um feixe de elétrons de energia apropriada incida sobre um sólido cristalino.

Os átomos do cristal agem como um arranjo tridimensional de centros de difração para a onda eletrônica, espalhando fortemente os elétrons em certas direções características de acordo com a Lei de Bragg, exatamente como na difração de Raios X.

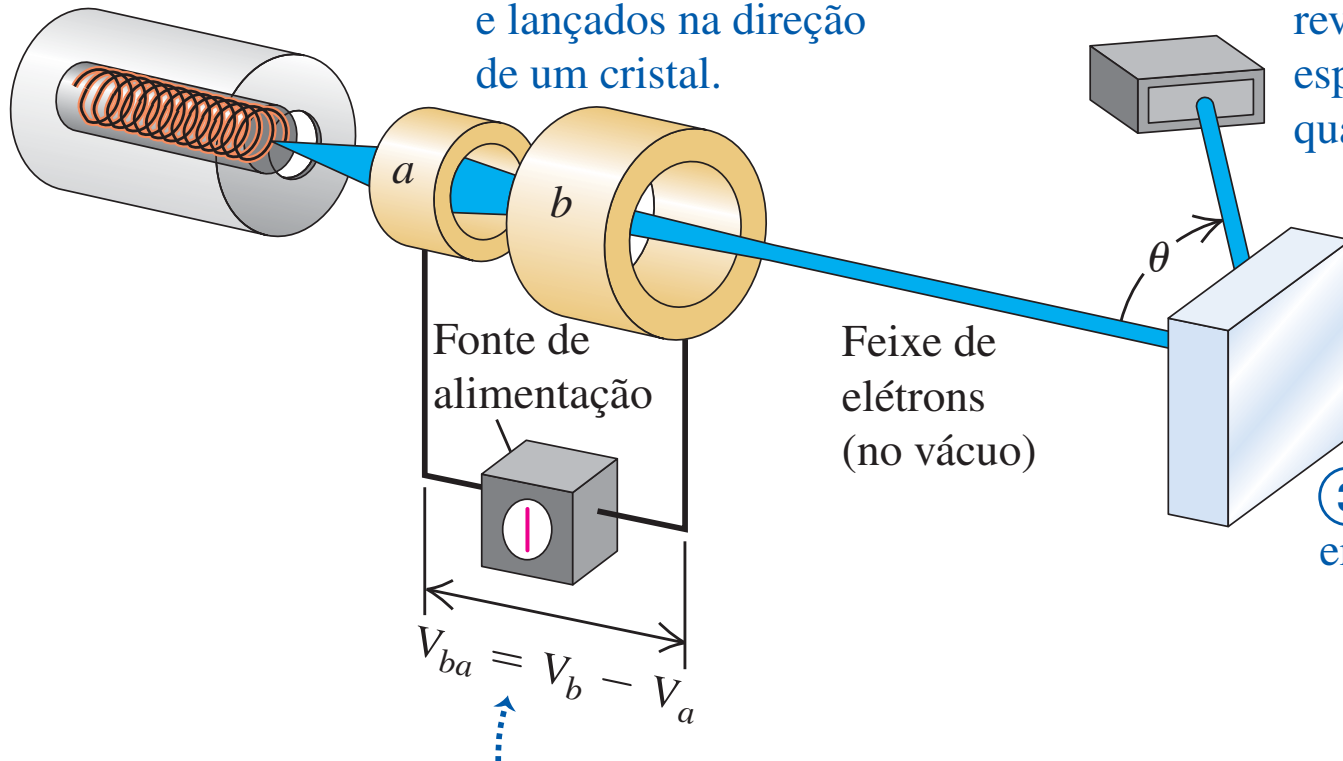
Essa ideia foi confirmada, em 1927, por experimentos feitos independentemente por Davisson e Germer, nos EUA; e por G. P. Thomson, na Escócia.

Davisson e Germer efetuaram as medidas de comprimento de onda dos elétrons quando estavam estudando a reflexão por um alvo de níquel.

① Um filamento aquecido emite elétrons.

② Os elétrons são acelerados por eletrodos e lançados na direção de um cristal.

④ O detector pode ser deslocado para revelar elétrons espalhados em qualquer ângulo θ .

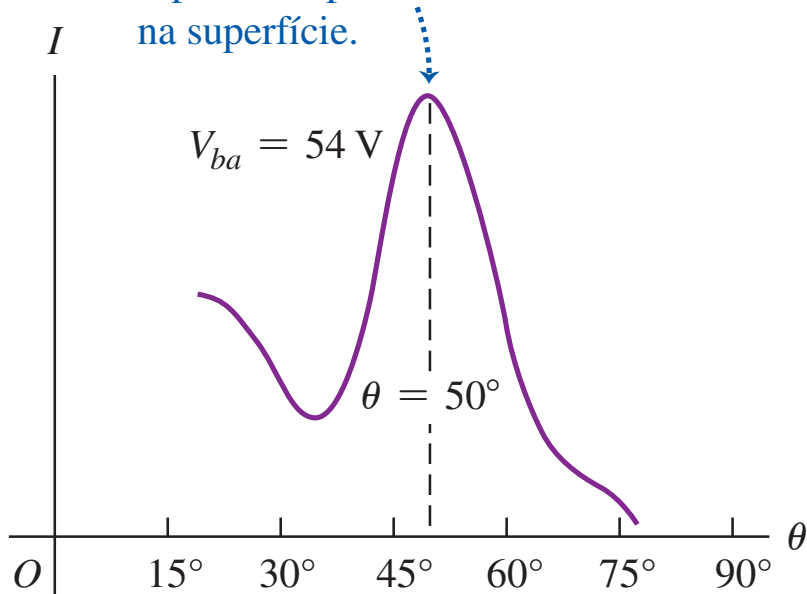


③ Os elétrons incidem em um cristal de níquel.

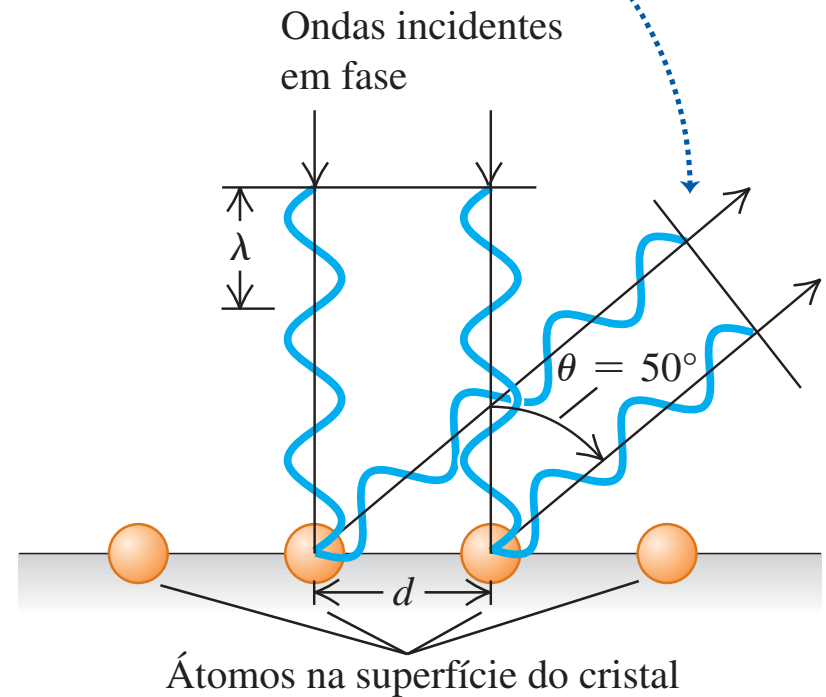
$V_{ba} > 0$, de modo que os elétrons se aceleram no movimento de a para b .

A curva mostra os dados obtidos para um feixe de elétrons de 54 eV, indicando um máximo pronunciado de espalhamento a um ângulo de 50° .

- (a) Este pico na intensidade dos elétrons espalhados se deve à interferência construtiva entre as ondas dos elétrons espalhadas por diferentes átomos na superfície.



- (b) Se as ondas espalhadas estão em fase, há um pico na intensidade dos elétrons espalhados.

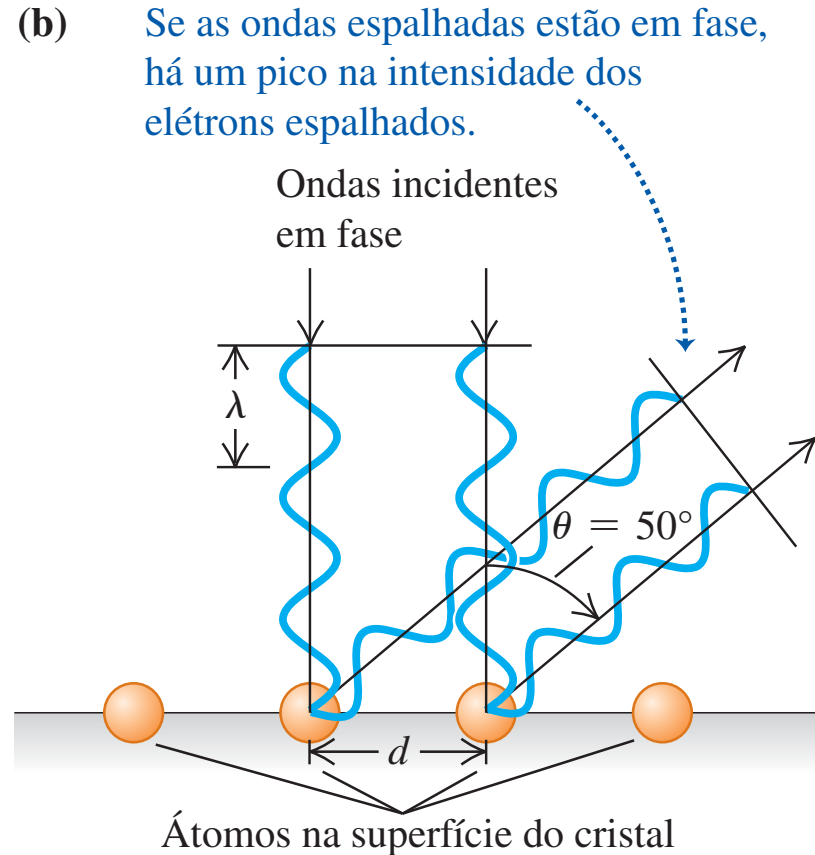


Para prever os ângulos em que ocorre a reflexão forte, observe que os elétrons inicialmente eram espalhados principalmente pelos planos dos átomos perto da superfície do cristal.

Os átomos em uma superfície plana são distribuídos ao longo de linhas, e a distância d do espaçamento entre os átomos pode ser medida pela técnica de difração de raios X.

Essas linhas se comportam como uma rede de difração; os ângulos em que ocorre forte reflexão são os mesmos que os obtidos no caso de uma rede de difração com uma distância d entre duas fendas consecutivas:

$$n\lambda = d \sin\theta \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$



Usando raios X sabe-se que no caso do níquel, a distância interatômica é de 0.215 nm. O comprimento de onda do pico observado a 50° por Davisson e Germer, para $n=1$, é:

$$\lambda = 0.215 \sin 50^\circ = 0.165 \text{ nm}$$

O valor de λ determinado através da relação de de Broglie para elétrons de energia 54 eV, é:

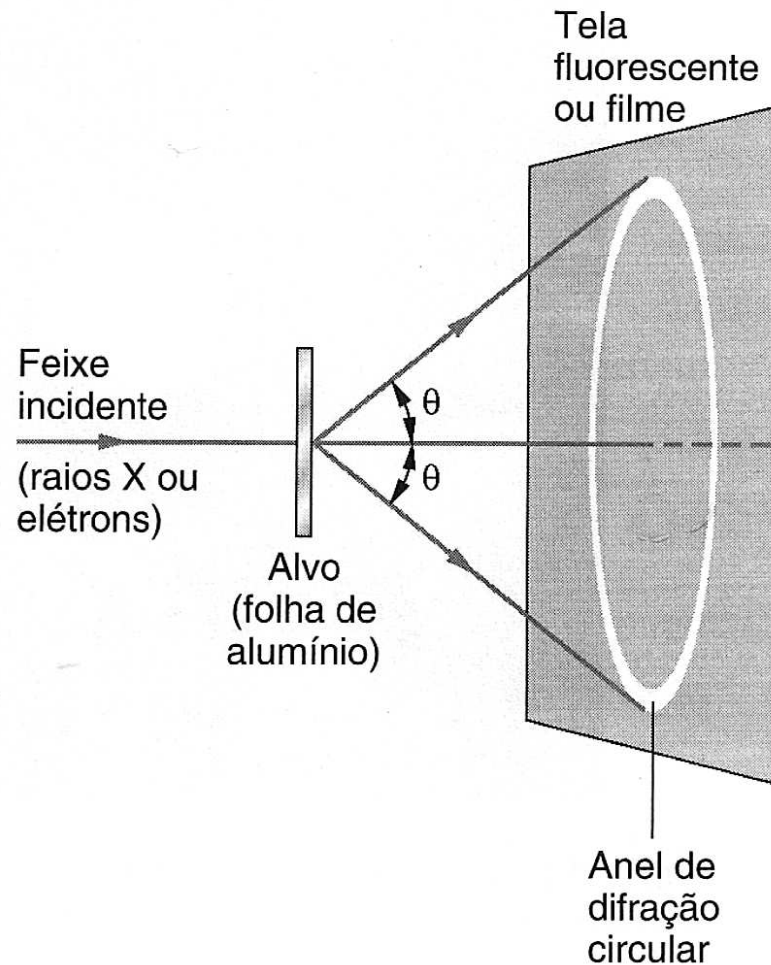
$$\lambda = \frac{1.226}{(54)^{1/2}} = 0.167 \text{ nm}$$

O valor experimental está em excelente acordo com o comprimento de onda de de Broglie!

Posteriormente, Davisson e Germer realizaram um estudo sistemático para testar a relação de Broglie usando elétrons de até 400 eV e vários arranjos experimentais.

Eles confirmaram a validade da relação de de Broglie.

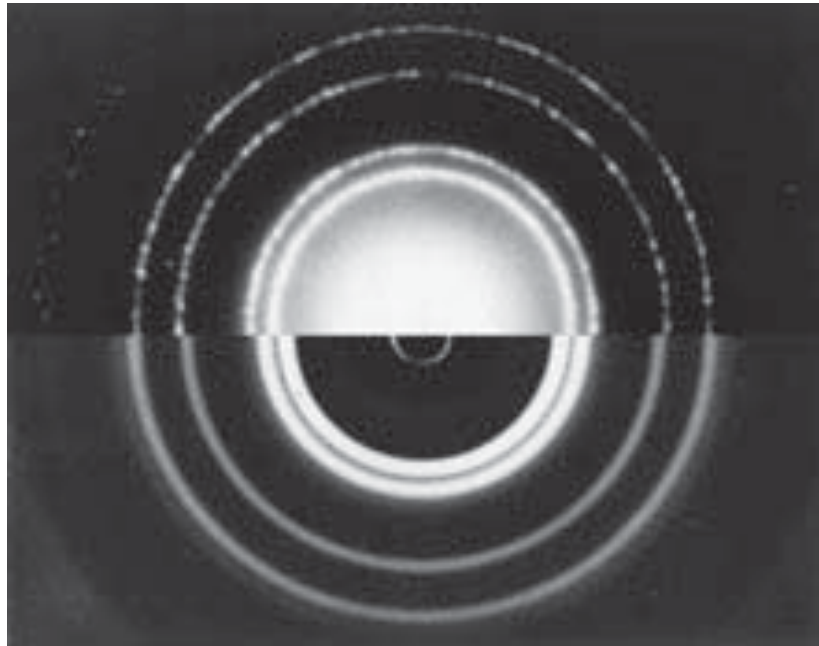
Uma confirmação independente da relação de de Broglie foi feita por G. P. Thomson, observando que o padrão de difração produzido por Raios X e por um feixe de elétrons incidentes sobre uma folha metálica são muito semelhantes.



A metade superior da foto mostra a figura de difração para raios X de 71 pm passando através de uma folha de alumínio.

A metade inferior da foto mostra, em uma escala diferente, a figura de difração para elétrons de 600 eV passando através de uma folha de alumínio.

Em cima: difração de raios X



Embaixo: difração de elétrons

A semelhança mostra que os elétrons sofrem o mesmo tipo de difração que os raios X.

Exemplo: energia de um nêutron térmico

Calcule a velocidade e a energia cinética de um nêutron ($m = 1.675 \times 10^{-27}$ kg) com comprimento de onda de de Broglie $\lambda = 0.200$ nm, valor aproximadamente igual ao espaçamento entre os átomos em muitos cristais. Compare essa energia com a energia cinética média das moléculas de um gás em temperatura ambiente ($T = 20^\circ\text{C} = 293$ K).

Solução: Determinamos a velocidade do nêutron, por meio da equação de de Broglie, $\lambda = h/p = h/(mv) \Rightarrow v = h/(\lambda m)$:

$$\begin{aligned} v &= \frac{h}{\lambda m} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(0,200 \times 10^{-9} \text{ m})(1,675 \times 10^{-27} \text{ kg})} \\ &= 1,98 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

A energia cinética do nêutron é

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,675 \times 10^{-27} \text{ kg})(1,98 \times 10^3 \text{ m/s})^2 \\ &= 3,28 \times 10^{-21} \text{ J} = 0,0205 \text{ eV} \end{aligned}$$

A energia cinética média translacional de uma dada molécula de um gás ideal na temperatura $T=293\text{ K}$ é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m (v^2)_{\text{méd}} &= \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) (293 \text{ K}) \\ &= 6,07 \times 10^{-21} \text{ J} = 0,0379 \text{ eV}\end{aligned}$$

As duas energias obtidas possuem a mesma ordem de grandeza, razão pela qual um nêutron com energia cinética dessa ordem de grandeza denomina-se nêutron térmico.

A difração de nêutrons térmicos é usada para estudar cristais e estruturas moleculares de modo análogo ao da difração de raios X. A difração de nêutrons é especialmente útil no estudo de moléculas orgânicas grandes.

Difração de outras partículas

As propriedades ondulatórias de átomos e moléculas neutras foram demonstradas pela primeira vez por Stern e Estermann em 1930 com feixes de átomos de hélio e moléculas de hidrogênio espalhadas por um cristal de fluoreto de lítio.

Como as partículas são neutras, não é possível acelerá-las com potenciais eletrostáticos. A energia das moléculas foi a do seu movimento térmico médio, cerca de 0.03 eV, o que implica um comprimento de onda de de Broglie de cerca de 0.10 nm para essas moléculas.

Desde então, a difração de outros átomos, de prótons e de nêutrons foi observada. Em todos os casos, os comprimentos de onda medidos concordam com a previsão de de Broglie.

Assim, não há dúvida de que toda a matéria tem comportamento ondulatório assim como comportamento corpuscular (**dualidade onda-partícula**)

Ondas de De Broglie e o mundo macroscópico

Sabemos que as ondas se difratam quando enviadas através de uma fenda única. Mas, quando passamos pelo vão de uma porta (um tipo de fenda única), não nos preocupamos sobre a difração do nosso corpo!

Por que não vemos os aspectos ondulatórios da matéria na vida cotidiana?

O motivo principal para não vermos esses efeitos em escala humana é que a constante de Planck h possui um valor minúsculo.

Como resultado, os comprimentos de onda de De Broglie, até mesmo dos menores objetos comuns que você pode ver, são extremamente pequenos, e os efeitos ondulatórios não são importantes (lembrar do comprimento de onda de uma bola de ping-pong).

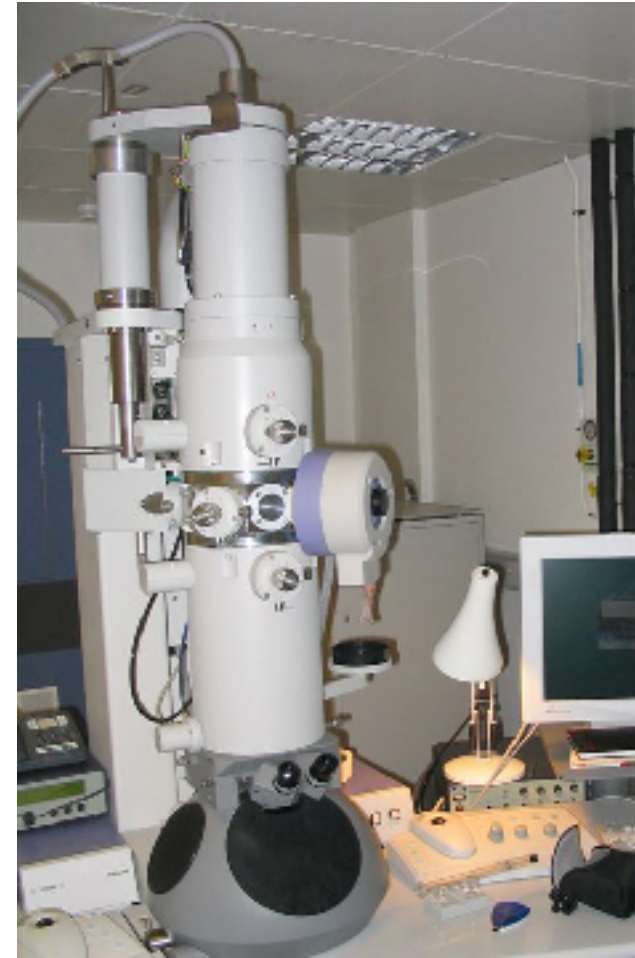
O microscópio eletrônico

Um feixe de elétrons pode ser usado para formar a imagem de um objeto de modo bastante parecido com a formação da imagem por um feixe luminoso.

A resolução de um microscópio é limitada pelos efeitos da difração. Usando comprimentos de onda em torno de $\lambda \sim 500$ nm (luz visível), um microscópio ótico não pode distinguir objetos com dimensões menores que algumas centenas de nanômetros, por melhor que seja a lente empregada.

A resolução de um microscópio eletrônico também é limitada pelos comprimentos de onda λ dos elétrons, mas esses λ podem ser milhares de vezes menores que o λ da luz visível.

Como resultado, a ampliação útil de um microscópio eletrônico pode ser milhares de vezes maior que a ampliação de um microscópio ótico.



Note que a capacidade de o microscópio eletrônico formar uma imagem ampliada não depende das propriedades ondulatórias do elétron.

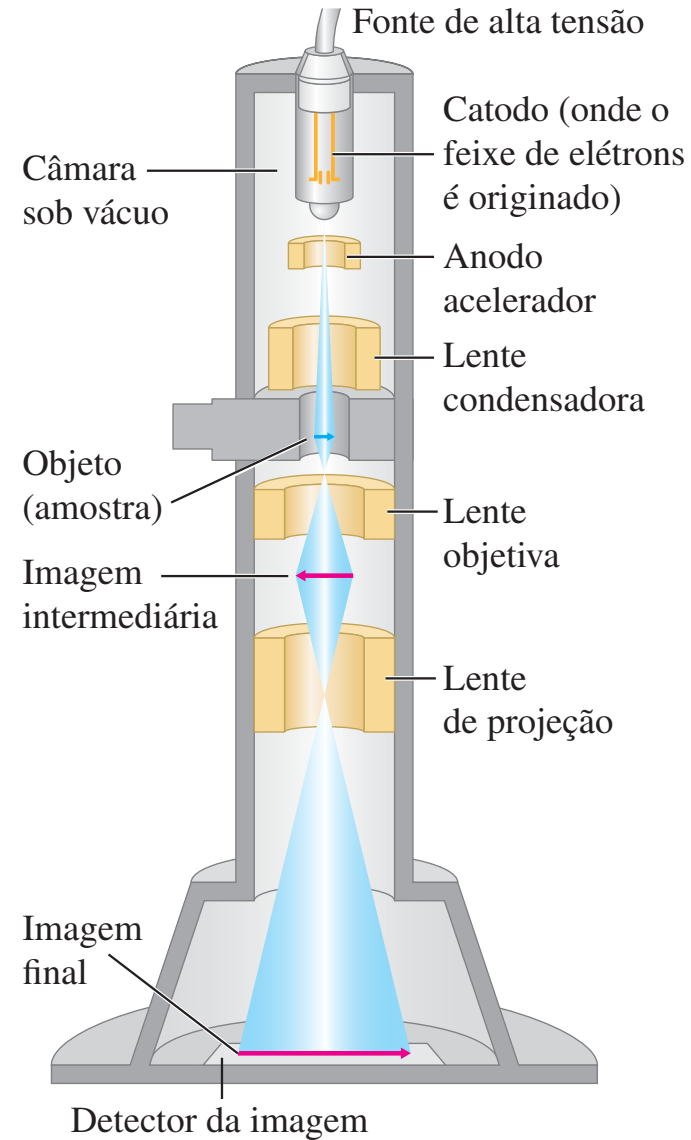
Somente quando tratamos da resolução é que as propriedades ondulatórias se tornam relevantes.

A Figura mostra um microscópio eletrônico de transmissão, no qual os elétrons passam pela amostra estudada.

A amostra a ser examinada é muito fina, em geral de 10 até 100 nm, de modo que os elétrons não diminuem muito de velocidade quando atravessam a amostra.

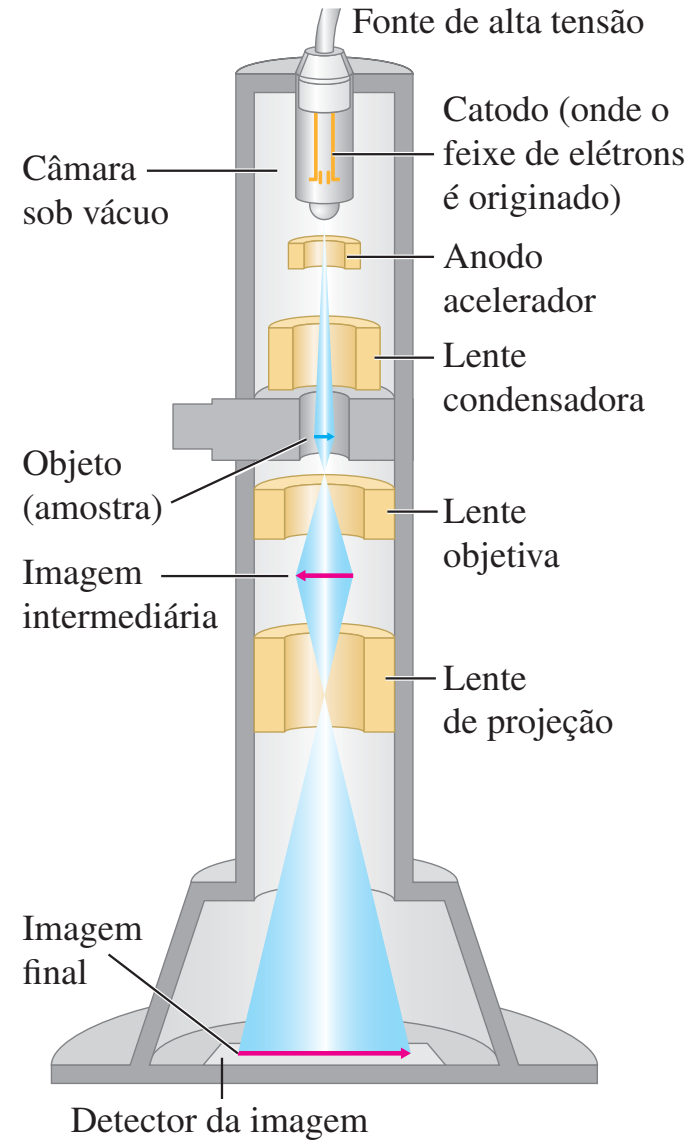
Os elétrons usados em um microscópio desse tipo são emitidos por um catodo quente e acelerados por uma diferença de potencial típica da ordem de 40 até 400 kV.

Os elétrons passam através de uma “lente” condensadora, que usa campos magnéticos para focar os elétrons em um feixe paralelo antes que ele passe através da amostra a ser examinada.



O feixe atravessa mais duas lentes magnéticas e a imagem final é registrada em uma placa fotográfica ou então projetada sobre uma tela fluorescente para ser vista ou fotografada.

O aparelho inteiro, incluindo a amostra, deve ficar encerrado em um recipiente sob vácuo; se não fosse assim, os elétrons seriam espalhados pelas moléculas de ar e a imagem não ficaria nítida.



A imagem que abre este capítulo foi feita com um microscópio eletrônico de transmissão.

Os vírus (mostrados em azul) pararam sobre uma bactéria de *Escherichia coli* e injetaram seu DNA, convertendo a bactéria em uma fábrica de vírus (as cores são falsas).

