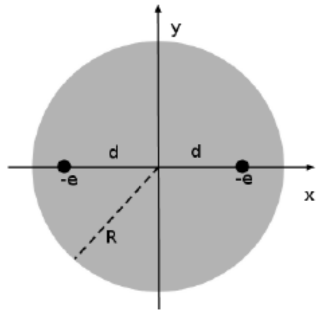
Question 6

O "Modelo de Thomson", do pudim de passas, para o átomo de hélio consiste em considerar a carga positiva ($2e$) uniformemente distribuída em uma esfera de raio R (densidade de carga $\rho = 3e/(2\pi R^3)$). Por outro lado, as cargas negativas (elétrons) se encontrariam diametralmente opostas e à uma mesma distância d do centro da esfera (ver figura).



a) (5 pontos) Calcule o campo elétrico no ponto $x = d$, $y = 0$ devido à esfera uniformemente carregada.
b) (3 pontos) Calcule a força total no elétron posicionado em $x = d$.
c) (2 pontos) Qual o valor de d para que o sistema esteja em equilíbrio?

Gabarito:

(a) Aplicando a Lei Gauss para o campo elétrico de esfera uniformemente carregada à uma distância r do centro (r <R):

$$4\pi r^2 E(r) = \rho \frac{(4\pi r^3)}{3\epsilon_0} = 2e\frac{r^3}{R^3}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{e\,r}{2\pi\epsilon_0 R^3}$$

No ponto x=d, y=0:

$$\vec{E} = \frac{e\,d}{2\pi\epsilon_0 R^3}\hat{i}$$

(b) A força total é igual a soma da força exercida pela esfera mais a força exercida pelo outro elétron:

$$\vec{F}_{total} = -e\vec{E} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(2d)^2}\hat{i} = \frac{-e^2 d}{2\pi\epsilon_0 R^3}\hat{i} + \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0}\frac{1}{d^2}\hat{i}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{total} = \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0}\frac{1}{d^2}\left(1 - 8\frac{d^3}{R^3}\right)\hat{i}$$

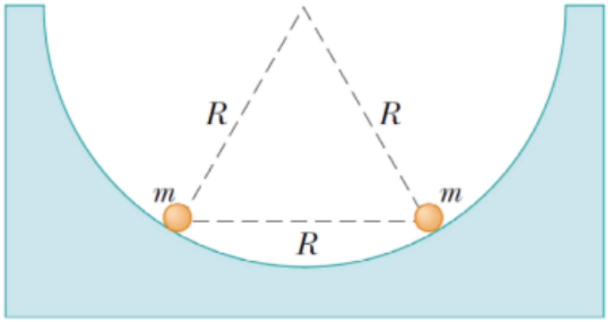
(c) Para que o sistema esteja em equilíbrio a força total em cada elétron deve ser nula:

$$F_{total} = 0 \Rightarrow \frac{e^2}{16\pi\epsilon_0}\frac{1}{d^2}\left(1 - 8\frac{d^3}{R^3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(1 - 8\frac{d^3}{R^3}\right) = 0 \Rightarrow d = \frac{R}{2}$$

Question 6

Dois grânulos idênticos, cada um com massa m e carga elétrica q, são colocados dentro de uma tigela de raio R . Considere a superfície da tigela sem atrito e não carregada eletricamente. Quando os grânulos são colocados na tigela, eles se movimentam até chegar a uma situação de equilíbrio onde ficam separados uma distância R (ver figura).



a) (5 pontos) Desenhar o diagrama de corpo livre do grânulo da esquerda, indicando todas as forças que estão agindo sobre o grânulo.
b) (3 pontos) Escrever as equações de equilíbrio.
c) (2 pontos) Determinar a carga elétrica de cada grânulo.

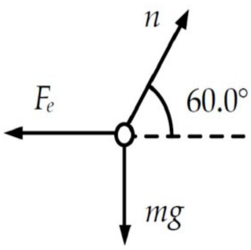
Gabarito:

(a) Diagrama de corpo livre:

a superfície da tigela exerce uma força normal n

F_e ≡ força elétrica

mg ≡ peso



(b) Equações de equilíbrio:

$$\sum F_x = -F_e + n\cos 60.0° = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_y = n\sin 60.0° - mg = 0 \qquad (2)$$

(c) Carga elétrica de grânulo:

Da equação (1) temos que: $F_e = n\cos 60°$

$$\frac{k_e q^2}{R^2} = n\cos 60.0° \qquad (3)$$

Da equação (2) temos que:

$$n = \frac{mg}{\sin 60.0°}$$

Substituindo na equação (3) temos:

$$\frac{k_e q^2}{R^2}\frac{mg}{\sin 60^o}\cos 60^o = \frac{mg}{\tan 60^o}$$

Dai que a carga elétrica é:

$$q = R\left(\frac{mg}{k_e\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Question 6

Uma esfera de raio R tem densidade volumétrica de carga $\rho = B/r$ para $r < R$, onde B é uma constante e $\rho = 0$ para $r > R$. AJUDA: em problemas com simetria esférica podemos usar que $dV = 4\pi r^2\, dr$.

a) (3 pontos) Determine a carga total na esfera;

b) 5 pontos) Determine as expressões para o campo elétrico no interior e no exterior da distribuição de cargas;

c) (2 pontos) Represente graficamente a magnitude do campo elétrico como uma função da distância r ao centro da esfera.

a) **(3 pontos)** A carga total na esfera é

$$Q = \int_0^R 4\pi\rho r^2 dr = 4\pi B \int_0^R \frac{1}{r} r^2 dr = 4\pi B \int_0^R r dr = 4\pi B \frac{r^2}{2} \Big|_0^R = 2\pi B R^2. \quad (2)$$

b) **(2 pontos)** O módulo do campo elétrico é

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{2\pi B R^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{BR^2}{2\epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

para $r > R$ (campo de uma carga puntiforme Q localizada no centro da esfera).

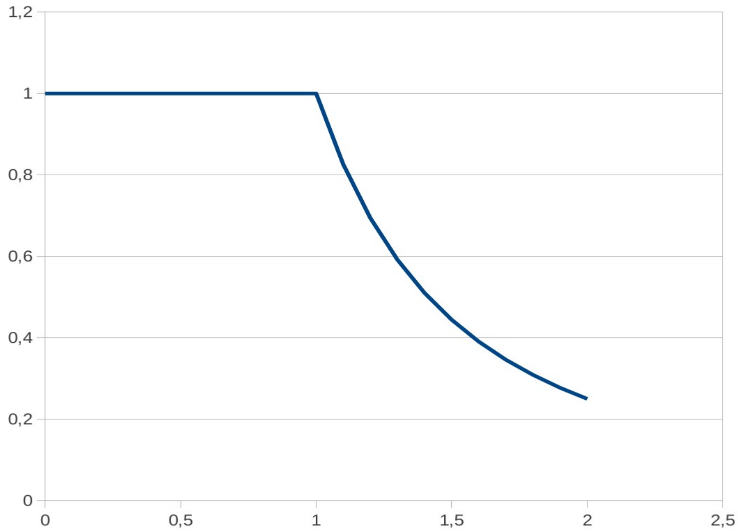
(3 pontos) Na esfera ($r \leq R$), o módulo E do campo elétrico é dado pela lei de Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{r} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^r 4\pi\rho r^2 dr, \quad (4)$$

onde S é a área de uma superfície gaussiana (também esférica). Como a distribuição de carga é esfericamente simétrica (ρ só depende de r), E também só depende de r. Além disto, a integral que dá a carga interna à superfície gaussiana é formalmente idêntica àquela calculada no intem a). Assim,

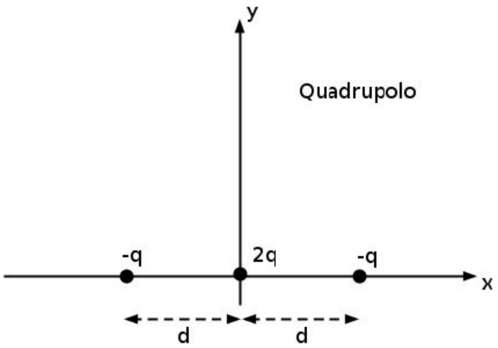
$$4\pi E r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} 2\pi B r^2 \;\Rightarrow\; E = \frac{B}{2\epsilon_0}. \quad (5)$$

c) **(2 pontos)** E como função de r, onde o eixo vertical é $E/[B/(2\epsilon_0)]$ e o eixo horizontal é R/r



Question 6

Um quadrupolo elétrico pode ser formado por quatro cargas dispostas ao longo de um mesmo eixo: duas positivas na origem e duas cargas negativas nas extremidades, como ilustrado na figura ao lado.



a) (6 pontos) Calcule o campo elétrico para um ponto arbitrário do eixo y positivo. Escreva sua resposta em notação vetorial.

b) (2 pontos) Qual o valor do campo elétrico no eixo y para $d = 0$?

c) (2 pontos) Qual o valor do campo elétrico em um ponto do eixo y muito distante do quadripolo (lembre que $(1+\epsilon)^{-3/2} \approx 1 - \frac{3\epsilon}{2}$ para $\epsilon \ll 1$).

Gabarito:

(a) Campo elétrico total:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3=\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{-(y\hat{j}-d\hat{i})}{(y^2+d^2)^{3/2}}-\frac{(y\hat{j}+d\hat{i})}{(y^2+d^2)^{3/2}}+2\frac{y\hat{j}}{y^3}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{E}=\frac{q}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{y^2}\left[1-\frac{1}{(1+d^2/y^2)^{3/2}}\right]\hat{j}$$

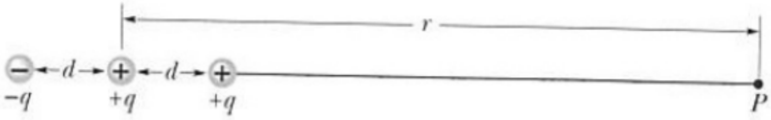
(b) Para d = 0:

$\vec{E}=0$ **, como esperado pois todas as cargas se encontram na origem, resultando em uma carga nula.**

(c) Para d << y:

$$\vec{E}\simeq 3\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{d^2}{y^4}\hat{j}$$

Question 7 A figura mostra três partículas carregadas situadas sobre um eixo horizontal.
a) (5 pontos) Calcule o potencial elétrico $V(r)$ para pontos (como P) sobre o eixo e com $r \gg d$
b) (3 pontos) Calcule o campo elétrico em P.
c) (2 pontos) Esboce o grafico do potencial elétrico ao longo do eixo que liga as 3 cargas, assuma que $V(\pm\infty) = 0$.



Q7) - 8h

a) O potencial no ponto P é dado por:

$$V_P = \sum V_{i,P} = -\frac{k_e q}{(r+d)} + \frac{k_e q}{r} + \frac{k_e q}{(r-d)}$$

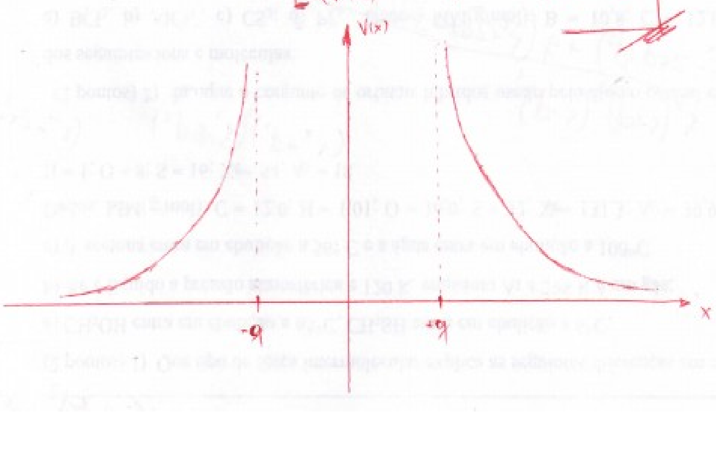
Na situação em que $r >> d$, temos:

$$V_{r>>d} \approx -\frac{k_e q}{r} + \frac{k_e q}{r} + \frac{k_e q}{r} = \frac{k_e q}{r}$$

b) O campo elétrico em P pode ser encontrado por:

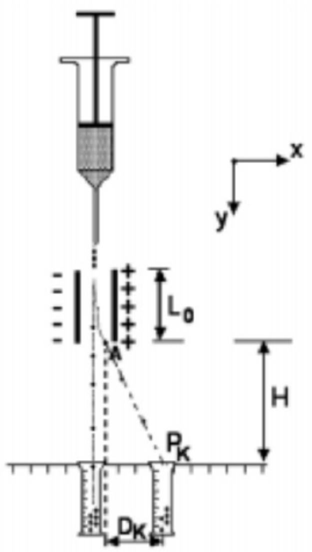
$$\vec{E}_P = k_e \sum \frac{q_i}{r_i^2}\hat{\imath} = k_e \left[\frac{-q}{(r+d)^2} + \frac{q}{r^2} + \frac{q}{(r-d)^2}\right]$$

$$\vec{E}_P = k_e q \left[-\frac{1}{(r+d)^2} + \frac{1}{r^2} + \frac{1}{(r-d)^2}\right]\hat{\imath}$$



Question 7

Um selecionador eletrostático de células biológicas produz, a partir da extremidade de um funil, um jato de gotas com velocidade V_{0y} constante. Despreze a aceleração da gravidade. As gotas, contendo as células que se quer separar, são eletrizadas.
As células selecionadas, do tipo K, em gotas de massa M e eletrizadas com carga Q, são desviadas por um campo elétrico uniforme E, criado por duas placas paralelas carregadas, de comprimento L_0. Essas células são recolhidas no recipiente colocado em P_K, como na figura. Para as gotas contendo células do tipo K, utilizando em suas respostas apenas Q, M, E, L_0, H e V_{0y}, determine:



a) (4 pontos) A aceleração horizontal A_x dessas gotas, quando elas estão entre as placas.
b) (4 pontos) A componente horizontal V_x da velocidade com que essas gotas saem, no ponto A, da região entre as placas.
c) (2 pontos) A distância D_k, indicada no esquema, que caracteriza a posição em que essas gotas devem ser recolhidas.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

O movimento horizontal de uma gota é discrito como:

a) $F_{el} = M.A_x$

$Q.E = M.A_x \Rightarrow A_x = \dfrac{Q.E}{M}$

b) Para achar a componente horizontal da velocidade, devemos usar:

$V_x = V_{0x} + A_x t$

Mas, como $V_{0x} = 0$, temos:

$V_x = A_x t$

Do movimento vertical da gota achamos que:

$V_{0y} = \dfrac{L_0}{t} \Rightarrow t = \dfrac{L_0}{V_{0y}}$

Assim:

$$V_x = \frac{Q E}{M} \cdot \frac{L_0}{V_{0y}}$$

PS: Note que, no enunciado do exercício, era pedido que as respostas fossem expressas em termos de Q, M, E, Lo, H e Voy.

:) Do movimento vertical após a gota ter deixado o espaço entre as placas, temos:

$$V_{0y} = \frac{H}{t'} \Rightarrow t' = \frac{H}{V_{0y}}$$

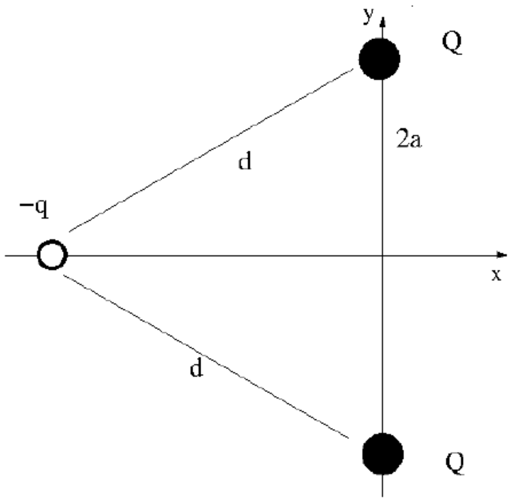
Assim, após ter saído do selecionador, encontramos:

$$V_x = \frac{D_K}{t'} \Rightarrow D_K = \frac{Q \cdot E \cdot L_0}{M \cdot V_{0y}} \cdot \frac{H}{V_{0y}} \Rightarrow D_K = \frac{Q \cdot E \cdot L_0 \cdot H}{M \cdot V_{0y}^2}$$

No vácuo, duas partículas com carga Q são fixadas a uma distância $2a$ uma da outra sobre o eixo y (veja figura) .

a) (3 pontos) Determine o potencial elétrico devido a essas duas cargas ao londo do eixo x da figura.

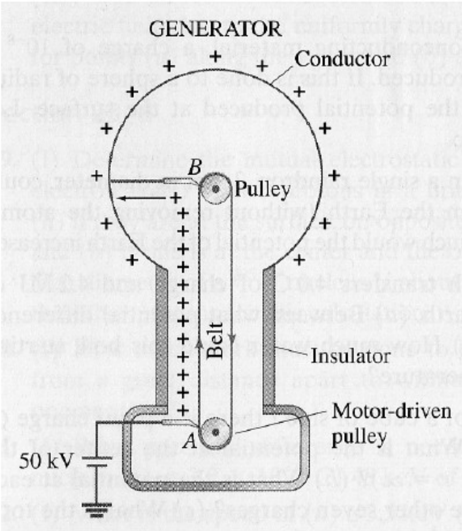
b) (4 pontos) Uma terceira partícula com carga $-q$ e massa m é colocada sobre o eixo x a uma distância d das outras duas. Em seguida essa partícula é solta e pode começar a se mover. Determine a energia cinética dessa terceira partícula em função da distância a origem dos eixos coordenados.



c) (3 pontos) Usando a expessão encontrada no ítem (a), determine a aceleração vetorial da partícula de massa m.

AINDA NÃO FOI ENCAMINHADO PELO CORRETOR

Question 7



Em um gerador de Van de Graaff, similar ao usado no laboratório, a cúpula esférica tem um raio de R e inicialmente não tem carga elétrica líquida. Idealize (modele) a cúpula como uma esfera metálica de raio R. Após ligarmos o motor, a correia transporta cargas positivas até a cúpula. Justifique sua resposta em todos os ítens.

a) (3 pontos) Determine o campo elétrico $\vec{E}$ fora da cúpula em função da distância ao centro da cúpula.

b) (3 pontos) Calcule o potencial V fora da cúpula em função da distância ao centro da cúpula, assuma que $V(\infty) = 0$.

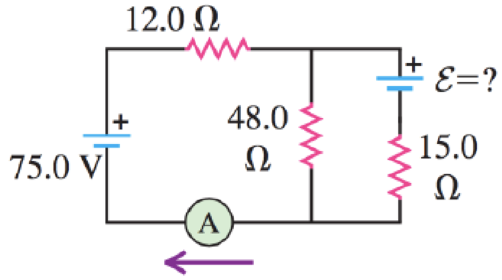
c) (2 pontos) Considere a cúpula como um capacitor esférico cuja a casca esférica externa tem raio infinito (e potencial zero). Determine a capacitância.

d) (2 pontos) Qual o trabalho realizado pela correia para carregar a cúpula quando o campo elétrico próximo da superfície da esfera se aproxima do campo crítico E_c (quando ocorre a descarga elétrica que você observou no laboratório).

AINDA NÃO FOI ENCAMINHADO PELO CORRETOR

Question 8

Considere o circuito da figura ao lado. O amperímetro (considerado ideal) mede uma corrente de $1,50$ A no sentido mostrado na figura.



a) (5 pontos) Qual o valor da FEM? A polarização mostrada na figura está correta?

b) (5 pontos) Qual a corrente no resistor de $15,0\Omega$?

$I_1 + I_3 = I_2$; $I_1 = 1,50\,A$

Malha à esquerda:

$75V - 12\Omega\, I_1 - 48\Omega\, I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \dfrac{75 - 12 \cdot 1,5}{48}$

$\therefore I_2 = 1,1875$

$I_3 = I_2 - I_1 = 1,1875 - 1,50 \Rightarrow \boxed{I_3 = -0,313A}$

O sinal (−) indica que a corrente passa de cima p/ baixo no resistor de 15.0Ω

Malha à direita:

$\mathcal{E} - 48 I_2 - 15 I_3 = 0$

$\mathcal{E} = 48 \cdot 1,1875 - 15 \cdot 0,3125$

$\therefore \boxed{\mathcal{E} = 52,3\ V}$

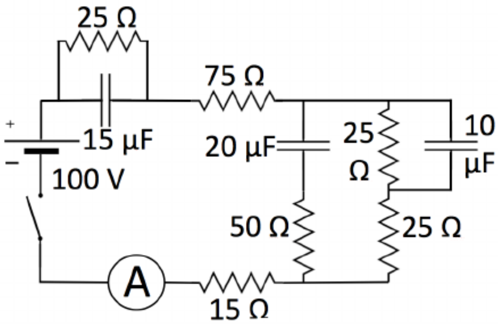
Como $\mathcal{E} > 0$, a polarização mostrada na figura está correta.

Question 8

No circuito indicado na figura, os capacitores estão inicialmente descarregados. Considerando a resistência interna da bateria e do amperímetro desprezível em relação às demais resistências do circuito, calcule:

a) (4 pontos) a corrente medida no amperímetro no instante em que a chave é fechada.

b) (2 pontos) a corrente medida no amperímetro depois que os capacitores estiverem completamente carregados.

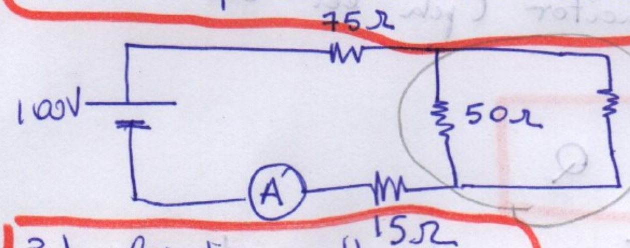


c) (4 pontos) a carga acumulada no capacitor de 20 μF no tempo $t \to \infty$.

LEMBRETE: no instante $t = 0$ a corrente que passa pelos capacitores é máxima, enquanto que para $t \to \infty$ a corrente será zero.

a) em t=0 a corrente no capacitor é máxima, nesse instante o capacitor pode ser substituído por um fio e corresponde a um curto circuito. Em t=0 o problema será então equivalente a:

+1



$$R_{eq}^{-1} = \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{25}\right)^{-1} \Rightarrow$$

$$= \left(\frac{2}{100} + \frac{4}{100}\right)^{-1}$$

$$R_{eq} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3}$$

+1

Pela lei das malhas

$$100 = \left(75 + 15 + \frac{50}{3}\right) I \therefore I = \left(\frac{320}{3}\right)^{-1} \cdot 100 = \frac{30\cancel{0}}{32\cancel{0}} \text{ A}$$

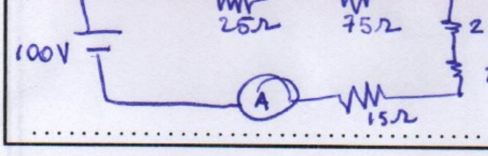
+1

$$I = \frac{15}{16} \text{ A} \approx 0{,}94 \text{ A}$$

+1

b) em $t \to \infty$ os capacitores estão completamente carregados e não há corrente passando por eles. O circuito equivalente será:

+1

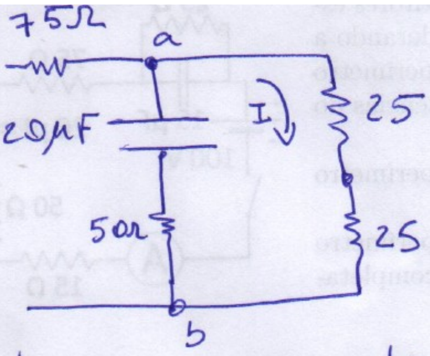


$$100 = (25 + 75 + 25 + 25 + 15) I$$

$$I = \frac{100}{165} \text{ A} \approx 6{,}06 \times 10^{-1} \text{ A}$$

+1

c)



a corrente que passa pelos resistores em $t \to \infty$ foi determinada no ítem b.

a diferença de potencial entre os pontos "a" e "b" é dada pela lei de Ohm

$$\boxed{V_{ab} = 50 \cdot I = 50 \times \frac{100}{165} = \frac{5 \times 10^3}{165}}$$ +2

Essa será também a diferença de potencial no capacitor (pela lei das malhas)

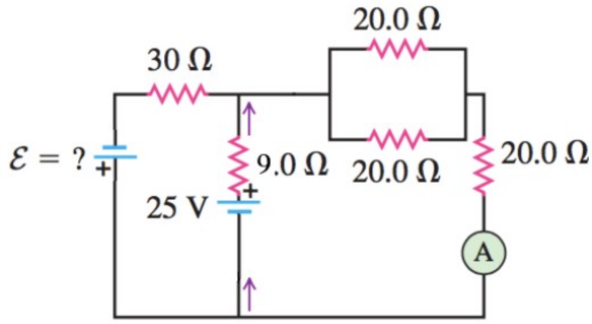
$$\boxed{20 \times 10^{-6} \cdot V_{ab} = Q}$$

$$Q = 2 \times 10^{-5} \times \frac{5 \times 10^3}{165} = \frac{10^{-1}}{165} = \frac{1}{1650}\ C$$

$$Q \simeq 6{,}06 \times 10^{-4}\ C$$ +2

Question 8

No circuito mostrado ao lado, o resistor de 9.0Ω está consumindo energia a uma potência de 36 J/s e a corrente que passa por ele tem sua direção indicada na figura.



a) (5 pontos) Qual a corrente no amperímetro (considerado como ideal)?

b) (5 pontos) Qual o valor da FEM $\mathcal{E}$

(a) $P_9 = R_9 I_1^2$; $I_1 = \sqrt{\frac{P_9}{R_9}} = \sqrt{\frac{36\ J/s}{9{,}0\Omega}} = 2{,}0\ A$

MALHA 1:

$25V - (9{,}0\Omega)I_1 - (10\Omega)I_3 - 20\Omega I_3 = 0$

$25V - 9{,}0\Omega \times 2{,}0A = (30\Omega)I_3$

$\frac{7V}{30\Omega} = I_3$; $\boxed{I_3 = \frac{7}{30} A = 0{,}233 A}$

(b) Nó: $I_1 = I_2 + I_3$

$I_2 = I_1 - I_3 = 2A - \frac{7}{30} A = \frac{53}{30} A$

MALHA 2

$\mathcal{E} + 25V - (9{,}0\Omega)I_1 - (30\Omega)I_2 = 0$

$\mathcal{E} = -25V + 9{,}0\Omega \times 2{,}0A + 30 \times \frac{53}{30} V$

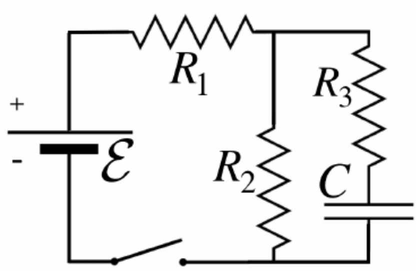
$\mathcal{E} = -7V + 53V = 46V$; $\boxed{\mathcal{E} = 46V}$

Question 8

O capacitor indicado na figura está inicialmente descarregado.
a) (4 pontos) Qual a corrente que passa através de cada resistor imediatamente após a chave ser fechada?

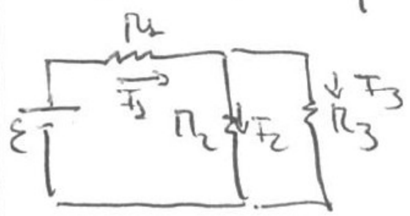
b) (2 pontos) Qual a corrente que passa por cada resistor depois que o capacitor está completamente carregado?

c) (4 pontos) Qual a carga final do capacitor?



LEMBRETE: no instante $t = 0$ a corrente que passa pelo capacitor é máxima, enquanto que para $t \to \infty$ a corrente será zero.

(a) Em $t=0$, $V_c = 0$ (pois $Q=0$). Laço:



;

$\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$;

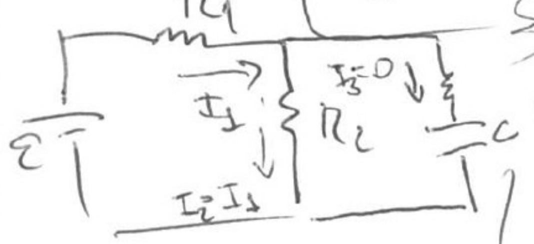
Laço $\mathcal{E} = \left(R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right) I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{(R_2+R_3)\,\mathcal{E}}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$

$\mathcal{E} - R_1I_1 = R_2I_2$; $R_2I_2 = \mathcal{E} - \frac{(R_2+R_3)\,\mathcal{E}R_1}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$

$R_2I_2 = \frac{R_2R_3\,\mathcal{E}}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} \Rightarrow I_2 = \frac{R_3\,\mathcal{E}}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$

$\mathcal{E} - R_1I_1 = R_3I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{R_2\,\mathcal{E}}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$

(b) $t \to \infty$; $I_3 = 0$ & $I_1 = I_2 \equiv I$



$$(R_1 + R_2)\, I = \mathcal{E}$$

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}}$$

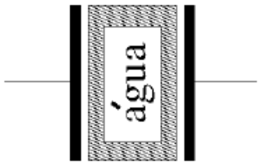
(c) $V_C = R_2 I$; $Q = CV_C$

$$\frac{Q}{C} = \frac{R_2 \mathcal{E}}{R_1 + R_2} \; ; \quad \boxed{Q = \frac{C R_2 \mathcal{E}}{R_1 + R_2}}$$

Question 9 Considere um capacitor de placas paralelas semelhante ao utilizado no experimento 2. Para um espaçamento entre as placas de $(6,00 \pm 0,03)$mm, a capacitância medida foi de $(30,0 \pm 0,6)$pF. A área de cada placa é de $2 \times 10^4\text{mm}^2$ e você pode desprezar a incerteza dessa medida. Você pode utilizar sem prova o fato de que o campo elétrico entre as placas é constante $E = \sigma/\epsilon$, onde σ é a densidade superficial de carga e ϵ é a permissividade do meio.

a) (5 pontos) Estime a permissividade do meio, bem como sua incerteza. Justifique sua resposta.

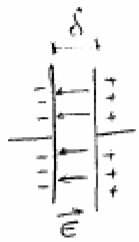
b) (2 pontos) Foi colocado entre as placas um saco plástico com água. A nova capacitância medida foi de aproximadamente 2400pF. Qual a constante dielétrica da água?



c) (3 pontos) Sabendo que a molécula de água tem um momento de dipolo elétrico permanente, explique porque a constante dielétrica da água é $\approx$ 20 vezes maior que a do gelo.

a)

$$\Delta V = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{+}^{-} \frac{\sigma}{\varepsilon} ds = \frac{\sigma}{\varepsilon} \int_{+}^{-} ds$$



$$\Delta V = \frac{\sigma}{\varepsilon} \delta = \frac{Q}{A} \cdot \frac{\delta}{\varepsilon}$$

Por definição $\quad Q = C \Delta V$

$$\cancel{Q} = C \cdot \frac{\cancel{Q}}{A} \frac{\delta}{\varepsilon} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = C \cdot \frac{\delta}{A}}$$

$$\varepsilon = \frac{30,0 \times 6,00 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4} \times 10^{-6}} \times 10^{-12} \frac{F \cdot \cancel{m}}{m^2}$$

$$\boxed{\varepsilon = 9 \times 10^{-12} \ \frac{F}{m} \text{ ou } \frac{C}{V \cdot m} \text{ ou } \frac{C^2}{N \cdot m^2}}$$

Incerteza: $\sigma_\varepsilon^2 = \sum_i \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \delta} = \frac{C}{A} \quad ; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial C} = \frac{\delta}{A}$$

$$\sigma_\varepsilon = \frac{1}{A}\sqrt{C^2\sigma_\delta^2 + \delta^2\sigma_C^2} = \varepsilon\sqrt{\left(\frac{\sigma_\delta}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_C}{C}\right)^2}$$

$$\sigma_\varepsilon = 1{,}9 \times 10^{-13}\,\frac{F}{m} \quad \text{ou} \quad \sigma_\varepsilon = 2 \times 10^{-13}\,F/m$$

Resp. $\varepsilon = (9{,}00 \pm 0{,}19) \times 10^{-12}\, F/m$ ou $C/V.m$ ou $\frac{C^2}{N.m^2}$

ou

$\varepsilon = (9{,}0 \pm 0{,}2) \times 10^{-12}\, F/m$ ou $C/V.m$ ou $C^2/N.m^2$

(b) Constante dielétrica K:

$$K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{C}{C_0} = \frac{\text{capacitância c/ dielétrico}}{\text{capacitância s/ dielétrico}} = \frac{2400\,pF}{30\,pF}$$

$\boxed{K = 80}$ Adimensional

(c) A existência do momento de dipolo elétrico permanente das moléculas de água independe do seu estado físico (sólido ou líquido). No entanto, no estado líquido essas moléculas são livres para se movimentar e, consequentemente, quando colocadas em um campo elétrico podem facilmente se realinhar paralelamente ao campo aplicado devido ao torque produzido pela força elétrica. O resultado é o surgimento de um campo elétrico no dielétrico oposto ao campo aplicado. O campo elétrico que surge devido ao alinhamento das moléculas é muito mais intenso na água do que no gelo devido à mobilidade maior na água, resultando em uma constante dielétrica maior aí.

Question 9 O gerador de van de Graaff utilizado no experimento 1 tem um cúpula de $10,01 \pm 0,1$cm de raio. Considere a cúpula como um capacitor esférico cuja a casca esférica externa tem raio infinito (e potencial zero). Considere a permissividade do ar como 9pF/m, despreze a incerteza nesse valor.

a) (6 pontos) Qual a capacitância e sua incerteza? Você pode usar sem demonstrar que para distâncias, r, ao centro da cúpula maiores que o raio da cúpula o campo elétrico será $|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$, onde Q é a carga na cúpula.

b) (4 pontos) Quando aproximamos a esfera metálica aterrada e inicialmente neutra do eletroscopio, percebemos uma força de atração entre os dois. Explique porque isso acontece.

(a) Pela definição de capacitância $C = \frac{Q}{\Delta V}$, assim, precisamos encontrar a diferença de potencial entre a cúpula e o infinito (potencial nulo).

$$\Delta V = -\int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}.dr\hat{r} = \int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Assim,

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Observações:

Como indicado no enunciado, não é necessário encontrar o campo elétrico a partir da lei de Gauss, podemos assumir como dado. Quem fez a dedução não perdeu nenhum ponto, mas também não ganhou.

Se você fizer ΔV=Ed, e depois substituir d por R, encontrará o mesmo resultado para C. Todavia, isto é conceitualmente errado e tal desenvolvimento não será considerado.

Outra alternativa, mais esdrúxula ainda, é partir da capacitância de um capacitor de placas paralelas $C = \epsilon_0 A/d$, e substituir A pela área da cúpula e d pelo raio R. O resultado final também dá o valor correto de C. Esse desenvolvimento estapafúrdico também não será considerado, anulando completamente a nota do item.

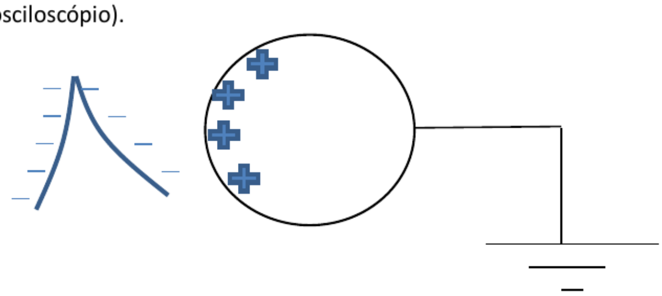
Incerteza na capacitância: Fazendo a propagação de erros:

$$\sigma_C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial R}\right)^2 {\sigma_R}^2} = 4\pi\epsilon_0\sigma_R$$

Numericamente teremos

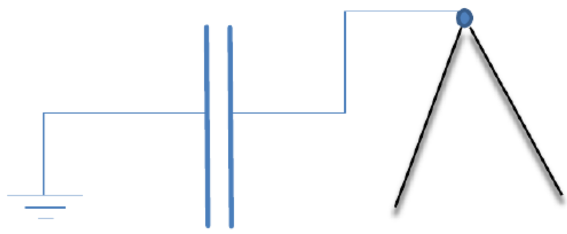
C = 4π 9pF m^{-1} (10,01 ± 0.1)x10^{-2} m = (11,3 ± 0.1) pF

(b) O eletroscópio estando conectado à cúpula está carregado negativamente. Quando aproximamos a esfera do mesmo, os elétrons da esfera são repelidos pelo eletroscópio. Como a esfera não está isolada, vários elétrons migram para o terra, deixando a esfera com carga líquida positiva. Isso faz com que haja uma grande força de atração entre o eletroscópio (carregado negativamente) e a esfera (agora carregada positivamente por indução pela aproximação com o osciloscópio).



Question 9

Encontramos um capacitor de placas paralelas em que uma das placas está ligada à terra e a outra está ligada a um eletroscópio de folha, como na figura ao lado. O eletroscópio foi carregado inicialmente com uma carga Q. Cada folha do eletroscópio mede 6 cm e tem massa 200mg, despreze a incerteza nesses dados. Considere $k = 9x10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$ e $g = 10\text{m/s}^2$.



a) (7 pontos) Foram efetuadas três medidas do ângulo entre as folhas, 86°, 89° e 92°. Baseado nesses dados, determine a carga em cada uma das folhas do eletroscópio, bem como sua incerteza.

b) (3 pontos) Se você diminui a distância das placas do capacitor, o ângulo entre as folhas do eletroscópio aumenta ou diminui? Justifique suas respostas.

Question 9

Na tabela estão apresentados os dados medidos no laboratório para a distância das placas do capacitor de placas paralelas e a capacitância medida. A incerteza das distâncias é o erro da régua usada, 0.5mm, e a incerteza da capacitância é dada na tabela. A área de cada placa é de $2 \times 10^4 \text{mm}^2$ e você pode desprezar a incerteza dessa medida. Finalmente, você pode utilizar sem prova o fato de que o campo elétrico entre as placas é constante $E = \sigma/\epsilon$, onde σ é a densidade superficial de carga e ϵ é a permissividade do meio.

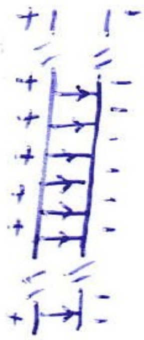
a) (4 pontos) De que forma o capacitor do experimento não pode ser considerado ideal? Qual deveria ser o efeito dessas imperfeições na relação entre capacidade e distância? Justifique suas respostas. Dê preferencia à frases curtas. O uso correto da linguagem tecnico-scientifica será também avaliado.

b) (3 pontos) Usando o papel milimetrado na próxima página, faça o gráfico da capacitância pelo inverso das distâncias medidas.

c) (3 pontos) Usando o gráfico feito no ítem anterior, estime a permissividade do meio, bem como sua incerteza. Justifique sua resposta.

d(mm)	C(pF)	σ_C (pF)
2,0	56	9
3,5	49	9
4,5	38	8
5,5	34	8

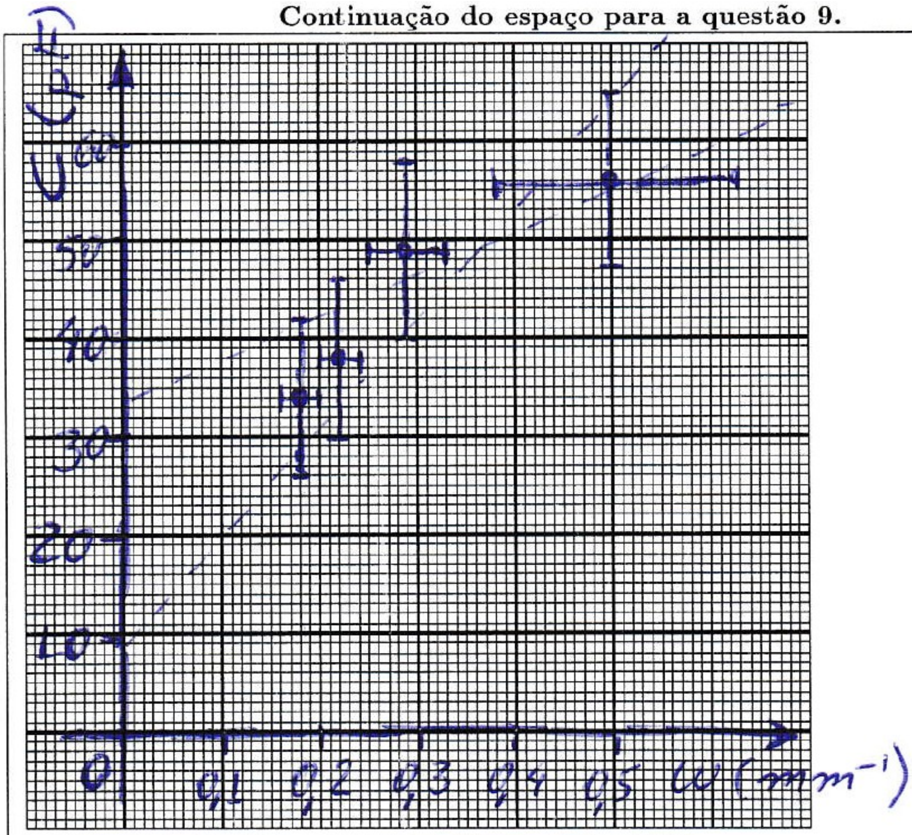
(a) O capacitor de placas paralelas ideal é aquele em que a distância entre as placas é muito menor do que as dimensões das placas. Nesse caso, o campo elétrico é, em boa aproximação, constante



O campo elétrico sendo constante

$$\Delta V = E_0 d \rightarrow \boxed{C_0 = \frac{\epsilon A}{d}}$$

No caso do capacitor do experimento, tal aproximação começa a não valer para certas distâncias, gerando efeito de borda. Este efeito reduz o campo elétrico, aumentando assim a capacitância, assim $C_{real} > C_0$.



C(pF)	σ_C(pF)	$w = 1/d$ (mm^{-1})	σ_w (mm^{-1})
56	9	0,50	0,13
49	9	0,29	0,04
38	8	0,22	0,02
34	8	0,18	0,02

(c) Como a tabela trata de valores medidos

$$C = C_{residual} + \frac{\epsilon A}{d}$$

→ A inclinação da reta é igual a ϵA

→ Considerando as barras de erro:

$$\alpha_{max} = \frac{55\,pF}{0{,}5\ mm^{-1}} = 110\ pF\,mm$$

$$\alpha_{min} = \frac{25\,pF}{0{,}5}\,mm = 50\ pF\,mm \quad \therefore\ \alpha = (80 \pm 30)\ pF\,mm$$

A mm $\Rightarrow$ $\epsilon = \frac{\alpha}{A} = (4{,}0 \pm 1{,}5)\ pF/m$ //