Engenharia Econômica
Resolução da Lista de Exercícios 2

13 de agosto de 2016

É recomendável que nos exercícios sobre amortização de dívidas abaixo os alunos montem as tabelas Price e SAC no Excel como forma de fortalecer o aprendizado. O Excel também oferece ferramentas que valem ser exploradas na parte relativa a análise projetos.

1. (Exercício 5.5 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Uma casa no valor de $ 120.000,00 foi adquirida por meio de um financiamento de 12 anos pela tabela Price. Sabendo-se que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco é de 2,1% ao mês, determinar o valor da prestação, do saldo devedor, dos juros e da amortização referentes à 55ª prestação.

   RESPOSTA:

   Como o financiamento é pelo sistema Price, sabemos que as pretações, R, são constantes. Logo, usando os nossos conhecimentos sobre séries de pagamentos uniformes, $R = P\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$. Utilizando as informações da questão:

   $$R = 120000\frac{0,021(1+0,021)^{144}}{(1+0,021)^{144}-1} = 2653,06.$$

   Pelas equações do sistema Price, sabemos que o saldo devedor no período k é dado por $P_k = R\frac{1-(1+i)^{k-n}}{i}$. Substituindo os valores do enunciado e de R, que acabamos de calcular:

   $$P_{55} = 2653,06\frac{1-(1+0,021)^{55-144}}{0,021} = 106464,41.$$

   Pelas equações do sistema Price, os juros pagos no período k são $J_k = R[1-(1+i)^{k-n-1}]$. Portanto:

   $$J_{55} = 2653,06[1-(1+0,021)^{55-144-1}] = 2244,34.$$

   Finalmente, a amortização no período k pode ser calculada de duas formas: $A_k = R - J_k$ ou $A_k = R(1+i)^{k-n-1}$. Sendo assim:

   $$A_{55} = 2653,06 - 2244,34 = 408,06 \text{ ou } A_{55} = 2653,06(1+0,021)^{55-144-1} = 408,72,$$

   sendo que a diferença decorre das aproximações que realizamos em cada etapa da resolução.

2. (Exercício 5.10 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Um financiamento de $ 117.000,00 para a compra de uma casa de acordo com o sistema Price foi concedido pelo prazo de 60 meses e a taxa de juros compostos de 1,7% ao mês. As prestações 35ª, 36ª e 37ª não foram pagas. Dez dias antes de vencer a 38ª prestação, o mutuário renegocia o saldo devedor pelo sistema Price, para ser pago em 50 meses, a uma taxa de juros compostos de 1,8% ao mês. Determinar o valor da prestação do refinanciamento.

RESPOSTA:

O primeiro passo é encontrar o saldo devedor após o pagamento da 34ª prestação. Como o financiamento é pelo sistema Price, sabemos que as pretações, R, são constantes. Logo, usando os nossos conhecimentos sobre séries de pagamentos uniformes, $R = P\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$. Utilizando as informações da questão:

$$R = 117000\frac{0,017(1+0,017)^{60}}{(1+0,017)^{60}-1} = 3125,88.$$

Pelas equações do sistema Price, sabemos que o saldo devedor no período k é dado por $P_k = R\frac{1-(1+i)^{k-n}}{i}$. Substituindo os valores do enunciado e de R, que acabamos de calcular:

$$P_{34} = 3125,88\frac{1-(1+0,017)^{34-60}}{0,017} = 65249,69.$$

Agora, precisamos capitalizar este saldo devedor pelos três meses em que o mutuário não pagou as prestações. Assim, ao final do 37º mês, o saldo devedor é de:

$$P_{37} = 65249,64(1+0,017)^3 = 68634,31.$$

Passam-se mais vinte dias até o mutuário renegociar a sua dívida. Precisamos então capitalizar o saldo devedor por mais este período. Isto é feito da seguinte maneira:

$$P^{'} = 68634,27(1+0,017)^{\frac{20}{30}} = 69409,98.$$

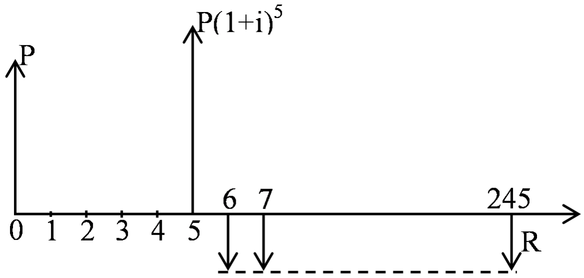
Agora, basta calcularmos a prestação pelo sistema Price desta dívida financiada em 50 meses à taxa de juros de 1,8% ao mês:

$$R = 69409,98\frac{0,018(1+0,018)^{50}}{(1+0,018)^{50}-1} = 2117,01.$$

3. (Exercício 5.12 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Um imóvel foi adquirido pelo preço de $ 87.500,00 para ser pago em 240 parcelas mensais, a uma taxa de juros compostos de 1,5% ao mês. Sabendo-se que a primeira prestação deverá ser paga somente ao final de seis meses, determinar o valor da prestação.

RESPOSTA:

Como a primeira prestação será paga apenas no final do sexto mês, precisamos encontrar o saldo devedor no final do período anterior, conforme ilustrado no fluxo de caixa abaixo.



Sendo assim, precisamos capitalizar o valor do empréstimo até o final do quinto mês:

$$P^{'} = 87500(1+0,015)^5 = 94262,35.$$

Agora, basta calcularmos as prestações, que, no sistema Price, são constantes. Com base nos nossos conhecimentos sobre séries uniformes de pagamentos, sabemos que $R = P\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}$. Utilizando as informações da questão:

$$R = 94262,35\frac{0,015(1+0,015)^{240}}{(1+0,015)^{240}-1} = 1454,76.$$

Vale observar que a minha resposta não coincide com a do livro porque os autores calcularam (a meu ver erroneamente) as prestações com base no valor da dívida no final do sexto mês.

4. (Exercício 5.16 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Suponha um financiamento pelo sistema SAC para aquisição de casa própria no valor de \$ 180.000,00, para ser pago em 360 parcelas mensais, a uma taxa de juros compostos de 1,5% ao mês. Calcule o valor da prestação, dos juros, da amortização e do saldo devedor no vencimento da 25ª prestação.

   RESPOSTA:
   No sistema SAC, as amortizações são constantes, logo $A = \frac{P}{n}$. Usando os dados do exercício:
   $$A = \frac{180000}{360} = 500.$$
   A equação que descreve a trajetória dos juros é $J_k = i(n-k+1)A$. Plugando as informações de que dispomos:
   $$J_{25} = 0,015(360-25+1)500 = 2520.$$
   Já as prestações podem ser obtidas por $R_k = A + J_k = A[1+i(n-k+1)]$. Portanto:
   $$R_{25} = 500 + 2520 = 3020.$$
   Por fim, o saldo devedor é descrito por $P_k = (n-k)A$. Consequentemente:
   $$P_{25} = (360-25)500 = 167500.$$
   Vale observar que o valor dos juros que eu calculei não coincide com a resposta do livro. Isto ocorre porque a resposta do livro está errada, como já reconhecido pelos autores na errata por eles divulgada.

5. (Exercício 5.18 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Considere um financiamento de \$ 112.000,00 para a compra de uma casa de acordo com o sistema SAC. O prazo do financiamento é de 240 meses, e a taxa de juros compostos é de 1,5% ao mês. Após o pagamento da 121ª prestação, o mutuário renegocia o saldo devedor pelo sistema SAC em 180 meses, a uma taxa de juros compostos mensal de 1,7%. Determine o valor pago na 67ª prestação do refinanciamento.

   RESPOSTA:
   No sistema SAC, as amortizações são constantes, logo $A = \frac{P}{n}$. Usando os dados do exercício:
   $$A = \frac{112000}{240} = 466,67.$$
   O saldo devedor é descrito por $P_k = (n-k)A$. Consequentemente:
   $$P_{121} = (240-121)466,67 = 55533,33.$$

Este saldo devedor de \$ 55533,33 é renegociado pelo sistema SAC em 180 meses à taxa de juros compostos mensal de 1,7%. Precisamos então recalcular as prestações como se este saldo devedor fosse um novo empréstimo. Sendo as amortizações do sistema SAC constantes, temos que:

$$A' = \frac{55533,33}{180} = 308,52.$$

As prestações podem ser obtidas por $R_k = A[1 + i(n - k + 1)]$. Logo:

$$R'_{67} = 308,52[1 + 0,017(180 - 67 + 1)] = 906,43.$$

Vale observar que a minha resposta não coincide com a do livro. Isto ocorre porque a resposta do livro está errada, como já reconhecido pelos autores na errata por eles divulgada.

6. (Exercício 6.1 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Um investimento industrial no valor de \$ 1.350.000,00 promete um fluxo anual de receitas de \$ 158.000,00 pelo período de 15 anos. Esse projeto é viável se a taxa de juros for de 7% e 12% ao ano? Calcular a TIR e o VPL para esses dois valores da taxa de juros.

   RESPOSTA:

   O VPL de um projeto é:

$$VPL = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} - \sum_{t=0}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^t}.$$

   Sendo o projeto descrito convencional e reconhecendo que o fluxo de receitas líquidas é uniforme, se a taxa de juros for de 7% ao ano:

$$VPL = 158000 \left[\frac{(1+0,07)^{15} - 1}{0,07}\right] \frac{1}{(1+0,07)^{15}} - 1350000 = 89050,41.$$

   Caso a taxa de juros seja de 12% ao ano:

$$VPL = 158000 \left[\frac{(1+0,12)^{15} - 1}{0,12}\right] \frac{1}{(1+0,12)^{15}} - 1350000 = -273883,41.$$

   A TIR é a taxa de juros que torna o VPL igual a zero. Sendo assim:

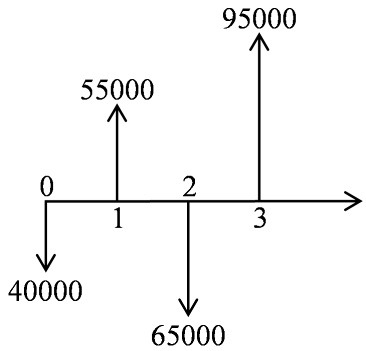
$$158000 \left[\frac{(1+TIR)^{15} - 1}{TIR}\right] \frac{1}{(1+TIR)^{15}} - 1350000 = 0 \Rightarrow TIR = 8,03\%.$$

   Portanto, concluímos que o projeto é viável se a taxa de juros for de 7% ao ano, mas é inviável se a taxa de juros for de 12% ao ano.

7. (Exercício 6.3 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Um investimento no valor de \$ 40.000,00 feito hoje, mais um gasto adicional de \$ 65.000,00 no prazo de dois anos, promete receitas de \$ 55.000,00 ao final do primeiro ano e \$ 95.000,00 ao final do terceiro ano. Esse projeto é viável, sabendo que a taxa de juros é de 20% ao ano? Calcular a TIRM do projeto e o VPL.

   RESPOSTA:

   O fluxo de caixa do projeto é o seguinte:



Como sabemos, o VPL de um projeto é dado por:

$$VPL = \sum_{t=1}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} - \sum_{t=0}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^t}.$$

Aplicando a fórmula acima com base nos dados da questão:

$$VPL = -40000 + \frac{55000}{1+0,2} - \frac{65000}{(1+0,2)^2} + \frac{95000}{(1+0,2)^3} = 15671,30 > 0.$$

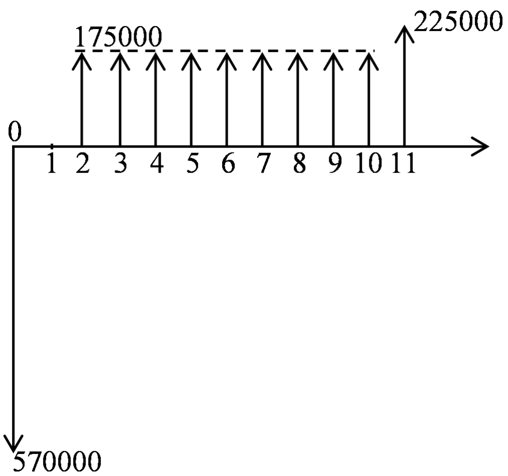
Já a TIRM é obtida da seguinte maneira:

$$\left[40000 + \frac{65000}{(1+0,2)^2}\right](1+TIRM)^3 = 55000(1+0,2)^2+95000 \Rightarrow TIRM = 26,95\% > 20\%.$$

Nestas condições, concluímos que o projeto é viável.

8. (Exercício 6.5 de Bueno, Rangel e Santos, 2011) Uma planta industrial requer um investimento inicial de \$ 570.000,00 e sua operação deverá se iniciar ao final de um ano, e a expectativa é de que as receitas anuais atinjam \$ 225.000,00 pelo período de dez anos e os custos anuais de manutenção são estimados em \$ 50.000,00. Calcular a TIR e o VPL do projeto, sabendo-se que a taxa de juros é de 19% ao ano. Esse projeto de investimento é viável?

   RESPOSTA:
   Esta questão pode dar margens a diferentes interpretações. Eu assumirei o fluxo de caixa ilustrado abaixo.



De acordo com a minha interpretação, no primeiro ano, é realizado o investimento de \$ 570.000,00. No segundo ano, o projeto começa a operar. As receitas são apuradas no final de cada período. Neste momento também é necessário que se reponha a depreciação, no valor de \$50.000,00, resultando em receitas líquidas de \$ 175.000,00. No último período, não seria racional gastar dinheiro com a depreciação porque a produção não prosseguirá. Por este motivo, a receita líquida no décimo mês de operação da planta industrial é de 225.000,00.

Como sabemos, o VPL de um projeto é dado por:

$$VPL = \sum_{n=1}^{n} \frac{R_t}{(1+i)^t} - \sum_{n=0}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^t}.$$

Aplicando a fórmula acima

$$VPL \;=\; -570000 + \frac{1}{1+0,19} \sum_{t=2}^{10} \frac{225000 - 50000}{(1+0,19)^t} + \frac{225000}{(1+0,19)^{11}}.$$

Usando a fórmula do valor presente de uma série uniforme:

$$\begin{aligned} VPL &= -570000 + 175000 \left[\frac{(1+0,19)^9 - 1}{0,19} \right] \frac{1}{(1+0,19)^{10}} + 33202,13 \\ VPL &= 222515,73. \end{aligned}$$

A TIR é a taxa de juros que torna o VPL igual a zero. Sendo assim:

$$-570000 + 175000 \left[\frac{(1+TIR)^9 - 1}{TIR} \right] \frac{1}{(1+TIR)^{10}} + 33202,13 = 0 \Rightarrow TIR \cong 29\%.$$

Portanto, concluímos que o projeto é viável.