

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
BC0003 - Bases Matemáticas
B - Noturno, PROF. VLADIMIR PERCHINE
Prova - 1 (gabarito)

1. Sejam P e Q as proposições “eu tenho um cachorro” e “eu tenho um gato”. Escreva em português as frases correspondentes à proposição $P' \rightarrow Q$, à negação e à contraposição dela.

$P' \rightarrow Q$: Se eu não tenho um cachorro, então tenho um gato.

Negação $P' \wedge Q'$: Não tenho nem cachorro, nem gato.

Contraposição $Q' \rightarrow P$: Se eu não tenho um gato, então tenho um cachorro.

2. **Determine o conjunto $C^C \cap (A \cup B)$, onde $A = \mathbb{Z}$, $B = \{x \in \mathbb{R}, x^2 > 2\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$.**

$$A \cup B = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup \{-1, 0, 1\} \cup (\sqrt{2}, \infty), \quad C^C = (-\infty, 0)$$

$$C^C \cap (A \cup B) = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup \{-1\}$$

3. **Prove que para todo $n \in \mathbb{N}$, o número $n^5 - n$ é divisível por 5.**

Se $n = 1$, temos $1^5 - 1 = 0$, e zero é divisível por 5. Supondo que a afirmação seja válida para algum n , $n^5 - n = 5k$, $k \in \mathbb{N}$, temos

$$(n+1)^5 - (n+1) = (n^5 - n) + 5n^4 + 10n^3 + 5n = 5(k + n^4 + 2n^3 + n)$$

Logo, pelo principio de indução, a identidade é válida para todo n .

4. **Resolva a inequação $|-x + 2| < 2x + 1$**

Se $x \leq 2$, temos $-x + 2 < 2x + 1 \Rightarrow x > 1/3$. Logo, as soluções nesta região são $(1/3, 2]$.

Se $x > 2$, temos $x - 2 < 2x + 1 \Rightarrow x > -3$. Logo, as soluções nesta região são $(2, \infty)$.

Juntando as duas regiões, temos a resposta final $x > 1/3$.

5. **Determine o domínio da função $f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}$**

O domínio é determinado pela inequação $2 + x - x^2 \geq 0$, ou $(x - 2)(x + 1) \leq 0$. Logo, $x \in [-1, 2]$.