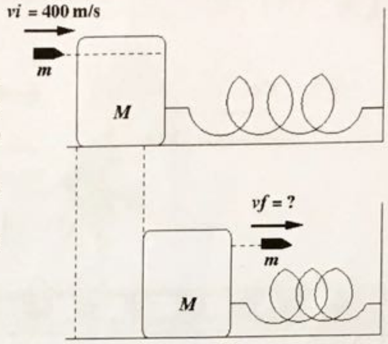
Question 6 Uma bala de $5\,g$, com velocidade inicial de $400\,m/s$, é disparada horizontalmente contra um bloco de massa $1\,kg$, atravessando-o instantaneamente.



O bloco, inicialmente em repouso e sobre uma superfície sem atrito, liga-se a uma mola de constante elástica igual a $900\,N/m$. O bloco, após o impacto, se desloca $5\,cm$ para a direita até parar.

(a) (5 pontos) Determine a velocidade com que a bala emerge do bloco.

(b) (5 pontos) Determine a energia mecânica perdida na colisão.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

a) A bala atravessa o bloco rapidamente de forma que há conservação do momento linear:

$$m v_0 = MV + mv \quad (1)$$

onde V = velocidade do bloco imediatamente após a bala emergir do mesmo e v = velocidade da bala.

Entre o bloco e a mola há conservação de energia mecânica, ou seja,

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}kx^2 - 0 = 0$$

$$V^2 = \frac{kx^2}{M} \Rightarrow V = x\sqrt{\frac{k}{M}} = 0,05\sqrt{\frac{900}{1}} = 0,05 \times 30$$

$$V = 1,5\ m/s$$

Continuação do espaço para a questão 06.

De (1), temos:

$$v = \frac{m v_0 - MV}{m} = \frac{0{,}005 \times 400 - 1 \times 1{,}5}{0{,}005} \Rightarrow$$

$$\boxed{v = 100\, m/s}$$

b) Na colisão da bala com o bloco, a equação de conservação da energia é:

$$\Delta K + \Delta E_{mec} = 0$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Delta E_{mec} = -\Delta K = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} M V^2 - \frac{1}{2} m v^2$$

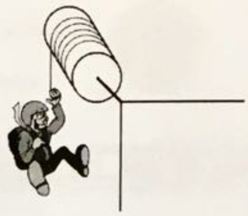
$$\Delta E_{mec} = \frac{1}{2} \times 0{,}005 \times (400)^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times (1{,}5)^2 - \frac{1}{2} \times 0{,}005 \times (100)^2$$

$$= 400 - 1{,}125 - 25$$

$$\boxed{\Delta E_{mec} \cong 374\ J}$$

Question 7 Um homem ($M = 75$ kg) desce do topo de um prédio usando uma corda enrolada num cilindro (cilindro oco com raio $r = 0,50$ m e massa $2M = 150$ kg), conforme ilustrado na figura.

O homem e o cilindro estão inicialmente em repouso. Considere o momento de inércia do cilindro $I = mr^2$.
(a) (6 pontos) Determine a aceleração angular do cilindro.
(b) (4 pontos) Qual a velocidade do homem depois dele ter descido 20 m?



☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

a) No homem $\rightarrow F = Mg - T = Ma$

No cilindro: $\tau = Tr = I\alpha$

$I = (2m)r^2$ com $a = \alpha r$

$\Rightarrow I\alpha = m(g - \alpha r) r$

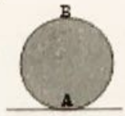
$$\alpha = \frac{Mgr}{Mr^2 + I} = \frac{Mgr}{3Mr^2} = \frac{g}{3r} = 6,5 \text{ rad/s}^2$$

b) $v^2 = \cancel{v_0^2}^{\,0} + 2a\Delta x$, $a = \alpha r$

$$v = \sqrt{2\Delta x\, \alpha r} = 11,4 \text{ m/s}$$

....

Question 8 Considere um disco rígido e uniforme de massa M rolando numa superfície horizontal em que há atrito de tal forma que o rolamento ocorre sem deslizamentos. Se o disco tem raio R e se desloca com velocidade v em relação ao solo, conforme a figura, determine:



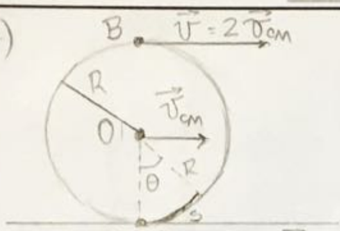
(a) (4 ponto) Os módulos das velocidades tangenciais nos pontos A e B.

(b) (2 ponto) A velocidade escalar no centro de massa do disco.

(c) (4 ponto) O momento angular do disco.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

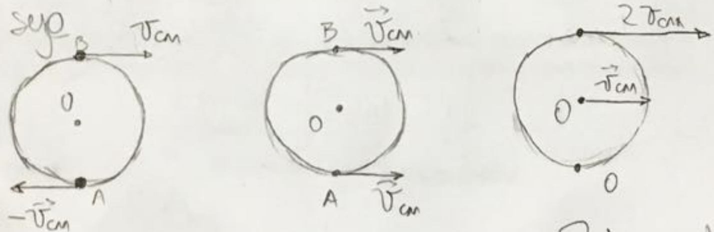
a-)



$s = R\theta$

$v_{cm} = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v_{cm} = \omega R$

A $\vec{v} = -\vec{v}_{cm} + \vec{v}_{cm} = 0$ Combinando a rotação com a translação e considerando o atrito, vemos que o rolamento se dá sem deslizamento. Ou seja



Rotação pura Translação pura Rolamento

$\boxed{v_B = 2v_{cm} = 2\omega R}$ $\boxed{v_A = -v_{cm} + v_{cm} = 0}$

Continuação do espaço para a questão 08.

b) Como mostrado anteriormente,

$$\boxed{v_{cm} = \omega R}$$

c) O momento de inércia do disco é dado por:

$$I = \int r^2 \, dm = \int r^2 \sigma dA = \int r^2 \underbrace{\frac{M}{\pi R^2}}_{\sigma} \underbrace{2\pi r dr}_{dA}$$

$$I = \int_0^R r^2 \frac{M}{R^2} 2r dr = \frac{2M}{R^2}\int_0^R r^3 dr = \frac{2M}{R^2} \frac{r^4}{4}\Big|_0^R = \frac{2M}{R^2}\frac{R^4}{4}$$

$$\boxed{I = \frac{MR^2}{2}}$$

Para um corpo em rotação, o momento angular pode ser escrito como:

$\vec{L} = I\vec{\omega}$. Assim:

$$\boxed{\vec{L} = \frac{MR^2}{2}\vec{\omega}}$$