Universidade Federal do ABC - UFABC

Álgebra Linear - Diurno

Prof. Celso Nishi 1º quad. 2012

Prova 1

1. [**2,0**] Seja o sistema linear $\begin{cases} x - 2y + 2z - t = 0, \\ -2x - 3z + t = 0, \\ 5x - 4y + 8z + t = 0. \end{cases}$

   Sabe-se que $(x, y, z, t) = (-13, 2, 9, 1)$ é uma solução.

   (a) Verifique essa solução.

   (b) É possível saber se existem outras soluções sem escalonar o sistema? Como?

   (c) Se existem mais soluções, encontre-as sem escalonar. Justifique.

2. [**3,0**] Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

   (a) Encontre a inversa de A se existir.

   (b) Se possível, escreva A como o produto de matrizes elementares.

   (c) Encontre a(s) solução(oes) para o sistema $AX = B$ quando B é

   $$\text{(c1) } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(c2) } B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. [**2,5**] Seja $A = [a_{ij}]$ uma matrix 4×4. Dê ao menos duas razões para justificar que o mnemônico para o cálculo de matrizes 3×3 aplicado em matrizes 4×4 (como abaixo) não fornece a expansão correta para o determinante de A. Liste ao menos 3 termos da expansão correta para $\det A$.

   $$\left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix} = \begin{matrix} a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} + a_{12}a_{23}a_{34}a_{45} + \cdots \\ - a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} - a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} + \cdots \end{matrix}$$

   [OBS: Trace as "linhas" diagonais apropriadamente.]

4. [**2,5**] Justifique ou refute a afirmação abaixo. (Escreva primeiro como isso será feito.)

   O sistema linear $AX = B$, onde $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & \pi & 6 & 1 & 7 \end{bmatrix}$, possui apenas uma solução independentemente de B.

OBS: Não é permitido o uso de calculadoras.

Universidade Federal do ABC - UFABC

ÁLGEBRA LINEAR - DIURNO

Prof. Celso Nishi 1º quad. 2012

Prova 1

1. [**2,0**] Seja o sistema linear $\begin{cases} x & & +\,2z & -\,t & = & 0\,, \\ -2x & +\,y & -\,3z & +\,t & = & 0\,, \\ 5x & -\,4y & +\,8z & +\,t & = & 0\,. \end{cases}$

   Sabe-se que $(x, y, z, t) = (3, 2, -1, 1)$ é uma solução.

   (a) Verifique essa solução.

   (b) É possível saber se existem outras soluções sem escalonar o sistema? Como?

   (c) Se existem mais soluções, encontre-as sem escalonar. Justifique.

2. [**3,0**] Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

   (a) Encontre a inversa de A se existir.

   (b) Se possível, escreva A como o produto de matrizes elementares.

   (c) Encontre a(s) solução(oes) para o sistema $AX = B$ quando B é

   $$\text{(c1) } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(c2) } B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. [**2,5**] Seja $A = [a_{ij}]$ uma matrix 4×4. Dê ao menos duas razões para justificar que o mnemônico para o cálculo de matrizes 3×3 aplicado em matrizes 4×4 (como abaixo) não fornece a expansão correta para o determinante de A. Liste ao menos 3 termos da expansão correta para $\det A$.

   $$\left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix} \quad \begin{matrix} = & a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} + a_{12}a_{23}a_{34}a_{45} + \cdots \\ & -\, a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} - a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} + \cdots \end{matrix}$$

   [OBS: Trace as “linhas” diagonais apropriadamente.]

4. [**2,5**] Justifique ou refute a afirmação abaixo. (Escreva primeiro como isso será feito.)

   O sistema linear $AX = B$, onde $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & \pi & 6 \end{bmatrix}$, possui apenas uma solução independentemente de B.

OBS: Não é permitido o uso de calculadoras.