Universidade Federal do ABC	**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC** **Disciplina:** BC0005 - NBBIN0406-15SA **Avaliação:** P1 **Professor:** Ailton Paulo de Oliveira Jr **Turma:** Sexta 19:00 h

Instruções para a prova (leia antes de começar):
A) Não pode haver consulta a qualquer material.
B) Pode ser utilizado lápis, caneta, borracha e calculadora científica.
C) É proibido o uso de qualquer aparelho ou recurso de processamento e/ou comunicação.

QUESTÃO 01 (1,8 pontos) Num saco há 4 bolas de gude vermelhas, 3 verdes e 2 brancas. Desta forma, responda aos itens a seguir:

a) Quantas bolas de gude se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos uma bola de gude de cor verde? Por quê?
b) Quantas bolas de gude se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos uma bola de gude de cor vermelha e outra de cor verde? Por quê?
c) Quantas bolas de gude se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos uma bola de gude de cada cor? Por quê?

A resolução da questão, em qualquer dos três itens, não deveria ser efetuada através de uma fórmula, tendo de ser analisadas diferentes situações para verificar se conduzem ou não a acontecimentos certos. É necessário elaborar um plano para responder aos diferentes itens, quer dizer,
(1) visualizar todas as possíveis extrações de bolas de gude do saco apoiando-se em um diagrama de árvore ou qualquer outro esquema; ou
(2) analisar uma situação limite com um número de bolas de gude determinado. Neste último caso, poderia distinguir duas estratégias:
E_1. Esta estratégia consiste em considerar as bolas de gude da cor que estão em maior número, começando por aqueles que não são favoráveis, e continuando com as que são favoráveis ao acontecimento (se for o caso). Por exemplo, no caso do item a) temos de extrair sete bolas de gude para obter a certeza da seleção de uma bola de gude verde, número que corresponde à soma do número de bolas de gude de cor vermelha, branca e mais uma bola de gude, que garante a certeza de "obter pelo menos uma bola de gude de cor verde".
E_2. Em alternativa, podemos analisar o número de bolas de gude que ficam no saco depois da extração. Ainda no caso do item a), ao extrairmos sete bolas de gude, ficam no saco duas bolas de gude, os quais podem ser ambas vermelhas, verdes ou brancas, ou de cores diferentes. Em qualquer caso, terá saído pelo menos uma bola de gude verde, que garante a certeza de "obter pelo menos uma bola de gude de cor verde". Já no caso de termos extraído seis bolas de gude (ou menos), restarão no saco três bolas de gude (ou mais), os quais poderão ser todas verdes, não garantindo, assim, a obtenção da bola de gude verde.
RESPOSTA: Nº de berlindes extraídos Itens a) 7 b) 7 c) 8

QUESTÃO 02 (1,6 pontos) Um teste é composto por 15 afirmações. Para cada uma delas, deve-se assinalar, na folha de respostas, uma das letras V ou F, caso a afirmação seja, respectivamente, verdadeira ou falsa. Qual o número de maneiras diferentes de se marcar a folha de respostas e obter, pelo menos, 80% de acertos?

O problema quer obter pelo menos 80% de acerto. Se o teste tem 15 afirmações, para obtermos 80% de acerto, temos que acertar 80% de 15: 0,8 . 15 = 12 questões.
Temos que acertar no mínimo 12 questões. Mas podemos acertar também 13, 14 ou 15 questões. Então temos que calcular de quantas maneiras se pode acertar 12, 13, 14 ou 15 questões da prova.
Para acertar 12 questões, como só há dois tipos de resposta, V ou F, se erramos uma questão, ela só pode estar errada de uma maneira, pois se era V colocamos F, ou vice-versa. Então para acertar as 12 questões, temos que escolher 12 questões quaisquer das 15 possíveis para ficarem com V. Isso é calculado através da combinação de 15 elementos tomados 12 a 12, pois a ordem não importa:
$C_{(15, 12)}$ =
= 15! / 12!.3!
= 15.14.13.12! / 12!.3.2
= 15.14.13 / 3.2
= 15.7.13 / 3
= 5.7.13
= 5.7.13
= 455

Agora para acertarmos 13 questões, temos que escolher 13 das 15 questões para ficarem com V. Isso é feito novamente através da combinação de 15 termos tomados 13 a 13:
$C_{(15,\,13)}$ =
= 15! / 13!.2!
= 15.14.13! / 13!.2
= 15.14 / 2
= 15.7
= 105

Para acertarmos 14 questões, podemos pensar que temos que errar uma. Se são no total 15 questões, podemos errar qualquer uma das 15, ou seja há 15 possibilidades de errarmos 1 questão, podemos errar a 1ª, a 2ª, a 3ª ... a 14ª ou a 15ª.
$C_{(15,\,14)} = 15$

E por fim, para acertarmos todas as questões, só há uma combinação possível:
$C_{(15,\,15)}$ =
= 15! / 15!.1!
= 1/1
= 1

Agora somando todas essas chances, porque o problema diz que podemos acertar pelo menos 80%: 455 + 105 + 15 + 1 =
= 576 maneiras diferentes.

QUESTÃO 03 (1,6 pontos) A execução de um projeto de construção de um edifício no tempo programado está relacionada com os seguintes acontecimentos: E = “escavação executada a tempo”; F = “fundações executadas a tempo”; S = “superestrutura executada a tempo”, supostos independentes e com probabilidades iguais a, respectivamente, 0,8; 0,7 e 0,9. Calcule a probabilidade do prazo de execução ser cumprido para a escavação e não ser cumprido em pelo menos uma das outras atividades.

Considere os eventos:
E = “escavação executada a tempo”;
F = “fundações executadas a tempo”;
S = “superestrutura executada a tempo”.

E as seguintes probabilidades:
P(E) = 0,8 $\rightarrow$ $P(\overline{E}) = 0{,}2$
P(F) = 0,7$\rightarrow$ $P(\overline{F}) = 0{,}3$
P(S) = 0,9$\rightarrow$ $P(\overline{S}) = 0{,}1$

Então:
$$P(E \cap F \cap \overline{S}) + P(E \cap \overline{F} \cap S) + P(E \cap \overline{F} \cap \overline{S}) = P(E).P(F).P(\overline{S}) + P(E).P(\overline{F}).P(S) + P(E).P(F).P(\overline{S}) + P(E).P(\overline{F}).P(\overline{S}) =$$
$$= 0{,}8 * 0{,}7 * 0{,}1 + 0{,}8 * 0{,}3 * 0{,}9 + 0{,}8 * 0{,}3 * 0{,}1 = 0{,}056 + 0{,}216 + 0{,}024 \;\; ou \;\; 29{,}6\%\,.$$

QUESTÃO 04 (1,6 pontos) Sabe-se que 30% dos usuários de uma biblioteca universitária são alunos da graduação, 38% são alunos da pós-graduação e 32% são professores. A consulta a livros estrangeiros é de 25%, 50% e 80%, respectivamente, nas três categorias de usuários. Caso um usuário retire um livro em português, calcule a probabilidade de que seja aluno da graduação.

A probabilidade que desejamos determinar é: $P(G/P) = ?$.
Então, utilizando o Teorema de Bayes, podemos gerar do enunciado as seguintes probabilidades:
$P(G) = 0{,}3 \rightarrow$ Probabilidade de que um aluno da Graduação utilize a biblioteca.
$P(PG) = 0{,}38 \rightarrow$ Probabilidade de que um aluno da Pós-graduação utilize a biblioteca.
$P(\mathrm{Pr}of) = 0{,}32 \rightarrow$ Probabilidade de que um professor utilize a biblioteca.
$P(P/G) = 1 - P(E/G) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75 \rightarrow$Probabilidade de que seja retirado um livro em Português na certeza de que é um aluno da Graduação.
$P(P/PG) = 1 - P(E/PG) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 \rightarrow$Probabilidade de que seja retirado um livro em Português na certeza de que é um aluno da Pós-graduação.
$P(P/\mathrm{Pr}of) = 1 - P(E/\mathrm{Pr}of) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2 \rightarrow$Probabilidade de que seja retirado um livro em Português na certeza de que é um professor.

Assim,

$$P(G/P) = \frac{P(G)*P(P/G)}{P(G)*P(P/G) + P(PG)*P(P/PG) + P(\mathrm{Pr}of)*P(P/\mathrm{Pr}of)} = \frac{0{,}3*0{,}75}{0{,}3*0{,}75 + 0{,}38*0{,}5 + 0{,}32*0{,}2}$$

$$= \frac{0{,}225}{0{,}225 + 0{,}19 + 0{,}064} = \frac{0{,}225}{0{,}479} = 0{,}4697 \;\; ou \;\; 46{,}97\% .$$

QUESTÃO 05 (1,6 pontos) Um agricultor cultiva laranjas e também produz mudas para vender. Após alguns meses a muda pode ser atacada por fungos com probabilidade 0,05 e, nesse caso, ela é escolhida para ser recuperada com probabilidade 0,5. Admita que o processo de recuperação é infalível. O custo de cada muda produzida é R$ 1,00; acrescido de R$ 0,50 se precisar ser recuperada. Cada muda é vendida a R$ 3,00 e são descartadas as mudas não recuperadas de ataque de fungos. Seja X a variável aleatória ganho por muda produzida. Obtenha a distribuição de probabilidade.

Seja X: ganho por muda produzida.
Então a distribuição de probabilidade é dada por:

X	-1	1,5	2
P(X)	0,025	0,025	0,95

QUESTÃO 06 (1,8 pontos) O número X de mensagens enviadas por hora, através de uma rede de computadores, tem a seguinte distribuição: X assume os valores {10, 12, 15, 20} com probabilidades {0,1; 0,3; 0,5; 0,1}, respectivamente. Determine a variação do tempo (desvio padrão) e o número médio de mensagens enviadas por hora.

Considere a tabela que reflete esta distribuição de probabilidade:

X	10	12	15	20
P(X)	0,1	0,3	0,5	0,1

E(X) = $\sum_i x_i P(x_i) = 10*0{,}1 + 12*0{,}3 + 15*0{,}5 + 20*0.1 = 1 + 3{,}6 + 7{,}5 + 2 = 14{,}1$ mensagens enviadas por hora.
VAR(x) = σ_x^2 = E(X^2) – [E(X)]^2
E(X^2)= $\sum_i x^2{}_i P(x_i) = (10)^2 * 0{,}1 + (12)^2 * 0{,}3 + (15)^2 * 0{,}5 + (20)^2 * 0{,}1 = 10 + 43{,}2 + 112{,}5 + 40 = 205{,}7$ (mensagem)^2 enviadas por hora.
VAR(x) = σ_x^2 = 205,7 – [14,1]^2 = 6,89 (mensagem)^2 enviadas por hora.
DP (X) = $\sqrt{6{,}89}$ = 2,62 mensagens enviadas por hora.