



Universidade Federal do ABC

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Disciplina: BC0005 - NABIN0406-15SA

Professor: Ailton Paulo de Oliveira Jr

Avaliação: P1

Turma: Sexta 21:00 h

Instruções para a prova (leia antes de começar):

- A) Não pode haver consulta a qualquer material.
- B) Pode ser utilizado lápis, caneta, borracha e calculadora científica.
- C) É proibido o uso de qualquer aparelho ou recurso de processamento e/ou comunicação.

QUESTÃO 01 (1,6 pontos) Em uma classe de 10 estudantes do Ensino Superior, um grupo de 4 será selecionado para uma excursão. De quantas maneiras o grupo poderá ser formado se dois dos 10 são marido e mulher e só irão juntos?

Há duas possibilidades que temos que analisar:

- 1) os dois irmãos viajam
- 2) os dois irmãos não viajam

1) Se os dois irmãos viajam, só faltam 2 alunos para completar. Então fora os dois irmãos, temos que escolher 2 alunos entre os 8 que sobraram, pois eram 10 e os dois irmãos não entram mais. Então vamos calcular o número de subconjuntos de 2 elementos que podemos formar com um conjunto de 8 elementos, que é o número de combinações de 8 elementos tomados 2 a 2:

$$\begin{aligned} &= C(8, 2) \\ &= 8! / 2!(8 - 2)! \\ &= 8! / 2!.6! \\ &= 8.7.6! / 2!.6! \\ &= 28 \text{ possibilidades} \end{aligned}$$

2) Se os dois irmãos não viajam, temos então que escolher 4 pessoas entre as 8 que sobraram. Que é uma combinação de 8 elementos tomados 4 a 4:

$$\begin{aligned} &= C(8, 4) \\ &= 8! / 4!.4! \\ &= 8.7.6.5.4! / 4!.4! \\ &= 8.7.6.5 / 4.3.2 \\ &= 7.6. 5/3 \\ &= 7.2.5 \\ &= 70 \text{ possibilidades} \end{aligned}$$

Então o total de maneiras que podemos ter é a soma dos dois casos, com os irmãos viajando ou não: $28 + 70 = 98$ possibilidades.

QUESTÃO 02 (1,8 pontos) Num saco há 4 bolas de gude vermelhas, 3 verdes e 2 brancas. Desta forma, responda aos itens a seguir:

- a) Quantas bolas de gude se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos uma bola de gude de cor verde? Por quê?
- b) Quantas bolas de gude se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos uma bola de gude de cor vermelha e outra de cor verde? Por quê?
- c) Quantas bolas de gude se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos uma bola de gude de cada cor? Por quê?

A resolução da questão, em qualquer dos três itens, não deveria ser efetuada através de uma fórmula, tendo de ser analisadas diferentes situações para verificar se conduzem ou não a acontecimentos certos. É necessário elaborar um plano para responder aos diferentes itens, quer dizer,

(1) visualizar todas as possíveis extrações de bolas de gude do saco apoiando-se em um diagrama de árvore ou qualquer outro esquema; ou

(2) analisar uma situação limite com um número de bolas de gude determinado. Neste último caso, poderia distinguir duas estratégias:

E₁. Esta estratégia consiste em considerar as bolas de gude da cor que estão em maior número, começando por aqueles que não são favoráveis, e continuando com as que são favoráveis ao acontecimento (se for o caso). Por exemplo, no caso

do item a) temos de extrair sete bolas de gude para obter a certeza da seleção de uma bola de gude verde, número que corresponde à soma do número de bolas de gude de cor vermelha, branca e mais uma bola de gude, que garante a certeza de “obter pelo menos uma bola de gude de cor verde”.

E₂. Em alternativa, podemos analisar o número de bolas de gude que ficam no saco depois da extração. Ainda no caso do item a), ao extrairmos sete bolas de gude, ficam no saco duas bolas de gude, os quais podem ser ambas vermelhas, verdes ou brancas, ou de cores diferentes. Em qualquer caso, terá saído pelo menos uma bola de gude verde, que garante a certeza de “obter pelo menos uma bola de gude de cor verde”. Já no caso de termos extraído seis bolas de gude (ou menos), restarão no saco três bolas de gude (ou mais), os quais poderão ser todas verdes, não garantindo, assim, a obtenção da bola de gude verde.

RESPOSTA: N° de bolas de gude extraídas nos itens a) 7 b) 7 c) 8.

QUESTÃO 03 (1,6 pontos) Um aluno propõe-se a resolver uma questão de uma lista de atividades de Análise Combinatória. A probabilidade de que consiga resolver a questão sem necessidade de uma pesquisa é de 40%. Caso faça a pesquisa, a probabilidade de que consiga resolver a questão é de 70%. Se a probabilidade de o aluno fazer a pesquisa é de 80%, calcule a probabilidade de que consiga resolver a questão.

$P(\text{Sucesso}|\text{sem Pesquisa}) = 40\%$ e $P(\text{Fracasso}|\text{sem Pesquisa}) = 60\%$

$P(\text{Sucesso}|\text{com Pesquisa}) = 70\%$ e $P(\text{Fracasso}|\text{com Pesquisa}) = 30\%$

$P(\text{com Pesquisa}) = 80\%$ $P(\text{sem Pesquisa}) = 20\%$

$P(\text{Sucesso}) = P(\text{Sucesso} \cap \text{sem Pesquisa}) + P(\text{Sucesso} \cap \text{com Pesquisa}) = P(\text{Sucesso}|\text{sem Pesquisa}) \cdot P(\text{sem Pesquisa}) + P(\text{Sucesso}|\text{com Pesquisa}) \cdot P(\text{com Pesquisa})$
 $P(D) = 0,40 \cdot 0,20 + 0,70 \cdot 0,8 = 0,08 + 0,56 = 0,64$ ou 64%.

QUESTÃO 04 (1,6 pontos) Durante viagens frequentes para certa cidade, um vendedor viajante se hospeda no hotel A 50% das vezes, no hotel B, 30% vezes e no hotel C, 20% das vezes. Quando o vendedor chega ao hotel, há algum problema com a reserva 3% das vezes no hotel A, 6% das vezes no hotel B e 10% das vezes no hotel C. Suponha que o vendedor tenha problema com a reserva. Qual é a probabilidade de que o vendedor tenha se hospedado no hotel A?

A probabilidade que desejamos determinar é: $P(A/R) = ?$.

Então, utilizando o Teorema de Bayes, podemos gerar do enunciado as seguintes probabilidades:

$P(A) = 0,5 \rightarrow$ Probabilidade de que o vendedor viajante se hospede no hotel A.

$P(B) = 0,3 \rightarrow$ Probabilidade de que o vendedor viajante se hospede no hotel B.

$P(C) = 0,2 \rightarrow$ Probabilidade de que o vendedor viajante se hospede no hotel C.

$P(R/A) = 0,03 \rightarrow$ Probabilidade de que o vendedor tenha problema na reserva na certeza de que se hospeda no hotel A.

$P(R/B) = 0,06 \rightarrow$ Probabilidade de que o vendedor tenha problema na reserva na certeza de que se hospeda no hotel B.

$P(R/C) = 0,1 \rightarrow$ Probabilidade de que o vendedor tenha problema na reserva na certeza de que se hospeda no hotel C.

Assim,

$$P(A/R) = \frac{P(A) \cdot P(R/A)}{P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C)} = \frac{0,5 \cdot 0,03}{0,5 \cdot 0,03 + 0,3 \cdot 0,06 + 0,2 \cdot 0,1} = \frac{0,015}{0,015 + 0,018 + 0,02} = \frac{0,015}{0,053} = 0,283 \text{ ou } 28,3\%$$

QUESTÃO 05 (1,6 pontos) O tempo T, em minutos, necessário para um operário processar certa peça é uma v.a. com a seguinte distribuição de probabilidade:

T	2	3	4	5	6	7
P(T)	0,1	0,1	0,3	0,2	0,2	0,1

Considere ainda que para cada peça processada, o operário ganha um fixo de \$2,00, mas, se ele processa a peça em menos de seis minutos, ganha \$0,50 em cada minuto poupado. Encontre a distribuição de probabilidade (em tabela) para esta nova variável aleatória.

Seja S: ganho por peça processada.

Então a distribuição de probabilidade é dada por:

S	\$4,00	\$3,50	\$3,00	\$2,50	\$2,00
P(S)	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3

QUESTÃO 06 (1,8 pontos) Determinado centro de serviços do 911 (telefone para emergência) registrou o número de ligações recebidas por hora. A variável aleatória X representa o número de chamadas por hora durante um determinado dia. Assim, considere que X assume os valores {0, 1, 2, 3} com probabilidades {0,085; 0,175; 0,335; 0,405}, respectivamente. Determine a variação do número de chamadas por hora durante um determinado dia (desvio padrão) e o número médio de chamadas por hora durante um determinado dia. Considere a tabela que reflete esta distribuição de probabilidade:

X	0	1	2	3
P(X)	0,085	0,175	0,335	0,405

$E(X) = \sum_i x_i P(x_i) = 0 * 0,085 + 1 * 0,175 + 2 * 0,335 + 3 * 0,405 = 0 + 0,175 + 0,67 + 1,215 = 2,06$ chamadas por hora durante determinado dia.

$$\text{VAR}(x) = \sigma_x^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X^2) = \sum_i x_i^2 P(x_i) = (0)^2 * 0,085 + (1)^2 * 0,175 + (2)^2 * 0,335 + (3)^2 * 0,405 = 0 + 0,175 + 1,34 + 3,645 = 5,16$$

(chamadas por hora)² durante determinado dia.

$$\text{VAR}(x) = \sigma_x^2 = 5,16 - [2,06]^2 = 0,9164 \text{ (chamadas por hora)}^2 \text{ durante determinado dia.}$$

$$\text{DP}(X) = \sqrt{0,9164} = 0,9573 \text{ chamadas por hora durante determinado dia.}$$