Módulo 01
Campo Elétrico e Lei de Coulomb

Fenômenos Eletromagnéticos

Prof. Eduardo Gregores (646-3)

UFABC

Campo Elétrico e Lei de Coulomb

- Introdução Histórica
- Propriedades das Cargas Elétricas
- Isolantes e Condutores
- Lei de Coulomb
- Campos Elétricos
- Linhas do Campo Elétrico
- Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme.

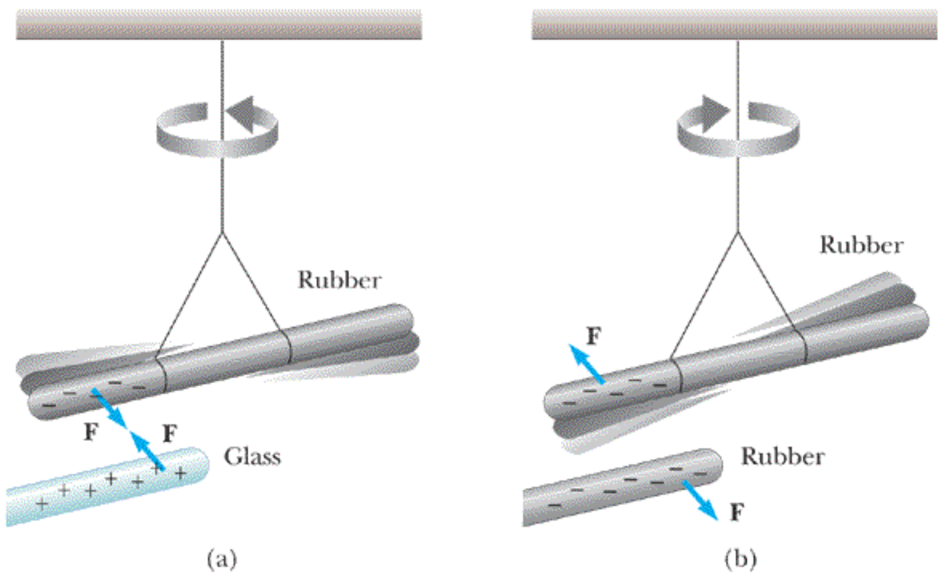
Introdução Histórica

- Fenômenos Eletromagnéticos
  - Equipamento Elétrico e Eletrônico
  - Forças Moleculares e Ligações Químicas
  - Forças Atômicas e Ligações Químicas
- Eletricidade:
  - Fenômeno de atração/repulsão conhecido da Grécia antiga (~700 A.C.)
  - Produzido por atrito do “Elektron”, âmbar em Grego, resina eletrizável.
  - [1600] William Gilbert: Eletricidade como fenômeno geral.
  - [1897] J.J. Thomson: Descoberta do Elétron, primeira partícula elementar.
- Magnetismo:
  - Fenômeno de atração/repulsão conhecido da China antiga (~2.000 A.C.)
  - Observada naturalmente nos minérios de Magnetita (Fe_3O_4)
  - “Magnesia”, região da Turquia onde era encontrada a Magnetita
- Eletromagnetismo:
  - [1862] James Clark Maxwell elabora as Equações de Maxwell
  - Unificação das Leis de Gauss, Ampére e Faraday
  - Unifica a Eletricidade e o Magnetismo em um único fenômeno físico
  - Prediz a existência de ondas eletromagnéticas e a luz como uma onda eletromagnética

Propriedades das Cargas Elétricas

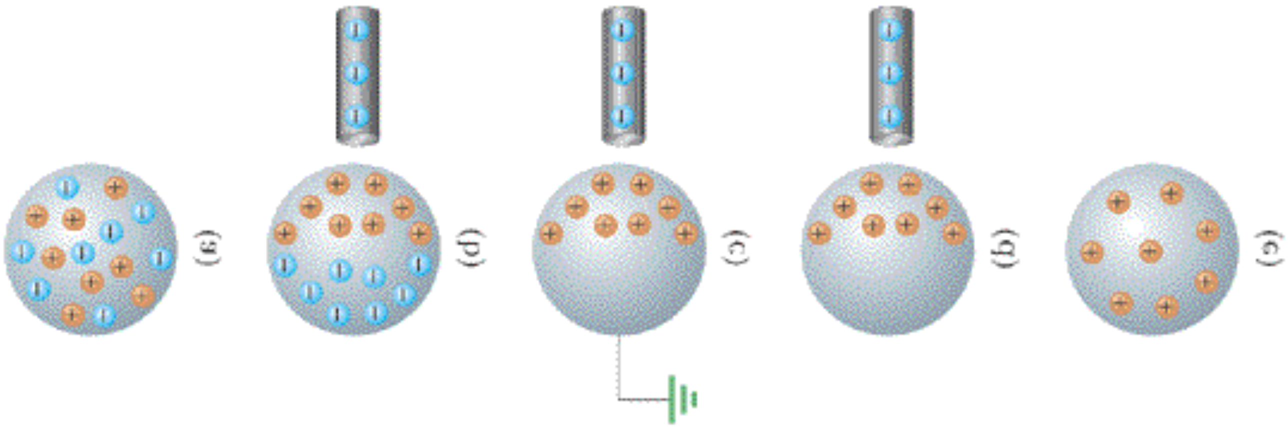
- Carga Elétrica: Intensidade da interação elétrica
- Benjamin Franklin [~1750]: Cargas elétricas podem ser positivas ou negativas
  - Cargas de mesmo sinal se repelem
  - Cargas de sinal oposto se atraem
- Corpo Neutro: Igual quantidade de cargas positivas e negativas
- Corpo Carregado: Quantidades diferentes de cargas positivas e negativas
- A Carga Elétrica se conserva em um sistema isolado

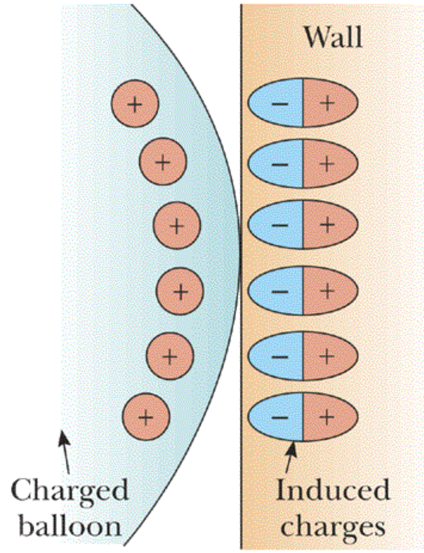
Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 19.2



Isolantes e Condutores

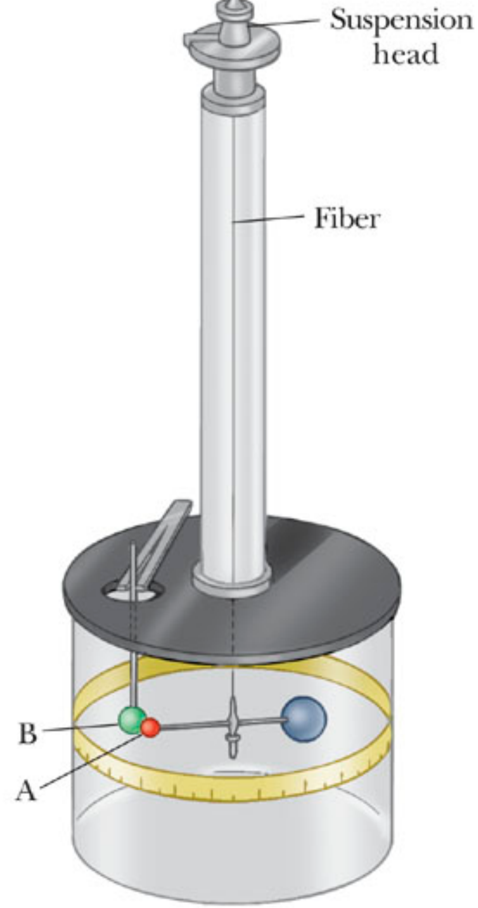
- <u>Condutor</u>: Material onde as cargas elétricas se movimentam livremente
- <u>Isolante</u>: Material onde as cargas elétricas não se movimentam livremente.
- Métodos de Eletrização:
  - Atrito: Cargas são retiradas por processo mecânico
  - Indução: Cargas são deslocadas fazendo uma parte do corpo ficar carregado





Lei de Coulomb

- Charles Augustin de Coulomb [1785]
- Inventou a balança de torção para medir a força entre dois objetos carregados
- Lei do Inverso do Quadrado da Distância para cargas elétricas.



$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad \text{com} \quad \begin{cases} q_1 \rightarrow \text{carga 1} \\ q_2 \rightarrow \text{carga 2} \\ r \rightarrow \text{distância entre as carga} \end{cases}$$

$k_e \rightarrow$ Constante de Coulomb

No SI a carga elétrica é medida em Coulomb (C) e $k_e = 8{,}99 \times 10^9 \, \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$

Carga do elétron $\equiv$ Carga fundamental $\quad q_e = -1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Lei de Coulomb Vetorial

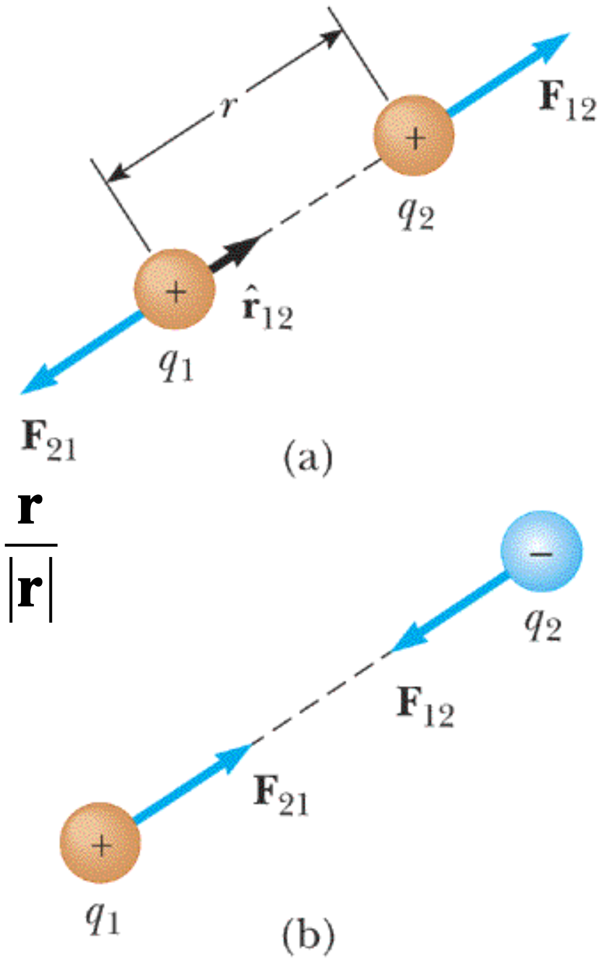
- Força: Grandeza Vetorial
  - Intensidade e Direção
- Módulo do Vetor → Intensidade

$$\mathbf{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

onde $\mathbf{F} \equiv \vec{F} \quad \mathbf{r}_{12} \equiv \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad \mathbf{F} = F\hat{r} \quad \hat{r} \equiv \dfrac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$

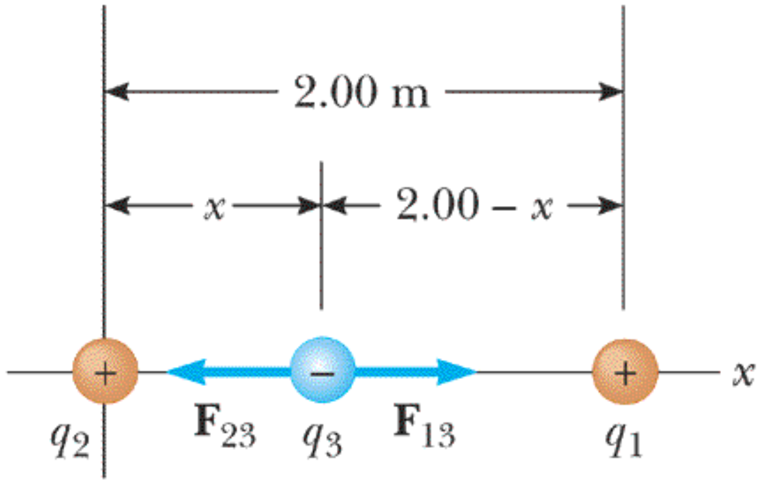
Terceira Lei de Newton $\Rightarrow \mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$

Serway/Jewett; Principles of Physics, 3/e
Figure 19.8



Exemplo 01: Onde a força resultante é nula?

Tres partículas carregadas encontram-se ao longo do eixo x como mostrado na figura. A partícula com carga $q_1 = 15,0\ \mu$C está em $x = 2,00$ m, enquanto a partícula com carga $q_2 = 6,00\ \mu$C está na origem. Onde deve ser colocada no eixo x uma partícula com carga negativa q_3 de modo que a força resultante sobre ela seja nula?



$$\mathbf{F}_{13} = k_e \frac{q_1 q_3}{(x_3 - 2,00)^2}\hat{r}_{13}$$

$$\hat{r}_{13} = -\hat{i} \Rightarrow \mathbf{F}_{13} = -k_e \frac{q_1 q_3}{(x_3 - 2,00)^2}\hat{i}$$

$$\mathbf{F}_{23} = k_e \frac{q_2 q_3}{x_3^2}\hat{r}_{23} \qquad \hat{r}_{23} = \hat{i} \Rightarrow \mathbf{F}_{23} = k_e \frac{q_2 q_3}{x_3^2}\hat{i}$$

$$\mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{23} = 0 \quad \Rightarrow \quad k_e \frac{q_2 q_3}{x_3^2}\hat{i} - k_e \frac{q_1 q_3}{(x_3 - 2,00)^2}\hat{i} = 0$$

$$\frac{q_2}{x_3^2} - \frac{q_1}{(x_3 - 2,00)^2} = 0 \quad \rightarrow \quad q_2 (x_3 - 2,00)^2 = q_1 x_3^2$$

$$(q_2 - q_1)x_3^2 - 4q_2 x_3 + 4q_2 = 0 \quad \rightarrow \quad 9x_3^2 + 24x_3 - 24 = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{x_3 = 0,775\ \text{m}}$$

Exemplo 02: O átomo de Hidrogênio

O elétron e o próton de um átomo de hidrogênio são separados por uma distância de aproximadamente $5,3\times10^{-11}$ m. Encontre os valores da força eletrostática e da força gravitacional que as partículas exercem uma sobre a outra.

Lei de Coulomb $\rightarrow F_e = k_e \dfrac{q_1 q_2}{r^2} = k_e \dfrac{e^2}{r^2} = 8,99\times10^9 \dfrac{(1,6\times10^{-19})^2}{(5,3\times10^{-11})^2}$

$F_e = 8,2\times10^{-8}$ N

Lei da Gravitação de Newton $\rightarrow F_G = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} = 6,7\times10^{-11}\dfrac{9,11\times10^{-31}\times1,67\times10^{-27}}{(5,3\times10^{-11})^2}$

$F_G = 3,6\times10^{-47}$ N

$$\boxed{\frac{F_G}{F_e} = \frac{3,6\times10^{-47}}{8,2\times10^{-8}} \approx 4\times10^{-40} \Rightarrow \begin{cases}\text{A força gravitacional é cerca de 40 ordens de magnitude}\\ \text{mais fraca que a força eletromagnética}\end{cases}}$$

O Campo Elétrico

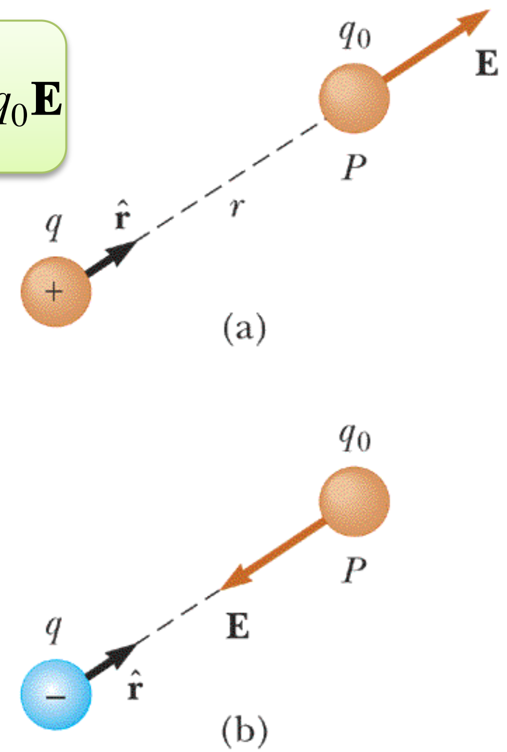
- O Campo Elétrico *(E)* não nulo existe em um dado ponto do espaço se uma partícula eletricamente carregada sofrer a ação de uma força elétrica nesse ponto
- A intensidade do Campo Elétrico *(E)* é definido como sendo a força que age sobre a carga dividido pelo valor da carga.

$$\begin{cases} \mathbf{E} \rightarrow \text{Campo Elétrico} \\ \mathbf{F} \rightarrow \text{Força Elétrica} \\ q_0 \rightarrow \text{valor da carga de prova} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{F} = q_0\mathbf{E}}$$

Definindo:

$$\begin{cases} q \rightarrow \text{valor da carga que gera o campo} \\ q_0 \rightarrow \text{valor da carga que sente o campo} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{F} = k_e \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r} \\ \mathbf{F} = q_0\mathbf{E} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}}$$

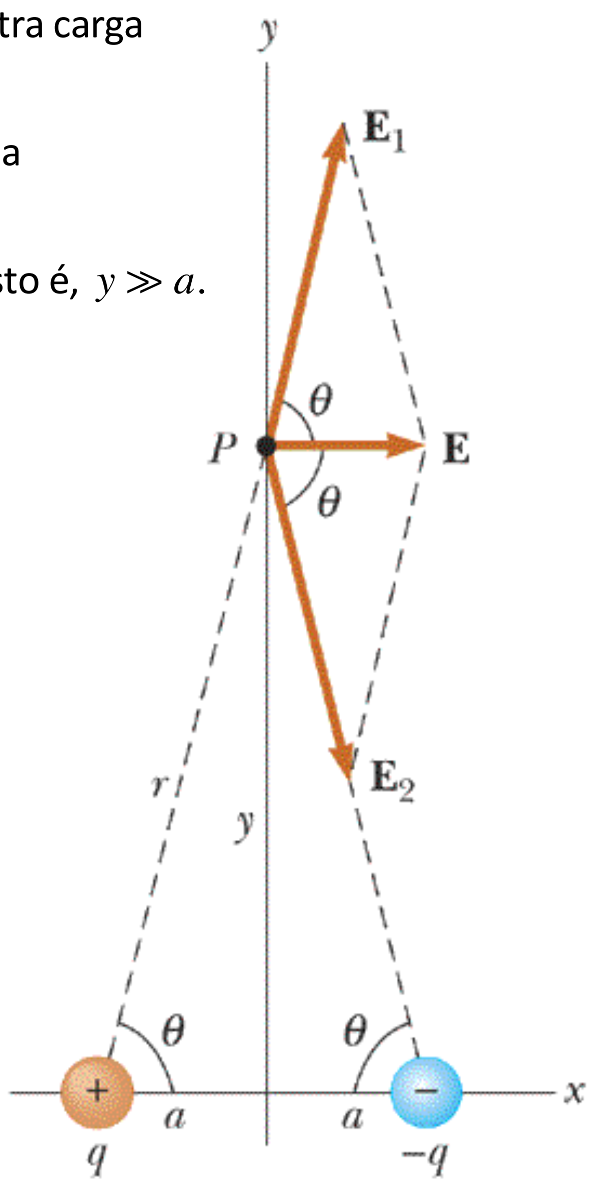


Exemplo 03: Campo Elétrico de um Dipolo

Um dipolo elétrico é constituido por uma carga pontual q e por uma outra carga pontual $-q$ separadas por uma distância $2a$, como mostrado na figura.

a) Calcule o Campo Elétrico ao longo do eixo y no ponto P situado a uma distância y da origem.

b) Calcule o Campo Elétrico para um ponto muito afastado da origem, isto é, $y \gg a$.



a) $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ com $E_1 = E_2 = k_e \dfrac{q}{r^2} = k_e \dfrac{q}{y^2 + a^2}$

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = E_1\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right) \\ \mathbf{E}_2 = E_2\left(\cos\theta\,\hat{i} - \sin\theta\,\hat{j}\right) \end{cases} \Rightarrow \mathbf{E} = \left(E_1 + E_2\right)\cos\theta\,\hat{i} + \left(E_1 - E_2\right)\sin\theta\,\hat{j}$$

$$E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} = 2E_1\cos\theta\,\hat{i}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\left(a^2 + y^2\right)^{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} = 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2}\frac{a}{\left(a^2 + y^2\right)^{1/2}}\hat{i}$$

$$\boxed{E = k_e \frac{2qa}{\left(a^2 + y^2\right)^{3/2}}}$$

b) $y \gg a \Rightarrow a^2 + y^2 \approx y^2$

$$E = \frac{2k_e a}{\left(a^2 + y^2\right)^{3/2}} \xrightarrow[y \gg a]{} \boxed{E = k_e \frac{2q\,a}{y^3}}$$

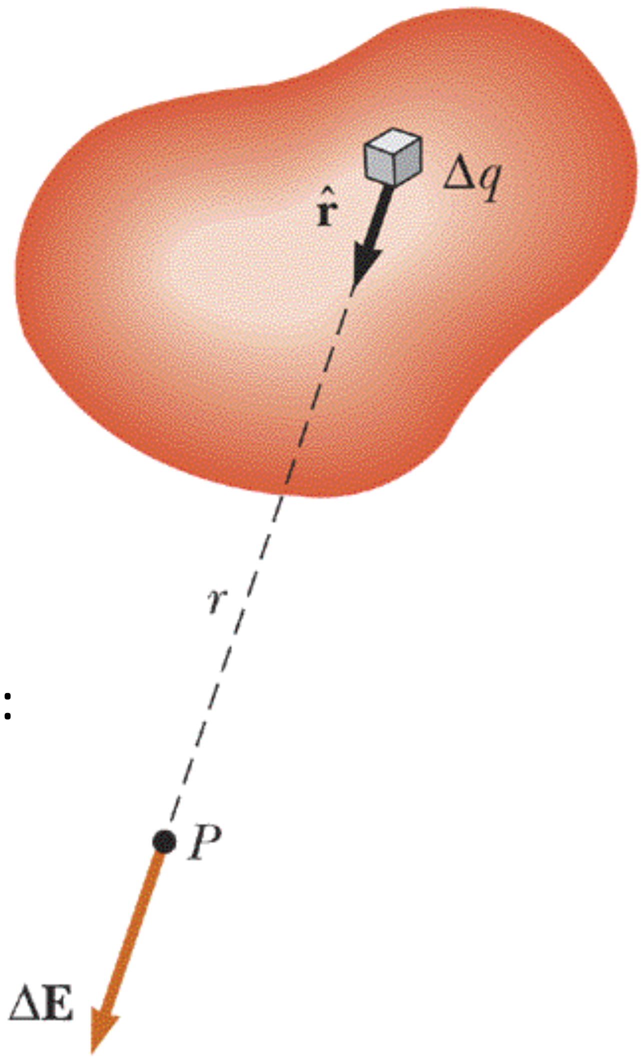
Campo Elétrico de uma Distribuição de Cargas

$$\Delta \mathbf{E}_i = k_e \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}$$

$$\mathbf{E} = \sum_i \Delta \mathbf{E}_i = k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}$$

$$i \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta q_i \rightarrow 0$$

$$\mathbf{E} = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$



Para uma distribuição homogênea de carga:

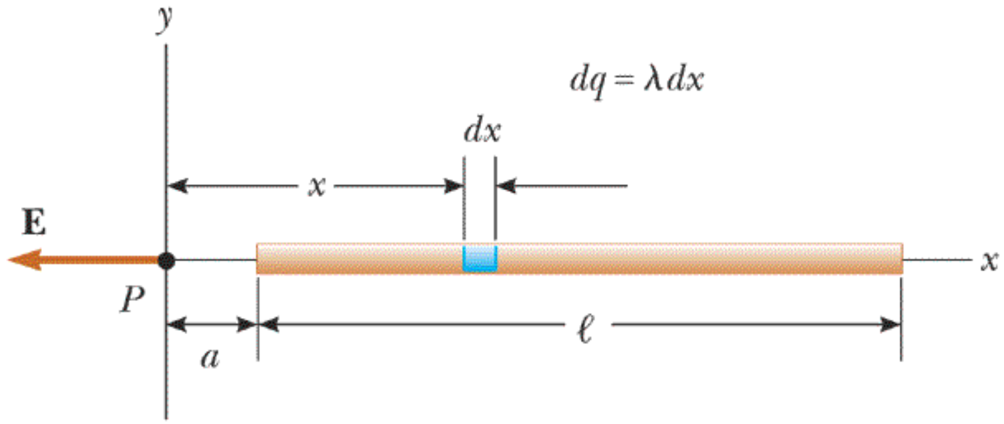
$\rho \rightarrow$ Densidade Volumétrica de Carga

$$\rho = \frac{Q}{V} \rightarrow Q = \rho V \quad \Rightarrow \quad dq = \rho dV$$

$$\mathbf{E} = k_e \rho \int \frac{dV}{r^2} \hat{r}$$

Exemplo 04: O Campo Elétrico devido a uma Haste Carregada

Uma haste de comprimento l tem uma densidade linear de carga uniforme λ e uma carga total Q. Calcule a intensidade do campo elétrico em um ponto P ao longo do eixo da haste, à distância a de uma de suas extremidades.



$$dE = k_e \frac{dq}{x^2}$$

$$dq = \lambda dx \quad \Rightarrow \quad dE = k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

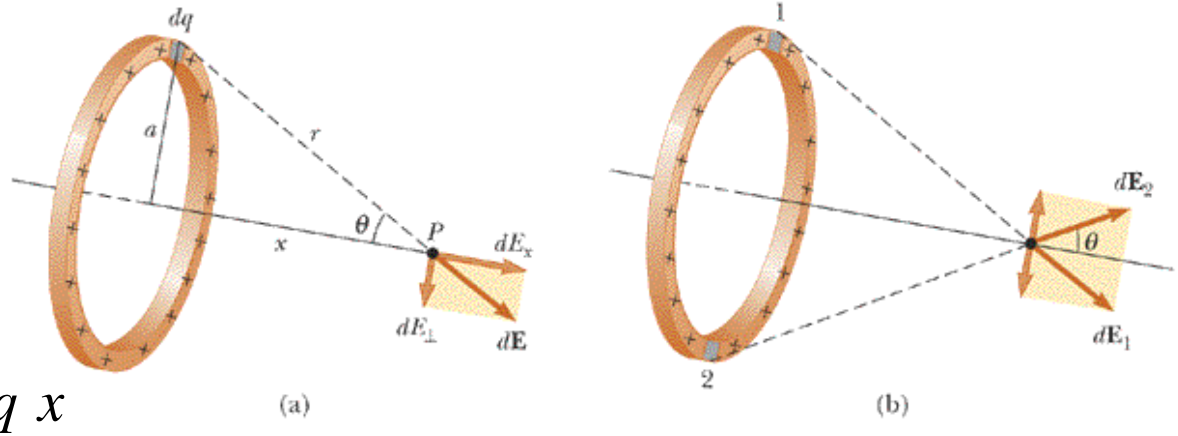
$$E = \int_a^{a+l} dE = k_e \lambda \int_a^{a+l} \frac{dx}{x^2}$$

$$E = k_e \lambda \left. \frac{-1}{x} \right|_a^{a+l} \quad \Rightarrow \quad E = k_e \lambda \left(\frac{-1}{a+l} - \frac{-1}{a} \right)$$

$$E = k_e \lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = k_e \lambda \frac{(a+l-a)}{a(a+l)} = k_e \lambda \frac{l}{a(a+l)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{k_e Q}{a(a+l)}}$$

Exemplo 05: O Campo Elétrico de um Anel de Carga Uniforme

Um anel de raio a tem uma distribuição de carga positiva uniforme por unidade de comprimento do anel, com carga total Q. Calcule a intensidade do campo elétrico em um ponto P no eixo do anel a uma distância x de seu centro.



$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

$$dE_x = dE\cos\theta$$

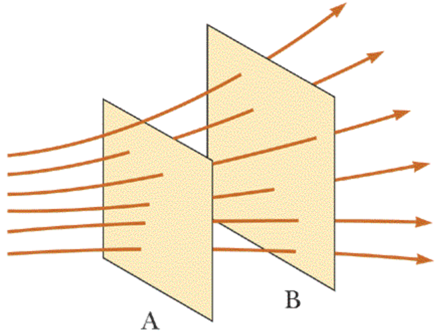
$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad \Rightarrow \quad dE_x = k_e \frac{dq}{r^2}\frac{x}{r}$$

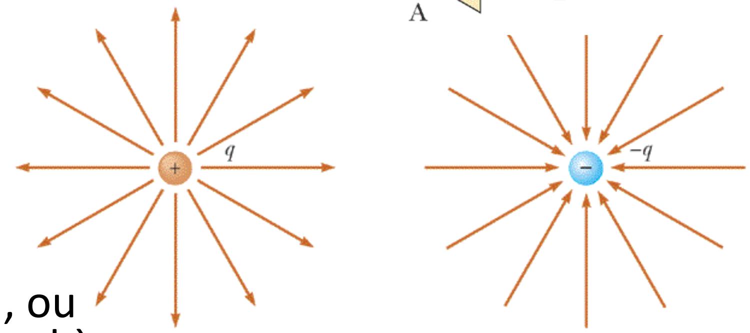
$$r = \left(x^2 + a^2\right)^{1/2} \quad \Rightarrow \quad dE_x = \frac{k_e x}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} dq$$

$$E = \int \frac{k_e x}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} dq = \frac{k_e x}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} \int dq \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{k_e x}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} Q}$$

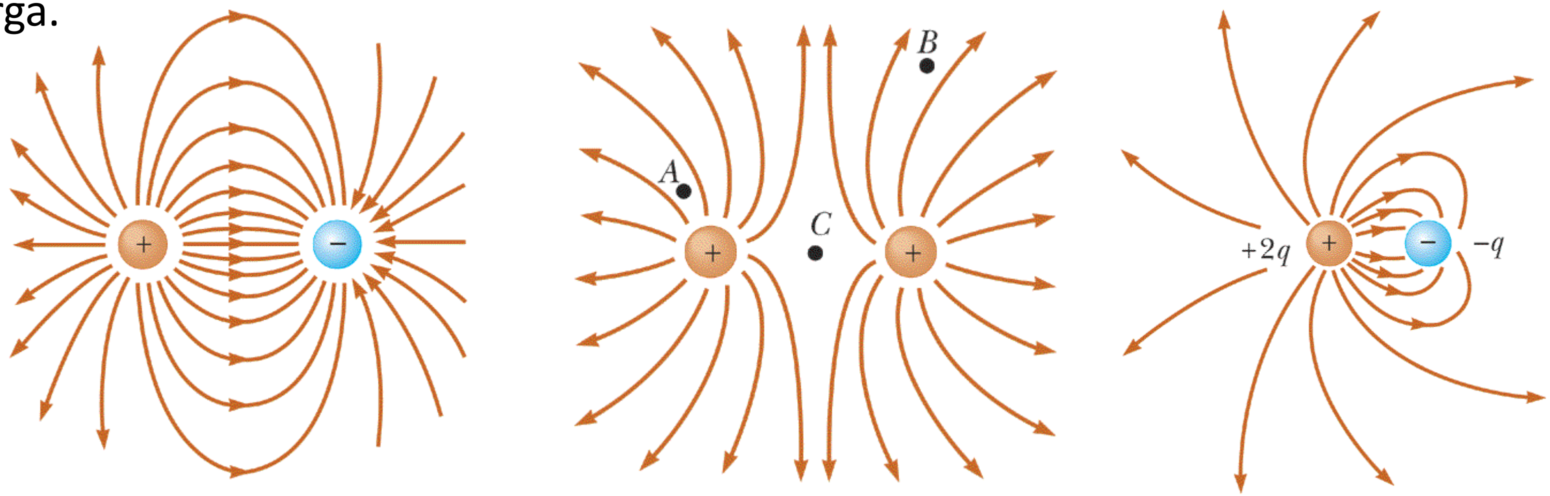
Linhas do Campo Elétrico

- Visualização do comportamento do Campo.
  - O vetor campo elétrico $\mathbf{E}$ é tangente à linha do campo em cada ponto.
  - O número de linhas do campo elétrico por unidade de área é proporcional à intensidade do campo elétrico nessa região.



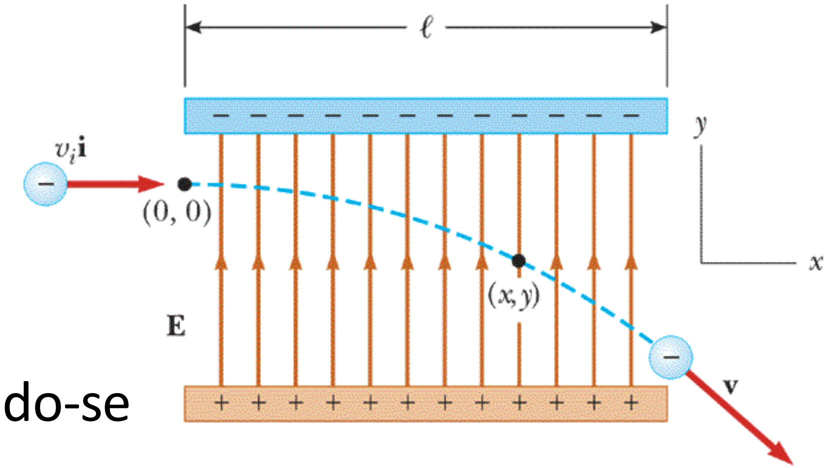


- Regras para desenho do campo
  - As linhas devem começar nas cargas positivas e terminar nas negativas.
  - Duas linhas de campo não podem se cruzar.
  - O número de linhas saindo de uma carga positiva, ou terminando em uma negativa deve ser proporcional à carga.



Movimento em um Campo Elétrico

$$\begin{cases} \text{Força Elétrica} \longrightarrow \mathbf{F}_e = q\mathbf{E} \\ 2^{\text{a}} \text{ Lei de Newton} \longrightarrow \mathbf{F} = m\mathbf{a} \end{cases}$$



$$q\mathbf{E} = m\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{q\mathbf{E}}{m}$$

Para um elétron de carga $-e$ movimentando-se no campo elétrico uniforme E conforme mostra a figura,

$$\begin{cases} \mathbf{a} = \dfrac{-eE}{m}\hat{j} \quad \Rightarrow \quad a_x = 0 \quad \text{e} \quad a_y = \dfrac{-eE}{m} & \left(\mathbf{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}\right) \\ \mathbf{v}_0 = v_{0x}\hat{i} \quad \Rightarrow \quad v_x = v_0 \quad \text{e} \quad v_y = -\dfrac{eE}{m}t & \left(\mathbf{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}\right) \\ \mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad x = v_0 t \quad \text{e} \quad y = -\dfrac{eE}{2m}t^2 & \left(\mathbf{x} = x\hat{i} + y\hat{j}\right) \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_0} \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{eE}{2m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \rightarrow \boxed{y = -\frac{eE}{2mv_0^2}x^2 \quad \text{(parábola)}}$$

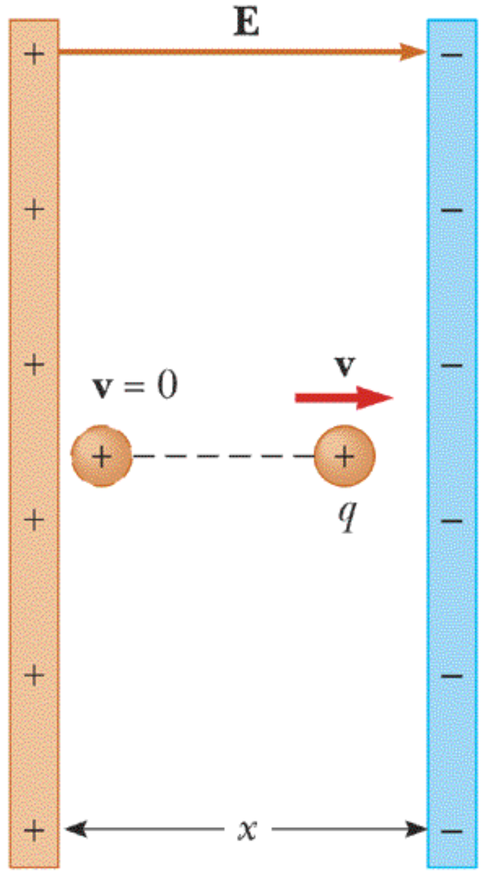
Exemplo 06: Uma carga positiva acelerada

Uma partícula com carga positiva q e massa m em um campo elétrico uniforme é liberada do repouso de uma placa carregada conforme mostrado na figura. Qual sua energia cinética ao atingir a outra placa?

$$v^2 - v_0^2 = 2a\left(x - x_0\right) \rightarrow v^2 = 2ax$$

$$a = \frac{qE}{m} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2qEx}{m}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{K = qEx}$$



Exemplo 07: Um Elétron Acelerado

Um elétron entra na região de um campo elétrico uniforme como mostrado na figura, com velocidade $v_i = 3{,}00 \times 10^6$ m/s e $E = 200$ N/C. O comprimento horizontal das placas é $l = 0{,}100$ m. ($m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg)

a) Qual a aceleração do elétron enquanto ele está entre as placas?

b) Quanto tempo ele leva para atravessar o campo?

c) Qual o deslocamento vertical do elétron ao atravessar o campo?

a) $a = -\dfrac{eE}{m} = -\dfrac{3{,}00 \times 10^6 \times 200}{9{,}11 \times 10^{-31}}$

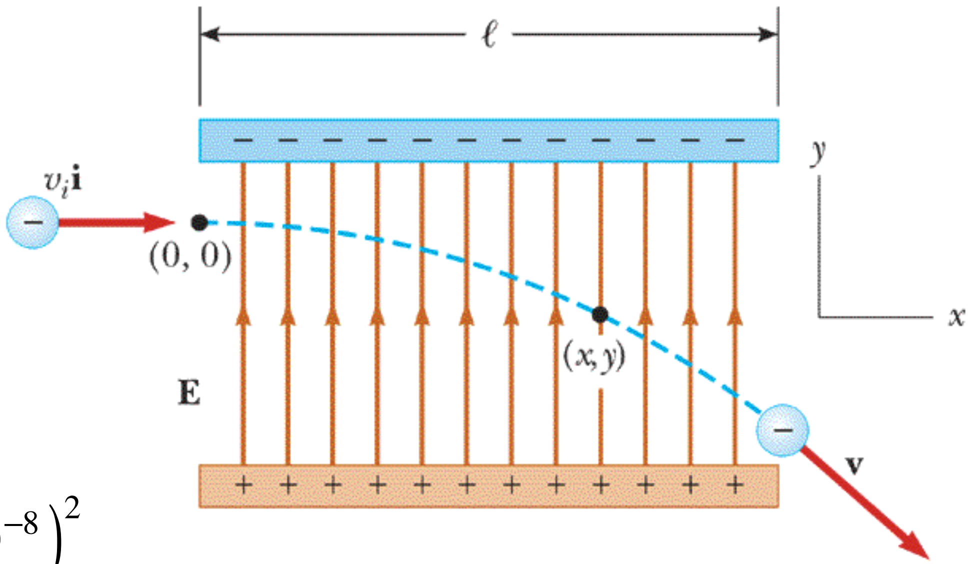
$\boxed{a = -3{,}51 \times 10^{13}\,\text{m/s}^2}$

b) $x = v_0 t \rightarrow t = \dfrac{x}{v_0} = \dfrac{0{,}100}{3{,}00 \times 10^6}$

$\boxed{t = 3{,}33 \times 10^{-8}\,\text{s}}$

c) $\Delta y = \dfrac{1}{2} a_y t^2 = -\dfrac{3{,}51 \times 10^{13} \times \left(3{,}33 \times 10^{-8}\right)^2}{2}$

$\boxed{\Delta y = -0{,}0195\,\text{m}}$



Exercícios

19.7 Tres cargas, $q_1 = 2{,}00\mu$C, $q_2 = -4{,}00\mu$C e $q_3 = 7{,}00\mu$C, estão dispostas nos vértices de um triângulo equilátero de lado $l = 0{,}5$ m. Qual a força exercida sobre q_3?

19.17 Qual o valor do campo elétrico no centro de curvatura de uma haste semi-circular de comprimento $l = 14{,}0$ cm carregada com uma carga total $Q = -7{,}5\mu$C?

19.19 Calcule o valor do campo elétrico em um ponto P situado a uma distância y perpendicular ao centro de uma barra de comprimento l carregada com uma carga elétrica Q.