LISTA 06 - FUV GRADMAT

"ABSQUE REPROBATIO ET GLUTEN NULLUM GRADUATIO PERFECTUM EST"

RESOLUÇÃO PASSÍVEL DE ERROS, USE COM MODERAÇÃO

contatos p/ dúvidas ou sexo:
abreu.carlos@aluno.ufabc.edu.br | fb.com/carlos.ea.batista |(11)986421854

Integral II

(malz pela letra feia, qlqr coisa me pergunta)

---

1 — Use o Teorema Fundamental do Cálculo para achar a derivada das seguintes funções:

esses exercícios de "achar a derivada de uma integral" podem ser resolvidos de dois jeitos (que se for ver, é a mesma porra): por TFC, como o enunciado sugere ou pela Regra de Leibniz, cuja demonstração segue abaixo. Como eu tenho TOC, gosto de resolver sasporras pelo segundo jeito, mas se vc quiser resolver por TFC como o enunciado obriga, basta aplicar o teorema pura e simplesmente, tomando cuidado com eventuais regras da cadeia, e se necessário, basta inverter a integral e/ou transformar essa integral na soma de duas outras. vlw flw

qlqr coisa pede no tópico que eu postar a lista q faço uma de exemplo, se vc tentar e n conseguir.

dem. meio lixo da regra de leibniz

$$\frac{d}{dx}\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,dt = \frac{d}{dx}\left(F(v(x)) - F(u(x))\right) \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dx}F(v(x)) - \frac{d}{dx}F(u(x)) \Rightarrow \text{regra da cadeia}$$

$$\boxed{f(v(x))\frac{dv}{dx} - f(u(x))\frac{du}{dx}}$$

tá, pq eu faço assim? pq pra casos complicados, eu acho ela mais easy de usar.

a) $\int_0^x \sqrt{1+2t}\,dt$

$$\frac{d}{dx}\int_0^x \sqrt{1+2t}\,dt \Rightarrow$$

$$1\cdot\sqrt{1+2x} - 0\,\sqrt{1+2(0)} \Rightarrow \boxed{\sqrt{1+2x}}$$

b) $\int_1^x \ln(t)dt$

$$\frac{d}{dx}\int_1^x \ln(t)dt \Rightarrow 1 * \ln(x) - 0 * \ln(1) = \boxed{\ln x}$$

c) $\int_x^2 \cos(t^2)dt$

$$\frac{d}{dx}\int_x^2 \cos(t^2)dt \Rightarrow 0 \cdot \cos(4) - 1 \cdot \cos(x^2) = \boxed{-\cos x^2}$$

d) $\int_1^{\cos(x)} (t + \cos(t)dt$

$$\frac{d}{dx}\int_1^{\cos(x)} (t + \cos(t))dt \Rightarrow$$

$$-\operatorname{sen}(t) \cdot (\cos(t) + \cos(\cos t)) - 0 \cdot (\cos(1) + 1) \Rightarrow$$

$$\boxed{-\operatorname{sen}(t)\,(\cos(t) + \cos(\cos t))}$$

e) $\int_1^{e^x} (t + \cos(t))dt$

$$\frac{d}{dx}\int_1^{e^x} (t + \cos(t))dt$$

$$e^x(e^x + \cos(e^x)) - 0 \cdot (1 + \cos(1)) \Rightarrow$$

$$\boxed{e^x(e^x + \cos(e^x))}$$

f) $\int_{e^{x^2}}^0 \cos^2(t)dt$

$$\int_{e^{x^2}}^0 \cos^2(t)dt$$

$$0 \cdot \cos^2(0) - 2xe^{x^2}\cos^2(e^{x^2}) = \boxed{-2xe^{x^2}\cos^2(e^{x^2})}$$

g) $\int_{-e^{x^2}}^{e^x} \cos^2(t)dt$

$$\int_{-e^{x^2}}^{e^x} \cos^2(t)\,dt$$

$$\frac{e^x \cdot \cos^2(e^x) - (-2x)e^{x^2}\cos^2(-e^{x^2})}{e^x\cos^2(e^x) + 2xe^{x^2}\cos^2(-e^{x^2})}$$

h) $\int_{\sqrt{x}}^{x^3} \sqrt{t}\cos(t)\,dt$

$$\int_{\sqrt{x}}^{x^3} \sqrt{t}\cos(t)\,dt \Rightarrow$$

$$3x^2 \cdot x^{3/2}\cos(x^3) - \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x^{1/2}}\cos\sqrt{x}$$

preguiça de simplificar, vs.

---

2 — Use o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular as seguintes integrais ou explique porque elas não existem:

acho que fiz uns itens daqui meio bêbado então já fiquem cientes

a)

esse item é mt complicado kk

b) $\int_{-1}^{4} x^6\,dx$

$$\int_{-1}^{4} x^6\,dx \Rightarrow$$

$$\frac{1}{7}x^7 \Big|_{-1}^{4} \Rightarrow \frac{4^7}{7} - \frac{(-1)^7}{7}$$

$$\boxed{c)\ \int_{-2}^{5} \pi dx}$$

$$\int_{-2}^{5} \pi dx \Rightarrow \pi x \Big|_{-2}^{5} = 5\pi - (-2\pi) = \boxed{7\pi}$$

$$\boxed{d)\ \int_{-1}^{4} x^2 + 3x dx}$$

$$\int_{-1}^{4} (x^2 + 3x) dx \Rightarrow \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 \Big|_{-1}^{4} \Rightarrow \boxed{\frac{265}{6} \approx 44{,}167}$$

se pá errei conta, preguiça de aplicar TFC pra confirmar

$$\boxed{e)\ \int_{0}^{1} x^{3/2} dx}$$

$$\int_{0}^{1} x^{3/2} dx \Rightarrow \frac{2}{5}x^{5/2} \Big|_{0}^{1} \Rightarrow \frac{2}{5}\cdot 1\sqrt{1^3} - \frac{2}{5}\cdot 0 = \boxed{\frac{2}{5}}$$

com a leve impressão q tem algo errado

$$\boxed{f)\ \int_{1}^{8} \sqrt[3]{x} dx}$$

$$\int_{1}^{8} \sqrt[3]{x} = \int_{1}^{8} x^{1/3} \Rightarrow \frac{3}{4} x \sqrt[3]{x} \Big|_{1}^{8} \Rightarrow \frac{3}{4}\cdot 8 \cdot \sqrt[3]{8} - \frac{3}{4}\cdot 1 \cdot \sqrt[3]{1}$$

$$12 - \frac{3}{4} = \frac{48}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{\frac{45}{4} = 11{,}25}$$

com a leve impressão q tem algo errado^2

$$\boxed{g)\ \int_{-1}^{4} x^6 dx}$$

acho que já vi esse exercício em algum lugar, talvez seja o 2b mas posso estar errado

$$\boxed{h)\ \int_{-5}^{5} \frac{2}{x^3} dx}$$

$\int_{-5}^{5} \frac{2}{x^3} dx$ n existe pq $f(x) = \frac{2}{x^3}$ é descontínua em 0, q tá no intervalo $[-5, 5]$.

$$\boxed{\text{i)}\ \int_0^2 x(2+x^5)\,dx}$$

$$\int_0^2 x(2+x^5)\,dx = \int_0^2 (2x+x^6)\,dx = \left[x^2+\tfrac{1}{7}x^7\right]_0^2 = \left(4+\tfrac{128}{7}\right)-(0+0) = \tfrac{156}{7}$$

$$\boxed{\text{j)}\ \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx}$$

$$\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \int_1^4 x^{-1/2}\,dx = \left[\frac{x^{1/2}}{1/2}\right]_1^4 = \left[2x^{1/2}\right]_1^4 = 2\sqrt{4}-2\sqrt{1} = 4-2 = 2$$

$$\boxed{\text{k)}\ \int_0^{\pi/4} \sec^2(x)\,dx}$$

$$\int_0^{\pi/4} \sec^2 t\,dt = \left[\tan t\right]_0^{\pi/4} = \tan\tfrac{\pi}{4} - \tan 0 = 1-0 = 1$$

$$\boxed{\text{l)}\ \int_\pi^{2\pi} \csc^2(\theta)\,d\theta}$$

$\int_\pi^{2\pi} \csc^2\theta\,d\theta$, n existe pq $\csc^2\theta$ é descontínua em $\theta=\pi$, $\theta=2\pi$, q tá no intervalo $[-5, 5]$.

$$\boxed{\text{m)}\ \int_0^1 e^{v+1}\,dv}$$

$$\int_0^1 e^{v+1}\,dv = \frac{1}{v+1}e^{v+1}\Big|_0^1 = \frac{e^2}{2} - 1$$

$$\boxed{\text{n)}\ \int_0^1 5^t\,dt}$$

$$\int_0^1 5^t\,dt = \int_0^1 e^{\ln 5^t}\,dt \Rightarrow$$

$$\int_0^1 e^{t\ln 5}\,dt \Rightarrow \quad t\ln 5 = u$$

$$\frac{du}{dt} = \ln 5 \Rightarrow \frac{du}{\ln 5} = dt$$

$$\int_0^1 e^u \frac{du}{\ln 5} \Rightarrow \frac{1}{\ln 5}\int_0^1 e^u du \Rightarrow \frac{e^u}{\ln 5}\Big|_0^{t=1} \Rightarrow$$

$$\left[\frac{5^t}{\ln 5}\right]_0^1 \Rightarrow \frac{5^1}{\ln 5} - \frac{5^0}{\ln 5} = \boxed{\frac{4}{\ln 5}}$$

o) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^2+1}dt$

$$\int_0^1 \frac{1}{t^2+1} \Rightarrow \arctan t\Big|_0^1 =$$

$$\arctan 1 - \arctan 0$$

$$\frac{\pi}{4} - 0 = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

---

3 — Calcule as integrais fazendo as seguintes substituições:

a) $\displaystyle\int \cos(3x)dx \quad u = 3x$

$u = 3x. \qquad du = 3\,dx \qquad dx = \frac{1}{3}du.$

$\int \cos 3x\,dx = \int \cos u(\frac{1}{3}\,du) = \frac{1}{3}\int \cos u\,du = \frac{1}{3}\sin u + C = \frac{1}{3}\sin 3x + C$

b) $\displaystyle\int x(4+x^2)^{10}dx \quad u = 4+x^2$

$u = 4 + x^2. \qquad du = 2x\,dx \qquad x\,dx = \frac{1}{2}\,du$

$\int x(4+x^2)^{10}\,dx = \int u^{10}(\frac{1}{2}\,du) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{11}u^{11} + C = \frac{1}{22}(4+x^2)^{11} + C.$

c) $\displaystyle\int x^2\sqrt{x^3+1}dx \quad u = x^3+1$

$u = x^3 + 1. \qquad du = 3x^2\,dx \qquad x^2\,dx = \frac{1}{3}\,du$

$\int x^2\sqrt{x^3+1}\,dx = \int \sqrt{u}\,(\frac{1}{3}\,du) = \frac{1}{3}\frac{u^{3/2}}{3/2} + C = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}u^{3/2} + C = \frac{2}{9}(x^3+1)^{3/2} + C.$

d) $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx \quad u = \sqrt{x}$

$u = \sqrt{x}. \qquad du = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx \qquad \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = 2\,du$

$$\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx = \int \sin u\,(2\,du) = 2(-\cos u) + C = -2\cos\sqrt{x} + C.$$

e) $\displaystyle\int e^{\operatorname{sen}\theta}\cos(\theta)d\theta \quad u = \operatorname{sen}(\theta)$

$u = \sin\theta. \qquad du = \cos\theta\,d\theta \qquad \int e^{\sin\theta}\cos\theta\,d\theta = \int e^u\,du = e^u + C = e^{\sin\theta} + C.$

---

4 — Calcule as seguintes integrais indefinidas:

a) $\displaystyle\int 2x(x^2+3)^4\,dx$

$u = x^2 + 3. \qquad du = 2x\,dx. \qquad \int 2x(x^2+3)^4\,dx = \int u^4\,du = \frac{1}{5}u^5 + C = \frac{1}{5}(x^2+3)^5 + C.$

b) $\displaystyle\int (3x-2)^{20}\,dx$

$u = 3x - 2. \qquad du = 3\,dx \qquad dx = \frac{1}{3}\,du$

$\int (3x-2)^{20}\,dx = \int u^{20}\,(\frac{1}{3}\,du) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{21}u^{21} + C = \frac{1}{63}(3x-2)^{21} + C.$

c) $\displaystyle\int (2-x)^{100}\,dx$

$$\int (2-x)^{100}\,dx$$

$2 - x = u \,, \quad \frac{du}{dx} = -1 \,, \quad dx = -du$

$$-\int u^{100}\,du \Rightarrow \frac{-u^{101}}{101} + C$$

$$\frac{-(2-x)^{100+1}}{101} + C$$

$\boxed{\text{d)} \displaystyle\int \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx}$

$u = x^2 + 1. \qquad du = 2x\,dx \qquad x\,dx = \frac{1}{2}\,du.$

$$\int \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = \int u^{-2}\left(\tfrac{1}{2}\,du\right) = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{-1}{u} + C = \frac{-1}{2u} + C = \frac{-1}{2(x^2+1)} + C.$$

$\boxed{\text{e)} \displaystyle\int \frac{1}{5-3x}\,dx}$

$u = 5 - 3x \qquad du = -3\,dx \qquad dx = -\frac{1}{3}\,du.$

$$\int \frac{dx}{5-3x} = \int \frac{1}{u}\left(-\tfrac{1}{3}\,du\right) = -\tfrac{1}{3}\ln|u| + C = -\tfrac{1}{3}\ln|5-3x| + C.$$

$\boxed{\text{f)} \displaystyle\int \frac{2}{(3t+1)^{2.4}}\,dt}$

$$\int \frac{2}{(3t+1)^{2.4}}\,dt$$

$$u = 3t + 1 \Rightarrow \frac{du}{dt} = 3 \Rightarrow \frac{du}{3} = dt$$

$$\frac{2}{3}\int u^{-2.4}\,du \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3} \frac{u^{-1.4}}{-1.4} + C \Rightarrow$$

$$\boxed{-\frac{1}{2.1(3t+1)^{1.4}} + C}$$

mano, q letra feia da porra (é 2.1 ali, viu)

$$\boxed{\text{g) } \int y^3\sqrt{2y^4-1}dy}$$

$u = 2y^4 - 1. \qquad du = 8y^3\,dy \qquad y^3\,dy = \frac{1}{8}\,du.$

$\int y^3\sqrt{2y^4-1}\,dy \; = \int u^{1/2}(\frac{1}{8}\,du) = \frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3}u^{3/2} + C = \frac{1}{12}(2y^4-1)^{3/2} + C.$

$$\boxed{\text{h) } \int \sqrt{4-2x}dx}$$

$$\int \sqrt{4-2x}\,dx$$

$$4 - 2x = u \quad , \quad \frac{du}{dx} = -2x \quad ; \quad -\frac{du}{2} = dx$$

$$\int u^{1/2} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) du \Rightarrow$$

$$\frac{-1}{2} \int u^{1/2} du \Rightarrow \frac{-1}{\cancel{2}} u^{3/2} \cdot \frac{\cancel{2}}{3} + C$$

$$\boxed{-\frac{\sqrt{(4-2x)^3}}{3} + C}$$

$$\boxed{\text{i) } \int \text{sen}(\pi t)dt}$$

$u = \pi t. \qquad du = \pi\,dt \qquad dt = \frac{1}{\pi}\,du.$

$\int \sin\pi t\,dt = \int \sin u\,(\frac{1}{\pi}\,du) = \frac{1}{\pi}(-\cos u) + C = -\frac{1}{\pi}\cos\pi t + C.$

$$\boxed{\text{j)} \int \sec^2(2x)\tan(2x)dx}$$

$$\int \sec^2(2x)\, tg(2x)\, dx$$

$$2x = u \longrightarrow \frac{du}{2} = dx$$

$$\int \sec^2 u\, tg\, u\, \frac{du}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\int \sec^2 u\, tg\, u\, du \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\int \sec u * \sec u\, tg\, u\, du \Rightarrow$$

$$\sec u = t \qquad \frac{dt}{du} = \sec u\, tg\, u$$

$$dt = \sec u\, tg\, u\, du$$

$$\frac{1}{2}\int t\, dt \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\frac{t^2}{2} + C$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)\frac{(\sec u)^2}{2} + C \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{4}\sec^2(2x) + C}$$

$$\boxed{\text{k)} \int \frac{(\ln(x))^2}{x}dx}$$

$u = \ln x$. $\quad du = \dfrac{dx}{x}$. $\quad \displaystyle\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx = \int u^2\,du = \tfrac{1}{3}u^3 + C = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3 + C.$

$$\boxed{\text{l)} \int \frac{\arctan(x)}{1+x^2}dx}$$

$u = \tan^{-1} x$. $\quad du = \dfrac{dx}{1+x^2}$. $\quad \displaystyle\int \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2}\,dx = \int u\,du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{(\tan^{-1} x)^2}{2} + C.$

$$\boxed{m)\ \int \frac{z^3}{\sqrt[4]{1+z^4}}dx}$$

$$\int \frac{z^3}{\sqrt[4]{1+z^4}}\, dx$$

$$\frac{z^3}{\sqrt[4]{1+z^4}} \int dx \Rightarrow \boxed{\frac{x z^3}{\sqrt[4]{1+z^4}} + C}$$

KKKKK! Questão mal formulada

$$\int \frac{z^3}{\sqrt[4]{1-z^4}}\, dz$$

$$u = 1 - z^4 \qquad du = -4z^3 dz \Rightarrow z^3 dz = \frac{-du}{4}$$

$$\frac{-1}{4}\int u^{-1/4}\, du \Rightarrow \frac{-1}{3} u^{3/4} + C$$

$$\boxed{\frac{-1}{3}\sqrt[4]{(1-z^4)^3} + C}$$

reitero: malz pela letra, até deus escreve certo por linhas tortas

$$\boxed{n)\ \int e^x\sqrt{1+e^x}dx}$$

$u = 1 + e^x$. $\qquad du = e^x\, dx$. $\qquad \int e^x\sqrt{1+e^x}\, dx = \int \sqrt{u}\, du = \frac{2}{3}u^{3/2} + C = \frac{2}{3}(1+e^x)^{3/2} + C$.

$$\boxed{o)\ \int \sec^3(x)\tan(x)dx}$$

$u = \sec x$. $\qquad du = \sec x\ \tan x\, dx$.

$\int \sec^3 x\ \tan x\, dx = \int \sec^2 x\,(\sec x\ \tan x)\, dx = \int u^2\, du = \frac{1}{3}u^3 + C = \frac{1}{3}\sec^3 x + C$.

$$\boxed{\text{p)} \int x^a(\sqrt{b+cx^{a+1}})dx \quad c \neq 0, a \neq -1}$$

$u = b + cx^{a+1}$. $\qquad du = (a+1)cx^a\, dx$.

$$\int x^a \sqrt{b+cx^{a+1}}\, dx = \int u^{1/2} \frac{1}{(a+1)c}\, du = \frac{1}{(a+1)c}\left(\tfrac{2}{3}u^{3/2}\right) + C = \frac{2}{3c(a+1)}\left(b+cx^{a+1}\right)^{3/2} + C.$$

$$\boxed{\text{q)} \int \frac{x}{1+x^4}dx}$$

$u = x^2$. $\qquad du = 2x\, dx$. $\qquad \int \frac{x}{1+x^4}\, dx = \int \frac{\frac{1}{2}\, du}{1+u^2} = \frac{1}{2}\tan^{-1} u + C = \frac{1}{2}\tan^{-1}(x^2) + C.$

$$\boxed{\text{r)} \int xe^{-x^2}dx}$$

$$\int xe^{-x^2} dx$$

$$-x^2 = u \qquad \frac{du}{dx} = -2x \;, \quad x\,dx = \frac{du}{-2}$$

$$\frac{-1}{2}\int e^u du \Rightarrow \boxed{\frac{-1}{2}e^{-x^2} + C}$$

$$\boxed{\text{s)} \int \frac{x^2}{1+x^6}dx}$$

$$\int \frac{x^2}{1+x^6} dx \Rightarrow \int \frac{1}{1+(x^3)^2} \cdot x^2 dx$$

$$x^3 = u \Rightarrow \frac{du}{dx} = 3x^2 \;, \quad \frac{du}{3} = x^2 dx$$

$$\int \frac{1}{1+u^2}\frac{du}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}\int \frac{1}{1+u^2} du \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3}\arctan u + C \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}\arctan x^3 + C}$$

5 — Calcule as integrais usando integração por partes e as seguintes escolhas de u e dv:

a) $\int x\ln(x)dx, \quad u = \ln(x), dv = xdx$

$u = \ln x,\ dv = x\,dx \quad \Rightarrow \quad du = dx/x,\ v = \frac{1}{2}x^2.$ $\qquad \int u\,dv = uv - \int v\,du.$

$$\int x\ln x\,dx = \tfrac{1}{2}x^2\ln x - \int \tfrac{1}{2}x^2(dx/x) = \tfrac{1}{2}x^2\ln x - \tfrac{1}{2}\int x\,dx = \tfrac{1}{2}x^2\ln x - \tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{1}{2}x^2 + C$$
$$= \tfrac{1}{2}x^2\ln x - \tfrac{1}{4}x^2 + C$$

b) $\int \theta\sec^2(\theta)dx, \quad u = \theta, dv = \sec^{(}\theta)dx$

$u = \theta,\ dv = \sec^2\theta\,d\theta \quad \Rightarrow \quad du = d\theta,\ v = \tan\theta$

$$\int \theta\sec^2\theta\,d\theta = \theta\tan\theta - \int \tan\theta\,d\theta = \theta\tan\theta - \ln|\sec\theta| + C.$$

6 — Calcule as seguintes integrais:

a) $\int x\cos(5x)dx$

$u = x,\ dv = \cos 5x\,dx \quad \Rightarrow \quad du = dx,\ v = \frac{1}{5}\sin 5x.$

$$\int x\cos 5x\,dx = \tfrac{1}{5}x\sin 5x - \int \tfrac{1}{5}\sin 5x\,dx = \tfrac{1}{5}x\sin 5x + \tfrac{1}{25}\cos 5x + C.$$

b) $\int re^{r/3}dr$

$u = r,\ dv = e^{r/3}dr \Rightarrow du = dr,\ v = 3e^{r/3}$

$$\int re^{r/3}dr = 3re^{r/3} - \int 3e^{r/3}dr \Rightarrow$$

$$\boxed{3re^{r/3} - 9e^{r/3} + C}$$

c) $\int x^2 \cos(mx)dx$

$u = x^2,\ dv = \cos mx\, dx \quad \Rightarrow \quad du = 2x\, dx,\ v = \frac{1}{m}\sin mx.$

$I = \int x^2 \cos mx\, dx = \frac{1}{m}x^2 \sin mx - \frac{2}{m}\int x \sin mx\, dx\ (*).$

$U = x,\ dV = \sin mx\, dx \quad \Rightarrow \quad dU = dx,\ V = -\frac{1}{m}\cos mx$

$\int x \sin mx\, dx = -\frac{1}{m}x\cos mx + \frac{1}{m}\int \cos mx\, dx = -\frac{1}{m}x\cos mx + \frac{1}{m^2}\sin mx + C_1.$

$\int x \sin mx\, dx \Rightarrow (*)$

$I = \frac{1}{m}x^2 \sin mx - \frac{2}{m}(-\frac{1}{m}x\cos mx + \frac{1}{m^2}\sin mx + C_1) = \frac{1}{m}x^2 \sin mx + \frac{2}{m^2}x\cos mx - \frac{2}{m^3}\sin mx + C.$

$C = -\frac{2}{m}C_1.$

d) $\int \ln(2x+1)dx$

$u = \ln(2x+1),\ dv = dx \quad \Rightarrow \quad du = \dfrac{2}{2x+1}dx,\ v = x.$

$$\int \ln(2x+1)\,dx = x\ln(2x+1) - \int \frac{2x}{2x+1}dx = x\ln(2x+1) - \int \frac{(2x+1)-1}{2x+1}dx$$

$$= x\ln(2x+1) - \int \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right)dx = x\ln(2x+1) - x + \tfrac{1}{2}\ln(2x+1) + C$$

$$= \tfrac{1}{2}(2x+1)\ln(2x+1) - x + C$$

e) $\int t^3 e^t dt$

$u = t^3,\ dv = e^t\, dt \quad \Rightarrow \quad du = 3t^2\, dt,\ v = e^t. \qquad I = \int t^3 e^t\, dt = t^3 e^t - \int 3t^2 e^t\, dt.$

Integrando por partes mais duas vezes com $dv = e^t\, dt.$

$$I = t^3e^t - (3t^2e^t - \int 6te^t\, dt) = t^3e^t - 3t^2e^t + 6te^t - \int 6e^t\, dt$$

$$= t^3e^t - 3t^2e^t + 6te^t - 6e^t + C = (t^3 - 3t^2 + 6t - 6)e^t + C$$

f) $\int (\ln(x))^2 dx$

$u = (\ln x)^2,\ dv = dx \quad \Rightarrow \quad du = 2\ln x \cdot \frac{1}{x}dx,\ v = x.$

$I = \int (\ln x)^2\, dx = x(\ln x)^2 - 2\int x \ln x \cdot \frac{1}{x}\, dx = x(\ln x)^2 - 2\int \ln x\, dx. \qquad U = \ln x,\ dV = dx \quad \Rightarrow$

$dU = 1/x\, dx,\ V = x \qquad \int \ln x\, dx = x\ln x - \int x \cdot (1/x)\, dx = x\ln x - \int dx = x\ln x - x + C_1.$

$I = x(\ln x)^2 - 2(x\ln x - x + C_1) = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + C \qquad C = -2C_1.$

g) $\int z\,\mathrm{senh}(z)dz$

$u = z$, $dv = \mathrm{senh}\, z\, dz \Rightarrow du = dz$, $v = \cosh z$

$\int z\,\mathrm{senh}\, z = z\cosh z - \int \cosh z\, dz \Rightarrow$

$\boxed{z\cosh z - \mathrm{senh}\, z + C}$

h) $\int_0^1 (x^2+1)e^{-x}dx$

$u = x^2+1,\ dv = e^{-x}\,dx \quad \Rightarrow \quad du = 2x\,dx,\ v = -e^{-x}.$

$\int_0^1 (x^2+1)e^{-x}\,dx = \left[-(x^2+1)e^{-x}\right]_0^1 + \int_0^1 2xe^{-x}\,dx = -2e^{-1}+1+2\int_0^1 xe^{-x}\,dx.$

$U = x,\ dV = e^{-x}\,dx \quad \Rightarrow \quad dU = dx,\ V = -e^{-x}.$

$\int_0^1 xe^{-x}\,dx = \left[-xe^{-x}\right]_0^1 + \int_0^1 e^{-x}\,dx = -e^{-1} + \left[-e^{-x}\right]_0^1 = -e^{-1}-e^{-1}+1 = -2e^{-1}+1.$

$\int_0^1 (x^2+1)e^{-x}\,dx = -2e^{-1}+1+2(-2e^{-1}+1) = -2e^{-1}+1-4e^{-1}+2 = -6e^{-1}+3.$

i) $\int_1^4 \sqrt{t}\ln(t)dt$

$u = \ln t,\ dv = \sqrt{t}\,dt \quad \Rightarrow \quad du = dt/t,\ v = \frac{2}{3}t^{3/2}.$

$\int_1^4 \sqrt{t}\ln t\,dt = \left[\frac{2}{3}t^{3/2}\ln t\right]_1^4 - \frac{2}{3}\int_1^4 \sqrt{t}\,dt = \frac{2}{3}\cdot 8\cdot \ln 4 - 0 - \left[\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}t^{3/2}\right]_1^4 = \frac{16}{3}\ln 4 - \frac{4}{9}(8-1) = \frac{16}{3}\ln 4 - \frac{28}{9}.$

j) $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2}dx$

$u = \ln x,\ dv = x^{-2}\,dx \quad \Rightarrow \quad du = \frac{1}{x}\,dx,\ v = -x^{-1}.$

$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\,dx = \left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^2 + \int_1^2 x^{-2}\,dx = -\frac{1}{2}\ln 2 + \ln 1 + \left[-\frac{1}{x}\right]_1^2 = -\frac{1}{2}\ln 2 + 0 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ln 2.$

k) $\int_0^1 x2^x dx$

$u = x,\ dv = 5^x\,dx \quad \Rightarrow \quad du = dx,\ v = (5^x/\ln 5).$

$$\int_0^1 x5^x\,dx = \left[\frac{x5^x}{\ln 5}\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{5^x}{\ln 5}\,dx = \frac{5}{\ln 5} - 0 - \frac{1}{\ln 5}\left[\frac{5^x}{\ln 5}\right]_0^1 = \frac{5}{\ln 5} - \frac{5}{(\ln 5)^2} + \frac{1}{(\ln 5)^2}$$
$$= \frac{5}{\ln 5} - \frac{4}{(\ln 5)^2}$$

5 = 2 HUAHUAUHAUHAUHAHUAUAHU

$\boxed{\text{l)}\ \int \cos(\ln(x)dx}$

$w = \ln x \quad \Rightarrow \quad dw = dx/x. \qquad x = e^w \qquad dx = e^w\,dw$

$$\int \cos(\ln x)\,dx = \int e^w \cos w\,dw = \tfrac{1}{2}e^w(\sin w + \cos w) + C$$
$$= \tfrac{1}{2}x[\sin(\ln x) + \cos(\ln x)] + C$$

---

7 — Primeiro faça uma substituição e depois use integração por partes para calcular as integrais:

$\boxed{\text{a)}\ \int \text{sen}(\sqrt{x})dx}$

$w = \sqrt{x}, \qquad x = w^2 \qquad dx = 2w\,dw. \qquad \int \sin\sqrt{x}\,dx = \int 2w \sin w\,dw.$

$u = 2w,\ \ dv = \sin w\,dw,\ du = 2\,dw,\ v = -\cos w$ t

$$\int 2w\sin w\,dw = -2w\cos w + \int 2\cos w\,dw = -2w\cos w + 2\sin w + C$$
$$= -2\sqrt{x}\cos\sqrt{x} + 2\sin\sqrt{x} + C = 2\left(\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}\cos\sqrt{x}\right) + C$$

$\boxed{\text{b)}\ \int_1^4 e^{\sqrt{x}}dx}$

$w = \sqrt{x}, \qquad x = w^2 \qquad dx = 2w\,dw. \qquad \int_1^4 e^{\sqrt{x}}\,dx = \int_1^2 e^w 2w\,dw. \qquad u = 2w,$

$dv = e^w\,dw,\ du = 2\,dw,\ v = e^w \qquad \int_1^2 e^w 2w\,dw = [2we^w]_1^2 - 2\int_1^2 e^w\,dw = 4e^2 - 2e - 2(e^2 - e) = 2e^2.$

$\boxed{\text{c)}\ \int x^5 e^{x^2}dx}$

$\int x^5 e^{x^2}\,dx = \int (x^2)^2 e^{x^2} x\,dx = \int t^2 e^t \tfrac{1}{2}\,dt \qquad t = x^2 \quad \Rightarrow \quad \tfrac{1}{2}\,dt = x\,dx$

$= \tfrac{1}{2}(t^2 - 2t + 2)e^t + C \qquad = \tfrac{1}{2}(x^4 - 2x^2 + 2)e^{x^2} + C$

---

8 — Calcule

n vou fazer tds n por preguiça. vou mostrar o caminho e vcs se viram, se alguém fizer me manda please

$$\text{a)} \int_0^{\pi/4} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$$

passa $\cos^2 x$ pra cima como $\sec^2 x$
dps substitui ae
$u = \tan x$ | $du = \sec^2 x dx$

gabarito da integral indefinida: $e^{\tan x} + C$
easy

$$\text{b)} \int_1^2 x^2 \ln x dx$$

$$\int x^2 \ln x dx = \begin{bmatrix} u = \ln x & dv = x^2 dx \\ du = \frac{1}{x} dx & v = \frac{x^3}{3} \end{bmatrix} = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{1}{3} \int x^2 dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{3}.$$

dps disso só aplicar TFC e boa sorte

$$\text{c)} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos\theta} \sin\theta d\theta$$

só fazer uma substituição
$u = \cos\theta$ | $du = -\text{sen}\theta \, d\theta$

gabarito da integral indefinida: $-(2/3)\cos^{(3/2)}\theta + C$

$$\text{d)} \int x \cosh x dx$$

integra por partes ae
$x = u$ | $dx = du$ | $dv = \cosh(x)dx$ | $v = \text{senh}(x)$

gabarito da integral indefinida: $x\text{senh}(x) - \cosh(x) + C$

$$\text{e)} \int \frac{\sin}{(1+\cos x)^3} dx$$

$$\int \frac{\sin x}{(1+\cos x)^3} dx = \begin{bmatrix} 1+\cos x = t \\ -\sin x \, dx = dt \end{bmatrix} = \int -\frac{dt}{t^3} = \frac{1}{2t^2} = \frac{1}{2(1+\cos x)^2}$$

---

9 — Calcule

$$\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{5+t^2} dt$$

Seja $F(x) = \int_2^x \sqrt{5+t^2}\,dt$, logo $F'(2) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{F(2+h) - F(2)}{h}$

$$F'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h}\, F(2+h) - F(2)$$

$$F'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{5+t^2}\,dt$$

portanto, basta derivar F(x) e aplicar no ponto 2 que chegamos na resposta, queridos

usando a regra de Leibniz, temos que:

$$F'(x) = 1 * \sqrt{5+x^2} - 0 * \sqrt{5+2^2}$$

$$F'(x) = \sqrt{5+x^2}$$

$$F'(2) = \sqrt{5+2^2} = \sqrt{9} = 3$$

finalmente descobrimos nessa caralha que:

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{5+t^2}\,dt = 3$$

---

10 — Ache o valor médio da função no intervalo:

só usar isso pa caraio

$$f_{medio} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$$

pulei as resoluções das integrais por preguiça, se vc n aprendeu ainda, vai fazer outro ex. carai porra

a) $2x^2 - 3x \quad [-1, 2]$

integração simples, polinômio

$$\frac{1}{2-(-1)} \int_{-1}^{2} 2x^2 - 3x\,dx = \frac{1}{3} * \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

b) $1 + \sqrt{x} \quad [0, 4]$

coxa pa carai, outro polinômio

$$\frac{1}{4-(0)} \int_0^4 1 + \sqrt{x}\,dx = \frac{1}{4} * \frac{28}{3} = \frac{7}{3}$$

c) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \quad [0, 3]$

só substituir u = $x^2 + 1$

$$\frac{1}{3-(0)}\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \frac{1}{3} * \sqrt{10} - 1 = \frac{\sqrt{10} - 1}{3}$$

---

11 — Movimento Harmônico Amortecido. Considere o sistema mostrado na figura abaixo. Nesse sistema o peso está ligado a uma mola e um dispositivo de amortecimento. Suponha-se que no instante $t = 0$, o peso é colocado em movimento a partir de sua posição de equilíbrio de modo que a sua velocidade em qualquer instante t é

$$v(t) = 3e^{-4t}(1-4t)$$

Encontre a função posição x (t) do corpo.

//vi dps que é um mov harmônico (sim, sou cego, tá em negrito), dps refaço (ou n).

isso é uma equação diferencial separável bem coxa

pega e reescreve v(t) como dx/dt

$dx = 3e^{-4t}(1 - 4t)dt$

"integrando dos dois lados"

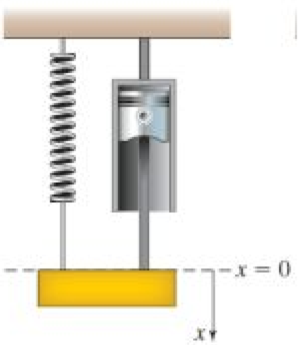
$x(t) = 3te^{-4t} + C$ //fiz a integral no wolfram, pois n sou obrigado, integra por partes

como o enunciado diz que x(0) = 0

$0 = 3*0*e^{-4*0} + C$

C = 0

Logo, $x(t) = 3te^{-4t}$



12 — Considere o sistema mostrado na figura acima. O peso é colocado em movimento de um ponto 12 pés abaixo da posição de equilíbrio, de modo que a sua velocidade em qualquer instante t é

$$v(t) = e^{-2t}(\cos 4t - 3\sin 4t)$$

Encontre a função posição do corpo

//idem acima

msm porra que a de cima

$x(t) = (1/2)e^{-2t}$ [sen 4t + cos 4t] + C //se vira pra resolver a integral pq n to afim

$x(0) = 12$

$12 = (1/2)e^{-2*0}$ [sen 0 + cos 0] + C

$12 = (1/2) + C$

$C = (23/2)$

Portanto, $x(t) = (1/2)e^{-2t}$ [sen 4t + cos 4t] + (23/2)

---

13 — Calcule o centro de gravidade da região R limitada pelo gráfico $y = \sin x$ e $y = \frac{2}{\pi}x$ em $[0, \frac{\pi}{2}$.

O centro de gravidade $(\overline{x}, \overline{y})$ de uma região limitada pelas funções contínuas f e g com $f(x) \geqslant g(x)$ no intervalo $[a, b]$, é dado por

$$\overline{x} = \frac{1}{A}\int_a^b x[f(x) - g(x)]\ dx$$

$$\overline{y} = \frac{1}{A}\int_a^b \left[\frac{f(x) + g(x)}{2}\right] [f(x) - g(x)]\ dx,$$

sendo A a área da região $(\int_a^b [f(x) - g(x)]\ dx)$

ah vsf esse exercício e vcs junto
