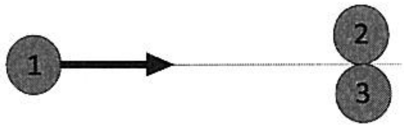
GABARITO

Question 6 As três bolas da figura abaixo são idênticas. As bolas 2 e 3, estão em repouso se tocando e alinhadas perpendicularmente à trajetória da bola 1. A velocidade inicial da bola 1 é $v_i = 10,0$ m/s e está dirigida ao ponto de contato das bolas 2 e 3. Sabendo-se que o impulso está dirigido ao longo da linha que conecta o centro das bolas envolvidas na colisão, quais são, após a colisão,

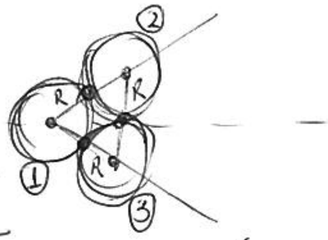
(a) (5 pontos) o módulo da velocidade de cada uma das três bolas.

(b) (5 pontos) o ângulo que cada uma delas faz com a direção inicial.

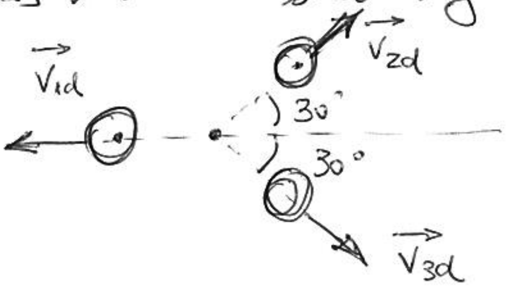


☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

Na colisão há 3 pontos de contato entre as bolas:



O triângulo formado pelas linhas que ligam os centros das bolas é EQUILÁTERO, logo os ângulos internos são iguais a 60°.



Após a colisão, as bolas 2 e 3 saem com velocidade ao longo da linha que conecta o centro das bolas, onde:

$\vec{V}_{1d}$ = velocidade da bola 1 depois da colisão
$\vec{V}_{2d}$ = " " " 2 depois da colisão
$\vec{V}_{3d}$ = " " " 3 depois da colisão

GABARITO

+376/4/57+

Continuação do espaço para a questão 06.

Por simetria, admitimos de $\vec{V}_{1d}$ volte na mesma direção de chegada.

Assim, por conservação de momento:

Eixo X:
$$\underset{\text{(antes)}}{\Sigma p_{xa}} = \underset{\text{(depois)}}{\Sigma p_{xd}}$$

$$m \cdot V_0 = m V_{2d} \cos 30 + m V_{3d} \cos 30 + V_{1d}$$

$$\boxed{V_0 = (V_{2d} + V_{3d}) \cos 30 + V_{1d}} \quad eq\ I$$

Eixo Y
$$\Sigma p_{ya} = \Sigma p_{yd}$$

$$0 = m V_{2d} \text{SEN} 30 - m V_{3d} \text{SEN} 30$$

$$\boxed{V_{2d} = V_{3d} = V_{23d}} \quad eq\ II$$

Admitindo conservação de energia (colisão elástica):
$$E_{ca} = E_{cd}$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}m} V_0^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}m} V_{1d}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}m} V_{2d}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}m} V_{3d}^2$$

Da eq II:
$$\boxed{V_0^2 = V_{1d}^2 + 2V_{23d}^2} \quad eq\ III$$

Substituindo a eq II na eq I e depois tudo na eq III obtém-se:

$$2V_{23d}^2 = V_0^2 - V_{1d}^2 = V_0^2 - (V_0 - 2V_{23d}\cos 30)^2$$

$$V_{23d} = \frac{2V_0 \cos 30}{1 + 2\cos^2 30} = 6{,}93\ m/s$$

Daí $V_{1d} = -2{,}00\ m/s$

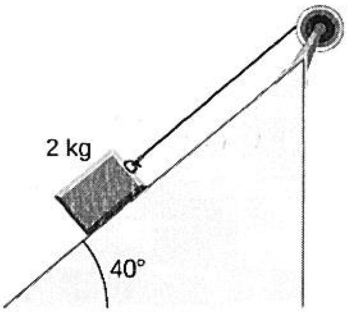
Portanto:
$$\theta_2 = \theta_3 = 30°$$
$$\theta_1 = 180°$$

GABARITO

+376/5/56+

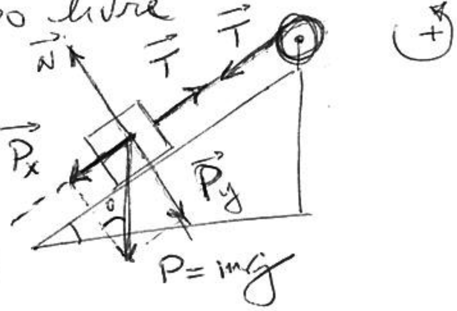
Question 7 Um bloco de massa $m = 2\,kg$ desliza sem atrito em um plano inclinado de $40°$. O bloco esta ligado por um cabo a uma polia de massa $M = 1\,kg$ e um raio de $20\,cm$. Considere $g = 9,8\,m/s^2$, e a polia como um disco, $I = \frac{1}{2}MR^2$.

(a) (4 pontos) Qual é a aceleração do bloco ao longo do plano inclinado?
(b) (2 pontos) A tração no fio.
(c) (2 pontos) O torque resultante na polia.
(d) (2 pontos) Qual é o trabalho realizado pela força gravitacional para mover o bloco de $50\,cm$ para baixo pelo plano inclinado?



☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

(a) Diagrama de corpo livre



Na direção X:

$$P_x - T = m a_x$$

$$\boxed{mg\,\text{SEN}\,\theta - T = m a_x} \quad eq\,(I)$$

Na polia:

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$\boxed{T \cdot R = I\alpha} \quad eq\,(II)$$

Como admite-se não haver deslizamento na polia: $a_x = \alpha R$

Substituindo eq (II) na eq (I):

$$mg\,\text{SEN}\,\theta - \frac{I}{R}\left(\frac{a_x}{R}\right) = m a_x$$

GABARITO

+376/6/55+

Continuação do espaço para a questão 07.

Daí $$a_x = \frac{\text{sen}\,\theta}{1+\frac{M}{2m}} \cdot g$$

$$a_x = \frac{\text{sen}\,40°}{1+\frac{1\,\text{Kg}}{2 \cdot 2\,\text{Kg}}} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2 = 5{,}0\,\text{m/s}^2$$

(b) Da eq. (II)

$$T = \frac{I\alpha}{R} = \frac{I\,a}{R^2} = \frac{\frac{1}{2}M\cancel{R^2} \cdot a}{\cancel{R^2}}$$

$$T = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2} \cdot 1\,\text{Kg} \cdot 5{,}0\,\text{m/s}^2$$

$$T = 2{,}5\,\text{N}$$

(c) $$\tau = T \cdot R = 2{,}5\,\text{N} \cdot 0{,}20\,\text{m}$$

$$\tau = 0{,}50\,\text{N.m}$$

(d) Ao deslocar o bloco por 50 cm ao longo do plano inclinado, o trabalho da força peso foi:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = \underbrace{mg\,\text{sen}\,\theta}_{P_x} \cdot \Delta x$$

$$W = 6{,}3\,\text{J}$$

GABARITO

+376/7/54+

Question 8 Um homem esta em pé no centro de uma plataforma que está girando (sem atrito) com uma velocidade angular de $1,2\,rev/s$; seus braços estão esticados e ele segura um tijolo em cada mão. O momento de inércia do sistema formado pelo homem, os tijolos e a plataforma em torno do eixo vertical central da plataforma, é de $6,0\,kg.m^2$. Se, ao mover os tijolos, o homem diminui o momento de inércia do sistema para $2,0\,kg.m^2$,
(a) (5 ponto) qual é a velocidade angular resultante?
(b) (3 ponto) qual é a razão entre a nova energia cinética do sistema e a energia cinética original?
(c) (2 ponto) De onde vem (ou para onde vai) a energia cinética adicionada (ou gasta)?

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10

(a) Não havendo torques externos, o momento angular se conserva:

$$L_i = L_f$$

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad eq\,(I).$$

$$\omega_f = \frac{I_i}{I_f}\omega_i = \frac{6,0}{2,0} \cdot 1,2\,rev/s$$

$$\omega_f = 3,6\,rev/s \quad ou \quad \omega_f = 22,6\,rad/s$$

(b) $$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} I_f \omega_f^2}{\cancel{\frac{1}{2}} I_i \omega_i^2} = \frac{I_f}{I_i}\cdot\left(\frac{\omega_f}{\omega_i}\right)^2$$

Da eq (I): $\dfrac{\omega_f}{\omega_i} = \dfrac{I_i}{I_f}$

logo: $$\frac{K_f}{K_i} = \frac{I_f}{I_i}\left(\frac{I_i}{I_f}\right)^2 = \frac{I_i}{I_f} = \frac{6,0}{2,0}$$

$$\frac{K_f}{K_i} = 3$$

GABARITO

+376/8/53+

Continuação do espaço para a questão 08.

c) A energia adicionada vem da energia interna do homem pelo trabalho realizado sobre os tijolos ao deslocá-los para junto de si.