Matemática elementar: Tipos de função - Função do primeiro grau

Erik Perillo

Resumo

Nesta etapa, começaremos a falar dos tipos de função que podemos encontrar por aí, a começar pela mais simples delas.

Sumário

1 Introdução

Na etapa anterior, começamos a falar sobre funções e a importância delas para a matemática/cálculo. Vamos agora ir com bastante calma aprofundando nosso conhecimento dos tipos de funções e seus comportamentos.

A primeira função que vamos analisar é a *função do primeiro grau*. Nós já vimos que essa função tem essa aparência no gráfico:

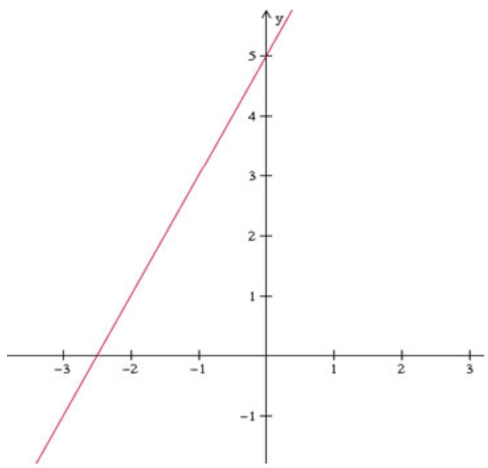


Figura 1: Uma típica função do primeiro grau

2 Características

Por que chamamos esse tipo de função de função do primeiro grau? A explicação é que, se olharmos para a equação dessas funções, sempre temos algo do tipo:

$$f(x) = a + bx$$

Onde a e b são números. Por exemplo, podemos ter $f(x) = 3 + 4x$, ou então $f(x) = 2x$ (nesse caso, $a = 0$). O que todos esses exemplos têm em comum é que o x está sempre elevado à primeira potência neles, e é isso o que caracteriza uma função do primeiro grau. Uma função do tipo $f(x) = 3+4x^2$ **não** é do primeiro grau, pois o x está elevado ao quadrado nesse caso.

2.1 Dando nome aos termos

Já vimos que qualquer função do primeiro grau tem a forma:

$$f(x) = a + bx$$

Onde a, b são números e b não pode ser zero.

Ao termo a, damos o nome de **termo constante**. Por que esse nome? O termo a não está acompanhado do x, então se o x muda ou não, tanto faz para ele pois ele continua a mesma coisa! Vejamos um exemplo. Seja f a função $f(x) = 3 + 2x$. Para $x = 1$, temos $f(1) = 3 + 2$. Para $x = 4$, temos $f(4) = 3 + 8$. Não importa o valor de x, o valor 3 se mantém 3. O termo constante é aquele que sobra quando $x = 0$. No caso do exemplo, temos $f(0) = 3$, que é justamente o valor do termo constante (a). Assim, ele é o termo que determina em que parte do eixo y a função vai cruzar quando x é zero.

Ao termo b, damos o nome de **coeficiente**. Ele é o termo b na equação $f(x) = a + bx$. O coeficiente determina quão *inclinada* a reta da função é. Um coeficiente grande, deixa a reta muito inclinada. Peque algo como, por exemplo, $f(x) = 3 + 50x$. Um coeficiente de 50 quer dizer que a cada 1 que o x vai pra frente, o y vai 50 pra cima!

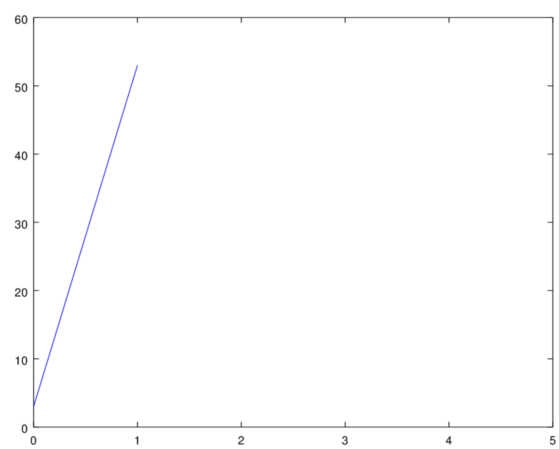


Figura 2: Uma função com uma reta inclinada

Veja no exemplo acima como a reta fica inclinada!

Quando o coeficiente é baixo, por outro lado, ela é pouco inclinada. Pegando, por exemplo, $f(x) = 1 + 0.5x$, temos uma reta assim:

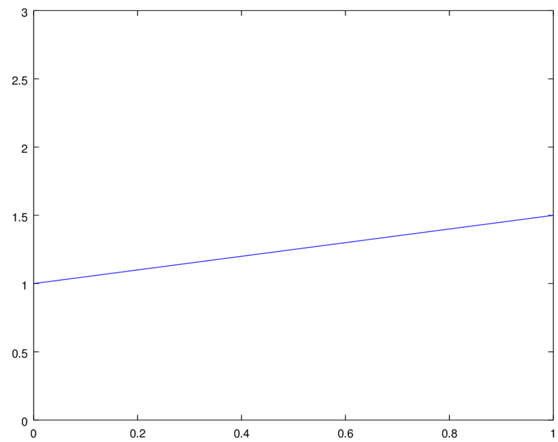


Figura 3: Uma função com uma reta inclinada

Note como ela é achatada!

3 Interseções com os eixos

3.1 Raiz da função

Como já vimos antes, achar o x para que uma função $f(x)$ resulte em zero é achar a *raiz* da função. Quando $f(x)$ resulta em zero, isso quer dizer que, no plano cartesiano, o ponto vai estar em $y = 0$ e, assim, **cruzando pelo eixo x**. Para uma função do primeiro grau, é só isolar o x:

$$f(x) = a + bx = 0$$

$$a + bx = 0 \implies bx = -a \implies x = -\frac{a}{b}$$

Assim, para **qualquer** função do primeiro grau, vamos descobrir que a raiz dela é $-\frac{a}{b}$! Veja, por exemplo, a função $f(x) = 3 + 2x$. Se estivermos certos, sem nem fazer conta sabemos que a raiz dela é em $-\frac{3}{2}$. Será que é? Vamos descobrir:

$$3 + 2x = 0 \implies 2x = -3 \implies x = -\frac{3}{2}$$

E como previsto, estamos certos!

3.2 eixo y

Como já vimos antes, para descobrir onde no eixo y a função cruza, é só colocar $x = 0$ na equação da função, pois quando $x = 0$ a função está passando pelo eixo y. Assim, em $f(x) = 3 + 2x$, sabemos que a função passa pelo eixo y quando $x = 0$ e então passa pelo eixo y em $y = 3$.

3.3 Visualizando o exemplo

Visualizando o exemplo anterior $f(x) = 3 + 2x$, temos:

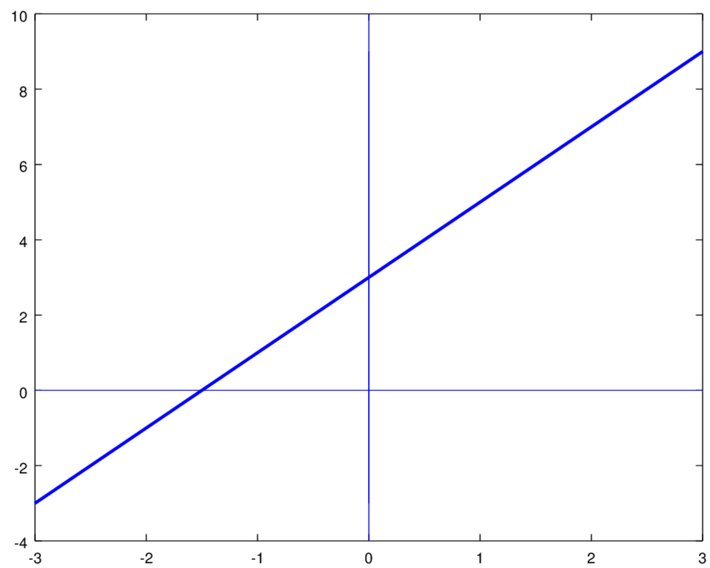


Figura 4: Interseções

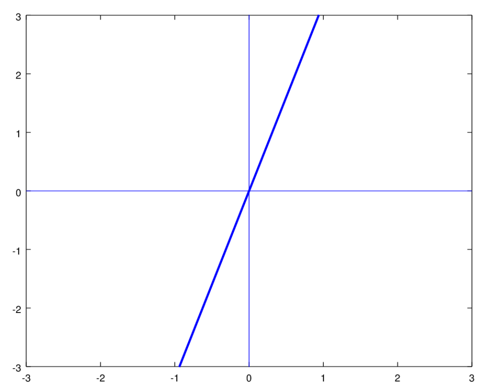
Note como passa pelo eixo x (raiz) em $x = -\frac{3}{2}$ e pelo eixo y em $y = 3$.

4 Exercícios

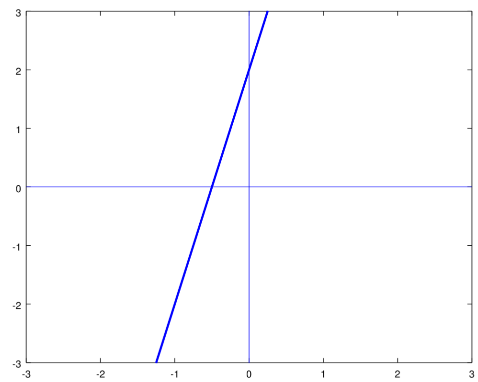
1. Diga se as funções a seguir são do primeiro grau ou não.
   (a) $f(x) = 3.2 + 4.5x$
   (b) $f(x) = 5$
   (c) $f(x) = -5$
   (d) $f(x) = -5 + 32x$
   (e) $f(x) = 2x - 10$
   (f) $f(x) = 3x$
   (g) $f(x) = 3 + 4x^2$
   (h) $f(x) = 3(1 + 2x)$
   (i) $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$
2. Esboce no gráfico as funções a seguir, indicando a raiz e a interseção com os eixos x e y.
   (a) $f(x) = 3.2x$
   (b) $f(x) = 2 + 4x$
   (c) $f(x) = 1 - x$
3. Diga o termo constante e o coeficiente das funções a seguir:
   (a) $f(x) = 3 + 2 + 4x$
   (b) $f(x) = -4.2x + 5$
   (c) $f(x) = 3x$
4. Seja $f(x) = 2 - 4x$. Descubra o x para:
   (a) $f(x) = 3$
   (b) $f(x) = -2$
   (c) $f(x) = 0$

5 Respostas aos Exercícios

1. (a) Sim
   (b) Não (coeficiente não pode ser zero)
   (c) Não (coeficiente não pode ser zero)
   (d) Sim
   (e) Sim (tanto faz a ordem com que a função é escrita!)
   (f) Sim
   (g) Não (x está elevado a 2)
   (h) Sim
   (i) Não (x está elevado a -1)

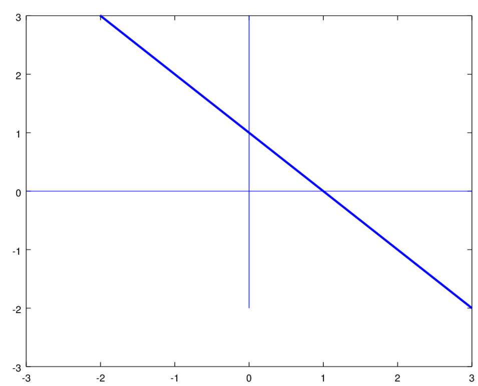


2. (a) Eixo x (raiz) : 0, eixo y:0



(b) Eixo x (raiz): -0.5, eixo y: 2

(c) $f(x) = 1 - x$



Eixo x (raiz): 1, eixo y: 1

3. (a) Constante: 5, coeficiente: 4

   (b) Constante: 5, coeficiente: -4.2

   (c) Cosntante: 0, coeficiente: 3

4. (a) $x = -\frac{1}{4}$

   (b) $x = 1$

   (c) $x = \frac{1}{2}$