MC558 - Projeto e análise de algoritmos II - Unicamp

Laboratório 2 - Caminhos na vida

Erik Perillo, RA135582

2 de outubro de 2016

1 Abordagem

O desafio é determinar o número de caminhos seguindo a regra das cores em tempo linear no tamanho do grafo. A ideia para isso foi executar um `topological-sort` [1] e, em seguida, do sorvedouro para a fonte, contar os caminhos possíveis para cada vértice até o vértice destino `t`. No final, teremos os caminhos possíveis para cada vértice, inclusive o vértice inicial `s`.

O pseudo-algoritmo a seguir descreve de forma abstraída a ideia.

Algorithm 1

1: **procedure** CAMINHOS-NA-VIDA(G, s, t)
2: $\{V, E\} \leftarrow G$
3: sort = topological-sort(G)
4: **for** u in V **do**
5: $caminhos_G[u] \leftarrow 0$
6: $caminhos_Y[u] \leftarrow 0$
7: $caminhos_R[u] \leftarrow 0$
8: $caminhos_G[t] \leftarrow 1$
9: **for** u in *sort* **in descending order do**
10: **for** (u, v) in Adj[u] **do**
11: **if** (u, v) é verde **then** $caminhos_G[u] \leftarrow caminhos_G[u] + caminhos_G[v] + caminhos_Y[v] + caminhos_R[v]$
12: **if** (u, v) é amarelo **then** $caminhos_Y[u] \leftarrow caminhos_Y[u] + caminhos_G[v] + caminhos_Y[v]$
13: **if** (u, v) é vermelho **then** $caminhos_R[u] \leftarrow caminhos_R[u] + caminhos_G[v]$
14: **for** u in V **do**
15: $caminhos[u] \leftarrow \sum_{c \in \{G,Y,R\}} caminhos_c[u]$
return $caminhos[s]$

2 Complexidade

Seja V o número de vértices do grafo e E o número de arestas do mesmo.

A chamada a `topological-sort` na linha 3 do algoritmo foi implementada decentemente e então leva o tempo já conhecido de $O(V + E)$. O *loop* da linha 4 leva $O(V)$. O *loop* da linha 9 acontece V vezes e o loop da linha 10 é executado para cada lista de adjacência do grafo apenas uma vez por vértice, sendo executado então E vezes. Assim, o total de tempo desses loops aninhados é $O(V + E)$. O *loop* da linha 14 acontece V vezes. O tempo total então é $O(V + E) + O(V) + O(V + E) + O(V)$ o que resulta em $O(V + E)$.

Referências

[1] Cormen et al. *Introduction to Algorithms, 3th ed.* The MIT Press, 2009, pp. 612–614.