MC558 - Projeto e análise de algoritmos II - Unicamp

Laboratório 3 - Cabos

Erik Perillo, RA135582

17 de outubro de 2016

1 Abordagem

O desafio é determinar um modo de se conectar todos os pontos de comunicação com a mínima quantidade de cabos. A ideia é fazer uma conversão para um problema de se achar a árvore geradora mínima de um grafo cujas arestas representam um *link* entre dois pontos de conexão, com peso igual à distância entre eles. Após obtida a árvore, basta contar as distâncias de cabo trançado usadas e as distâncias de cabo de fibra.

O pseudo-algoritmo a seguir descreve de forma abstraída a ideia.

Algorithm 1

```
1:  procedure CABOS(points, fiber-thresh)
2:      G ← fully-connected-graph(|points|)
3:      for p1, p2 ∈ points : p1 ≠ p2 do
4:          (u, v).weight = dist(p1, p2)
5:          G = G ∪ (u, v)
6:      s ← any-vertex(G)
7:      π ← PRIM-ALG(G, s)
8:      fiber-cost ← 0
9:      normal-cost ← 0
10:     for u ∈ G : π[u] ≠ NULL do
11:         cost ← (π[u], u).weight
12:         if cost > fiber-thresh then
13:             fiber-cost ← fiber-cost + cost
14:         else
15:             normal-cost ← normal-cost + cost
        return (normal-cost, fiber-cost)
```

2 Complexidade

Seja V o número de vértices do grafo e E o número de arestas do mesmo.

As linhas 3 a 5 do algoritmo iteram sobre todas as combinações de pontos a fim de formar um grafo fortemente conexo. Assim, tem V^2 iterações. O algoritmo para se obter uma árvore geradora mínima é o algoritmo de *Prim* [1], na linha 7. Ele foi implementado com uma `MIN-HEAP` comum e então sua complexidade é $O(V + V \log V + E \log V)$. O *loop* das linhas 10-15 leva $O(V)$. O tempo total então é: $O(V^2 + V + V \log V + E \log V + V) = O(V^2 + V \log V + E \log V) = O(V^2 \log V)$, tendo em vista que o grafo é fortemente conexo e então $E = O(V^2)$.

Referências

[1] Cormen et al. *Introduction to Algorithms, 3th ed.* The MIT Press, 2009, pp. 634–636.