教材习题解答

第一章 统计

§1 从普查到抽样

【思考交流】(课本第 4 页)

(1)适合抽样调查。假若直接去一一检验会浪费大量的人力、物力、财力,若用抽样调查的方式去检验,可以通过样本的特征来估计总体的特征,从而节省了人力、物力和财力。

(2)适合抽样调查。因为若采用普查的方式,则测出这批灯管的寿命后灯管就全部报废了。

【练习】(课本第 6 页)

1. 在抽样调查时,一定要保证抽样的随机性,尽可能地避免人为因素的干扰,并且要保证每个个体以相同的可能性被抽取到;同时,还要注意尽可能地控制抽样调查中的误差。

2. 从总体中抽取样本时,每个个体被抽到的可能性是相等的,这样的样本就认为具有代表性。例如某工厂平均每天生产某种零件大约 10 000 件,要求产品检验员每天检查其质量状况,可利用抽样调查的方法设计一个检查方案,按生产时间将一天分成若干个时间段,从每个时间段中抽取一件产品进行检验,这样的样本就具有代表性。

3. 这是有关家庭收入的问题,是一个社会敏感问题,可能有些对象不愿意回答,所以在设计调查问卷时要考虑到这一点。一个最简单而且有效的解决方法,就是在问卷上不要求写工作单位和姓名之类的信息。

【习题 1－1】(课本第 6 页)

1. 通常情况下,如果是发放问卷进行调查,那么收回来的问卷不具有代表性,原因是愿意交回问卷的人,通常是对这种药品感兴趣或这种药品对他确实有效,否则他是不愿意交回问卷的。因此,在设计抽样调查时一定要注意这个问题,这也是人为因素造成的。科学合理地检测一种药品的疗效,通常是对一些临床的病人(要符合抽样的随机性原则)进行跟踪调查,并在充分考察各种因素后,得到的数据才比较可靠。

2. 题中所提到的某同学的调查情况,只能代表他们班级的家庭收入情况,不能代表我国国民的收入情况。这是一项复杂的调查,但本题的目的不是要求学生设计出一个非常完善的调查方案,而是让学生体会到在这样的社会调查中应当关注各个方面的因素,如东部与西部,城市与农村,发达地区与欠发达地区,不同的工作岗位等。总体是我国国民的收入状况,样本是该班级同学父母亲的收入情况。

3. 略。

§2 抽样方法

【思考交流】(课本第 9 页)

步骤:(1)将全校学生编号(号码可以从 1 到 N)。(2)将 1 到 N 这 N 个号码写在形状、大小相同的号签上。(3)将号签放入一个不透明的箱子中,搅拌均匀。(4)从箱子中每次抽出 1 个号签,并记录其编号,连续抽取 k 次。(5)从总体中将与抽到的号签编号一致的个体取出。(6)对样本中的每一个学生进行调查。可设计一个调查问卷,并对回收的问卷进行分析。

【思考交流】(课本第 11 页)

也可采用从左到右的顺序进行选数。

【练习】(课本第 12 页)

以班级有 50 名同学为例来设计抽样方案。

第一步:将 50 名同学进行编号,分别为 00,01,02,…,49。

第二步:由于总体是两位数的编号,每次要从随机数表中选取两列组成两位数,从随机数表中任意一个位置,比如从教材表 1－2 第 1 行的第 17 列和第 18 列开始选数,由上至下分别是 07,36,24,11,24,16,76,70,29,43,77,25,15,66,11,55,71,42,…其中 24,11 重复出现,76,70,77,66,55,71 超过 49,均不能选取。这样选取的 10 个样本的编号分别为 07,36,24,11,16,29,43,25,15,42,所以就派编号为上述数字的 10 名同学参加。

【思考交流】(课本第 14 页)

1. 不具有代表性。因为在抽样中,不能对总体事先安排顺序,应该随机抽取。

2. 因为总体的排列存在明显的周期性,利用系统抽样时将会产生明显的偏差,所以这样抽取的样本不具有代表性。改进方法不唯一,合理即可。

【习题 1－2】(课本第 15 页)

1. 略。 2. 略。 3. 略。 4. 略。

§3 统计图表

【思考交流】(课本第 19 页)

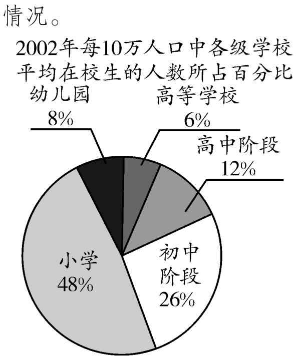
(1)折线统计图能清楚地反映出数据的变化情况,扇形统计图能清楚地表示出各部分在总体中所占的比例,本题用扇形统计图更合适。

(2)可用条形统计图来表示。

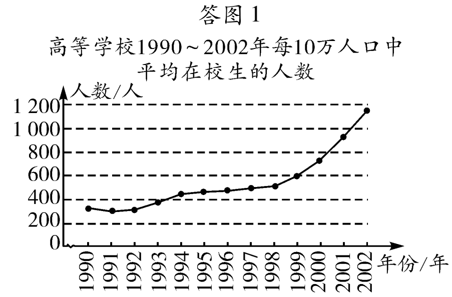
【练习 1】(课本第 20 页)

教材以统计表的形式给出了 1990～2002 年我国每 10 万人口中各级学校平均在校生的人数,其中包含了很大的信息量。从统计表中的每个年份(每一行)来看,它包含了该年度每 10 万人口中各级学校平均在校生的人数;从每一列来看,它包含了该级学校 1990～2002 年每 10 万人口中平均在校生的人数。

如答图 1 所示,用扇形统计图给出了 2002 年每 10 万人口中各级学校平均在校生的人数所占的百分比。如答图 2 所示,用折线统计图给出了高等学校 1990～2002 年每 10 万人口中平均在校生的人数情况。



答图 1



答图 2

从扇形统计图中我们可以得出:2002 年每 10 万人口中各级学校平均在校生的人数以小学的最多,约占所有在校生人数的一半;高等学校的人数最少,只占所有在校生人数的 6%。从折线统计图中我们可以得出:从 1991 年开始,高等学校每 10 万人口中平均在校生的人数在逐年增加。

【思考交流】(课本第 21 页)

(1)从茎叶图中可以看出甲的销售额中有 25 元这个数据;茎叶图反映了收集到的全部数据信息;条形统计图损失了部分数据信息。

(2)条形统计图。

(3)也可以用折线统计图或扇形统计图来表示。

【练习 2】(课本第 23 页)

用茎叶图表示数据的结果如答图 3 所示。从图中不难看出:甲网站的点击量集中在茎叶图的下方,而乙网站的点击量集中在茎叶图的上方。从数据的分布情况来看,甲网站更受欢迎。

甲		乙
8	0	5 6
	1	2 4 9 9
5 4 0	2	1
8	3	6 7
1	4	2 2 5
8 5	5	4
7 6 4	6	1
3 2 0	7	

答图 3

【习题 1-3】(课本第 23 页)

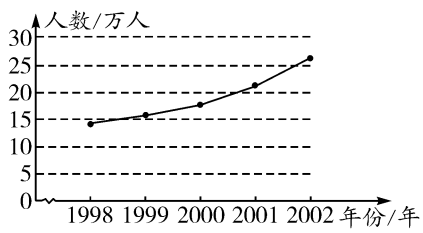
1. (1)甲县有 156 000 人。

(2)乙县和丁县共有 84 000 人。

(3)甲县和丙县相差 96 000 人。

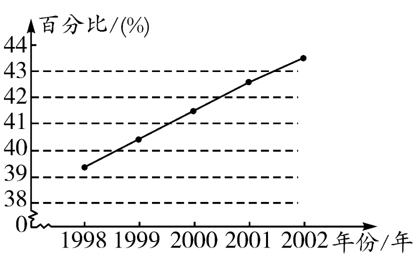
2. 如答图 4 和答图 5 所示,答案不唯一。

1998~2002年我国高等学校女教师的人数



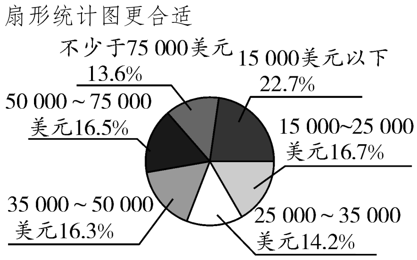
答图 4

1998~2002年我国普通中学女教师的比例

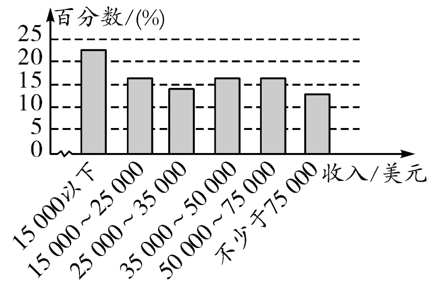


答图 5

3. 可以用扇形统计图或条形统计图表示,如答图 6 和答图 7 所示。用扇形统计图更合适



答图 6



答图 7

4. 从教材给出的一堆数据中很难看出运动员成绩的分布情况,我们可以将这些数据汇成下面的表格:

时间/分	频数	频率
129	1	0. 033
130	2	0. 067
131	0	0. 000
132	0	0. 000
133	1	0. 033
134	1	0. 033
135	1	0. 033
136	2	0. 067
137	0	0. 000
138	3	0. 100
139	0	0. 000
140	0	0. 000
141	3	0. 100
142	4	0. 133
143	5	0. 167
144	2	0. 067
145	5	0. 167

通过频数与频率分布表,我们就能清晰且直观地看到运动员成绩的大致分布情况。在此基础上,还可以用频数分布直方图来进一步表示。

5. 可以用不同的方式分别表示此赛季甲、乙得分的情况。用茎叶图如答图 8 所示。其他表示方式略。

甲		乙
	0	8
5 2	1	3 4 6
5 4	2	3 6 8
9 7 6 6 1 1	3	3 8 9
9 4	4	
0	5	1

答图 8

6. 略。

§4 数据的数字特征

【练习】(课本第 31 页)

小宇和志强在最近 8 场篮球比赛中的平均得分分别是 13 分和 12.75 分,标准差分别约是 4.09 分和 5.72 分,小宇的发挥相对来说更稳定一些。

【习题 1-4】(课本第 31 页)

1. (1)可以用茎叶图等来表示数据,图略。

(2)销售的新鲜面包数量的平均数和中位数都是49.5个,众数是47个,50个,52个。

(3)根据以上结果,该面包店每天生产50个新鲜面包比较合适。

2. 略。

§5 用样本估计总体

【思考交流】(课本第34页)

(1)头盖骨的宽度在140~145 mm的数据最多。

(2)头盖骨的宽度在140~145 mm的频率约是0.434。

(3)头盖骨的宽度小于140 mm的频率约是0.283。

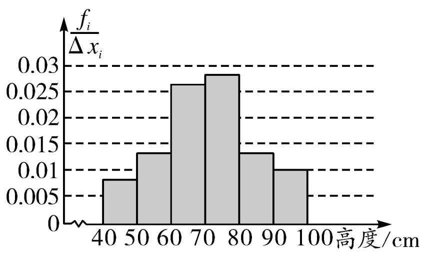
(4)头盖骨的宽度在137~142 mm的频率约是0.298。

【练习】(课本第36页)

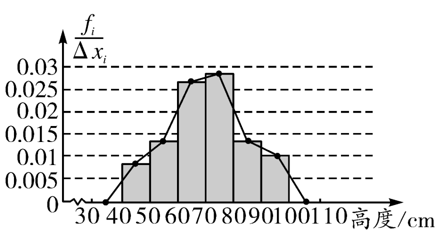
(1)表格如下:

高度分组(Δx_i)	频数(n_i)	频率(f_i)	$\frac{f_i}{\Delta x_i}$
40~50 cm	5	0.083	0.008 3
50~60 cm	8	0.133	0.013 3
60~70 cm	16	0.267	0.026 7
70~80 cm	17	0.284	0.028 4
80~90 cm	8	0.133	0.013 3
90~100 cm	6	0.100	0.010 0

(2)频率分布直方图如答图9所示,频率折线图如答图10所示。



答图9



答图10

用自然语言来描述此类植物生长1年之后的高度分布情况,如超过50%的此类植物生长1年之后的高度在60~80 cm之间,高度在50 cm以下及90 cm以上所占的比例相对较小。

【思考交流】(课本第38页)

略。

【练习】(课本第39页)

对于中国男性的肤色反射率而言,其平均值及标准差的估计值分别为:

$$\bar{x}=\frac{1}{836}\times(4\times13\%+\cdots+4\times39\%)\approx25.6\%,$$

$$s=\sqrt{\frac{1}{836}\times[4\times(13\%-25.6\%)^2+\cdots+4\times(39\%-25.6\%)^2]}$$

$$\approx5.0\%。$$

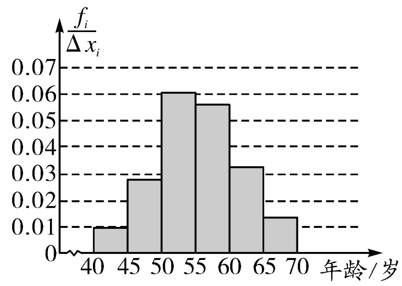
对于中国女性的肤色反射率而言,可以同样计算得到估计值:$\bar{x}_1\approx27.4\%$,$s_1\approx4.2\%$。

【习题1-5】(课本第40页)

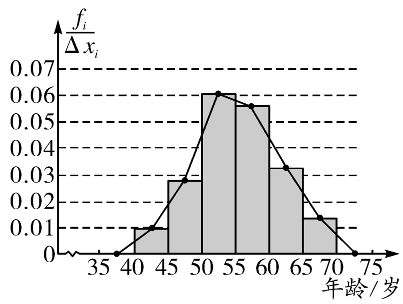
1. (1)表格如下:

年龄分组(Δx_i)	频数(n_i)	频率(f_i)	$\frac{f_i}{\Delta x_i}$
40~45岁	2	0.046	0.009 2
45~50岁	6	0.140	0.028 0
50~55岁	13	0.302	0.060 4
55~60岁	12	0.279	0.055 8
60~65岁	7	0.163	0.032 6
65~70岁	3	0.070	0.014 0

(2)频率分布直方图如答图11所示,频率折线图如答图12所示。



答图11

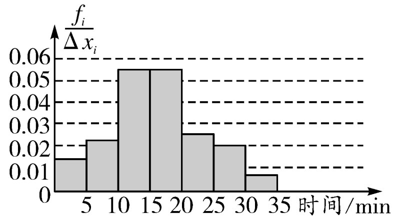


答图12

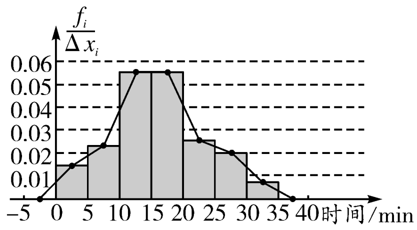
从图中可以看出将近60%的美国总统就任时的年龄在50~60岁之间,45岁以下以及65岁以上就任的总统所占的比例相对较小。

2. (1)对数据进行分组如下表,其频率分布直方图及折线图分别如答图13和答图14所示。

时间分组(Δx_i)	频数(n_i)	频率(f_i)	$\frac{f_i}{\Delta x_i}$
0~5 min	6	0.075	0.015
5~10 min	9	0.112 5	0.022 5
10~15 min	22	0.275	0.055
15~20 min	22	0.275	0.055
20~25 min	10	0.125	0.025
25~30 min	8	0.100	0.020
30~35 min	3	0.037 5	0.007 5



答图13



答图 14

(2)这 80 名乘客候车时间的平均数是 15.475 min,标准差约是 7.5 min。

(3)公交公司可以适当增加公交车的数量。

3.(1)用茎叶图表示数据如答图15 所示。从茎叶图中我们可以看出:施用肥料 A 的橘子树的产量主要分布在茎叶图的上方,而施用肥料 B 的橘子树的产量主要分布在茎叶图的中部。由此,我们可以估计:施用肥料 A 的橘子树的产量的平均数比施用肥料 B 的小。

A		B
8 5	0	
9 1 0	1	
4 2 0	2	5
	3	1 3
	4	0 4 5
4	5	6 7 9
3	6	4
2	7	3
	8	6
2	9	

答图 15

(2)从茎叶图中我们可以看出:施用肥料 A 的橘子树的产量分布相对较分散,而施用肥料 B 的橘子树的产量分布相对比较集中。由此,我们可以估计:施用肥料 B 的橘子树的产量的标准差比施用肥料 A 的小。

(3)施用肥料 A 的橘子树的产量的平均数和标准差分别约是 33.3 kg,27.9 kg,施用肥料 B 的橘子树的产量的平均数和标准差分别约是 51.1 kg,17.3 kg,与估计的结果一致。

(4)施用肥料 B 对橘子树的产量影响更大,因为产量相对较高且比较稳定。

4. 略。

§6 统计活动:结婚年龄的变化

【练习】(课本第 43 页)

略。

【习题 1–6】(课本第 45 页)

略。

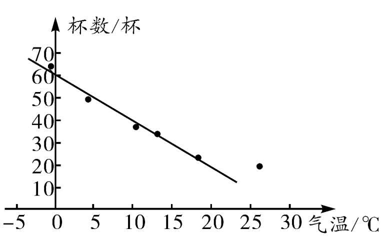
§7 相关性

【思考交流】(课本第 49 页)

从散点图来看,身高越高的人,他的右手一拃长就越长,且身高与右手一拃长之间的总体趋势是成一直线,但这两者之间不是函数关系,而是相关关系,可作一个近似的估计。

【练习】(课本第 51 页)

(1)根据表中提供的数据,可以画出如答图 16 所示的散点图。



答图 16

(2)从散点图中可以看出,气温与卖出的热茶杯数近似地成线性关系,并且气温越高,所卖出热茶的杯数就越少。

(3)直线如答图 16 所示。

(4)略。

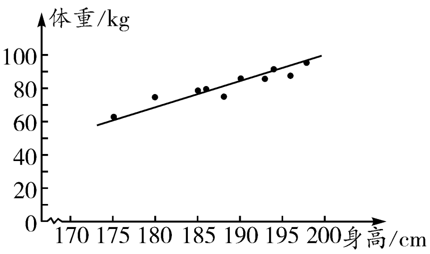
【习题 1–7】(课本第 52 页)

1. 略。

2.(1)散点图如答图 17 所示。

(2)从散点图中可以看出,这些人的身高与体重近似成线性关系。

(3)直线如答图 17 所示。

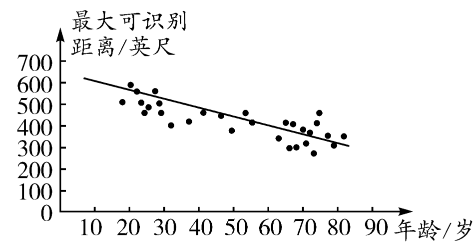


答图 17

(4)略。

3.(1)根据表中的数据,制成散点图如答图 18 所示,从散点图中可以看出,人的年龄与最大可识别距离近似成线性关系。

(2)直线如答图 18 所示。



答图 18

(3)略。

(4)根据以上的数据与分析结果可以知道,随着年龄的增大,最大可识别距离在减小,因此,建议年龄较大的驾驶员在驾驶时车速不宜太快,从而降低遇到危险的可能性。

§8 最小二乘估计

【思考交流】(课本第 56 页)

当样本点只有两个时,用最小二乘法估计得到的直线与用两点式求出的直线方程是一致的。

证明:设线性回归方程为 $y=a+bx$,

$$\text{则 } b=\frac{\sum_{i=1}^{2}x_iy_i-2\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{2}x_i^2-2\bar{x}^2}$$

$$=\frac{x_1y_1+x_2y_2-\frac{1}{2}(x_1+x_2)(y_1+y_2)}{x_1^2+x_2^2-\frac{1}{2}(x_1+x_2)^2}$$

$$=\frac{x_1y_1+x_2y_2-x_1y_2-x_2y_1}{x_1^2+x_2^2-2x_1x_2}$$

$$=\frac{(x_1-x_2)(y_1-y_2)}{(x_1-x_2)^2}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2},$$

$$a=\bar{y}-b\bar{x}=\frac{y_1+y_2}{2}-\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}\cdot\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{(y_1+y_2)(x_1-x_2)-(y_1-y_2)(x_1+x_2)}{2(x_1-x_2)}$$

$$=\frac{x_1y_2-x_2y_1}{x_1-x_2},$$

所以 $y=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}x+\frac{x_1y_2-x_2y_1}{x_1-x_2}$。

而由直线方程的两点式 $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$,整理得

$y=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}(y_2-y_1)+y_1$,即 $y=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}x+\frac{x_1y_2-x_2y_1}{x_1-x_2}$。

故两者一致。

【练习】(课本第 57 页)

略。

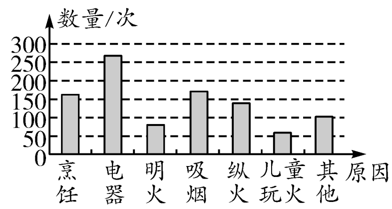
【习题 1－8】(课本第 60 页)

1. 略。 2. 略。 3. 略。

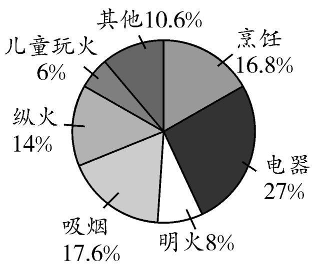
【复习题一】(课本第 69 页)

A 组

1. 可以用条形统计图或扇形统计图表示,如答图 19 和答图 20 所示。



答图 19



答图 20

2	5 8
3	8 8 9
4	2 5 7 8 8 8
5	0 1 2 2 3 6 9
6	2 3

答图 21

2. (1)可以用茎叶图来表示数据,如答图 21 所示(其他方式略)。

(2)每天接到的客户服务电话数量的平均数是 47.2,中位数是 48,众数是 48。

(3)根据以上结果,该产品售后服务中心每天应准备接听 48 个客户服务电话。

3. (1)可以用条形统计图来表示数据,图略。

(2)西安 2000 年月降水量的平均数和标准差分别约是 44.9 mm和 39.5 mm,桂林 2000 年月降水量的平均数和标准差分别约是 171.3 mm 和133.6 mm。

(3)西安的降水量相对较小且主要集中在夏、秋季,而桂林的降水量相对较大且集中在春、夏、秋季。

4. (1)用茎叶图表示数据如答图 22 所示。

从茎叶图中我们可以看出:男生的得分分布主要在茎叶图的上方且相对较散,女生的得分分布则相对集中在茎叶图的中部。因此,我们可以估计:男生得分的平均数比女生的小,而标准差比女生的大。

男		女
8 5	3	
6 6 4	4	
8 8 7 6 5 4 2	5	1 2 5 8
6 3	6	3 3 5 9 9
5 3 0	7	0 4 6 7 7
5	8	3 3 9
4 0	9	
	10	0

答图 22

(2)男生得分的平均数、标准差分别为60.75,16.0;女生得分的平均数、标准差分别是70.8,12.7。由此,我们可以得出:女生关于"习惯与礼貌"的得分相对较高且比较稳定。

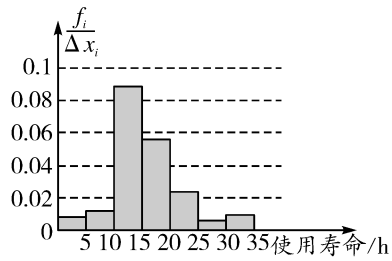
5. (1)轮胎 A 行驶的最远里程的平均数、中位数分别是 100 km,99 km,轮胎 B 行驶的最远里程的平均数、中位数分别是 100 km,99 km。

(2)轮胎 A 行驶的最远里程的极差、标准差分别是26 km,7.4 km,轮胎 B 行驶的最远里程的极差、标准差分别是 15 km,5.4 km。

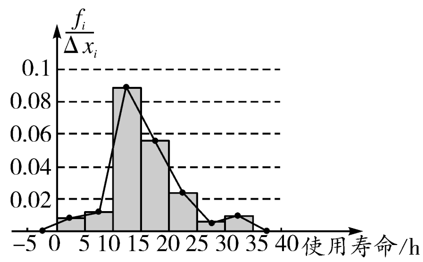
(3)轮胎 B 的性能更加稳定。

6. (1)完成表格如下,频率分布直方图及频率折线图分别如答图 23 和答图 24 所示。

使用寿命分组(Δx_i)	频数(n_i)	频率(f_i)	$\frac{f_i}{\Delta x_i}$
0～5 h	2	0.04	0.008
5～10 h	3	0.06	0.012
10～15 h	22	0.44	0.088
15～20 h	14	0.28	0.056
20～25 h	6	0.12	0.024
25～30 h	1	0.02	0.004
30～35 h	2	0.04	0.008



答图 23



答图 24

(2)以上电池使用寿命的平均数是 14.72 h,中位数是 14 h,众数是 10 h,11 h,15 h。

(3)这种干电池的使用寿命约为 15 h。

7. (1)确定组距与组数。

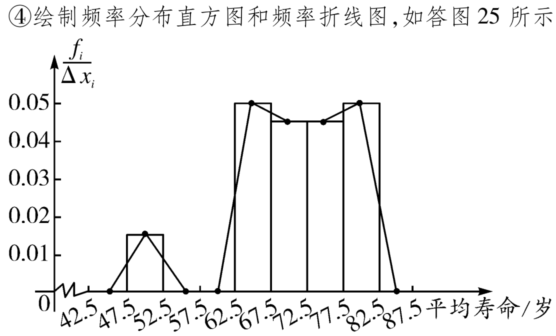
① $\frac{33.1}{5}=6.62$,组距为 5,分成 7 组。

②确定分点:第一组:47.5～52.5;第二组:52.5～57.5;第三组:57.5～62.5;第四组:62.5～67.5;第五组:67.5～72.5;第六组:72.5～77.5;第七组:77.5～82.5。

③列频率分布表如下:

平均寿命分组(Δx_i)	频数(n_i)	频率(f_i)	$\frac{f_i}{\Delta x_i}$
47.5～52.5	2	0.07	0.014
52.5～57.5	0	0	0
57.5～62.5	0	0	0
62.5～67.5	7	0.25	0.05
67.5～72.5	6	0.215	0.043
72.5～77.5	6	0.215	0.043
77.5～82.5	7	0.25	0.05

④绘制频率分布直方图和频率折线图,如答图 25 所示。

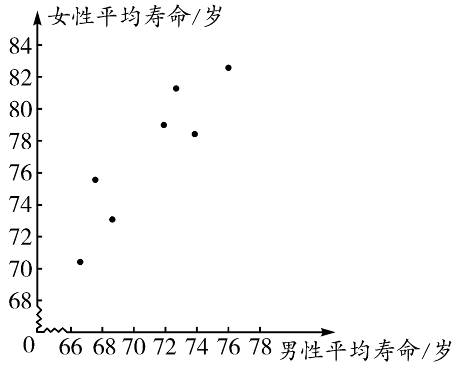


答图 25

(2)平均数为 70.65 岁,标准差约为 8.12 岁。

(3)估计世界人民的平均寿命为 70.65 岁。

8.(1)将表中的数据制成散点图如答图 26 所示。



答图 26

(2)从散点图上可以看出,男性平均寿命与女性平均寿命之间近似成线性关系。

(3)用最小二乘法估计这条直线的方程的过程如下:

序号	男性平均寿命(x_i)	女性平均寿命(y_i)	x_i^2	x_iy_i
1	66.7	70.4	4 448.89	4 695.68
2	67.7	75.7	4 583.29	5 124.89
3	68.7	73.0	4 719.69	5 015.10
4	72.0	78.9	5 184.00	5 680.80
5	72.9	81.1	5 314.41	5 912.19
6	74.0	78.3	5 476.00	5 794.20
7	76.2	82.5	5 806.44	6 286.50
合计	498.2	539.9	35 532.72	38 509.36

求得 $\bar{x}=\dfrac{498.2}{7}$,$\bar{y}=\dfrac{539.9}{7}$,于是根据最小二乘法的估计公式,得 $b\approx1.117\ 0$,$a\approx-2.369\ 9$,所以线性回归方程为 $y=1.117\ 0x-2.369\ 9$。

(4)如果瑞典男性平均寿命是 75.5 岁,则由线性回归方程可得瑞典女性的平均寿命为 $1.117\ 0\times75.5-2.369\ 9\approx82$(岁)。

B 组

1. 从图中,我们可以看出:截止到 2003 年 5 月 15 日上午 10 时:

(1)4 月 29 日新增确诊的人数最多,为 157 人;4 月 27 日新增疑似的人数最多,为 162 人。

(2)5 月 13 日新增治愈的人数最多,为 41 人;5 月 15 日新增死亡的人数最少,为 1 人。

(3)从图中,我们可以预测:新增确诊的和新增疑似的人数将逐渐减少。

2. 可以用茎叶图表示测量得到的数据,如答图 27 所示。

4.8	8
4.9	
5.0	7
5.1	0
5.2	6 7 9 9
5.3	0 4 4 6 9
5.4	2 4 6 7
5.5	0 3 5 7 8
5.6	1 2 3 5 8
5.7	5 9
5.8	5

答图 27

也可以用频率分布直方图表示:

(1)极差为 $5.85-4.88=0.97$。

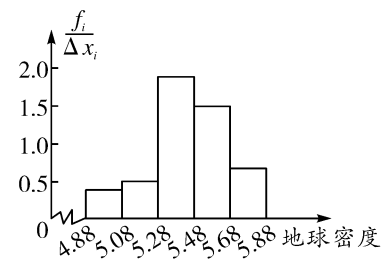
(2)确定组距和组数:$\dfrac{0.97}{0.2}=4.85$,组距为 0.2,组数为 5。

(3)确定分点:第一组:4.88~5.08;第二组:5.08~5.28;第三组:5.28~5.48;第四组:5.48~5.68;第五组:5.68~5.88。

(4)列频率分布表如下:

地球密度分组(Δx_i)	频数(n_i)	频率(f_i)	$\dfrac{f_i}{\Delta x_i}$
4.88~5.08	2	0.07	0.35
5.08~5.28	3	0.10	0.5
5.28~5.48	11	0.38	1.9
5.48~5.68	9	0.31	1.55
5.68~5.88	4	0.14	0.7

(5)绘制频率分布直方图,如答图 28 所示。



答图 28

计算可得上述数据的平均数约为 5.45 kg/m³,由此我们估计地球相对于水的密度约为 5.45 kg/m³。

3. 略。 4. 略。

5. 令 $y=(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+\cdots+(x_n-a)^2$,化简得 $y=n\cdot a^2-2(x_1+x_2+\cdots+x_n)a+(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)=n\cdot a^2-2n\bar{x}\cdot a+(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)$,

由二次函数性质可知,当 $a=-\dfrac{-2n\bar{x}}{2n}=\bar{x}$ 时,y 取得最小值。

6. 略。

第二章 算法初步

§1 算法的基本思想

【练习 1】(课本第 78 页)

1. 算法步骤如下:

(1)分别将 324,440,556 进行素因数分解:

$324=2^2\times3^4$,$440=2^3\times5\times11$,$556=2^2\times139$;

(2)确定三个数的公共素因数:2;

(3)确定公共素因数的指数:2;

(4)最大公因数为:$2^2=4$。

2. 算法步骤如下:

(1)首先将1 356和 2 400 进行素因数分解:

$1\ 356=2^2\times3\times113$,$2\ 400=2^5\times3\times5^2$;

(2)确定最小公倍数的素因数:2,3,5,113;

(3)确定素因数的指数分别为:5,1,2,1;

(4)最小公倍数为:$2^5\times3\times5^2\times113=271\ 200$。

【练习 2】(课本第 81 页)

1. 算法步骤如下:

(1)首先确定最小的除以 9 余 4 的正整数:4;

(2)依次加 9 得到所有除以 9 余 4 的正整数:4,13,22,31,40,49,58,67,…;

(3)在上列数中确定最小的除以 7 余 3 的数:31;

(4)依次加上 63 得到 31,94,157,220,283,346,…;

(5)在上列数中找出最小的除以 5 余 2 的数为 157,则 157 即为所求。

2. 算法步骤如下:

设装 8 kg 油的大油瓶为 A,能装 5 kg 油和能装 3 kg 油的油瓶分别为 B,C。

(1)从 A 往 C 倒 3 kg,将 C 装满,此时 A 中剩下 5 kg 油;
(2)将 C 中的 3 kg 油倒进 B 中;
(3)再从 A 往 C 倒 3 kg 油;
(4)从 C 往 B 倒 2 kg,即将 B 瓶装满;
(5)将 B 中油全部倒入 A;
(6)将 C 中油全部倒入 B;
(7)从 A 往 C 倒油,将 C 装满,此时 A 中油为4 kg;
(8)将 C 中油全部倒入 B,则 B 中油也为 4 kg。

【练习 3】(课本第 83 页)

1. (1)因为 $f(1)=-1<0$,$f(1.5)=0.875>0$,所以 $f(1)\cdot f(1.5)<0$,则区间 $[1,1.5]$ 为有解区间,$1.5-1=0.5>0.01$;
(2)取区间 $[1,1.5]$ 的中点 1.25;
(3)计算 $f(1.25)=-0.296\ 875<0$;
(4)由于 $f(1.25)\cdot f(1.5)<0$,可得新的有解区间 $[1.25,1.5]$,$1.5-1.25=0.25>0.01$;
(5)取区间 $[1.25,1.5]$ 的中点 1.375;
(6)计算 $f(1.375)\approx 0.225>0$;
(7)由于 $f(1.25)\cdot f(1.375)<0$,可得新的有解区间 $[1.25,1.375]$,$1.375-1.25=0.125>0.01$;
……

当得到新的有解区间 $[1.320\ 312\ 5,1.328\ 125]$ 时,由于 $|1.328\ 125-1.320\ 312\ 5|=0.007\ 812\ 5<0.01$,该区间精度已满足要求,所以区间 $[1.320\ 312\ 5,1.328\ 125]$ 中的任一数值,都可以作为方程的近似解。

2. 略。

【习题 2-1】(课本第 83 页)

A 组

1. 算法步骤如下:
(1)输入三个数 x,y,z;
(2)比较 x 和 y,将二者中的较大数记作 b;
(3)将 b 和 z 比较,得二者中的较大数,记作 c,则 c 为 3 个数中的最大数,输出 c。

2. 算法步骤如下:
(1)输入三个数 a,b,c;
(2)假设 a 为“最大值”,比较“最大值”与 b 的大小,将较大的数记为“最大值”;
(3)比较“最大值”与 c 的大小,将较大的数记为“最大值”;
(4)比较剩下的两个数的大小,将较大的数记为“中间值”,较小的数记为“最小值”;
(5)输出“最大值”“中间值”“最小值”。

3. 对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$,算法步骤如下:
(1)求判别式 $\Delta=b^2-4ac$;
(2)若 $\Delta<0$,则方程没有实根,否则转到(3);
(3)若 $\Delta=0$,则有两个相等的实数根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$,否则 $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$,$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$。

4. 算法步骤如下:
(1)取 $x=1$;
(2)计算 $y=\dfrac{22-5x}{2}$ 的值;
(3)判断 y 是否是整数,如果是,则 x,y 为一组整数解;
(4)将 x 的值加 1;
(5)判断 x 的值是否小于 5,如果是,则转到(2),否则结束。

5. 算法步骤如下:设线段端点为 A,B,
(1)以线段一个端点 A 为圆心,以线段的长为半径作圆;
(2)以线段另一个端点 B 为圆心,以线段的长为半径作圆;
(3)设两圆交点为 C,连接 AC,BC,则 $\triangle ABC$ 为等边三角形。

6. 算法步骤如下:

方程组 $\begin{cases}4x+5y+2z=30,①\\5x-2y+4z=21。②\end{cases}$

(1)①×2-②得到 $x+4y=13$;
(2)取 $x=0$;
(3)计算 $y=\dfrac{13-x}{4}$ 的值;
(4)判断 y 是不是非负整数,如果是,则 $z=\dfrac{30-4x-5y}{2}$,判断 z 是不是非负整数,如果是,则 x,y,z 为一组解;
(5)x 的值加 1;
(6)判断 x 是否小于 8,如果是,则转到(3),否则结束。

B 组

1. (1)输入日期 d;
(2)$t=31\times 6+30\times 4+28+3+d$;
(3)$s=t$ 除以 7 的余数;
(4)s 即为该天的星期数(余数为 0 表示星期日)。

2. 用高斯消去法解一般的二元一次方程组 $\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1①,\\a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2②\end{cases}$ 的算法描述。

因为是二元一次方程组,所以方程组中 a_{11},a_{21} 不能同时为 0,a_{12},a_{22} 也不能同时为 0。

(1)假定 $a_{11}\neq 0$(如果 $a_{11}=0$,可将第一个方程与第二个方程互换),

①$\times\left(-\dfrac{a_{21}}{a_{11}}\right)$+②,

得到 $\left(a_{22}-\dfrac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}\right)x_2=b_2-\dfrac{a_{21}b_1}{a_{11}}$。

即方程组可化为

$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1,③\\(a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12})x_2=a_{11}b_2-a_{21}b_1。④\end{cases}$

(2)如果 $a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}\neq 0$,

解方程④得到 $x_2=\dfrac{a_{11}b_2-a_{21}b_1}{a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}}$。⑤

(3)将⑤代入③,整理得到 $x_1=\dfrac{a_{22}b_1-a_{12}b_2}{a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}}$。

(4)输出结果 x_1,x_2。

如果 $a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}=0$,则从④可以看出,方程组无解或有无穷多组解。

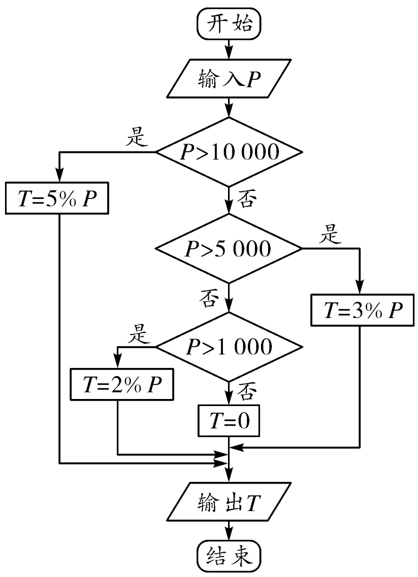
算法分析如下:
(1)计算 $D=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}$;
(2)如果 $D=0$,则原方程组无解或者有无穷多组解;否则 $(D\neq 0)$,$\begin{cases}x_1=\dfrac{b_1a_{22}-b_2a_{12}}{D},\\x_2=\dfrac{b_2a_{11}-b_1a_{21}}{D}。\end{cases}$
(3)输出计算的结果 x_1,x_2 或“方程组无解”或“方程组有无穷多组解”。

3. 刘徽割圆术的算法:
(1)S_1=圆内接正三角形的面积;
(2)$n=4$;
(3)S_2=圆内接正 n 边形的面积;
(4)若 $|S_2-S_1|$ 足够小,输出 S_2,退出;
(5)$n=n+1$;$S_1=S_2$;
(6)转到(3)。

§2 算法框图的基本结构及设计

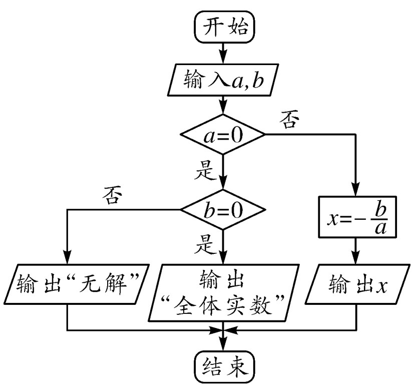
【练习】(课本第 88 页)

1. 算法略。算法框图如答图 29 所示。



答图 29

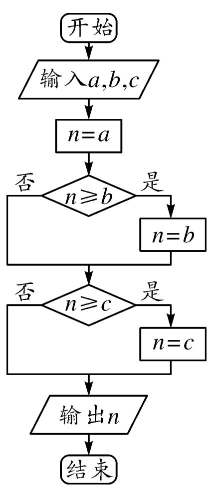
2. 算法略。算法框图如答图 30 所示。



答图 30

【练习 1】(课本第 91 页)

1. 算法略。算法框图如答图 31 所示。



答图 31

2. 输出 4。

3. 设变量 a,b,c,d 分别表示用餐的红、黄、蓝、绿色盘子的个数,变量p 表示金额,则这个问题的算法为:

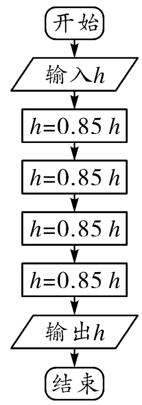
(1)输入 a,b,c,d;

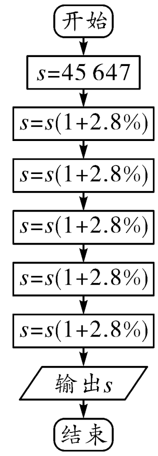
(2)$p=5a+8b+10c+12d$;

(3)输出 p。

【练习 2】(课本第 93 页)

1. 如答图 32 所示。





答图 32　　答图 33

2. 如答图 33 所示。

【练习 1】(课本第 97 页)

1. 算法如下:

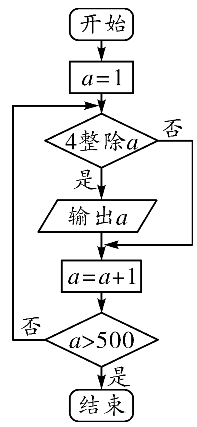
(1)$a=1$;

(2)若 4 整除 a,则输出 a,否则,执行(3);

(3)$a=a+1$;

(4)若 $a>500$,则算法结束,否则返回至(2)。

算法框图如答图 34 所示。



答图 34

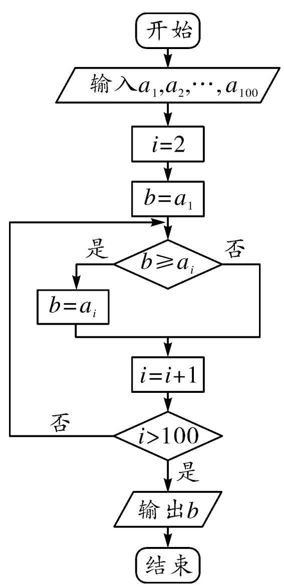
2. 循环体:$s=s+i$;

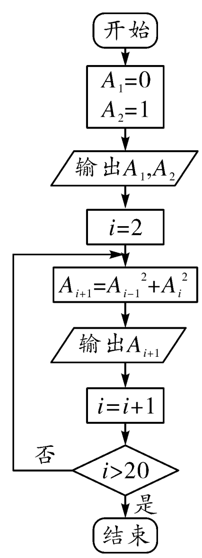
循环变量:i;

终止条件:$i>4$。

【练习 2】(课本第 101 页)

1. 算法略。算法框图如答图 35 所示。





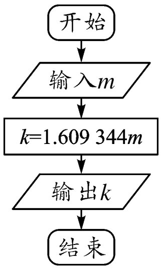
答图 35　　答图 36

2. 算法略,算法框图如答图 36 所示。

【习题 2-2】(课本第 101 页)

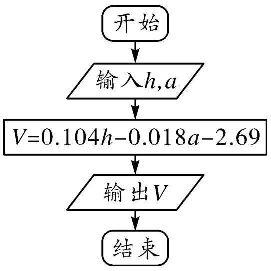
A 组

1. 如答图 37 所示。

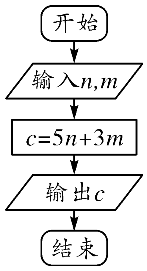


答图 37

2. 如答图 38 所示。



答图 38

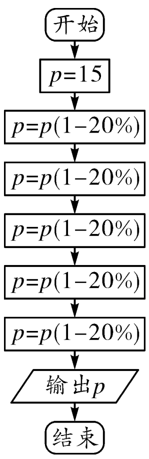


答图 39

3. 略。

4. 如答图 39 所示。

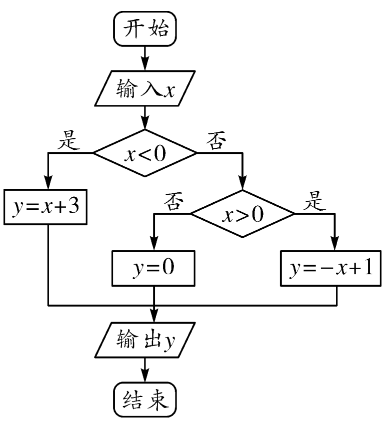
5. 如答图 40 所示。



答图 40

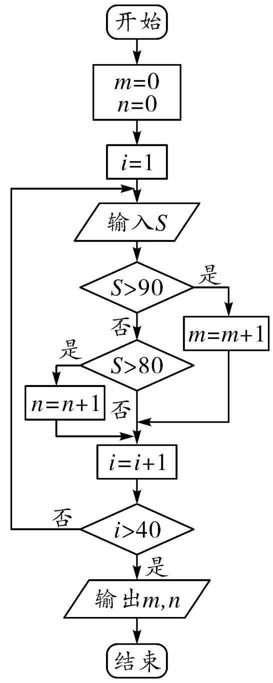
6. 函数为 $y=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2}x-5, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ \dfrac{\pi}{2}x+3, & x<0。\end{cases}$

7. 如答图 41 所示。



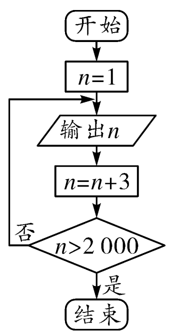
答图 41

8. 如答图 42 所示。



答图 42

9. 如答图 43 所示。

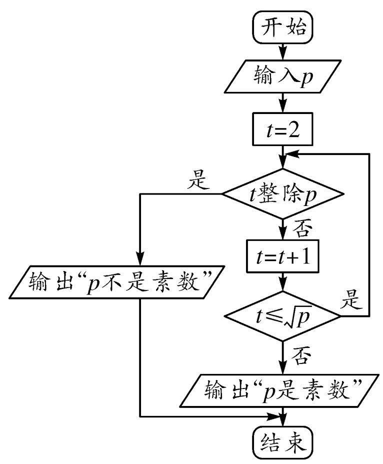


答图 43

B 组

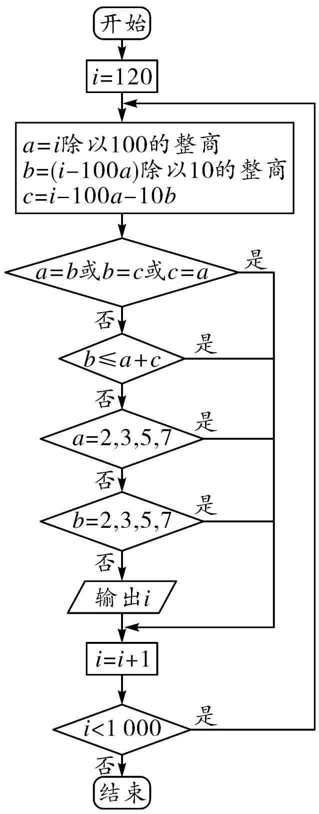
1. 算法的处理功能是求 100！的值。

2. 算法略。算法框图如答图 44 所示。



答图 44

3. 算法略。算法框图如答图 45 所示。



答图 45

§3 几种基本语句

【思考交流】(课本第 107 页)

输入年份 y;

$b=y$ Mod 4

$c=y$ Mod 100

$d=y$ Mod 400

If $b=0$ And $c\neq 0$ Then

输出"是闰年"

Else

If $d=0$ Then

输出"是闰年"

Else

输出"不是闰年"

End If

End If

【练习】(课本第 107 页)

1. 输入 x;

If $x<0$ Then

$y=\pi*x/2+3$

Else

If $x>0$ Then

$y=\pi*x/2-5$

Else

$y=0$

End If

End If

输出 y。

2. 用 a_1,x_1,y_1 分别表示 80 岁以上的老人用餐的人数,消费额,应付金额;

用 a_2,x_2,y_2 分别表示 70 岁以上的老人用餐的人数,消费额,应付金额;

用 a_3,x_3,y_3 分别表示 60 岁以上的老人用餐的人数,消费额,应付金额;

用 a_4,x_4,y_4 分别表示其余嘉宾用餐的人数,消费额,应付金额;

用 n 表示用餐者的年龄。

用复合 If 语句描述该算法为:

输入 n;

If $n<60$ Then

输入 a_4,x_4

$y_4=0.9*a_4*x_4$

输出 y_4

Else

If $n<70$ Then

输入 a_3,x_3

$y_3=0.6*a_3*x_3$

输出 y_3

Else

If $n<80$ Then

输入 a_2,x_2

$y_2=0.5*a_2*x_2$

输出 y_2

Else

输入 a_1,x_1

$y_1=0$

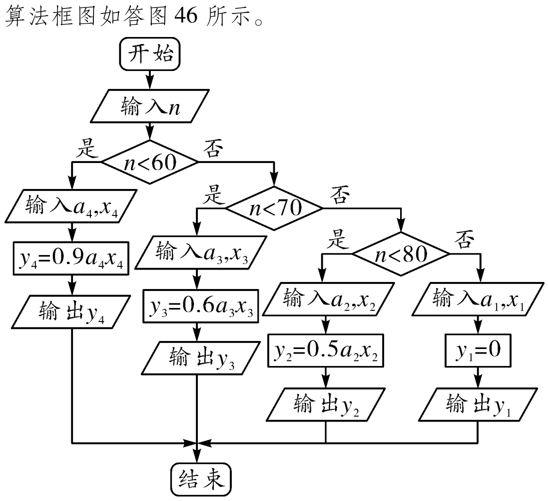
输出 y_1

End If

End If

End If

算法框图如答图 46 所示。



答图 46

【练习】(课本第 109 页)

1. 输入 p;

$t=1$

Do

$t=t+1$

Loop While t 不能整除 p 且 $t\leqslant$ Sqr(p)

If $t>$ Sqr(p) Then

输出"p 是素数"

Else

输出"p 不是素数"

End If

2. $m=0$

$n=0$

$l=0$

For $i=1$ To 40

```
    输入 s
    If  s≥85 Then
        m = m + 1
    Else
        If  s > 60  Then
            n = n + 1
        Else
            l = l + 1
        End If
    End If
Next
输出 m,n,l。
```

【习题 2－3】(课本第 110 页)

A 组

1. 算法如下:

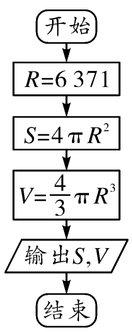
$R=6\ 371$;

$S=4\pi R^2$;

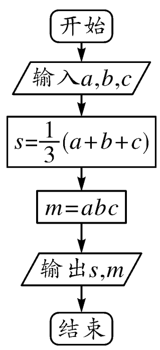
$V=\frac{4}{3}\pi R^3$;

输出 S,V。

算法框图如答图 47 所示。



答图 47



答图 48

2. 算法框图如答图 48 所示,算法语句如下:

输入 a,b,c;

$s=\frac{1}{3}(a+b+c)$;

$m=abc$;

输出 s,m。

3. 算法语句如下:

```
输入 a1,a2,…,a20;
a = 0
b = 0
c = 0
For  i = 1 To 20
    If  a(i) > 0  Then
        a = a + 1
    Else
        If  a(i) = 0  Then
            b = b + 1
        Else
            c = c + 1
        End If
    End If
Next
输出 a,b,c。
```

4. 算法语句如下:

```
输入 t;
If  t < 30 Then
    s = 0.1 * t
Else
    s = 0.2 * t - 3
End If
输出 s。
```

5. 输入 a,b,c;

If $a>0$ And $b>0$ And $c>0$ And $a+b>c$ And $a+c>b$ And $b+c>a$ Then

```
    l = 0.5 * (a + b + c)
    x = l * (l - a) * (l - b) * (l - c)
    s = Sqr(x)
Else
    输出"输入错误"
End If
输出 s。
```

6.
```
For n = 1 To 900
    If n Mod 3 = 0  And n Mod 5 = 1  Then
        输出 n
    End If
Next
```

7. 设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的系数分别为 a,b,c。用基本语句描述:

```
输入 a,b,c;
h = b^2 - 4ac
If  h < 0  Then
    输出"方程无实数根"
Else
    If  h = 0  Then
        x = (-b)/(2 * a)
        输出 x
    Else
        m = Sqr(h)
        x1 = (-b + m)/(2 * a)
        x2 = (-b - m)/(2 * a)
        输出 x1,x2
    End If
End If
```

8. 略。

B 组

1. (1)输入 x;

(2)依次判断 $2,3,\cdots,x-1$ 是否整除 x,如果整除 x,则输出"x 不是素数";否则输出"x 是素数"。

用基本语句描述:

```
输入一个自然数 x
For i = 2 To x - 1
    If  i 整除 x  Then
        输出"x 不是素数"
    Else
        输出"x"是素数
    End If
Next
```

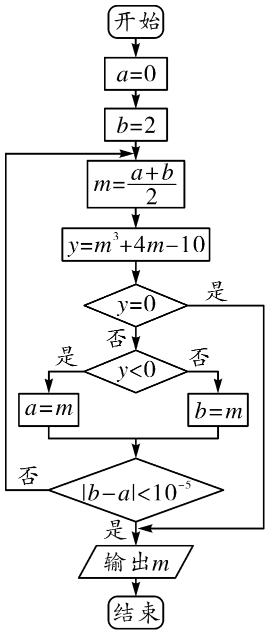
2.
```
For i = 100 To 999
    c = i Mod 10
    b = Int(i/10) Mod 10
    a = Int(i/100)
    If a^3 + b^3 + c^3 = i Then
        输出 i
```

End If
Next

【复习题二】(课本第115页)

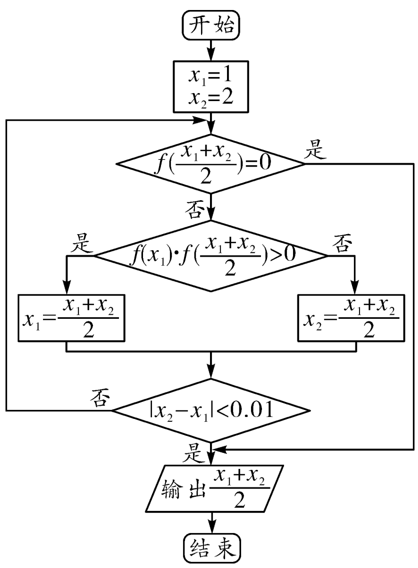
A 组

1. 算法框图如答图49所示。



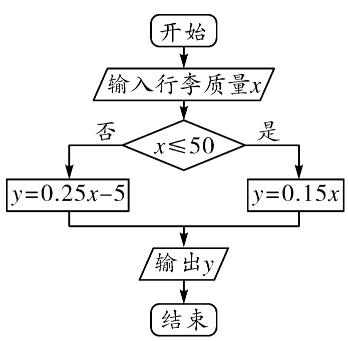
答图49

2. 本题求函数 $f(x)=2^x$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处的近似值,即为方程 $x^2-2=0$ 的正近似根,算法框图如答图50所示。



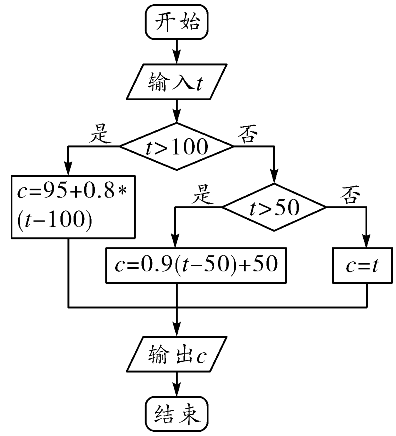
答图50

3. 算法框图如答图51所示。



答图51

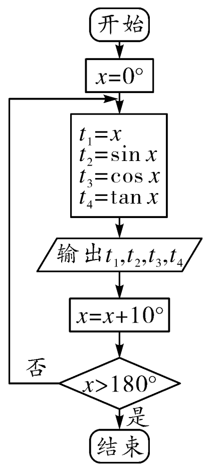
4. 如答图52所示。



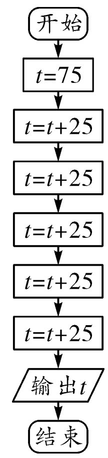
答图52

5. 略。

6. 如答图53所示。



答图53



答图54

7. 如答图54所示。

B 组

在小学,我们学过求两个正整数的最大公因数的方法:先用两个数公有的质因数连续去除,一直除到所得的商是互质数为止,然后把所有的除数连乘起来。当两个数公有的质因数较大时,(如8 251与6 105),使用上述方法求最大公因数就比较困难。下面我们介绍一种古老而有效的算法——辗转相除法。这种算法是由欧几里得首先提出的,因而又叫欧几里得算法。

例如,用辗转相除法求8 251与6 105的最大公因数,我们可以考虑用两数中较大的数除以较小的数,求得商和余数:$8\ 251=6\ 105\times1+2\ 146$。由此可得,6 105与2 146的公因数也是8 251与6 105的公因数。

对6 105与2 146重复上述步骤:$6\ 105=2\ 146\times2+1\ 813$。

同理2 146与1 813的最大公因数也是6 105与2 146的最大公因数。再次重复上述步骤:$2\ 146=1\ 813\times1+333$;$1\ 813=333\times5+148$;$333=148\times2+37$;$148=37\times4$。

最后的除数37是148和37的最大公因数,也就是8 251和6 105的最大公因数。

这就是辗转相除法。由除数的性质可以知道,对于任意两个正整数,上述除法步骤总可以在有限步之后完成,从而总可以用辗转相除法求出最大公因数。

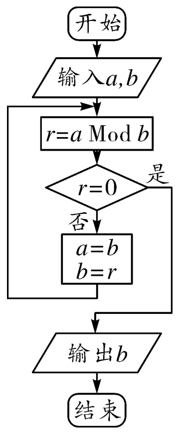
我们先来分析一下辗转相除法的过程。由上面的例子可以看出,辗转相除法的基本步骤是用较大的数(用变量 a 表示)除以较小的数(用变量 b 表示),得到除式 $a=bq+r(0\leqslant r<b)$。

由于这是一个反复执行的步骤,且执行次数由余数 r 是否

等于0决定,所以我们可以把它看作一个循环体,用循环结构来实现算法。

下面,我们用算法框图把这个循环结构表示出来(如答图55所示)。基本语句如下:

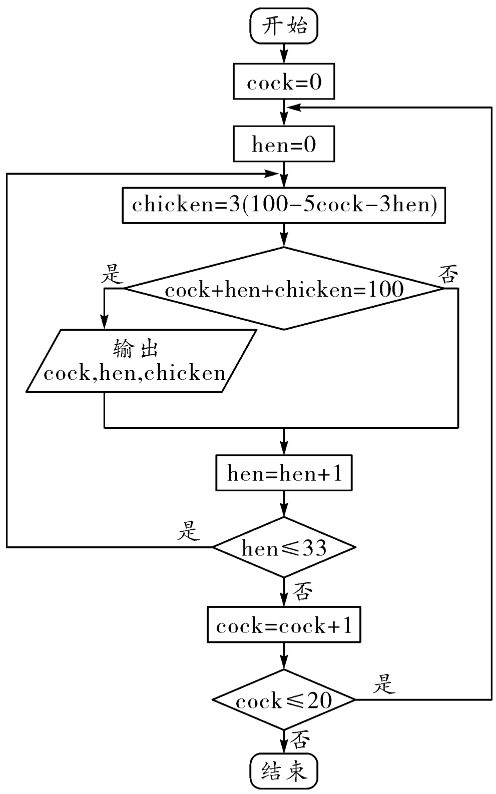
```
输入 a ,b;
Do
  r = a   Mod   b
  a = b
  b = r
Loop While   r≠0
输出 b。
```



答图 55

C 组

1. 算法略。算法框图如答图56所示。



答图 56

2. 略。

第三章 概率

§1 随机事件的概率

【思考交流】(课本第120页)

随着试验次数的增加,出现"钉尖朝上"的频率会呈现出稳定性,即频率在一个"常数"附近摆动,摆动的幅度具有越来越小的趋势。

【练习】(课本第123页)

1. "明天股票升值""掷一粒骰子,向上的点数为6"等。

2. 从教材上的频率图估计概率约为0.6。

3. 略。

【思考交流】(课本第123页)

(1)"今天北京的降水概率是60%"是指今天北京的降水可能性是60%,"上海的降水概率是70%"是指上海的降水可能性是70%。有可能北京今天降雨了,而上海没有降雨,因为降水机会是一个随机事件,而随机事件在一定条件下可能发生,也可能不发生。

(2)"百年一遇"是指发生的可能性小。

【思考交流】(课本第124页)

不是。因为抛掷一枚硬币,"正面向上"和"反面向上"的概率都是0.5,是指通过多次重复抛掷硬币,统计出抛掷的总次数与出现"正面向上"的次数,进而计算出它的频率后发现:频率值在0.5左右摆动且具有稳定性,于是称其概率为0.5,它在本质上只是识别抛掷一枚硬币时出现"正面向上"或"反面向上"的可能性均为0.5,并不能根据上次结果而断定下次结果。事实上,根据事件发生的随机性可知:连续抛10次硬币,这10次都是正面向上也是有可能的。

【练习1】(课本第125页)

不相同。

(1)略。(2)略。

(3)进行大量重复试验。

(4)理论上可算得"两枚硬币都是正面朝上""恰好一枚硬币正面朝上""两枚硬币都是正面朝下"的概率分别为$\frac{1}{4}$,$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{4}$。

【练习2】(课本第128页)

1. 足球比赛中某球队获胜,公共汽车在一个站至少上5位乘客等。

2. 买1 000张和买10 000张都不一定中奖,这10万张彩票里共有100张中奖彩票,买1 000张中奖是一个随机事件,有可能1 000张彩票都没有中奖,有可能1 000张彩票里有1张中奖,有可能1 000张彩票里有2张中奖……但平均来说,每1 000张彩票里有1张中奖;买10 000张彩票的情况类似,平均来说,每10 000张彩票里有10张中奖,买10 000张彩票中奖的可能性比买1 000张中奖的可能性大。

3. 选第一粒骰子。因为第一粒骰子投出"向上的点数是6"的概率为0.156,大于第二粒骰子投出"向上的点数是6"的概率约为0.146。

【习题3-1】(课本第129页)

A 组

1. 略。

2. 在一年时间里,一部汽车的挡风玻璃破碎的概率近似为0.03。

3. 根据这2 000次抛掷的结果,对出现"正面朝上"的概率近似估计为0.702。

B 组

(1)11种。(2)略。(3)略。

(4)进行大量重复试验。

(5)理论上可算出出现"点数和为4""点数和为7""点数和为10"的概率分别为$\frac{1}{12}$,$\frac{1}{6}$,$\frac{1}{12}$。

§2 古典概型

【思考交流】(课本第131页)

(1)不可以用古典概型来表述,因为试验的所有可能结果不是有限个;

(2)不可以用古典概型来表述,因为每一个试验结果出现的可能性不相同。

【练习】(课本第134页)

1. 不相同。出现"2次正面"和"2次反面"的可能性相同,都为$\frac{1}{4}$,出现"1次正面,1次反面"的可能性为$\frac{1}{2}$,是它们的2倍。

2. (1)$P(8)=\frac{1}{8}$。(2)$P(3\text{ 或 }8)=\frac{1}{4}$。

(3)$P(\text{不是 }8)=\frac{7}{8}$。(4)$P(\text{奇})=\frac{1}{2}$。

(5)P(偶)$=\frac{1}{2}$。(6)P(24 的约数)$=\frac{3}{4}$。

(7)P(3 的倍数)$=\frac{1}{4}$。(8)P(不小于 3 的数)$=\frac{3}{4}$。

3. 列举法列出结果略。

(1)$P(x+y=5)=\frac{1}{4}$。

(2)$P(x<3$ 且 $y>1)=\frac{3}{8}$。

(3)$P(xy=4)=\frac{3}{16}$。(4)$P(x=y)=\frac{1}{4}$。

4. (1)$\frac{1}{2}$;(2)$\frac{1}{2}$;(3)$\frac{7}{16}$;(4)$\frac{9}{16}$。

【思考交流】(课本第 137 页)

第 $k(k=1,3,4)$ 个人摸到白球的概率都是$\frac{1}{2}$,说明先摸后摸概率一样。就是说概率与先后顺序无关。

【练习】(课本第 138 页)

1. (1)方法一:"这张牌是 A"有 4 种结果,因此 P(这张牌是 A)$=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}\approx 0.077$;

方法二:可以只考虑牌的点数,共有 A,2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K 这 13 个可能结果,每一个结果的出现是等可能的,因此P(这张牌是 A)$=\frac{1}{13}\approx 0.077$。

(2)P(这张牌是 K,Q 或 J)$=\frac{3}{13}\approx 0.231$,同(1),可考虑两种解法。

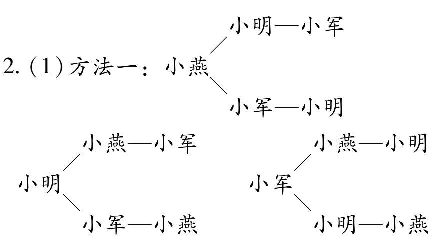
(3)P(这张牌是红色 A)$=\frac{1}{26}\approx 0.038$。

(4)方法一:"这张牌是梅花"有 13 种结果,因此 P(这张牌是梅花)$=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}=0.25$;

方法二:可以只考虑牌的花色,共有梅花、方块、红心、黑桃这 4 个结果。每一个结果的出现是等可能的,因此 P(这张牌是梅花)$=\frac{1}{4}=0.25$。

(5)P(这张牌是黑色牌)$=\frac{1}{2}=0.5$,同(4),可考虑两种解法。

2. (1)方法一:



答图 57

如答图 57 所示,用画树状图的方法列出所有可能结果,共有 6 种可能结果,"小燕比小明先到校"的结果有 3 种,因此 P(小燕比小明先到校)$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$;

方法二:只考虑小燕和小明的顺序,则只有 2 种可能结果:小燕比小明先到校和小明比小燕先到校,这 2 种结果的出现是等可能的,故"小燕比小明先到校"的概率为$\frac{1}{2}$。

(2)$\frac{1}{6}$。

【思考交流】(课本第 139 页)

(1)例 3 的(2)中,$A+B$ 表示"总质量为 7.5 kg 或超过 10 kg";

例 3 的(3)中,$A+B$ 表示"总质量为题中可取的任意值"。

(2)完整的表格如下:

	(1)	(2)	(3)
$P(A)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
$P(B)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
$P(A)+P(B)$	$\frac{3}{16}$	$\frac{7}{8}$	1
$P(A+B)$	$\frac{3}{16}$	$\frac{7}{8}$	1

由表可知 $P(A+B)=P(A)+P(B)$。

【练习 1】(课本第 143 页)

1. (1)$\overline{A}$ 指"向上的点数小于 5"。

(2)$\overline{A}$ 的对立事件是事件 A"向上的点数至少为 5"。

2. (1)A 与 B 是互斥事件,但不是对立事件,$\overline{A}$ 为这张牌不是红心,$\overline{B}$ 为"这张牌不是方块"。

(2)A 与 B 不是互斥事件。

(3)A 与 B 是互斥事件,也互为对立事件。

(4)A 与 B 不是互斥事件。

(5)A 与 B 是互斥事件,也互为对立事件。

(6)A 与 B 是互斥事件,但不是对立事件。$\overline{A}$ 为"这张牌不是牌面为 2,3,4,5,6,7 之一的一张方块",$\overline{B}$ 为"这张牌不是牌面为 8,9,10,J,Q,K,A 之一的一张方块"。

3. 不能正常使用的概率是 $1-0.994=0.006$。

4. 总人数为 $16+10+20+13+12+9+7=87$(人),只属于 1 个协会的成员有 $16+10+20=46$(人),用 A 表示事件"选取的成员只属于 1 个协会",则 $\overline{A}$ 就表示"选取的成员属于不止 1 个协会",利用 $P(\overline{A})=1-P(A)$ 得 $P(\overline{A})=1-\frac{46}{87}=\frac{41}{87}\approx 0.47$,故随机选取 1 个成员,他属于不止 1 个协会的概率约为 0.47。

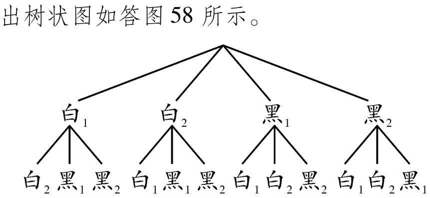
【练习 2】(课本第 147 页)

1. (1)P(①)$=\frac{1}{5}$。

(2)P(③或④)$=\frac{2}{5}$。

(3)P(非⑤)$=1-P$(⑤)$=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$。

2. 画出树状图如答图 58 所示。



答图 58

由图可知,共有 12 种情况:(白$_1$,白$_2$),(白$_1$,黑$_1$),(白$_1$,黑$_2$),(白$_2$,白$_1$),(白$_2$,黑$_1$),(白$_2$,黑$_2$),(黑$_1$,白$_1$),(黑$_1$,白$_2$),(黑$_1$,黑$_2$),(黑$_2$,白$_1$),(黑$_2$,白$_2$),(黑$_2$,黑$_1$)。

(1)满足条件的有 4 种,概率为$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$。

(2)满足条件的有 8 种,概率为$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$。

(3)满足条件的有 10 种,概率为$\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$。

【习题 3-2】(课本第 147 页)

A 组

1. 假设箱子中白球的个数为 m,因为红球总重 3 kg,白球总

重 1 kg，并且每个球除颜色外完全相同，因此红球的个数为 $3m$，从箱子中任取 1 球，取到红球的概率 P(红球) $=\frac{3m}{3m+m}=\frac{3}{4}=0.75$。

2.(1)所有可能结果数为 85，用 A 表示事件“选取的学生是不超过 20 岁的男生”，A 的结果有 15 种，因此 $P(A)=\frac{15}{85}=\frac{3}{17}\approx0.18$。

(2)用 B 表示事件“选取的学生是男生”，则 B 的结果有 45 种，因此 $P(B)=\frac{45}{85}=\frac{9}{17}\approx0.53$。

(3)用 C 表示事件“选取的学生不超过 20 岁”，则 C 的结果有 35 种，因此 $P(C)=\frac{35}{85}=\frac{7}{17}\approx0.41$。

(4)用 D 表示事件“选取的学生是女生或超过 20 岁的男生”，选取的学生是女生的结果有 40 种，选取的学生是年龄超过 20 岁的男生的结果有 30 种，因此 D 的结果有 70 种，$P(D)=\frac{70}{85}=\frac{14}{17}\approx0.82$。

3.(1)设一对骰子的颜色分别为白色和红色。

红骰子 \ 白骰子	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

共有 36 种结果。

(2)从表中可以看出，掷一对均匀的骰子的点数之和所有可能结果有 36 种。

点数和 红骰子 \ 白骰子	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

两个骰子向上的点数之和可以是 2,3,4,…,12 中的任何一个整数。其中点数和为 2,12 的结果各有 1 种，点数和为 3,11 的结果各有 2 种，点数和为 4,10 的结果各有 3 种，点数和为 5,9 的结果各有 4 种，点数和为 6,8 的结果各有 5 种，点数和为 7 的结果有 6 种。因此出现“点数和为 7”的可能性最大，其概率 P(点数和为 7) $=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}\approx0.167$。

(3)(ⅰ)“点数和不大于 7”即点数和为 2,3,4,5,6,7 之一，其所有结果共有 $1+2+3+4+5+6$，即 21 种，因此 P(点数和不大于 7) $=\frac{21}{36}=\frac{7}{12}\approx0.583$。

(ⅱ)“点数和大于 7”即点数和为 8,9,10,11,12 之一，从表中可以看出“点数和大于 7”的所有结果共有 $5+4+3+2+1$，即 15 种，因此 P(点数和大于 7) $=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}\approx0.417$。

(ⅲ)“点数和为 6 或 7”的所有结果共有 $5+6$，即 11 种，因此 P(点数和为 6 或 7) $=\frac{11}{36}\approx0.306$。

(ⅳ)“点数和不小于 6”即点数和为 6,7,8,9,10,11,12 之一，从表中可以看出“点数和不小于 6”的所有结果共有 $5+6+5+4+3+2+1$，即 26 种，因此 P(点数和不小于 6) $=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}\approx0.722$。

学了对立事件以后，可利用 P(点数和不小于 6) $=1-P$(点数和小于 6)来计算。

(ⅴ)“点数和是奇数”即点数和为 3,5,7,9,11 之一，其结果共有 $2+4+6+4+2$，即 18 种，因此 P(点数和是奇数) $=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}=0.5$。

(ⅵ)“点数和是偶数”即点数和为 2,4,6,8,10,12 之一，其结果共有 $1+3+5+5+3+1$，即 18 种，因此 P(点数和是偶数) $=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}=0.5$。

学了对立事件以后，可利用 P(点数和是偶数) $=1-P$(点数和是奇数)来计算。

(ⅶ)“点数和等于 3 的倍数”即点数和为 3,6,9,12 之一，其结果共有 $2+5+4+1$，即 12 种，因此 P(点数和等于 3 的倍数) $=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}\approx0.33$。

4.(1)所有可能结果数为 15，用 A 表示事件“取到第二小组的 1 名成员”，A 的结果有 5 种，因此 $P(A)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}\approx0.33$。

(2)用 B 表示事件“取到 1 名男生”，B 的结果有 9 种，因此 $P(B)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}=0.6$。

(3)方法一：用 C 表示事件“取到的不是第三小组的成员”，C 的结果有 10 种，

因此 $P(C)=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}\approx0.67$；

方法二：用 C 表示事件“取到的不是第三小组的成员”，则 $\overline{C}$ 就表示“取到的是第三小组的成员”，$\overline{C}$ 的结果有 5 种，$P(C)=1-P(\overline{C})=1-\frac{5}{15}=\frac{2}{3}\approx0.67$。

5.若一年是 365 天，则 1 月、3 月、5 月、7 月、8 月、10 月、12 月是 31 天，4 月、6 月、9 月、11 月是 30 天，2 月是 28 天。

(1)$\frac{1}{365}\approx0.003$。

(2)11 月有 30 天，“他的生日是在 11 月”有 30 种结果，因此 P(他的生日是在 11 月) $=\frac{30}{365}=\frac{6}{73}\approx0.082$。

(3)1 月 15 日和 2 月 15 日之间(不包括 1 月 15 日和 2 月 15 日)有 30 天，他的生日是在 1 月 15 日和 2 月 15 日之间的概率是 $\frac{30}{365}=\frac{6}{73}$，约为 0.082。

(4)这一年的前 3 个月有 90 天，他的生日在这一年的前 3 个月的概率是 $\frac{90}{365}=\frac{18}{73}$，约为 0.247。

(5)他的生日不是4月15日,则他的生日有364种可能结果,因此他的生日不是4月15日的概率是$\frac{364}{365}$,约为0.997;也可利用P(他的生日不是4月15日)$=1-P$(他的生日是4月15日)来计算。

(6)方法一:他的生日不在7月,则他的生日有334种可能结果,因此他的生日不在7月的概率是$\frac{334}{365}$,约为0.915;

方法二:用A表示事件"他的生日在7月",则$\overline{A}$就表示"他的生日不在7月",$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{31}{365}=\frac{334}{365}\approx0.915$。

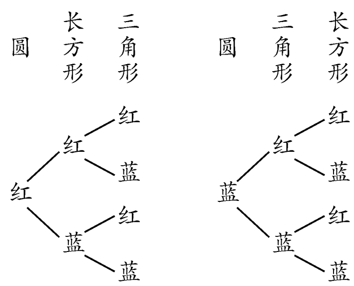
6. 如下表:

	1	3	5	7	9
1	(1,1)	(1,3)	(1,5)	(1,7)	(1,9)
4	(4,1)	(4,3)	(4,5)	(4,7)	(4,9)
9	(9,1)	(9,3)	(9,5)	(9,7)	(9,9)

和 \ 甲盒子里的卡片 / 乙盒子里的卡片	1	3	5	7	9
1	2	4	6	8	10
4	5	7	9	11	13
9	10	12	14	16	18

通过列表可以列举出从两个盒子中各随机地取出1张卡片的所有结果,共有15种可能结果,"2张卡片上的数字之和能被3整除"的结果有4种,其概率是$\frac{4}{15}$,约为0.27。

7. (1)所有可能结果有8种,其树状图如答图59所示。



答图59

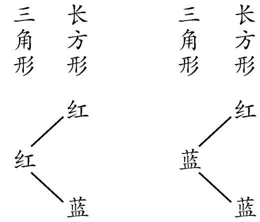
(2)(ⅰ)"三个图形都被涂上红色"只有1种结果,因此其概率为$\frac{1}{8}=0.125$。

(ⅱ)方法一:"圆被涂上红色"的结果有4种,因此P(圆被涂上红色)$=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=0.5$;

方法二:只考虑圆着色的情况,有两种可能结果:圆被涂上红色和圆被涂上蓝色,这两种结果出现的可能性是相同的,因此P(圆被涂上红色)$=\frac{1}{2}=0.5$。

(ⅲ)方法一:用A表示事件"三角形和长方形被涂上不同的颜色",从树状图可以看出,A的结果有4种,因此$P(A)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=0.5$。

方法二:只考虑三角形和长方形着色的情况,有4种可能结果,如答图60所示。



答图60

并且这4种结果出现的可能性是相同的,用A表示事件"三角形和长方形被涂上不同的颜色",则A有2种结果,因此$P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0.5$。

(ⅳ)用B表示事件"三个图形的颜色都相同",则$\overline{B}$就表示"三个图形的颜色不全相同"。B有2种结果,因此$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{2}{8}=\frac{3}{4}=0.75$。

8. (1)方法一:红色牌共有26张,因此P(这张牌是红色)$=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}=0.5$;

方法二:只考虑牌的颜色,有两种结果:牌是红色和牌是黑色,这两种结果的出现是等可能的,因此随机选取的一张牌是红色的概率为$\frac{1}{2}$。

(2)"这张牌是黑色A"有2种可能结果,因此P(这张牌是黑色A)$=\frac{2}{52}=\frac{1}{26}\approx0.04$。

(3)"这张牌是黑色K,黑色Q或黑色J"有6种可能结果,因此P(这张牌是黑色K,黑色Q或黑色J)$=\frac{6}{52}=\frac{3}{26}\approx0.12$。

(4)用A表示事件"这张牌牌面是5的倍数且是红色",A有4种可能结果,因此$P(A)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}\approx0.08$。

(5)方法一:"这张牌不是方块"有39种可能结果,因此P(这张牌不是方块)$=\frac{39}{52}=\frac{3}{4}=0.75$;

方法二:用B表示事件"这张牌是方块",则$\overline{B}$就表示"这张牌不是方块",B有13种可能结果,因此$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{13}{52}=\frac{3}{4}=0.75$;

方法三:只考虑牌的花色,有4种可能结果:梅花,方块,红心,黑桃。这4种结果出现的可能性是相等的,这张牌不是方块的结果有3种,因此P(这张牌不是方块)$=\frac{3}{4}=0.75$。

方法四:用B表示事件"这张牌是方块",则$\overline{B}$就表示"这张牌不是方块",只考虑牌的花色,有4种可能结果:梅花,方块,红心,黑桃。这4种结果出现的可能性是相等的,$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=0.75$。

9. (1)用A表示年降水量在$[200,250)$(mm)范围内,B表示年降水量在$[250,300]$(mm)范围内,则A,B是互斥事件,并且$A+B$就表示年降水量在$[200,300]$(mm)范围内,由互斥事件的概率加法公式,得$P(A+B)=P(A)+P(B)=0.13+0.12=0.25$。

(2)用C表示年降水量在$[100,150)$(mm)范围内,D表示年降水量在$[150,200)$(mm)范围内,E表示年降水量在$[200,250)$(mm)范围内,则C,D,E中任意两个都是互斥事件,并且$C+D+E$就表示年降水量在$[100,250)$(mm)范围内,由互斥事件的概率加法公式,得$P(C+D+E)=P(C)+P(D)+P(E)=0.21+0.16+0.13=0.50$。

10. (1)总人数为49,随机选取的1名成员属于不止1支球队的概率是$\frac{2+2+3}{49}=\frac{1}{7}$,约为0.14。

(2)用A表示事件"选取的成员属于3支球队",则$\overline{A}$就表示"选取的成员属于不超过2支球队",因此$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{2}{49}=\frac{47}{49}\approx0.96$。

11. 列表如下:

第一次抽取 \ 第二次抽取	红	白$_1$	白$_2$
红	(红,红)	(红,白$_1$)	(红,白$_2$)
白$_1$	(白$_1$,红)	(白$_1$,白$_1$)	(白$_1$,白$_2$)
白$_2$	(白$_2$,红)	(白$_2$,白$_1$)	(白$_2$,白$_2$)

从表中可看出所有可能结果共有9种。

(1)"取出的2个球都是白球"的结果有4种,故取出的2个球都是白球的概率是$\frac{4}{9}$。

(2)"第一次取出白球,第二次取出红球"的结果有2种,故第一次取出白球,第二次取出红球的概率是$\frac{2}{9}$。

(3)"取出的2个球是1红1白"的结果有4种,故取出的2个球是1红1白的概率是$\frac{4}{9}$。

(4)用A表示"取出的2个球都是红球",则$\overline{A}$就表示"取出的2个球中至少有1个白球",A的结果只有1种,因此$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$。

B组

1. (1)只考虑第k个人摸球的情况,他可能摸到这$m+n$个球中的任何一个,这$m+n$种结果出现的可能性是相同的,第k个人摸到白球的结果有m种,因此"第k个人摸到白球"的概率为$\frac{m}{m+n}$。

(2)$\frac{m}{m+n}$。

2. (1)只考虑小燕和小明到校的顺序,则只有2种可能结果:小燕比小明先到校和小明比小燕先到校,这2种结果的出现是等可能的,故"小燕比小明先到校"的概率为0.5。

(2)同理,只考虑小军、小燕和小明到校的顺序,用树状图列出三人到校先后的所有可能结果,共有6种可能结果。小燕比小明先到校,小明又比小军先到校的结果只有1种,因此"小燕比小明先到校,小明又比小军先到校"的概率是$\frac{1}{6}$,约为0.167。

3. 把5把钥匙分别编号为1,2,3,4,5,因为没有打开时允许交换两把钥匙的顺序再试一次,所以不考虑两把钥匙的顺序,用{2,4}表示"取出的是2号和4号钥匙",则所有可能结果可列举如下:{1,2},{1,3},{1,4},{1,5},{2,3},{2,4},{2,5},{3,4},{3,5},{4,5}。

共有10种可能结果,用A表示事件"取出的两把钥匙恰好能打开房门",则$\overline{A}$就表示"取出的两把钥匙不能打开房门"。A只有1种结果,因此他不能打开房门的概率$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}=0.9$。

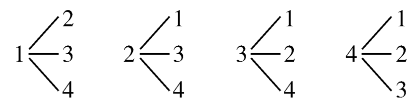
4. 只考虑周六由谁来值班,周六可由甲、乙、丙中的任何一人来值班,并且这三种结果出现的可能性是相同的,因此周六由乙值班的概率是$\frac{1}{3}$。

5. (1)把4张债券分别编号为1,2,3,4,其中3,4号是中奖债券,用(2,3)表示"第一次取出2号债券,第二次取出3号债券",所有可能结果如下表:

第一次抽取 \ 第二次抽取	1	2	3	4
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

所有可能结果数为16,并且这16种结果出现的可能性是相同的,该试验属于古典概型。用A表示"取出的2张都是中奖债券",A的结果有4种,因此$P(A)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}=0.25$。

(2)方法一:无放回地从债券中任取2张,每次取出1张,所有可能结果如答图61所示。



答图61

所有可能结果数为12,并且这12种结果出现的可能性是相同的,试验属于古典概型,用B表示"取出的2张都是中奖债券"。B的结果有2种,因此$P(B)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}\approx0.167$。

方法二:不考虑抽取顺序,用{2,3}表示"取出的2张是2号和3号",则所有可能结果可列举如下:

{1,2},{1,3},{1,4},{2,3},{2,4},{3,4}。

试验的所有可能结果数为6,并且每一种结果出现的可能性是相同的,这也是一个古典概型。事件B"取出的2张都是中奖债券"的结果只有1种,因此$P(B)=\frac{1}{6}\approx0.167$。

(3)用C表示"有放回地从债券中任取2次,取出的2张都不是中奖债券",则$\overline{C}$就表示"有放回地从债券中任取2次,取出的2张中至少有1张是中奖债券",从(1)中列出的表可以看出,C的结果有4种,因此$P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{4}{16}=\frac{3}{4}=0.75$。

(4)用D表示"无放回地从债券中任取2次,取出的2张都不是中奖债券",则$\overline{D}$就表示"无放回地从债券中任取2次,取出的2张中至少有1张是中奖债券"。

方法一:同(2)方法一建立模型,从树状图可以看出,D的结果有2种,因此$P(\overline{D})=1-P(D)=1-\frac{2}{12}=\frac{5}{6}\approx0.833$。

方法二:同(2)方法二建立模型,从列举的所有可能结果可以看出,D的结果只有1种,因此$P(\overline{D})=1-P(D)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\approx0.833$。

§3 模拟方法——概率的应用

【思考交流】(课本第152页)

(1)"晚报在晚餐开始之前被送到"的概率变小了。

(2)概率的估计值与结论比较吻合。

【练习】(课本第153页)

1. 因为抛掷一枚硬币有两个等可能的结果:正面朝上和反

面朝上,所以,如果一个随机试验只有两个等可能的结果,就可以用抛掷一枚硬币来模拟,比如甲、乙两人抓阄决定一件奖品的归属,只有甲中奖和乙中奖这两个等可能的结果,因此可以用抛掷一枚硬币来模拟。

2. 对于第一个转盘,可以在随机数表中去掉0,5,6,7,8,9,用1,2,3,4分别代表转动转盘指针指向转盘的编号为1,2,3,4的部分,在随机数表中随机选择一个开始数,顺次往后,每次产生一个随机数就完成一次模拟。

对于第二个转盘,编号为2的部分的面积与编号为1的部分的面积之比为165∶15=11∶1。可以在随机数表中考虑相邻的两个数字,这样产生的随机数为00,01,02,…,99。在产生的两位随机数中去掉12,13,…,99,用00代表转动转盘指针指向转盘的编号为1的部分,用01,02,…,11这11个数代表转动转盘指针指向转盘的编号为2的部分。在随机数表中随机选择一个数,顺次往后,每次产生一个两位随机数就完成一次模拟。用模拟方法估计概率,每个人的模拟结果可能是互不相同的。

【习题3-3】(课本第153页)

A组

1. 6个人中至少有2个人的生日在同一个月的概率约为0.78。

方法一:在口袋里装入编号为1,2,…,12的12个球,这12个球除编号外完全相同,有放回地从中连续摸取6次就完成一次模拟(摸出的6个球的编号分别代表6个人的生日所在的月份)。

方法二:在随机数表中考虑相邻的两个数字,这样产生的随机数为00,01,02,…,99,在产生的两位随机数中去掉00,13,14,…,99,用01,02,…,11,12分别代表12个月,每产生一个这样的随机数就表示得到了一个人的生日所在的月份。在随机数表中随机选择一个开始数,顺次往后,每产生6个这样的两位随机数就完成一次模拟。

2. 这三条线段能构成三角形的概率为0.25,在随机数表中随机选择一个开始数,每次往后顺次选取3个数字,比如选取的是256,则用它表示0.256。产生两个这样的小数,比如产生的是0.256和0.505,就可算得三条线段的长度分别为0.256,0.249,0.495。这样就完成一次模拟。可以利用几何概型来计算这三条线段能构成三角形的概率。

B组

1. 至少4个献血者的血型是O型的概率约为0.73。因为通常45%的人的血型是O型,因此可以在随机数表中考虑相邻的两个数字,用00,01,02,…,44这45个数代表血型是O型。每产生一个两位随机数就代表观察并记录一位献血者的血型。在随机数表中随机选择一个开始数,顺次往后,每次选取两位,产生10个随机数就完成一次模拟。

2. 区域A,B,C的面积分别为$5\pi,3\pi,\pi$。向圆形镖靶内投掷一枚飞镖,如果圆形镖靶上任意一点被投到的可能性都相同,则飞镖落在区域A,B,C内的概率分别为$\frac{5}{9},\frac{3}{9},\frac{1}{9}$(这里利用了几何概型的概率计算公式)。因此可以在随机数表中去掉0,用1代表飞镖落在区域C内,2,3,4代表飞镖落在区域B内,5,6,7,8,9代表飞镖落在区域A内。再在表中随机选择一个开始数,顺次往后,产生3个随机数就算完成1次模拟。

(1)恰好有2枚飞镖落在环形区域B内的概率是$\frac{2}{9}$,约为0.22。

(2)恰好有1枚飞镖落在圆形区域C内的概率是$\frac{64}{243}$,约为0.26。

3. 直线$x=5$,$y=e^5$,x轴,y轴围成所求区域,直线$x=5$,$y=5$,x轴,y轴围成一个矩形,用计算机产生随机数模拟向这个矩形中随机投点的试验。由计算机产生两列随机数,一列随机数在0~5之间,另一列随机数在0~e^5之间,它们分别表示随机点(x,y)的横纵坐标。如果一个点(x,y)满足$y\leqslant e^x$,就表示这个点落在所求区域内,统计出落在所求区域内的随机点的个数与落在矩形区域内的随机点的个数,我们就可以求得所求区域面积的近似值。其准确值为e^5-1,约为147.41。

【复习题三】(课本第157页)

A组

1. (1)0.1;(2)0.6。

2. (1)0.2;(2)0.4。

3. (1)364。

(2)(ⅰ)靠窗的座位共有$2\times(52-2)$,即100个,因此随机选择的一个座位是靠窗的座位的概率是$\frac{25}{91}$。

(ⅱ)靠过道的座位共有52×4,即208个,因此随机选择的一个座位是靠过道的座位的概率是$\frac{4}{7}$。

(ⅲ)既不靠窗也不靠过道的座位共有$364-100-208$,即56个,因此随机选择的一个座位既不靠窗也不靠过道的概率是$\frac{2}{13}$。

4. (1)向下的面可能是6个面中的任何一个面,所有可能结果有6种,并且这6种结果的出现是等可能的,向下的面是紫色的结果有3种,因此向下的面是紫色的概率是$\frac{1}{2}$。

(2)方法一:向下的面不是橙色有5种可能结果,而所有可能结果有6种,因此"向下的面不是橙色"的概率是$\frac{5}{6}$,约为0.83。

方法二:用A表示"向下的面是橙色",则$\overline{A}$就表示"向下的面不是橙色",因此"向下的面不是橙色"的概率$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\approx0.83$。

(3)"向上的面是黑色"的概率为$\frac{1}{3}$,约为0.33。

5. (1)所有可能结果有6种:156,165,516,561,615,651,大于400的结果有4种,因此所得的三位数大于400的概率是$\frac{2}{3}$,约为0.67。

(2)所得的三位数是偶数的结果有2种,因此所得的三位数是偶数的概率是$\frac{1}{3}$,约为0.33。

6. 从长度分别为1 cm,3 cm,5 cm,7 cm,9 cm的5条线段中,任意取出3条的所有可能结果可列举如下:

(1,3,5),(1,3,7),(1,3,9),(1,5,7),(1,5,9),(1,7,9),(3,5,7),(3,5,9),(3,7,9),(5,7,9)。

共有10种可能结果,取出的3条线段能构成三角形的结果有3种,因此,取出的3条线段能构成三角形的概率为$\frac{3}{10}$,即0.3。

7. 把事件"1,2号盒子中各有1球"记为A,因为a,b两球都可以放入3个盒子中的任意一个,试验的所有可能结果可列举如答图62所示。

(a球在1号盒)

1	2	3
ab		

1	2	3
a	b	

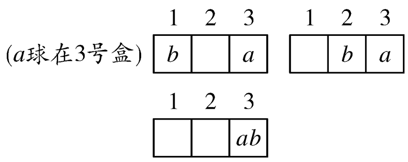
1	2	3
a		b

(a球在2号盒)

1	2	3
b	a	

1	2	3
	ab	

1	2	3
	a	b



答图62

从上图可以看出,所有可能结果数为9。因为是随机地放入,所以每一种结果的出现是等可能的,这个模型是一个古典概型。事件 A:“1,2 号盒子中各有 1 球”的结果有 2 种,因此“1,2 号盒子中各有 1 球”的概率 $P(A)=\frac{2}{9}\approx0.22$。

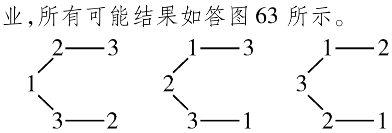
8. 不一定。抛掷一枚均匀的硬币 4 次共有 16 种情况:(正正正正)、(正正正反)、(正正反正)、(正正反反)、(正反正正)、(正反正反)、(正反反正)、(正反反反)、(反正正正)、(反正正反)、(反正反正)、(反正反反)、(反反正正)、(反反正反)、(反反反正)、(反反反反)。故恰有 2 次正面朝上的概率为 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$。

9. (1)该校高一年级学生共有 174 人,因此,随机选取一位该校高一年级的学生,他是该校高一(1)班的学生的概率是 $\frac{45}{174}$,约为 0.26。

(2)用 A 表示事件“选取的学生是该校高一(3)班的学生”,用 B 表示事件“选取的学生是该校高一(4)班的学生”,则 $A+B$ 就表示“选取的学生是该校高一(3)班或高一(4)班的学生”,因此,“选取的学生是该校高一(3)班或高一(4)班的学生”的概率为 $P(A+B)=P(A)+P(B)=\frac{44}{174}+\frac{43}{174}=\frac{1}{2}$。

(3)用 C 表示“选取的学生是该校高一(2)班的学生”,则 $\overline{C}$ 就表示“选取的学生不是该校高一(2)班的学生”,因此 $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\frac{42}{174}=\frac{22}{29}\approx0.76$。

10. 将 3 名学生按取出作业的顺序编号为 1,2,3,他们的作业也相应地编号为 1,2,3。3 名学生从他们的作业中各随机地取出1 份作业,所有可能结果如答图 63 所示。



答图63

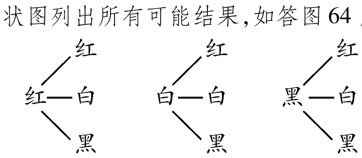
即所有可能结果共有 6 种。

(1)用 A 表示“每名学生恰好拿到自己的作业”,A 的结果只有 1 种,因此,每名学生恰好拿到自己的作业的概率是 $\frac{1}{6}$,约为 0.167。

(2)$\overline{A}$ 就表示“3 名学生不都拿到自己的作业”,则 $P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}\approx0.833$。

(3)每名学生拿的都不是自己的作业的结果有 2 种,因此,每名学生拿的都不是自己的作业的概率是 $\frac{2}{6}$,约为 0.333。

11. 用树状图列出所有可能结果,如答图 64 所示。



答图64

所有可能结果共有 9 种。

(1)P(取出的球全是红球)$=\frac{1}{9}$。

(2)P(取出的球不全是红球)$=\frac{8}{9}$。

(3)P(取出的球中至少有 1 个是红球)$=\frac{5}{9}$。

(4)P(取出的球是同一颜色)$=\frac{1}{3}$。

(5)P(取出的球颜色不同)$=\frac{2}{3}$。

B 组

1. 掷得点数如下表:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

(1)由上表,可得所有可能结果共有 36 种,所得的点数中一个恰是另一个的 2 倍的结果有以下 6 种:(1,2),(2,1),(2,4),(4,2),(3,6),(6,3),因此,所得的点数中一个恰是另一个的 2 倍的概率是 $\frac{1}{6}$,约为 0.167。

(2)两粒骰子向上的点数相同的结果有 6 种:(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6),因此两粒骰子向上的点数相同的概率是 $\frac{1}{6}$,约为 0.167。

(3)方法一:所得的点数中一个是偶数,另一个是奇数的结果有 18 种,因此,所得的点数中一个是偶数,另一个是奇数的概率是 $\frac{1}{2}$。

方法二:只考虑每粒骰子向上的点数是奇数还是偶数,每粒骰子只有两种可能结果:向上的点数是奇数和向上的点数是偶数。设两粒骰子的颜色分别为白色和红色。

白骰子 / 红骰子	奇	偶
奇	(奇,奇)	(奇,偶)
偶	(偶,奇)	(偶,偶)

所有可能结果只有 4 种,所得的点数中一个是偶数,另一个是奇数的结果有 2 种,因此所得的点数中一个是偶数,另一个是奇数的概率为 $\frac{1}{2}$。

2. 方法一:利用树状图可以列出四卷文集排放的所有可能结果,共有 24 种可能结果(如答图 65 所示),并且这 24 种结果的出现是等可能的。

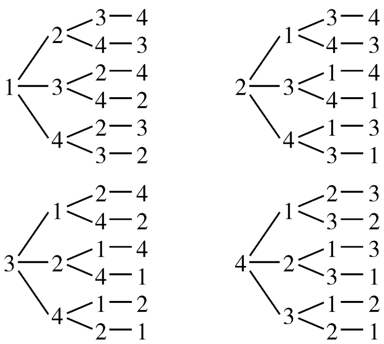
(1)第二卷在第四卷左边的结果共有 12 种,因此第二卷在第四卷左边的概率为 $\frac{1}{2}$。

(2)第二卷在第三卷左边,并且第三卷在第四卷左边的结果共有 4 种,因此第二卷在第三卷左边,并且第三卷在第四卷左边的概率是 $\frac{1}{6}$,约为 0.167。

方法二:(1)只考虑第二卷和第四卷的顺序,则只有 2 种可能结果:第二卷在第四卷左边和第二卷在第四卷右边,这 2 种结

果的出现是等可能的,因此第二卷在第四卷左边的概率为$\frac{1}{2}$;

(2)只考虑第二卷、第三卷和第四卷的顺序,则只有6种可能结果(树状图略),这6种结果的出现是等可能的,因此第二卷在第三卷左边,并且第三卷在第四卷左边的概率是$\frac{1}{6}$,约为0.167。



答图65

3. 方法一:他与你生日的所有可能结果共有365×365种,“他与你同一天出生”的结果有365种,因此他与你同一天出生的概率是$\frac{1}{365}$,约为0.002 7。

方法二:只考虑被选取的人的生日,共有365种可能结果,“他与你同一天出生”的结果只有1种,因此他与你同一天出生的概率是$\frac{1}{365}$,约为0.002 7。

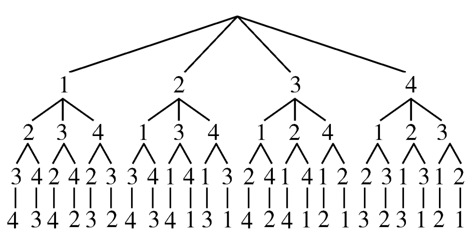
4. 至少答对12道题的概率约为0.000 94。可以在随机数表中去掉0,5,6,7,8,9,用1,2,3,4来代表4个不同的选项,每次产生一个随机数就代表对一道题选取了一个答案。在表中随机选择一个开始数,顺次往后产生20个随机数作为试题的正确答案,接着再产生20个随机数来模拟学生回答问题。至少答对12道题的概率很小,在15次模拟中几乎不可能出现。

也可在随机数表中去掉0,9,用1,2表示对一道题选取的是第1个选项,用3,4表示选取的是第2个选项,用5,6表示选取的是第3个选项,用7,8表示选取的是第4个选项。在表中随机选择一个开始数,顺次往后产生20个随机数就完成1次模拟。

C组

1. 将正方体外层的小正方体去掉,剩下中间8个小正方体各个面都没有涂红色,因此,将这些小正方体均匀地搅混在一起,从中随机取出的一个小正方体,各个面都没有涂红色的概率是0.125。

2. 用1,2代表一等品,3,4代表二等品,对该箱中的4件产品逐件进行测试的所有可能结果可用树状图进行列举,如答图66所示。



答图66

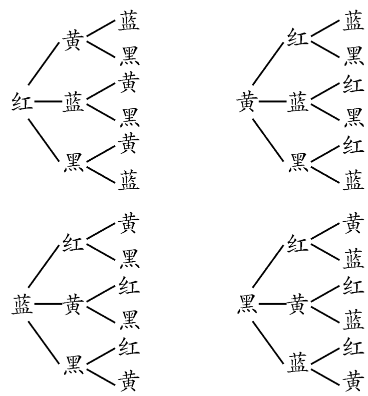
所有可能结果共有24种。

(1)如果测试的前两件产品都是二等品,则只测试2件就找到全部二等品;如果测试的前两件产品都是一等品,那么显然剩下的两件是二等品,故也可以找到全部二等品。所以只测试2件就找到全部二等品的有:(3,4,1,2),(3,4,2,1),(4,3,1,2),(4,3,2,1),(1,2,3,4),(1,2,4,3),(2,1,3,4),(2,1,4,3)共8种,故概率为$\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$。

(2)只考虑测试的第2件产品,它可以是箱中的4件产品中的任何一件,因此有4种可能结果,并且这4种结果的出现是等可能的,测试的第2件产品是二等品的结果有2种,因此测试的第2件产品是二等品的概率为$\frac{1}{2}$。

(3)对该箱中的4件产品逐件进行测试的所有可能结果共有24种,从树状图可以看出,恰好在前3次测试中得到全部二等品的结果有12种,因此恰好在前3次测试中得到全部二等品的概率是$\frac{1}{2}$。

3. 第1,2,3部分顺次涂色的所有可能结果可用树状图列举,如答图67所示,所有可能结果共有24种,这24种结果的出现是等可能的。



答图67

(1)方法一:红色不被选中的结果有6种,因此红色不被选中的概率为$\frac{1}{4}$,即0.25;

方法二:因为每部分必须涂上不同的颜色,并且只有红、黄、蓝、黑四种颜色可供选择,因此有且只有一种颜色不被选中,共有4种可能结果,这4种结果的出现是等可能的,因此红色不被选中的概率为0.25。

(2)方法一:红色和黑色被选中的结果有12种,因此红色和黑色被选中的概率为$\frac{1}{2}$;

方法二:只考虑哪3种颜色被选中,共有4种可能结果:(红、黄、蓝),(红、黄、黑),(红、蓝、黑),(黄、蓝、黑),这4种结果的出现是等可能的,红色和黑色被选中的结果有2种,因此红色和黑色被选中的概率为$\frac{1}{2}$。

(3)第1部分是黑色并且第2部分是红色的结果有2种,因此第1部分是黑色并且第2部分是红色的概率是$\frac{1}{12}$,约为0.083。

4. 小明收集齐全部6种卡片的概率约为0.27。因为有6种不同的纪念卡片,可以在随机数表中去掉0,7,8,9,用1,2,3,4,5,6分别代表6种不同的纪念卡片,每产生一个随机数就代表买一桶方便面得到相应的卡片。在随机数表中随机选择一个开始数,顺次往后产生10个随机数就完成一次模拟,共完成20次模拟。如其中一次模拟的结果如下:

5 2 5 2 2 2 3 3 1 6

在这次试验中,没有出现数字4,小明没有收集齐整套卡片。