教材习题解答

第一章 三角函数

§1 周期现象

教材课上思考答案

思考交流(教材 P_5)

1. 四季的变化是周期现象,因为春、夏、秋、冬四个季节每隔一段时间会重复出现,这就是周期现象。
2. 钟表分针的运行是周期现象,因为任意指定表盘边缘的一个位置,每间隔一个小时,分针会重复出现在这一位置,所以这也是周期现象。
3. 0 和 1 不会周期性地出现,根据我们学习的概率知识就可以判断这不是周期现象。
4. 如钟摆、电视台栏目播出的时间、地球的公转等。

教材课后习题答案

习题 1-1(教材 P_5)

1. 因为周期 $T=1.8$ s,1 min $=(33\times1.8+0.6)$ s,最高点到最低点只需 $\frac{T}{4}$ s $=0.45$ s,而 0.6 s >0.45 s,所以经过 1 min 后,钟摆在铅垂线的右边。
2. 设周期为 T,由 O 点运动到 M 点所用时间为 t,

由题意得 $\begin{cases}\frac{T}{2}+t=4,\\ t+1=\frac{T}{4}。\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}t=\frac{2}{3},\\ T=\frac{20}{3}。\end{cases}$ $\therefore \frac{T}{2}+2t=\frac{14}{3}$(s)。

所以质点再过 $\frac{14}{3}$ s 第 3 次经过 M 点。

3. 8 h $=480$ min,每 20 min 转一圈,480 min 可转 24 圈,所以 $4\times8\times24=768$(人),即 8 h 内最多有 768 人乘坐。

§2 角的概念的推广

教材课后习题答案

习题 1-2(教材 P_8)

1. 锐角是第一象限角,第一象限角不一定是锐角;直角的终边落在 y 轴的非负半轴上,终边在 y 轴非负半轴上的角不一定是直角;钝角是第二象限角,第二象限角不一定是钝角。
2. (1)$\because -54°18'=-360°+305°42'$,

$\therefore -54°18'$与 $305°42'$的终边相同,它们是第四象限角;

(2)$\because 395°8'=360°+35°8'$,

$\therefore 395°8'$与 $35°8'$的终边相同,它们是第一象限角;

(3)$\because -1\ 190°30'=-1\ 440°+249°30'$,

$\therefore -1\ 190°30'$与 $249°30'$的终边相同,它们是第三象限角;

(4)$\because 1\ 563°=1\ 440°+123°$,

$\therefore 1\ 563°$与 $123°$的终边相同,它们是第二象限角。

3. (1)与 $60°$角终边相同的角的集合为 $S=\{\beta|\beta=60°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$。$k=-2$ 时,$\beta_1=-660°$;$k=-1$ 时,$\beta_2=-300°$;$k=0$ 时,$\beta_3=60°$。

(2)与 $-45°$角终边相同的角的集合为 $S=\{\beta|\beta=-45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$。

$k=-1$ 时,$\beta_1=-405°$;$k=0$ 时,$\beta_2=-45°$;$k=1$ 时,$\beta_3=315°$。

(3)与 $1\ 303°18'$角终边相同的角的集合为 $S=\{\beta|\beta=1\ 303°18'+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$。

$k=-5$ 时,$\beta_1=-496°42'$;$k=-4$ 时,$\beta_2=-136°42'$;$k=-3$ 时,$\beta_3=223°18'$。

(4)与 $-225°$角终边相同的角的集合为 $S=\{\beta|\beta=-225°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$。

$k=-1$ 时,$\beta_1=-585°$;$k=0$ 时,$\beta_2=-225°$;$k=1$ 时,$\beta_3=135°$。

4. 略。

§3 弧度制

教材课后习题答案

习题 1-3(教材 P_{12})

1. (1)$\frac{3}{4}\pi$ rad;(2)$\frac{\pi}{2}$rad;(3)$\frac{\pi}{3}$rad;(4)$-\frac{7}{3}\pi$ rad。
2. (1)$30°$;(2)$-120°$;(3)$220°$;(4)$427.5°$。
3. 时间经过 4 h,时针转了一圈的 $\frac{1}{3}$,转了 $-120°$,等于 $-\frac{2}{3}\pi$ 弧度,分针转了 4 圈,转了 $-1\ 440°$,等于 -8π 弧度。
4. 终边落在 x 轴上的角的集合为 $\{\beta|\beta=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$。
5. (1)$\frac{\sqrt{3}}{2}$;(2)$\frac{\sqrt{3}}{3}$;(3)$0.362\ 4$;(4)$0.841\ 5$。
6. $\frac{2\pi}{3}$ cm。
7. (1)$\frac{23\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}+2\pi$,它是第四象限角;

(2)$-1\ 500°=300°-5\times360°=\frac{5\pi}{3}-10\pi$,它是第四象限角;

(3)$-\frac{18\pi}{7}=\frac{10\pi}{7}-4\pi$,它是第三象限角;

(4)$672°=312°+360°=\frac{26\pi}{15}+2\pi$,它是第四象限角。

8. $S_{扇形}=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\times18\times12=108(\mathrm{cm}^2)$。
9. 证明:设阴影部分扇形圆心角为 θ,则 $\theta=\frac{l}{r}$,阴影扇形面积 $S=\frac{\pi r^2}{2\pi}\cdot\theta=\frac{\pi r^2}{2\pi}\cdot\frac{l}{r}=\frac{1}{2}lr$。

§4 正弦函数和余弦函数的定义与诱导公式

教材课上思考答案

思考交流(教材 P_{14})

三角函数 \ 象限	第一象限	第二象限	第三象限	第四象限
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+

思考交流(教材 P_{21})

用 $-\alpha$ 代替 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$ 中的 α,得

$\sin\left[\frac{\pi}{2}+(-\alpha)\right]=\cos(-\alpha)=\cos\alpha$。

同理,$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}+(-\alpha)\right]=-\sin(-\alpha)=\sin\alpha$。

教材课后习题答案

练习(教材 P_{17})

1. (1)不是。(2)取 $x=0$ 时 $f(0)=\sin 0=0$,$f\left(0+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1$,$f(0)\neq f\left(0+\frac{\pi}{2}\right)$,所以 $\frac{\pi}{2}$ 不是它的周期。(3)略。

2. $P\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$

3. 略。

4. (1) $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (2) $\frac{2}{3}\pi$ $\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

5. (1) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $-\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. $\sin\alpha=\frac{4}{5}$, $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$。

练习(教材 P_{19})

1. (1) $y=\sin x$ 在 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上是增加的;在 $x\in\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$, $x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上是减少的。

(2) $y=\cos x$ 在 $x\in[-\pi,0]$上是增加的,在 $x\in[0,\pi]$上是减少的。

(3) $y=\sin x$ 在 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}\right]$上是增加的,在 $x\in\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$上是减少的。

(4) $y=\cos x$ 在 $x\in\left[-\frac{\pi}{3},0\right]$上是增加的,在 $x\in\left[0,\frac{5}{6}\pi\right]$上是减少的。

2. (1) $x=-\frac{\pi}{6}$时, $y_{\min}=2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-1$;

$x=\frac{\pi}{2}$时, $y_{\max}=2\sin\frac{\pi}{2}=2$。

(2) $x=\pi$ 时, $y_{\min}=-3$; $x=0$ 时, $y_{\max}=3$。

(3) $x=\frac{\pi}{2}$时, $y_{\min}=-\frac{1}{2}$; $x=-\frac{1}{2}\pi$, $y_{\max}=\frac{1}{2}$。

3. (1) $\mathbf{R}$ (2) $x\neq 2k\pi-\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$

(3) $2k\pi+\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{5}{3}\pi, k\in\mathbf{Z}$

4. (1) $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$ (2) $[-3,3]$

练习1(教材 P_{20})

1. 略。

2. (1) $\left\{\alpha\,\middle|\,\alpha=2k\pi\pm\frac{3}{4}\pi, k\in\mathbf{Z}\right\}$;

(2) $\left\{\alpha\,\middle|\,2k\pi-\frac{7\pi}{6}\leqslant\alpha\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{6}, k\in\mathbf{Z}\right\}$。

练习2(教材 P_{23})

1. $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$, $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$;

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha=-\frac{3}{5}$,

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha=\frac{4}{5}$;

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha=-\frac{3}{5}$,

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha=-\frac{4}{5}$。

2. (1) -0.3。(2) 0.3。(3) -0.3。(4) -0.3。(5) -0.3。

3. $\sin(-3\pi+\alpha)=\sin(-4\pi+\alpha+\pi)=\sin(\pi+\alpha)=\frac{1}{3}$。

4. (1) 0。(2) 1。

习题1-4(A组)(教材 P_{23})

1. (1) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$;

(2) $\sin\alpha=\frac{4}{5}$, $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$;

(3) $\sin\alpha=-\frac{1}{2}$, $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

(4) $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$, $\cos\alpha=\frac{5}{13}$。

2. (1) $\sin185°=\sin(180°+5°)=-\sin5°<0$,负。

(2) $\sin\left(-\frac{17}{5}\pi\right)=\sin\left(-4\pi+\frac{3}{5}\pi\right)=\sin\frac{3}{5}\pi>0$,正。

(3) $\sin7.6\pi=\sin(8\pi-0.4\pi)=-\sin0.4\pi<0$,负。

(4) $\cos\left(-\frac{23}{4}\pi\right)=\cos\left(-6\pi+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}>0$,正。

(5) $\cos940°=\cos(4\times180°+220°)=\cos(180°+40°)=-\cos40°<0$,负。

(6) $\cos\left(-\frac{59\pi}{17}\right)=\cos\left(-4\pi+\frac{9}{17}\pi\right)=\cos\frac{9}{17}\pi<0$,负。

注:用单位圆方法判定略,请读者自己尝试。

3. $y=\frac{4\sqrt{34}}{17}$。

4. 略。

5. 略。

6. (1) $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin(\pi+\alpha)=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$。

(2) $\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\sin(2\pi-\alpha)=-\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$。

$\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos(2\pi-\alpha)=\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$。

7. (1) 8。(2) $-\frac{1}{4}$。(3) -1。(4) -1。(5) $\frac{25}{4}$。

8. (1) 0。(2) 2。(3) k。(4) $(p-q)^2$。(5) $(a-b)^2$。

习题1-4(B组)(教材 P_{24})

1. $\frac{1}{3}$。

2. 由单位圆可得 θ 的取值范围是$\left\{\theta\,\middle|\,2k\pi+\frac{\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{11\pi}{6}, k\in\mathbf{Z}\right\}$。

3. 设角 α 与单位圆的交点为 $P(x,y)$,

则 $\cos\alpha=x$, $\sin\alpha=y$, $x^2+y^2=1$。

所以左边 $=\frac{x-y+1}{x+y+1}=\frac{(x+1)-y}{(x+1)+y}=\frac{[(x+1)-y]^2}{(x+1)^2-y^2}$

$=\frac{x^2+1+2x+y^2-2xy-2y}{x^2+1+2x-y^2}=\frac{2+2x-2xy-2y}{2(x^2+x)}$

$=\frac{2(x+1)(1-y)}{2x(x+1)}=\frac{1-y}{x}=$右边。

所以$\dfrac{\cos\alpha-\sin\alpha+1}{\cos\alpha+\sin\alpha+1}=\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$。

4. 略。

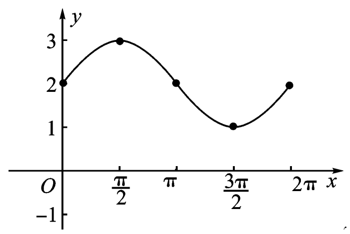
§5　正弦函数的图像与性质

教材课后习题答案

练习(教材 P_{28})

(1)列表,描点得 $y=2+\sin x$ 的图像[如图(1)所示]

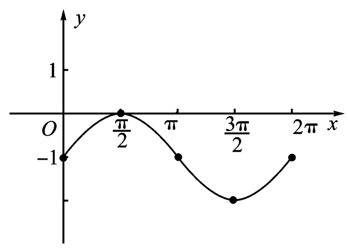
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y=2+\sin x$	2	3	2	1	2



(1)

(2)列表,描点得 $y=\sin x-1$ 的图像[如图(2)所示]。

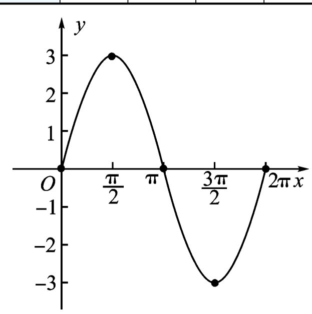
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y=\sin x-1$	-1	0	-1	-2	-1



(2)

(3)列表,描点得 $y=3\sin x$ 的图像[如图(3)所示]。

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y=3\sin x$	0	3	0	-3	0



(3)

练习图

练习(教材 P_{30})

1. $(2k\pi,2k\pi+\pi)(k\in\mathbf{Z})$。

2. $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$　$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$　$2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$　3　$2k\pi+\frac{3}{2}\pi(k\in\mathbf{Z})$　1

3. $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$　$\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$和$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$　$\frac{\pi}{2}$　4　$-\frac{\pi}{2}$　-4

习题1-5(A组)(教材 P_{30})

1. (1)C　(2)B

2. 略。

3. (1)当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$y_{\max}=4$;

当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$y_{\min}=-4$。

(2)当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$y_{\max}=\frac{4}{3}$;

当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$,$y_{\min}=\frac{2}{3}$。

4. (1)$1+2\sin x\neq0$,$\sin x\neq-\frac{1}{2}$,故函数的定义域为

$\left\{x\,\middle|\,x\neq2k\pi+\frac{7\pi}{6},\text{且 }x\neq2k\pi+\frac{11\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

(2)$\frac{1}{2}+\sin x\geqslant0$,$\sin x\geqslant-\frac{1}{2}$,故函数的定义域为

$\left\{x\,\middle|\,2k\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant2k\pi+\frac{7\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

5. (1)在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$ 上递增,在$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$ 上递减。

(2)在$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$ 上递增,在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right],k\in\mathbf{Z}$ 上递减。

6. (1)非奇非偶函数。　(2)奇函数。

7. 不是。因为在整个定义域内函数图像有增有减,故不是增函数。

8. 略。

习题1-5(B组)(教材 P_{30})

1. (1)$\left[2k\pi-\frac{5}{4}\pi,2k\pi+\frac{\pi}{4}\right],k\in\mathbf{Z}$。

(2)$\left(-\frac{\pi}{3}+2k\pi,\frac{4}{3}\pi+2k\pi\right),k\in\mathbf{Z}$。

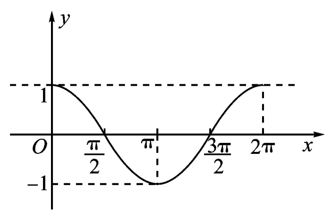
2. 略。

§6　余弦函数的图像与性质

教材课上思考答案

思考交流(教材 P_{31})

(1)在函数 $y=\cos x,x\in[0,2\pi]$的图像上起着关键作用的五个点是$(0,1)$,$\left(\frac{\pi}{2},0\right)$,$(\pi,-1)$,$\left(\frac{3\pi}{2},0\right)$,$(2\pi,1)$。函数 $y=\cos x$ 在$x\in[0,2\pi]$上的简图如图(1)所示。

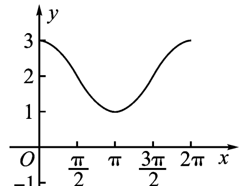


(1)

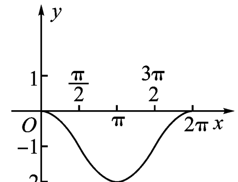
(2)①$y=2+\cos x$ 在$[0,2\pi]$上的图像如图(2)。

②$y=\cos x-1$ 在$[0,2\pi]$上的图像如图(3)。

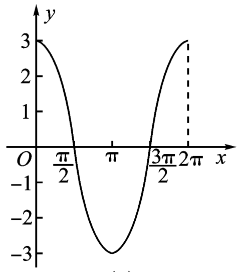
③$y=3\cos x$ 在$[0,2\pi]$上的图像如图(4)。



(2)



(3)



(4)

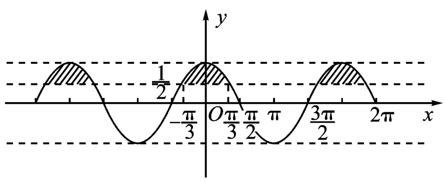
思考交流图

思考交流(教材 P_{33})

先作出 $y=\cos x$ 的图像,如图所示。

由图可知,在每一个周期上,阴影部分适合题意,故满足 $\cos x\geqslant\frac{1}{2}$ 的 x 的范围是 $2k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$,

即 $\left\{x\,\middle|\,2k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$。



思考交流图

教材课后习题答案

练习(教材 P_{33})

1. $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$。

2. 略。

3. 略。

4. $[2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi],k\in\mathbf{Z}$

$[2k\pi,2k\pi+\pi],k\in\mathbf{Z}$　$2k\pi\ (k\in\mathbf{Z})$　2

$2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$　0

5. $[-\pi,0]$　$[0,\pi]$　0　3　$-\pi$ 或 π　-3

习题 1-6(A 组)(教材 P_{34})

1. (1)C　(2)A　(3)B　(4)A

2. 略。

3. (1)当 $x\in\{x\mid x=2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ 时,$y_{max}=\frac{2}{3}$,

当 $x\in\{x\mid x=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ 时,$y_{min}=-\frac{2}{3}$;

(2)当 $x\in\{x\mid x=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ 时,$y_{max}=\frac{7}{4}$,

当 $x\in\{x\mid x=2k\pi+\pi,k\in\mathbf{Z}\}$ 时,$y_{min}=\frac{1}{4}$。

4. (1)$\{x\mid x\neq 2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$;

(2)$\left\{x\,\middle|\,2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

5. (1)在 $[2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi],k\in\mathbf{Z}$ 上递增,在 $[2k\pi,2k\pi+\pi],k\in\mathbf{Z}$ 上递减;

(2)在 $[2k\pi,2k\pi+\pi],k\in\mathbf{Z}$ 上递增,在 $[2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi],k\in\mathbf{Z}$ 上递减。

6. (1)偶函数;(2)偶函数。

7. 不是。因为在整个定义域内函数图像有增有减,故不是减函数。

8. 略。

习题 1.6(B 组)(教材 P_{35})

1. 图略。

(1)$x=\frac{\pi}{4}$ 或 $x=\frac{5\pi}{4}$。　(2)$\left\{x\,\middle|\,\frac{\pi}{4}<x<\frac{5\pi}{4}\right\}$。

(3)$\left\{x\,\middle|\,0<x<\frac{\pi}{4}\right\}$或$\left\{x\,\middle|\,\frac{5\pi}{4}<x<2\pi\right\}$。

(4)当 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{1}{4}\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

或 $x\in\left\{x\,\middle|\,x=2k\pi+\frac{5\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$时,$\sin x=\cos x$;

当 $x\in\left\{x\,\middle|\,2k\pi+\frac{\pi}{4}<x<2k\pi+\frac{5\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$时,$\sin x>\cos x$;

当 $x\in\left\{x\,\middle|\,2k\pi<x<2k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$

或 $x\in\left\{x\,\middle|\,2k\pi+\frac{5\pi}{4}<x<2k\pi+2\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$时,$\sin x<\cos x$。

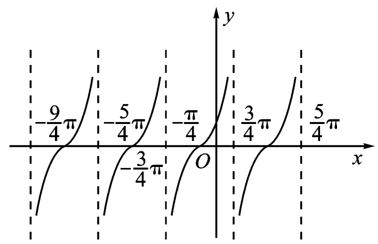
2. 略。

§7　正切函数

教材课上思考答案

动手实践(教材 P_{38})

(1)函数 $y=\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$的图像如图(1)。



(1)

其重要性质为:

①定义域:$\left\{x\,\middle|\,x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

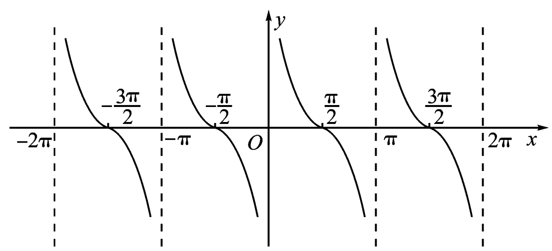
②值域:$\mathbf{R}$。

③周期性:周期是 $k\pi(k\in\mathbf{Z}$,且 $k\neq 0)$,最小正周期为 π。

④奇偶性:非奇非偶函数。

⑤单调性:该函数在每一个开区间 $\left(-\frac{3\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{4}+k\pi\right)(k\in\mathbf{Z})$ 内都是递增的。

(2)余切函数 $y=\cot x(x\in\mathbf{R},x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z})$ 的图像如图(2)。



(2)

动手实践图

思考交流(教材 P_{39})

(1)$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}=\frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha}=-\cot\alpha$。

(2)$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\cot\alpha$。或

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\left[\frac{\pi}{2}+(-\alpha)\right]=-\cot(-\alpha)=\cot\alpha$。

教材课后习题答案

练习(教材 P_{40})

1. (1)$\left\{x\,\middle|\,k\pi<x<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$;(2)$\{x\mid x=k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$;

(3)$\left\{x\,\middle|\,k\pi-\frac{\pi}{2}<x<k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$。

2. $\left\{x \,\middle|\, x\neq\frac{k\pi}{3}+\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

3. (1)不是，正切函数在每个单调区间 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$ 上都是增加的。比如 $\frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{4}$，$\tan\frac{\pi}{4}=\tan\frac{5\pi}{4}=1$。

(2)不会，正切函数在每个单调区间内都是增加的。

4. (1) $\tan 138°<\tan 143°$。(2) $\tan\left(-\frac{13}{4}\pi\right)>\tan\left(-\frac{17}{5}\pi\right)$。

习题1－7(A组)(教材P$_{40}$)

1. 由正切函数定义得 $\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{3}{x}=-\frac{\sqrt{3}}{5}$，$\therefore x=-5\sqrt{3}$。

2. ∵角 α 的终边落在函数 $y=-4x(x\leqslant 0)$ 的图像上，

∴设 α 终边上任一点 $P(x_0,-4x_0)$，$r=\sqrt{x_0^2+(-4x_0)^2}=-\sqrt{17}x_0$。

∴ $\sin\alpha=\frac{-4x_0}{-\sqrt{17}x_0}=\frac{4\sqrt{17}}{17}$，$\cos\alpha=\frac{x_0}{-\sqrt{17}x_0}=-\frac{\sqrt{17}}{17}$，$\tan\alpha=\frac{-4x_0}{x_0}=-4$。

3. (1) $\sin\frac{5\pi}{4}\cos\frac{5\pi}{4}+\tan\frac{11\pi}{6}=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\tan\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}\left(-\cos\frac{\pi}{4}\right)-\tan\frac{\pi}{6}=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3-2\sqrt{3}}{6}<0$。

(2)∵273°是第四象限角，∴ $\sin 273°<0$。又125°是第二象限角，∴ $\tan 125°<0$，∴ $\sin 273°\cdot\tan 125°>0$。

(3)∵108°是第二象限角，∴ $\tan 108°<0$。

又305°是第四象限角，∴ $\cos 305°>0$，∴ $\frac{\tan 108°}{\cos 305°}<0$。

(4)∵ $\frac{5\pi}{6}$ 是第二象限角，∴ $\cos\frac{5\pi}{6}<0$。又 $\frac{11\pi}{6}$ 是第四象限角，

∴ $\tan\frac{11\pi}{6}<0$。又 $\frac{2\pi}{3}$ 是第二象限角。

∴ $\sin\frac{2\pi}{3}>0$，∴ $\frac{\cos\frac{5\pi}{6}\tan\frac{11\pi}{6}}{\sin\frac{2\pi}{3}}>0$。

4. (1) $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\tan\alpha=\frac{4}{3}$；

(2) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$；

(3) $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$，$\cos\alpha=\frac{5}{13}$，$\tan\alpha=-\frac{12}{5}$。

5. (1)原式 $=p\cdot 0+q\cdot 0+k\cdot 0=0$。

(2)原式 $=-p^2\cdot(-1)+q^2\cdot 1-2pq=p^2+q^2-2pq=(p-q)^2$。

(3)原式 $=a^2\cdot 1-b^2\cdot(-1)+ab\cdot(-1)-ab\cdot 1=a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$。

(4)原式 $=m\cdot 0+n\cdot 0-p\cdot 0-q\cdot 0-r\cdot 0=0$。

6. (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$。(2) $-0.994\ 0$。(3) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$。(4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$。(5) $-0.756\ 8$。

(6) $\sqrt{3}$。(7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$。(8) $1.035\ 5$。(9) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$。(10) $\frac{\sqrt{3}}{2}$。

7. (1) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$；(2) $-\cos^2\alpha$。

8. $\frac{2}{3}$。 9. $-\frac{1}{3}$。 10. $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$。

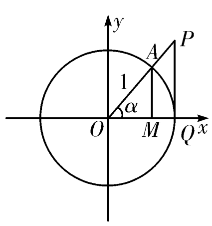
习题1－7(B组)(教材P$_{41}$)

1. (1)如图，$\sin\alpha=AM$，$\cos\alpha=OM$，

在 $\triangle AOM$ 中，有 $AM+OM>OA=1$，

即 $\sin\alpha+\cos\alpha>1$。

(2) $\tan\alpha=PQ$，$\sin\alpha=AM$，由图可知 $S_{\triangle QPO}>S_{扇形OQA}>S_{\triangle OQA}$，$\frac{1}{2}PQ>\frac{1}{2}\alpha>\frac{1}{2}AM$，所以 $PQ>\alpha>AM$，即 $\tan\alpha>\alpha>\sin\alpha$。



第1题图

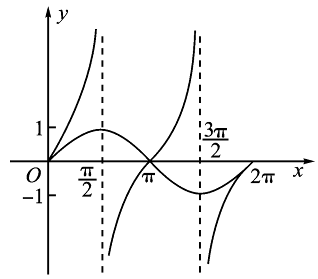
2. (1) $\left\{\theta \,\middle|\, k\pi-\frac{\pi}{4}<\theta<k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

(2) $\left\{\theta \,\middle|\, 2k\pi+\frac{\pi}{6}<\theta<2k\pi+\frac{11}{6}\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$；

(3) $\left\{\theta \,\middle|\, 2k\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant\theta<2k\pi+\frac{\pi}{3}\text{或}2k\pi+\frac{2\pi}{3}<\theta\leqslant 2k\pi+\frac{7}{6}\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$。

3. -1。

4. $y=\sin x$，$y=\tan x$，$x\in[0,2\pi]$，图像如图所示。



第4题图

(1)交点坐标为 $(0,0)$，$(\pi,0)$，$(2\pi,0)$。

(2) $\left\{x \,\middle|\, 0<x<\frac{\pi}{2},\text{或}\ \pi<x<\frac{3\pi}{2}\right\}$。

(3) $x=0$，$x=\pi$，$x=2\pi$。

(4) $\left\{x \,\middle|\, \frac{\pi}{2}<x<\pi,\text{或}\frac{3\pi}{2}<x<2\pi\right\}$。

(5) $\left\{x \,\middle|\, 0\leqslant x<\frac{\pi}{2},\text{或}\frac{3\pi}{2}<x\leqslant 2\ \pi\right\}$。

§8　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像与性质

教材课上思考答案

思考交流(教材P$_{45}$)

将函数 $y=\sin x$ 的图像上所有点的纵坐标伸长(当 $A>1$ 时)或缩短(当 $0<A<1$ 时)到原来的 A 倍(横坐标不变)就可得到函数 $y=A\sin x$ 的图像。

抽象概括(教材P$_{47}$)

$\varphi>0$ 时，将 $y=\sin x$ 的图像向左平移 φ 个单位；$\varphi<0$ 时，将 $y=\sin x$ 的图像向右平移 $|\varphi|$ 个单位。

思考交流(教材P$_{49}$)

(1)当 $\omega>1$ 时，将 $y=\sin x$ 图像上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍(纵坐标不变)；当 $0<\omega<1$ 时，将 $y=\sin x$ 图像上各点的横坐标伸长到原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍(纵坐标不变)。

(2)函数 $y=\sin\omega x(\omega>0)$ 的周期是 $T=\frac{2\pi}{\omega}$。

思考交流(教材P$_{52}$)

$y=\sin x\xrightarrow[(\varphi>0\text{时向左},\varphi<0\text{时向右})]{\text{将图像上各点平移}|\varphi|\text{个单位长度}}y=\sin(x+\varphi)$

$\xrightarrow[(\omega>1\text{时缩短},0<\omega<1\text{时伸长})]{\text{将图像上各点的横坐标变为原来的}\frac{1}{\omega}\text{倍}}y=\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow[(A>1\text{时伸长},0<A<1\text{时缩短})]{\text{将图像上各点的纵坐标变为原来的}A\text{倍}}y=A\sin(\omega x+\varphi)$

$\xrightarrow[(b>0\text{时向上},b<0\text{时向下})]{\text{将图像上各点平移}|b|\text{个单位长度}}y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$。

教材课后习题答案

练习1(教材P$_{47}$)

1. 函数 $y=\frac{2}{3}\sin x$ 的图像可看作将 $y=\sin x$ 的图像上各点的纵坐标缩短到原来的 $\frac{2}{3}$ 倍(横坐标不变)得到的。

2. 函数 $y=\sin\left(x-\frac{5\pi}{12}\right)$ 的图像可看作将 $y=\sin x$ 的图像向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个

单位长度(纵坐标不变)得到的。

3. 略。

练习2(教材 P_{53})

1. $T=\dfrac{8}{3}\pi$;$y=\sin\dfrac{3}{4}x$ 的图像可以看作将 $y=\sin x$ 的图像上各点的横坐标伸长为原来的$\dfrac{4}{3}$倍(纵坐标不变)得到的。

2. 略。

3. (1)B (2)D

练习3(教材 P_{55})

1. (1)当 $\cos x=1$ 时,y 的最小值为 $-\dfrac{3}{2}$,此时 $x=2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,即此时 x 值的集合为 $\{x|x=2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$。

(2)当 $\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ 时,y 的最小值为 -4,此时 $3x-\dfrac{\pi}{4}=2k\pi+\dfrac{3}{2}\pi$,$x=\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{7\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$,即此时 x 值的集合为 $\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{7\pi}{12},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

2. (1)$\dfrac{2}{3}\pi$。(2)4π。(3)$\dfrac{2}{5}\pi$。(4)2。

3. 成立,不能说$\dfrac{2\pi}{3}$是函数 $y=\sin x$ 的周期,因为不是任何 $x\in\mathbf{R}$ 都能使等式 $\sin\left(x+\dfrac{2\pi}{3}\right)=\sin x$ 成立。例如,当 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 时,$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{2\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}\neq\sin\dfrac{\pi}{2}=1$。

4. (1)$\left[-\pi,-\dfrac{3}{4}\pi\right]$和$\left[\dfrac{\pi}{4},\pi\right]$ (2)$\left[\dfrac{2\pi}{3},2\pi\right]$

(3)$\left[\dfrac{2k\pi}{3}-\dfrac{\pi}{9},\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{2\pi}{9}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$

5. (1)奇函数;(2)偶函数。

习题1-8(A组)(教材 P_{55})

1. (1)D。 (2)D。 (3)A。

2. 略。 3. 略。

4. 先将函数 $y=2\cos\left(\dfrac{\pi}{3}x+\dfrac{1}{2}\right)$图像上各点的横坐标变为原来的$\dfrac{\pi}{3}$倍,纵坐标变为原来的一半,得到函数 $y=\cos\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$的图像。再将图像向右平移$\dfrac{1}{2}$个单位长度,得到函数$y=\cos x$ 的图像。

5. (1)函数的增区间为$\left[5k-\dfrac{5}{12},5k+\dfrac{25}{12}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$,

减区间为$\left[5k+\dfrac{25}{12},5k+\dfrac{55}{12}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$;

(2)函数的增区间为$\left[\dfrac{8k\pi}{3}-\dfrac{14\pi}{9},\dfrac{8k\pi}{3}-\dfrac{2\pi}{9}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$,

减区间为$\left[\dfrac{8k\pi}{3}-\dfrac{2\pi}{9},\dfrac{8k\pi}{3}+\dfrac{10\pi}{9}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$;

(3)函数的增区间为$\left[\dfrac{2k\pi}{3}-\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{2k\pi}{3}-\dfrac{\pi}{12}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$,

减区间为$\left[\dfrac{2k\pi}{3}-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{2k\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}\right]$,$k\in\mathbf{Z}$;

(4)函数的增区间为$\left(2k\pi+\dfrac{\pi}{3},2k\pi+\dfrac{7\pi}{3}\right)$,$k\in\mathbf{Z}$,无减区间。

6. (1)使 y 取得最大值的 x 的集合是$\left\{x\,\middle|\,x=k-\dfrac{5}{12},k\in\mathbf{Z}\right\}$,最大值为$\dfrac{3}{2}$。

使 y 取得最小值的集合是$\left\{x\,\middle|\,x=k-\dfrac{11}{12},k\in\mathbf{Z}\right\}$,最小值为 $-\dfrac{3}{2}$。

(2)使 y 取得最小值的 x 的集合是$\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{4k\pi}{5}+\dfrac{\pi}{5}-\dfrac{4}{5},k\in\mathbf{Z}\right\}$,最小值是 -4,使 y 取得最大值的 x 的集合是$\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{4k\pi}{5}-\dfrac{\pi}{5}-\dfrac{4}{5},k\in\mathbf{Z}\right\}$,最大值为 8。

习题1-8(B组)(教材 P_{56})

1. 由题图可知 $A=4$,$\dfrac{T}{2}=\dfrac{7\pi}{2}-\dfrac{3\pi}{2}=2\pi$,$\therefore T=4\pi$,

则 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{4\pi}=\dfrac{1}{2}$,$\therefore y=4\sin\left(\dfrac{x}{2}+\varphi\right)$。

$\because\dfrac{\dfrac{3\pi}{2}+\dfrac{7\pi}{2}}{2}=\dfrac{5\pi}{2}$,$\therefore$ 由题图可知,一个最高点的坐标为$\left(\dfrac{5\pi}{2},4\right)$,将该点的坐标代入 $y=4\sin\left(\dfrac{x}{2}+\varphi\right)$ 得 $4=4\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}+\varphi\right)$,即 $\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}+\varphi\right)=1$。

$\therefore\dfrac{5\pi}{4}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,则 $\varphi=-\dfrac{3\pi}{4}+2k\pi$,$k\in\mathbf{Z}$。

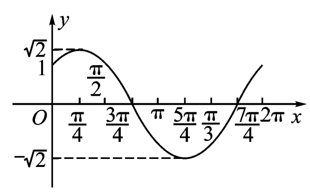
$\because 0<\varphi<2\pi$,$\therefore$ 取 $k=1$ 时,$\varphi=-\dfrac{3\pi}{4}+2\pi=\dfrac{5\pi}{4}$。

综上可知,$A=4$,$\omega=\dfrac{1}{2}$,$\varphi=\dfrac{5\pi}{4}$。

2. D 3。C 4。A

5. $y=\sin x+\cos x$,$x\in[0,2\pi]$,图像如图所示。

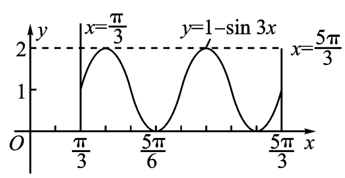
该函数的值域为$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$,在$\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$和$\left[\dfrac{5}{4}\pi,2\pi\right]$上单调递增,在$\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5}{4}\pi\right]$上单调递减。



第 5 题图

6. $y=1-\sin 3x$,$x\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3}\right]$,图像如图所示。

能求出面积,面积为$\dfrac{4\pi}{3}$。



第 6 题图

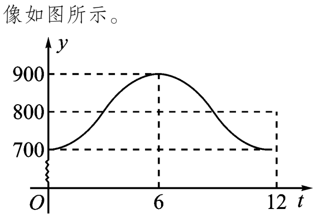
§9 三角函数的简单应用

教材课后习题答案

练习(教材 P_{59})

(1)$y=100\sin\left(\dfrac{\pi}{6}t-\dfrac{\pi}{2}\right)+800$,其中 $t=0$ 为 1 月 1 日。

(2)由于函数 $y=100\sin\left(\dfrac{\pi}{6}t-\dfrac{\pi}{2}\right)+800=-100\cos\dfrac{\pi}{6}t+800$。通过取值列表,可得图像如图所示。



练习图

习题1-9(A组)(教材 P_{60})

1. (1)$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{10\pi}=\dfrac{1}{5}$。

(2)当 $t=0$ 时，$I=0$；当 $t=\frac{1}{200}$ 时，$I=5\sin\frac{\pi}{20}$；当 $t=\frac{1}{100}$ 时，$I=5\sin\frac{\pi}{10}$；当 $t=\frac{3}{200}$ 时，$I=5\sin\frac{3\pi}{20}$；当 $t=\frac{1}{50}$ 时，$I=5\sin\frac{\pi}{5}$。

2. (1) $t=0$ 时，$\alpha=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}=\frac{1}{2}$。

(2) $f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{2}{2\pi}=\frac{1}{\pi}$。

(3) $\because T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2}=\pi$，$\therefore$ 经过 5π 的时间，单摆完成 5 次完整摆动。

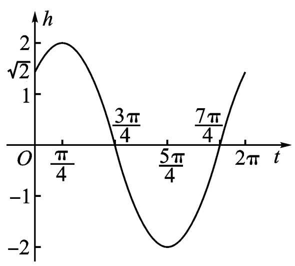
3. 图像如图所示。

(1) $t=0$，$h(0)=\sqrt{2}$，开始时，小球在 $(0,\sqrt{2})$ 处。

(2)小球位于最高位置时 $h=2$ cm，小球位于最低位置时 $h=-2$ cm。

(3) $T=\frac{2\pi}{|\omega|}=2\pi(\mathrm{s})$。

(4) $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}$(次/秒)。



第 3 题图

习题 1－9(B 组)(教材 P_{60})

当 $t=1$ 时，y 有最小值 15；当 $t=8$ 时，y 有最大值 27。

$\therefore\begin{cases}-A+b=15,\\A+b=27,\\\omega+\varphi=-\frac{\pi}{2},\\8\omega+\varphi=\frac{\pi}{2}。\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}A=6,\\b=21,\\\omega=\frac{\pi}{7},\\\varphi=-\frac{9\pi}{14}。\end{cases}$

$\therefore y=6\sin\left(\frac{\pi}{7}t-\frac{9\pi}{14}\right)+21$。$\therefore$ 周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{7}}=14$，振幅 $A=6$。气温在 1 月份时达到最低，在 8 月份时达到最高。

复习题一

A 组(教材 P_{68})

1. 从 2:10 到 2:35 经过了 25 分钟，分钟转过的角的弧度是 $\alpha=-\frac{25}{60}\times2\pi=-\frac{5\pi}{6}$，分针尖端所走过的弧长是 $l=|\alpha|\cdot r=\frac{5\pi}{6}\times5=\frac{5}{6}\times3.14\times5\approx13(\mathrm{cm})$，分钟扫过的扇形面积 $S=\frac{1}{2}l\cdot r=\frac{1}{2}\cdot|\alpha|r\cdot r=\frac{1}{2}\times\frac{5\pi}{6}\times25\approx33(\mathrm{cm}^2)$。

2. (1) $\because\cos2<0,\sin2>0,\therefore\cos2-\sin2<0$。

(2) $\because\sin3>0,\cos4<0,\tan5<0,\therefore\sin3\cos4\tan5>0$。

3. 略。

4. (1)0；(2)1.077；(3) $-\frac{\sqrt{3}+3}{6}$；(4) -1。

5. (1) $\left\{x\,\middle|\,x\neq k\pi+\frac{\pi}{4}，且\ x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$。

(2) $\left\{x\,\middle|\,x\neq2k\pi+\frac{7}{6}\pi，且\ x\neq2k\pi+\frac{11}{6}\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$。

(3) $\left\{x\,\middle|\,x\neq k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}\right\}$；

(4) $\mathbf{R}$。

6. (1)不能成立。$\because|\sin x|=\sqrt{1.3}>1$，$\therefore$ 不能成立。

(2)不能成立。$|\cos x|\leqslant1,|\sin x|\leqslant1$，

$\therefore|\sin x\cos x|\leqslant1$，而 $\left|-\frac{3}{2}\right|>1$，$\therefore$ 不能成立。

(3)能成立。$\because\tan x+\frac{1}{\tan x}=2$，$\therefore\tan^2x-2\tan x+1=0$，$\therefore\tan x=1$，即能成立。

(4)不能成立。$\because1-\cos^3x=\log_2\frac{1}{10}$，$\therefore\cos^3x=1-\log_2\frac{1}{10}>1$，$\therefore$ 不能成立。

7. 略。

8. (1) $\left\{x\,\middle|\,\frac{3\pi}{4}<x<\frac{7\pi}{4}\right\}$；

(2) $\left\{x\,\middle|\,\frac{\pi}{2}<x<\pi\ 或\ \frac{3\pi}{2}<x<2\pi\right\}$。

9. (1) $y=\sin x$ 与 $y=\cos x$ 都是减少的区间为 $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$。

(2) $y=\sin x$ 是增加的，而 $y=\cos x$ 是减少的区间为 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$。

10. (1)函数的减区间为 $\left[4k\pi-\frac{\pi}{2},4k\pi+\frac{3\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$；

函数的增区间为 $\left[4k\pi-\frac{5\pi}{2},4k\pi-\frac{\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$。

(2)函数的增区间为 $\left[\frac{2k\pi}{3}+\frac{5\pi}{18},\frac{2k\pi}{3}+\frac{11\pi}{18}\right](k\in\mathbf{Z})$；函数的减区间为 $\left[\frac{2k\pi}{3}+\frac{11\pi}{18},\frac{2k\pi}{3}+\frac{17\pi}{18}\right](k\in\mathbf{Z})$。

11. (1)偶函数；(2)偶函数；(3)奇函数；(4)非奇非偶函数。

12. (1) $y=\sin\left(5x-\frac{\pi}{6}\right)$，$A=1$，$T=\frac{2\pi}{5}$，$\varphi=-\frac{\pi}{6}$。

将函数 $y=\sin x$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像，再把各点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{5}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=\sin\left(5x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图像。

(2) $y=2\sin\left(\frac{x}{6}+\frac{\pi}{4}\right)$，$A=2$，$T=12\pi$，$\varphi=\frac{\pi}{4}$。

将函数 $y=\sin x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像，再把各点的横坐标扩大为原来的 6 倍，纵坐标扩大为原来的 2 倍，得到函数 $y=2\sin\left(\frac{x}{6}+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图像。

13. (1) $\sin\frac{32\pi}{5}>\sin\frac{27\pi}{4}$。(2) $\cos(-2\,037°)>\cos852°$。

(3) $\tan\left(-\frac{18\pi}{7}\right)>\tan\left(-\frac{43\pi}{8}\right)$。

B 组(教材 P_{69})

1. 略。

2. $\because l=5,S=5,S=\frac{1}{2}lr$，$\therefore r=\frac{2S}{l}=\frac{2\times5}{5}=2$。

又 $l=|\alpha|r$，$\therefore|\alpha|=\frac{l}{r}=\frac{5}{2}(\mathrm{rad})$。

3. (1) $\because-3\leqslant-3\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)\leqslant3$，$\therefore-1\leqslant2-3\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)\leqslant5$。

$\therefore$ 值域为 $[-1,5]$。

(2) $y=\frac{3\sin x+1}{\sin x-2}=\frac{3(\sin x-2)+7}{\sin x-2}=3+\frac{7}{\sin x-2}$，

$\because-1\leqslant\sin x\leqslant1$，$\therefore-4\leqslant y\leqslant\frac{2}{3}$，$\therefore$ 值域为 $\left[-4,\frac{2}{3}\right]$。

(3) $y=7-7\sin x-3\cos^2x=7-7\sin x-3(1-\sin^2x)=3\sin^2x-7\sin x+4=3\left(\sin x-\frac{7}{6}\right)^2-\frac{1}{12}$，又 $-1\leqslant\sin x\leqslant1$，$\therefore\sin x=-1$ 时，$y_{\max}=14$；$\sin x=1$ 时，$y_{\min}=0$，$\therefore$ 值域为 $[0,14]$。

4. 略。

5. 由题中条件可得 $\begin{cases}\frac{\pi}{6}\omega+\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{2},①\\\frac{5}{6}\pi\omega+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}。②\end{cases}$

由②－①，得$\frac{4}{6}\pi\omega=\pi\Rightarrow\omega=\frac{3}{2}$。

将$\omega=\frac{3}{2}$代入①，得$\varphi=2k\pi-\frac{3}{4}\pi$。

$\because |\varphi|\leqslant\pi$，$\therefore \varphi=-\frac{3}{4}\pi$。

又$\because \begin{cases}A\cdot(-1)+b=1, & ③\\ A\cdot 1+b=3。 & ④\end{cases}$ 由④－③，得$2A=2\Rightarrow A=1$。

将$A=1$代入③，得$b=2$。$\therefore y=\sin\left(\frac{3}{2}x-\frac{3\pi}{4}\right)+2$。

6. 略。

第二章 平面向量

§1 从位移、速度、力到向量

教材课后习题答案

练习（教材 P_{75}）

1. 图略。 2. 不一定。 3. 图略。

习题 2－1（教材 P_{75}）

1～3 略。

4. (1) $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{FO}=\overrightarrow{OC}$；

(2) 与向量$\overrightarrow{OD}$共线的向量有：$\overrightarrow{DO}$，$\overrightarrow{AO}$，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{FE}$，$\overrightarrow{EF}$；与向量$\overrightarrow{OE}$共线的向量有：$\overrightarrow{EO}$，$\overrightarrow{BO}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{FA}$；与向量$\overrightarrow{OF}$共线的向量有：$\overrightarrow{FO}$，$\overrightarrow{CO}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{AB}$。

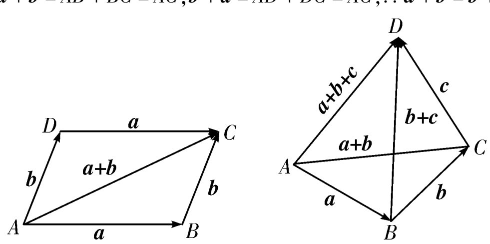
§2 从位移的合成到向量的加法

教材课上思考答案

思考交流（教材 P_{77}）

(1) 向量加法的交换律

证明：如图(1)，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，所以$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，于是$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$；$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$，$\therefore \boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$。



(1) (2)

思考交流图

(2) 向量加法的结合律

证明：如图(2)，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{c}$，则$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$。

于是$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$，$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$，

$\therefore (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$。

教材课后习题答案

练习（教材 P_{78}）

1. 图略。 2. 图略。

3. 图略，设$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{AB}$分别表示小船的两次位移，则$\overrightarrow{OB}$表示小船的合位移，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}$。

在 Rt$\triangle OAB$ 中，$\angle OAB=90°$，$|\overrightarrow{OA}|=10$ km，$|\overrightarrow{AB}|=17.3$ km，则

$|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2+|\overrightarrow{AB}|^2}\approx 20$ (km)。

因为$\tan\angle BOA=\frac{AB}{OA}=1.73$，所以$\angle BOA\approx 60°$，$\angle OBA\approx 30°$。

即小船沿北偏东 30°方向行驶约 20 km。

4. (1) $\overrightarrow{AC}$。 (2) $\overrightarrow{AF}$。 (3) $\boldsymbol{0}$。

练习（教材 P_{80}）

1. 图略。

2. (1) $\overrightarrow{CB}$。 (2) $\overrightarrow{BA}$。 (3) $\overrightarrow{CD}$。 (4) $\overrightarrow{DC}$。

习题 2－2（A 组）（教材 P_{81}）

1. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$：向北 5 km；$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}$：向南 10 km；

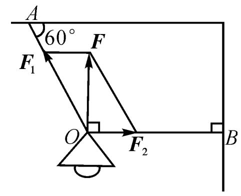
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$：向西北方向 $10\sqrt{2}$ km；

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}$：向任意方向 0 km；

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{d}$：向东北方向 $10\sqrt{2}$ km。

2. 如图所示，$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$。

$\because$ 四边形 OF_2FF_1 为平行四边形，$|\overrightarrow{OF_1}|=24$，$|\overrightarrow{OF_2}|=12$，$\angle OF_1F=60°$，$\therefore OF\perp F_1F$，$OF=12\sqrt{3}$。故合力$\overrightarrow{OF}$方向垂直向上，$|\overrightarrow{OF}|=12\sqrt{3}$N。



第 2 题图

3. 图略。

4. 图略。

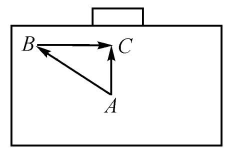
5. (1) $\overrightarrow{AD}$。 (2) $\boldsymbol{0}$。 (3) $\boldsymbol{0}$。

6. 不一定，若 A，B，C 三点共线，则不能构成三角形。

习题 2－2（B 组）（教材 P_{81}）

1. (1) 如图所示，足球位移为$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$。

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=37°$，$BC=20$ m，$\therefore |\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|\tan\angle ABC=20\tan 37°\approx 15$ (m)，$\overrightarrow{AC}$方向与球门线垂直。



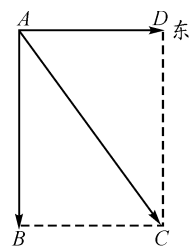
第 1 题图

(2) 在中场队员从传球至射门这一过程中，中场队员的位移与球的位移均为$\overrightarrow{AC}$，是相等的。

2. 如图所示，$\overrightarrow{AB}$为雨滴无风时下落速度，$\overrightarrow{AD}$为雨滴有风时的水平速度。由平行四边形法则，得雨滴实际下落速度为$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$。

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{AD}|=3$，故有$|\overrightarrow{AC}|=5$，$\angle BCA=\angle DAC\approx 53.1°=53°6'$。

即雨滴将沿东偏南 53°6′的方向，以 5.0 m/s 的速度着地。



第 2 题图

3. 略。

4. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}$；$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$；

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}$；$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}$；

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}$；

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC}$。

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DA}$；$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}$；

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$；$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$；

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$；$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BD}$。

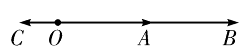
§3 从速度的倍数到数乘向量

教材课后习题答案

练习（教材 P_{84}）

1. $3\boldsymbol{a}$ 表示向东北方向行驶了 6 km，$-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$ 表示向西南方向行驶了 1 km。

2. 如图所示。



第 2 题图

3. (1) $-\boldsymbol{a}$。 (2) $-\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$。

4. (1) 因为 $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线。

(2) 因为 $\boldsymbol{a}=-2(\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)=-2\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线。

(3) 因为 $\boldsymbol{a}=\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{c}=\frac{3}{2}\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{a}-\frac{5}{2}\boldsymbol{c}=3\boldsymbol{a}-\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}\boldsymbol{a}=-\frac{3}{4}\boldsymbol{a}$，所以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线。

5. 图略。

练习（教材 P_{86}）

1. 图略。

2. 连接 BD，由题可知 $EF \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}BD$，故$\overrightarrow{AG}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$。

∵ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，∴ $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{4}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$。

习题 2－3(A 组)(教材 P_{87})

1. (1) $-2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$；(2) $-\frac{1}{6}\boldsymbol{a}$；(3) $-11\boldsymbol{b}+11\boldsymbol{c}$。

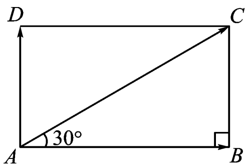
2. (1) ∵ $\boldsymbol{a}=6\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{b}=-5\boldsymbol{e}_1$，从而 $\boldsymbol{a}=-\frac{6}{5}\boldsymbol{b}$，故向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共线。

(2) ∵ $\boldsymbol{a}=4\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=20\boldsymbol{e}_1+15\boldsymbol{e}_2$，从而 $\boldsymbol{b}=5(4\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2)=5\boldsymbol{a}$，故向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线。

(3) ∵ $\boldsymbol{a}=\frac{1}{3}\boldsymbol{e}_1-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{e}_1-6\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=12\left(\frac{1}{3}\boldsymbol{e}_1-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_2\right)=12\boldsymbol{a}$，从而 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线。

(4) 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 与 $\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2$ 共线，则 $\boldsymbol{a}=k\boldsymbol{b}(k\in\mathbf{R})$，即 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2=k(3\boldsymbol{e}_1-3\boldsymbol{e}_2)$，$(3k+1)\boldsymbol{e}_2=(3k-1)\boldsymbol{e}_1$，从而 $\boldsymbol{e}_1/\!/\boldsymbol{e}_2$，这与已知 $\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 不共线矛盾。故 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线。

3. 如图所示，设 $\overrightarrow{AC}$ 为飞机速度，则 $|\overrightarrow{AC}|=80$，且 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=30°$，$|\overrightarrow{AB}|=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}$，$|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|=80\times\frac{1}{2}=40$。故飞机起飞时的水平和竖直方向的速度分别为 $40\sqrt{3}$ m/s 和 40 m/s。



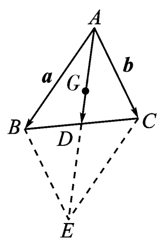
第 3 题图

4. (1) 平行四边形。 (2) 矩形。 (3) 梯形。 (4) 等腰梯形。

5. (1) 如图所示，延长 AD 至点 E，使 $DE=AD$，连接 BE，CE。

∵ $BD=DC$，∴ 四边形 $ABEC$ 为平行四边形，故 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，即 $2\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$。

(2) 因为 G 为 $\triangle ABC$ 的重心(三条中线的交点)，所以 $|\overrightarrow{AG}|:|\overrightarrow{GD}|=2:1$。因为 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GD}$，所以 $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\frac{1}{3}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$。



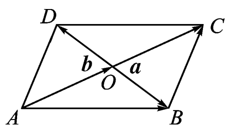
第 5 题图

(3) $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，同理 $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})$，$\overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA})$，所以 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\boldsymbol{0}$。

6. 如图所示，在▱$ABCD$ 中，

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$。



第 6 题图

7. 略。

习题 2－3(B 组)(教材 P_{87})

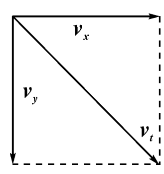
1. 设物体在 t 时刻的速度为 $\boldsymbol{v}_t$，且在水平和竖直方向的速度分别为 $\boldsymbol{v}_x$ 和 $\boldsymbol{v}_y$，如图所示。

则 $\boldsymbol{v}_t=\boldsymbol{v}_x+\boldsymbol{v}_y$。

依题意，得 $|\boldsymbol{v}_x|=20$ m/s，且 $40=20t$，$t=2$，

故物体在竖直方向向下落的距离为

$s_y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times10\times2^2=20(\mathrm{m})$，



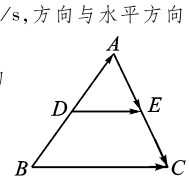
第 1 题图

且 $|\boldsymbol{v}_y|=gt=10\times2=20(\mathrm{m/s})$，

故 $|\boldsymbol{v}_t|=\sqrt{|\boldsymbol{v}_x|^2+|\boldsymbol{v}_y|^2}=\sqrt{20^2+20^2}=20\sqrt{2}(\mathrm{m/s})$。

设 $\boldsymbol{v}_t$ 与水平方向夹角为 α，则 $\tan\alpha=\frac{|\boldsymbol{v}_y|}{|\boldsymbol{v}_x|}=\frac{20}{20}=1$，$\alpha=45°$。∴ 物体高度下落了 20 m，物体运动速度大小是 $20\sqrt{2}$ m/s，方向与水平方向成 45°角向下。

2. 如图所示，设 D，E 分别为 $\triangle ABC$ 的 AB，AC 边的中点，则 $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，故 $DE/\!/BC$，且 $DE=\frac{1}{2}BC$，即三角形中位线平行于第三边，且等于第三边的一半。



第 2 题图

3. 略。

§4 平面向量的坐标

教材课后习题答案

练习(教材 P_{91})

1. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,4)+(-1,1)=(3-1,4+1)=(2,5)$。

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,4)-(-1,1)=(3+1,4-1)=(4,3)$。

2. $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=2(-5,4)+(7,-2)=(-10+7,8-2)=(-3,6)$。

$-7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b}=-7(-5,4)-5(7,-2)=(35,-28)-(35,-10)=(35-35,-28+10)=(0,-18)$。

3. (1) $\overrightarrow{AB}=(-2,3)-(2,-3)=(-2-2,3+3)=(-4,6)$，$\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}=(4,-6)$。

(2) $\overrightarrow{AB}=(1,0)-(0,4)=(1,-4)$，$\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}=(-1,4)$。

4. $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3=(-1,-2)+(3,2)+(-1,2)=(-1+3-1,-2+2+2)=(1,2)$。

5. (1) 不平行。 (2) 平行。

6. $\overrightarrow{AB}=(1,-1)-(0,-3)=(1-0,-1+3)=(1,2)$，$\overrightarrow{BC}=(3,3)-(1,-1)=(3-1,3+1)=(2,4)=2(1,2)$。故 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AB}$，$B$ 为公共点，∴ $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 共线。

习题 2－4(A 组)(教材 P_{91})

1. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(0,0)$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-2,4)$，$2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=(-5,10)$。

2. $2\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=2(2,1)+5(-8,6)-(4,6)=(-40,26)$。

$2\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=-40\boldsymbol{i}+26\boldsymbol{j}$。

3. $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(-4,1)-(2,-1)=(-6,2)$。

4. 略。

5. 依题意 $\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{F}_3=-(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2)$，

设 $\boldsymbol{F}_3=(x,y)$，则 $(x,y)=-[(2\sqrt{3},2)+(-2\sqrt{3},4)]=-(0,6)=(0,-6)$，即 $\boldsymbol{F}_3=(0,-6)$。

6. (1) $\overrightarrow{AB}=(4,1)-(0,1)=(4,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,2)-(0,1)=(-1,1)$，

∵ $4\times1-(-1)\times0\neq0$，故 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 不共线，即 A，B，C 三点不共线；

(2) $\overrightarrow{DE}=(-1,5)-(1,1)=(-2,4)$，$\overrightarrow{DF}=(3,-3)-(1,1)=(2,-4)$，∵ $-2\times(-4)-2\times4=0$，故 $\overrightarrow{DE}/\!/\overrightarrow{DF}$，即 D，E，F 三点共线；

(3) $\overrightarrow{GH}=(3,5)-(1,1)=(2,4)$，$\overrightarrow{GL}=(-2,-5)-(1,1)=(-3,-6)$，∵ $2\times(-6)-(-3)\times4=0$，故 $\overrightarrow{GH}/\!/\overrightarrow{GL}$，即 G，H，L 三点共线。

7. $\overrightarrow{AB}=(-4,5)-(2,3)=(-6,2)$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-6)^2+2^2}=2\sqrt{10}$。

∴ $\boldsymbol{e}=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=\frac{1}{2\sqrt{10}}(-6,2)=\left(-\frac{3\sqrt{10}}{10},\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$。

习题 2－4(B 组)(教材 P_{92})

1. $\overrightarrow{DF}=\left(\frac{7}{4},2\right)$。

2. $\overrightarrow{AB}=(1,3)-(-1,-1)=(2,4)$，

$\overrightarrow{AC}=(x,5)-(-1,-1)=(x+1,6)$。

∵ A，B，C 三点共线，故 $\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$，

∴ $2\times6-4(x+1)=0$，$x=2$。即 $C(2,5)$。

3. 如果 $\boldsymbol{e}_1=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{e}_2=(x_2,y_2)$ 是同一平面内的两个向量，满足 $x_1y_2\neq x_2y_1$，那么对于这一平面内的任一向量 $\boldsymbol{a}=(x,y)$，存在唯一一对实数 λ_1，λ_2 使 $x=\lambda_1x_1+\lambda_2x_2$，$y=\lambda_1y_1+\lambda_2y_2$，同时成立。

4. 略。

§5 从力做的功到向量的数量积

教材课后习题答案

练习 1(教材 P_{95})

1. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta=\begin{cases}\sqrt{2},\theta=0°,\\-\sqrt{2},\theta=180°。\end{cases}$

2. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos120°=4\times2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$。

练习2(教材 P_{97})

1. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos120°=5\times4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-10$。

2. $\because \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta=-3$，$\therefore\cos\theta=\frac{-3}{2\times3}=-\frac{1}{2}$，$\theta=120°$。

3. (1) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2$。
(2) $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2+5\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{b}^2$。

4. 不能，当 $\boldsymbol{a}$ 为零向量时，$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$ 也成立。

5. 不成立。理由略。

习题2－5(A组)(教材 P_{97})

1. (1) $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$，$\boldsymbol{a}$ 方向上的单位向量为 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{1}{\sqrt5}(-1,2)=\left(-\frac{\sqrt5}{5},\frac{2\sqrt5}{5}\right)$；
(2) $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\boldsymbol{a}$ 方向上的单位向量为 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{1}{5}(3,4)=\left(\frac35,\frac45\right)$；
(3) $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=1$，$\boldsymbol{a}$ 方向上的单位向量为 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=(\cos\theta,\sin\theta)$。
(4) $\overrightarrow{AB}=(-1,-2)-(2,-5)=(-3,3)$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt2$，$\overrightarrow{AB}$ 方向上的单位向量为 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=\frac{1}{3\sqrt2}(-3,3)=\left(-\frac{\sqrt2}{2},\frac{\sqrt2}{2}\right)$。

2. (1)3。 (2)2。 (3)7。 (4)－5。

3. (1) $15\sqrt3$。 (2)15。

4. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}$
$=\sqrt{1^2+2|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos120°+4}=\sqrt3$。

5. $\theta=135°$。

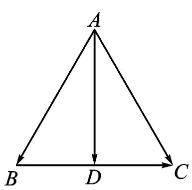
6. －4。

7. 由 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt2|\boldsymbol{b}|$，可得 $\boldsymbol{a}^2=2\boldsymbol{b}^2$。又 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 互相垂直，$\therefore(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=0$，$\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{b}^2=0$，从而 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，即 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$。

习题2－5(B组)(教材 P_{97})

1. 120°。

2. 如图所示，在△ABC 中，$AB=AC$，AD 为 BC 边中线，则 $\overrightarrow{AD}=\frac12(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，因此 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac12(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac12(\overrightarrow{AC}^2-\overrightarrow{AB}^2)=\frac12(|\overrightarrow{AC}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2)=0$，所以 $\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC}$，即 $AD\perp BC$，由此可见，等腰三角形底边上的中线垂直于底边。



第2题图

3. $W=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{F}||\boldsymbol{s}|\cos37°=10\times1\times0.8=8(\text{J})$。

§6　平面向量数量积的坐标表示

教材课后习题答案

练习(教材 P_{99})

1. (1) $2\sqrt3-2$。 (2)略。

2. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(3,2)\cdot(-6,9)=3\times(-6)+2\times9=-18+18=0$，$\therefore\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$。

习题2－6(A组)(教材 P_{100})

1. (1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(-3,2)\cdot(4,6)=(-3)\times4+2\times6=0$，故垂直。
(2) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(7,1)\cdot(-2,14)=(-2)\times7+1\times14=0$，故垂直。
(3) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\left(\frac13,\frac12\right)\cdot\left(2,\frac23\right)=\frac13\times2+\frac12\times\frac23\neq0$，故不垂直。
(4) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(3,5)\cdot(5,-3)=3\times5+5\times(-3)=0$，故垂直。

2. 依题有 $\overrightarrow{AB}=(-5,-2)$，$\overrightarrow{BC}=(4,-10)$，$\because\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-20+20=0$，$\therefore\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$，即 $AB\perp BC$. $\therefore$ △ABC为直角三角形。

3. $D(2,1)$ 或 $D(-2,3)$。

4. $k=-5$。

5. $\overrightarrow{AB}=(3,4)$，$\overrightarrow{AC}=(4,0)$，$\overrightarrow{BC}=(1,-4)$。
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=12>0$，即∠$A$ 为锐角。
同理 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}>0$，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}>0$，∠$B$，∠$C$ 也为锐角，
所以△ABC 为锐角三角形。

6. 取 l_1 的方向向量 $\boldsymbol{m}=(1,-3)$，l_2 的方向向量 $\boldsymbol{n}=\left(1,-\frac12\right)$，$\theta$ 为 l_1 与 l_2 的夹角，则 $\cos\theta=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{(1,-3)\cdot\left(1,-\frac12\right)}{\sqrt{1^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{1^2+\left(-\frac12\right)^2}}=\frac{\frac52}{\frac52\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}$，故 $\theta=45°$。

习题2－6(B组)(教材 P_{100})

1. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为60°，$\boldsymbol{m}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 的夹角为130°。

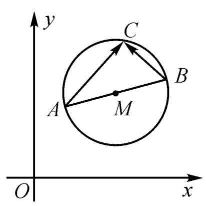
2. 当两个向量的数量积为正数时，它们的夹角为锐角或零角；当两个向量的数量积为负数时，它们的夹角为钝角或平角；当两个向量的数量积为零时，它们的夹角为直角。

3. (1) $k=-\frac23$；(2) $k=\frac{11}{3}$；(3) $k=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$。

4. $\overrightarrow{AC}=(\cos\alpha+1,\sin\alpha)$，$\overrightarrow{BC}=(\cos\alpha-1,\sin\alpha)$。$\because\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=\cos^2\alpha-1+\sin^2\alpha=0$，$\therefore\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$。

5. 证明略。

6. 如图所示，设 $C(x,y)$ 为圆上任意一点，因为 AB 为圆的直径，故∠$ACB=90°$，$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$。
从而 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，
即 $(x-x_1,y-y_1)\cdot(x-x_2,y-y_2)=0$，$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$，
这即是以 AB 为直径的圆的方程。



第6题图

§7　向量应用举例

教材课后习题答案

练习(教材 P_{102})

1. 设 $A_0B\perp\boldsymbol{n}$，$B(x,y)$，则 $\overrightarrow{A_0B}=(x-x_0,y-y_0)$，$\overrightarrow{A_0B}\cdot\boldsymbol{n}=0$，所以 $(x-x_0,y-y_0)\cdot(a,b)=a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$，故 $ax+by=ax_0+by_0$。

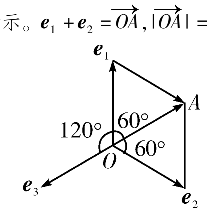
2. 设 $P(x,y)$ 为经过 A 且与过 B，C 两点的直线垂直的直线上一点。则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，即 $(x+1,y-2)\cdot(-5,1)=0$，化简得 $-5x-5+y-2=0$，即 $5x-y+7=0$。

3. 取 l_1，l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}=(2m-3,m)$，$\boldsymbol{b}=(-m-6,2m+5)$。由 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，得 $\frac{2m-3}{m}=\frac{-m-6}{2m+5}$，解得 $m=-3$ 或 $m=1$。当 $m=1$ 时，l_1 与 l_2 重合，舍去。所以 $m=-3$。

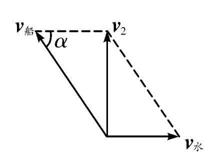
练习(教材 P_{104})

1. 证明略。

2. 如图所示。$\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2=\overrightarrow{OA}$，$|\overrightarrow{OA}|=|\boldsymbol{e}_1|$，所以 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2+\boldsymbol{e}_3=\overrightarrow{OA}+\boldsymbol{e}_3=\boldsymbol{0}$。



第2题图



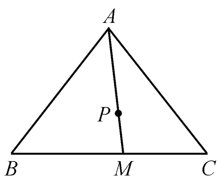
第3题图

3. (1) 设船的静水速度为 $\boldsymbol{v}_{船}$，其方向与水流的相反方向的夹角为 α，如图所示，则有 $\cos\alpha=\frac{|\boldsymbol{v}_{水}|}{|\boldsymbol{v}_{船}|}=\frac36=\frac12$，则 $\alpha=60°$。
(2) 轮船的合速度 $|\boldsymbol{v}|=|\boldsymbol{v}_{船}|\sin\alpha=6\times\frac{\sqrt3}{2}=3\sqrt3$。
所以到达对岸所需时间 $t=\frac{d}{|\boldsymbol{v}|}=\frac{2\sqrt3}{3\sqrt3}=\frac23(\text{h})=40\ (\text{min})$。

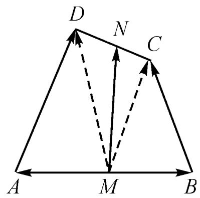
习题 2－7(A 组)(教材 P_{104})

1. 如图所示，设 P 为 $\triangle ABC$ 中线 AM 上任意一点，则$\overrightarrow{AP}$与$\overrightarrow{AM}$共线。

设$\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AM}$，$0\leqslant t\leqslant 1$，即$\overrightarrow{AP}=t(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA})=t\left[\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})-\overrightarrow{OA}\right]=\frac{t}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})-t\overrightarrow{OA}(0\leqslant t\leqslant 1)$。



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图所示，连接 MD，MC。因为 M 为 AB 的中点，故而$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\mathbf{0}$，又 N 为 CD 的中点，所以$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$。

3. 0.539 J。

习题 2－7(B 组)(教材 P_{104})

1. 证明略。

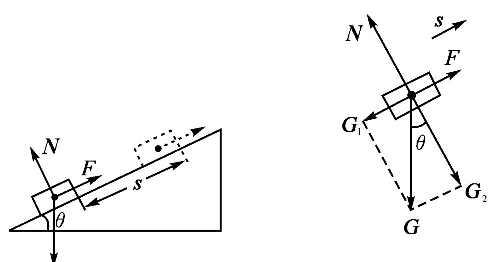
2. 木块受三个力作用，重力 $\boldsymbol{G}$，拉力 $\boldsymbol{F}$ 和支持力 $\boldsymbol{N}$，如图(1)。

(1)拉力 $\boldsymbol{F}$ 与位移 $\boldsymbol{s}$ 的方向相同，拉力对木块做的功 $W_F=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{F}||\boldsymbol{s}|\cos 0°=10\times 2.0=20(\text{J})$。

支持力 $\boldsymbol{N}$ 与位移 $\boldsymbol{s}$ 方向垂直，支持力不做功，即 $W_N=\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{s}=0$。

重力 $\boldsymbol{G}$ 与位移 $\boldsymbol{s}$ 的夹角 $\alpha=90°+\theta$，则重力做的功

$$W_G=\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{G}||\boldsymbol{s}|\cos(90°+\theta)=-|\boldsymbol{G}||\boldsymbol{s}|\sin\theta$$
$$=-2.0\times 9.8\times 2.0\times\frac{1}{2}=-19.6(\text{J})。$$



(1) (2)

第 2 题图

(2)如图(2)，在这一过程中，物体所受各个力对物体做功的代数和为 $W=W_F+W_N+W_G=0.4(\text{J})$。

(3)物体所受合外力大小为$|\boldsymbol{F}_{合}|=|\boldsymbol{F}|-|\boldsymbol{G}_1|=10-2.0\times 9.8\times\frac{1}{2}=0.2(\text{N})$。

其方向沿斜面向上，合外力对物体所做的功为

$W=\boldsymbol{F}_{合}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{F}_{合}||\boldsymbol{s}|\cos 0°=0.2\times 2.0\times 1=0.4(\text{J})$。

上述计算表明，物体所受合外力对物体所做的功，与物体所受各个力对物体做功的代数和是相等的。

3. 略。

4. 略。

复习题二

(A 组)(教材 P_{108})

1. (1)错；(2)错；(3)对；(4)错；(5)错；(6)错；(7)错；(8)对；(9)错；(10)对；(11)错；(12)错；(13)错；(14)对。

2. (1)D (2)D (3)D (4)B (5)B (6)B

3. (1)以点 O 为圆心的单位圆 (2)$(-6,2)$

(3)$\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$ (4)$120°$ (5)$135°$

4. 飞机从 D 地飞回 A 地的位移大小是 $50\sqrt{6}$km，方向为南偏西 30°。

5. $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$。作图略。

6. $D(0,-4)$。

7. $\boldsymbol{n}_0=\left(\frac{\sqrt{5}}{5},-\frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$或$\boldsymbol{n}_0=\left(-\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$。

8. (1)当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos 0°=8$。当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cdot\cos 180°=-8$。

(2)当 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$。

(3)当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 135°时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cdot\cos 135°=-4\sqrt{2}$。

9. $\boldsymbol{a}=(6,4)$或$\boldsymbol{a}=(-6,-4)$。

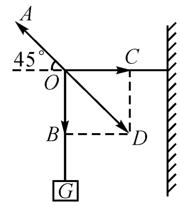
10. $\boldsymbol{c}=\left(\frac{3}{7},\frac{22}{7}\right)$。

11. 如图所示，作用在细绳上的三个力平衡，分别用$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$表示，其中$\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OC}$的合力为$\overrightarrow{OD}$，方向与$\overrightarrow{OA}$相反，大小也为 200 N。

即$|\overrightarrow{OD}|=200$。

依题意，$\triangle OBD$ 为等腰直角三角形。

故$|\overrightarrow{OB}|=\frac{\sqrt{2}}{2}|\overrightarrow{OD}|=100\sqrt{2}$。

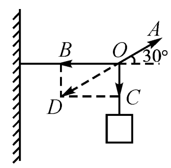


第 11 题图

即物重 G 是 $100\sqrt{2}$ N。

12. 如图所示，作用在细绳上的三个力平衡，分别用$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$表示，其中$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$的合力$\overrightarrow{OD}$，方向与$\overrightarrow{OA}$相反，大小也为 100 N。即$|\overrightarrow{OD}|=100$。

依题意，$\triangle OBD$ 为直角三角形，$\angle OBD=90°$，$\angle BOD=30°$。故$|\overrightarrow{OC}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OD}|=50$，$|\overrightarrow{OB}|=\frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{OD}|=50\sqrt{3}$。



第 12 题图

即砝码的质量约为 5 kg，作用在 OB 方向上的力为$50\sqrt{3}$ N。

13. 依题意知物体的加速度大小为 2 m/s^2，则物体在 3 s 内的位移大小为$|\boldsymbol{s}|=\frac{1}{2}\times 2\times 3^2=9(\text{m})$。

所以水平力在 3 s 内对物体做的功为

$W=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{F}||\boldsymbol{s}|\cos 0°=4\times 9\times 1=36(\text{J})$。

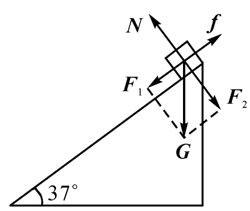
14. $\overrightarrow{AB}=(7,5)-(4,1)=(3,4)$，

$\overrightarrow{AC}=(-4,7)-(4,1)=(-8,6)$，

因为$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(3,4)\cdot(-8,6)=3\times(-8)+4\times 6=0$，所以$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，即$\triangle ABC$ 为直角三角形。

(B 组)(教材 P_{110})

1. 如图所示，物体受三个力作用，重力 $\boldsymbol{G}$、斜面对物体的支持力 $\boldsymbol{N}$、摩擦力 $\boldsymbol{f}$。将重力 $\boldsymbol{G}$ 分解为沿斜面向下的下滑力 $\boldsymbol{F}_1$ 和对斜面的压力 $\boldsymbol{F}_2$，则重力 $\boldsymbol{G}$ 与位移 $\boldsymbol{s}$ 之间夹角 $\theta=90°-37°=53°$，则重力对物体做的功为



第 1 题图

$$W_G=\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{G}||\boldsymbol{s}|\cos 53°$$
$$=5\times 10\times\frac{2}{\sin 37°}\times\cos 53°$$
$$=100(\text{J})。$$

支持力 $\boldsymbol{N}$ 与位移 $\boldsymbol{s}$ 方向垂直，对物体不做功，即 $W_N=\boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{s}=0$，

摩擦力 $\boldsymbol{f}$ 与位移 $\boldsymbol{s}$ 方向相反，对物体做的功为

$$W_f=\boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{s}=|\boldsymbol{f}||\boldsymbol{s}|\cos 180°=-0.5|\boldsymbol{F}_2||\boldsymbol{s}|$$
$$=-0.5\times 5\times 10\times\cos 37°\times\frac{2}{\sin 37°}$$
$$\approx -66.4(\text{J})。$$

2. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(6,1)+(x,y)+(-2,-3)=(4+x,y-2)$。

所以$\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{AD}=(-x-4,2-y)$，

又$\overrightarrow{BC}/\!/\overrightarrow{DA}$，故 $x(2-y)+y(x+4)=0$，

$2x-xy+xy+4y=0$，从而 $x+2y=0$。

3. $\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}$ 互相垂直，当且仅当$(\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b})=0$，即 $\boldsymbol{a}^2-k^2\boldsymbol{b}^2=0$。又 $\boldsymbol{a}^2=3^2=9$，$\boldsymbol{b}^2=4^2=16$，所以 $9-16k^2=0$，即 $k=\pm\frac{3}{4}$。

所以当且仅当$k=\pm\frac{3}{4}$时，$\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-k\boldsymbol{b}$ 互相垂直。

4. 证明略。

5. 证明略。

第三章 三角恒等变形

§1 同角三角函数的基本关系

教材课上思考答案

思考交流(教材 P_{113})

略。

教材课后习题答案

练习1(教材 P_{115})

1. $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$。

2. 当 α 为第一象限角时，$\cos\alpha=\frac{1}{2}$，$\tan\alpha=\sqrt{3}$；

当 α 为第二象限角时，$\cos\alpha=-\frac{1}{2}$，$\tan\alpha=-\sqrt{3}$。

3. 略。

4. (1)2。(2)$\frac{5}{4}$。

练习2(教材 P_{116})

1. (1)$\sin\theta$。(2)1。

2. (1)左边$=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=$右边。

(2)左边$=\sin^2x(\sin^2x+\cos^2x)+\cos^2x=\sin^2x+\cos^2x=1=$右边。

习题3－1(A组)(教材 P_{117})

1. (1)$\because\sin\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\alpha$ 为第四象限角，

$\therefore\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-1$。

(2)$\because\cos\alpha=-\frac{8}{17}$，$\alpha$ 为第二象限角，$\therefore\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\left(-\frac{8}{17}\right)^2}=\frac{15}{17}$，$\therefore\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{15}{8}$。

(3)$\because\tan\alpha=-\frac{4}{3}<0$，$\therefore\alpha$ 是第二象限角或第四象限角。

由 $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{4}{3}$ 得 $\sin\alpha=-\frac{4}{3}\cos\alpha$，

又 $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$，$\therefore\left(-\frac{4}{3}\cos\alpha\right)^2+\cos^2\alpha=1$，$\therefore\cos^2\alpha=\frac{9}{25}$。

当 α 为第二象限角时，$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$；

当 α 为第四象限角时，$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\sin\alpha=-\frac{4}{5}$。

(4)$\because\cos x=\frac{2}{3}>0$，且 $\cos x\neq1$，$\therefore x$ 是第一象限角或第四象限角，

当 x 是第一象限角时，$\sin x=\sqrt{1-\cos^2x}=\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，

$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$。

当 x 是第四象限角时，$\sin x=-\sqrt{1-\cos^2x}=-\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=-\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$。

2. $-\frac{16}{11}$。 3. $\frac{\sqrt{73}}{10}$。

4. $\cos\theta=\begin{cases}\sqrt{1-\sin^2\theta},\theta\text{ 为第一或第四象限角},\\-\sqrt{1-\sin^2\theta},\theta\text{ 为第二或第三象限角};\end{cases}$

$\tan\theta=\begin{cases}\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}},\theta\text{ 为第一或第四象限角},\\-\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}},\theta\text{ 为第二或第三象限角}。\end{cases}$

5. (1)1。 (2)A^2+B^2。 (3)$\frac{-2}{\sin\alpha}$。 (4)$\cos^4x$。

6. 证明略。

7. (1)$x^2+y^2=(\rho\cos\theta)^2+(\rho\sin\theta)^2=\rho^2\cos^2\theta+\rho^2\sin^2\theta=\rho^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)=\rho^2=$右边。

(2)左边$=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{y}{\rho}}{\frac{x}{\rho}}=\frac{y}{x}=$右边。

习题3－1(B组)(教材 P_{117})

1. $\frac{1-m^2}{2}$。

2. $\frac{7}{8}$。

3. 原式$=\sqrt{2+2\tan^2x}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{\cos^2x}}=\frac{\sqrt{2}}{|\cos x|}=-\frac{\sqrt{2}}{\cos x}$。

4. 原式$=\frac{2\cos\theta}{|\cos\theta|}+\frac{|\sin\theta|}{\sin\theta}=\begin{cases}3,\theta\text{ 为第一象限角},\\-1,\theta\text{ 为第二象限角},\\-3,\theta\text{ 为第三象限角},\\1,\theta\text{ 为第四象限角}。\end{cases}$

5. 略。

6. 可用来求三角函数值，化简三角函数式，证明三角恒等式等。

§2 两角和与差的三角函数

教材课后习题答案

练习(教材 P_{120})

1. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$ 不一定成立。例如：$\alpha=30°$，$\beta=60°$，则 $\cos(\alpha+\beta)=\cos90°=0$，但 $\cos\alpha+\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\neq0$。

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha-\cos\beta$ 不一定成立。例如：$\alpha=30°$，$\beta=60°$，则 $\cos(\alpha-\beta)=\cos(30°-60°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，而 $\cos\alpha-\cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\neq\frac{\sqrt{3}}{2}$。

2. (1)$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$。 (2)$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$。

3. (1)$\frac{\sqrt{3}}{2}$。 (2)$\frac{1}{2}$。

4. $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{14}}{8}$，$\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{7}}{8}$。

5. (1)略。 (2)$-\cos\alpha$。 (3)$-\sin\alpha$。

练习(教材 P_{122})

1. $\tan15°=2-\sqrt{3}$；$\tan105°=-2-\sqrt{3}$。

2. (1)$\sqrt{3}$。 (2)$-\sqrt{3}$。

3. $\cos(\alpha-\beta)=\frac{8}{85}-\frac{6}{17}\sqrt{6}$。 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{15-16\sqrt{6}}{30\sqrt{6}+8}$。

4. $\because\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}=\frac{\frac{1}{3}-2}{1-\frac{1}{3}\times(-2)}=-1$。而 $90°<\alpha+\beta<270°$，$\therefore\alpha+\beta=135°$。

习题3－2(A组)(教材 P_{123})

1. $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$；$\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$；

$\cos\left(-\frac{31\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$；$\sin\left(-\frac{11}{12}\pi\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$；

$\tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$；$\tan\left(-\frac{7\pi}{12}\right)=2+\sqrt{3}$。

举例略。

2. (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$。(2) $-\frac{1}{2}$。(3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$。(4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$。(5) 1。(6) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$。

3. $\because \sin\alpha=\frac{12}{13},\cos\beta=-\frac{3}{5}$，$\alpha,\beta$ 为第二象限角，$\therefore \cos\alpha=-\frac{5}{13},\sin\beta=\frac{4}{5}$。$\therefore \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta=\left(-\frac{5}{13}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)+\frac{12}{13}\times\frac{4}{5}=\frac{15+48}{65}=\frac{63}{65}$。$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta=\left(-\frac{5}{13}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)-\frac{12}{13}\times\frac{4}{5}=\frac{15-48}{65}=-\frac{33}{65}$。

4. 由 $\cos\varphi=\frac{3}{5},\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，得 $\sin\varphi=\frac{4}{5},\tan\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{4}{3}$。

$\therefore \sin\left(\varphi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\varphi\cos\frac{\pi}{6}-\cos\varphi\sin\frac{\pi}{6}=\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$，$\tan\left(\varphi+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\varphi+1}{1-\tan\varphi}=\frac{\frac{4}{3}+1}{1-\frac{4}{3}}=\frac{4+3}{3-4}=-7$。

5. 略。

6. $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}=\frac{\frac{1}{3}-(-2)}{1+\frac{1}{3}\times(-2)}=\frac{1+6}{3-2}=7$。

7. 由 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=-2$，得 $\tan\alpha=-\frac{1}{3}$。

8. 略。 9. 略。

习题 3－2（B 组）（教材 P_{123}）

1. 无数多个。

2. (1) $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$。 (2) $-2\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$。

(3) $\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$。 (4) $2+\sqrt{3}$。 (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$。

3. 由 $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}=\frac{3}{2}$，

可得 $\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{\tan\alpha-\tan\beta}=\frac{3}{2}$，即 $\tan\alpha=5\tan\beta$。

原式 $=\frac{\tan(\alpha+\beta)-\tan(\alpha+\beta)(1-\tan\alpha\tan\beta)}{\tan^2\beta\cdot\tan(\alpha+\beta)}$

$=\frac{\tan\alpha\cdot\tan\beta}{\tan^2\beta}=\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=5$。

4. 略。

§3 二倍角的三角函数

教材课后习题答案

练习 1（教材 P_{125}）

1. (1) $\frac{1}{2}$。(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$。(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$。(4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$。(5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$。(6) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$。

2. 由 $\cos\alpha=\frac{7}{8},\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$，得 $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{15}}{8}$，故 $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=2\times\left(-\frac{\sqrt{15}}{8}\right)\times\frac{7}{8}=-\frac{7\sqrt{15}}{32}$，$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\left(\frac{7}{8}\right)^2-1=\frac{49}{32}-1=\frac{49-32}{32}=\frac{17}{32}$。

3. 1

4. $\triangle ABC$ 中，$\cos A=\frac{3}{5}$，则角 A 必为锐角，$\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\frac{4}{5}$。

$\because \sin B=\frac{1}{3}$，$\therefore \cos B=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\pm\frac{2}{3}\sqrt{2}$。

$\therefore \sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{4}{5}\times\left(\pm\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)+\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{\pm8\sqrt{2}+3}{15}$。又 $A+B<180°$，$\therefore \sin(A+B)=\frac{8\sqrt{2}+3}{15}$，此时 $\cos B=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 应舍去。$\therefore \cos B=\frac{2}{3}\sqrt{2}$。

$\therefore \sin(2A+B)=\sin2A\cos B+\cos2A\sin B=2\sin A\cos A\cdot\cos B+(1-2\sin^2A)\sin B=2\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}+\left(1-2\times\frac{16}{25}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{48\sqrt{2}-7}{75}$。

又 $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{4}{3}$，$\tan B=\frac{\sin B}{\cos B}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\therefore \tan2B=\frac{4\sqrt{2}}{7}$，$\therefore \tan(A+2B)=\frac{\tan A+\tan2B}{1-\tan A\tan2B}=\frac{28+12\sqrt{2}}{21-16\sqrt{2}}=-\frac{972+700\sqrt{2}}{71}$。

练习 2（教材 P_{127}）

1. $\because \frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$，$\therefore \frac{3\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<\pi$. $\therefore \sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}=\sqrt{\frac{1-\frac{4}{5}}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=-\sqrt{\frac{1+\frac{4}{5}}{2}}=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=-\frac{1}{3}$。

2. $\sin\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$，$\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$，$\tan\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}-1$。

3. $\sqrt{5}-2$。

习题 3－3（A 组）（教材 P_{128}）

1. (1) $\frac{1}{2}$。(2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$。(3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$。(4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$。(5) 1。(6) $\frac{1}{4}$。(7) $\frac{1}{2}$。

(8) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$。

2. $\because \sin\alpha=\frac{5}{13},\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\therefore \cos\alpha=-\frac{12}{13}$。

$\therefore \sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{5}{13}\times\left(-\frac{12}{13}\right)=-\frac{120}{169}$，

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{144}{169}-\frac{25}{169}=\frac{119}{169}$。

3. $\cos2\alpha=-\frac{161}{289}$，$\tan2\alpha=\frac{240}{161}$。

4. $\because \tan\alpha=\frac{1}{2}$，$\therefore \tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{3}$。

$\therefore \tan\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan2\alpha+\tan\frac{\pi}{3}}{1-\tan2\alpha\tan\frac{\pi}{3}}=\frac{\frac{4}{3}+\sqrt{3}}{1-\frac{4}{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4+3\sqrt{3}}{3-4\sqrt{3}}=-\frac{48+25\sqrt{3}}{39}$。

5. 设等腰三角形顶角为 α，底角为 θ，则 $\alpha+2\theta=\pi$。又 $\sin\theta=\frac{3}{5}$，

$\therefore \cos\theta=\frac{4}{5}$。$\therefore \sin\alpha=\sin(\pi-2\theta)=\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$，$\cos\alpha=-\cos2\theta=\sin^2\theta-\cos^2\theta=\left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2=-\frac{7}{25}$，

$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{24}{7}$。

6. $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{\sqrt{30}}{6}$，$\tan\frac{\alpha}{2}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$。

7. $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\tan\frac{\alpha}{2}=-2$。

8. $\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$。

9. 证明略。

10. 设顶角为 α，底角为 θ，则 $\cos\alpha=\frac{5}{13}$，$\alpha+2\theta=\pi$，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

$\therefore \cos2\theta=-\frac{5}{13}$。$\therefore \sin\theta=\sqrt{\frac{1-\cos2\theta}{2}}=\sqrt{\frac{1+\frac{5}{13}}{2}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$，

$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{1+\cos 2\theta}{2}}=\sqrt{\dfrac{1-\dfrac{5}{13}}{2}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$，$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{3}{2}$。

11. 证明略。

习题3－3(B组)(教材P_{129})

1. $\because \pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$，$\therefore \cos\alpha<0$，$\sin\alpha<0$，$\therefore \sin\alpha+\cos\alpha<0$。$\because(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+2\sin\alpha\cos\alpha=1+\sin 2\alpha=1+\dfrac{3}{4}=\dfrac{7}{4}$，$\therefore \sin\alpha+\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$。

2. $\because \tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right)=\dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}=3$，$\therefore \tan\theta=\dfrac{1}{2}$。

$\therefore \sin 2\theta-2\cos^2\theta=2\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta=\dfrac{2\sin\theta\cos\theta-2\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{2\tan\theta-2}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{1-2}{\dfrac{1}{4}+1}=-\dfrac{4}{5}$。

3. 证法一：$\cos^4\theta=\left(\dfrac{1+\cos 2\theta}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\cos 2\theta+\dfrac{1}{4}\cos^2 2\theta$。

证法二：$\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\cos 2\theta+\dfrac{1}{4}\cos^2 2\theta=\dfrac{1}{4}(1+2\cos 2\theta+\cos^2 2\theta)=\dfrac{1}{4}(1+\cos 2\theta)^2=\cos^4\theta$。

4. $\because \dfrac{\sin\alpha}{\sin\dfrac{\alpha}{2}}=\dfrac{8}{5}$，$0°<\alpha<180°$，$\therefore 0°<\dfrac{\alpha}{2}<90°$，$\cos\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{4}{5}$。

$\therefore \sin\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{3}{5}$。$\therefore \cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-1=2\times\left(\dfrac{4}{5}\right)^2-1=\dfrac{7}{25}$，

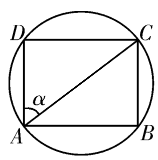
$\tan\dfrac{\alpha}{4}=\dfrac{\sin\dfrac{\alpha}{2}}{1+\cos\dfrac{\alpha}{2}}=\dfrac{\dfrac{3}{5}}{1+\dfrac{4}{5}}=\dfrac{1}{3}$。

5. 如图所示，设$\angle DAC=\alpha$，则$AD=2R\cdot\cos\alpha$，$DC=2R\cdot\sin\alpha$。

$\therefore S_{矩形ABCD}=AD\cdot DC=4R^2\cdot\sin\alpha\cos\alpha=2R^2\cdot\sin 2\alpha$。

$\therefore$ 当$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$时，矩形$ABCD$的面积取最大值$2R^2$。

此时四边形$ABCD$为正方形。



第5题图

6. 略。

7. $\boxed{C_{\alpha-\beta}}\xrightarrow{令\beta=0}\boxed{C_{\alpha}}\longrightarrow\boxed{\begin{matrix}C_{\frac{\alpha}{2}}\\ S_{\frac{\alpha}{2}}\end{matrix}}\longrightarrow\boxed{T_{\frac{\alpha}{2}}}$

复习题三

A组(教材P_{135})

1. (1)$\sin 3-\cos 3$。(2)-1。

2. (1)$\dfrac{1}{19}$。(2)$-\dfrac{34}{25}$。

3. 略。

4. (1)A。 (2)D。 (3)B。 (4)B。 (5)C。 (6)C。

5. $-\dfrac{9}{25}$。 6. $\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$。

7. $\because \tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，$225°<\alpha<270°$，$\therefore \sin\alpha=-\dfrac{4}{5}$，$\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$。

$\therefore \cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\dfrac{9}{25}-1=-\dfrac{7}{25}$，

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\left(-\dfrac{4}{5}\right)\times\left(-\dfrac{3}{5}\right)=\dfrac{24}{25}$。

8. $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)=1\cdot(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha)=-\cos 2\alpha=-a$。

9. $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}=\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\dfrac{5}{6}}{\dfrac{1}{6}}=5$，从而$\dfrac{2\sin\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta}=\dfrac{\tan\alpha}{\tan\beta}=5$。

10. 证明略。

11. (1)$y=\dfrac{1}{2}\sin 6x$，故$T=\dfrac{\pi}{3}$，$y_{\max}=\dfrac{1}{2}$，$y_{\min}=-\dfrac{1}{2}$。

(2)$y=\dfrac{1}{2}(1-2\sin^2 x)=\dfrac{1}{2}\cos 2x$，故$T=\pi$，$y_{\max}=\dfrac{1}{2}$，$y_{\min}=-\dfrac{1}{2}$。

(3)$T=\pi$，$y_{\max}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，$y_{\min}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$。

12. 原式$=\sqrt{(1-\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta)(1-\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta)}$

$=\sqrt{[1+\cos(\alpha+\beta)][1-\cos(\alpha-\beta)]}$

$=\sqrt{\left(1+2\cos^2\dfrac{\alpha+\beta}{2}-1\right)\left(1-1+2\sin^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right)}$

$=2\left|\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right|\left|\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right|$。

又$-\pi<\alpha+\beta<\pi$，$-\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{\alpha+\beta}{2}<\dfrac{\pi}{2}$，$-\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{\alpha-\beta}{2}<\dfrac{\pi}{2}$，且$\dfrac{\alpha-\beta}{2}<0$，所以$-\dfrac{\pi}{2}<\dfrac{\alpha-\beta}{2}<0$，从而上式$=-2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}=-2\times\dfrac{1}{2}(\sin\alpha-\sin\beta)=-\sin\alpha+\sin\beta$。

B组(教材P_{136})

1. 原式$=\begin{cases}2-\cos\alpha-\sin\alpha，\alpha是第一象限角或在y的非负半轴，\\ \sin\alpha-\cos\alpha，\alpha是第二象限角，\\ \sin\alpha+\cos\alpha-2，\alpha是第三象限角，\\ \cos\alpha-\sin\alpha，\alpha是第四象限角或在x的非负半轴。\end{cases}$

2. (1)由$\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$，得$\sin\alpha\cos\alpha=-\dfrac{9}{50}$。

所以$\sqrt{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}=\sqrt{1-2\sin\alpha\cos\alpha}=\dfrac{\sqrt{34}}{5}$。

所以$\sin\alpha-\cos\alpha=-\sqrt{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}=-\dfrac{\sqrt{34}}{5}$。

(2)由(1)得$\sin\alpha\cos\alpha=-\dfrac{9}{50}$，$\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=-\dfrac{4\sqrt{34}}{25}$。

所以$\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=\dfrac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=\dfrac{-\dfrac{4\sqrt{34}}{25}}{\left(-\dfrac{9}{50}\right)\times\left(-\dfrac{9}{50}\right)}=-\dfrac{400\sqrt{34}}{81}$。

3. (1)C。 (2)A。

4. $\tan\theta$。

5. 2。

6. 0。

7. $2-\sqrt{3}$。

8. 略。

9. 因为$\sin(2\alpha+\beta)=3\sin\beta$，所以$\sin[(\alpha+\beta)+\alpha]=3\sin[(\alpha+\beta)-\alpha]$，从而$\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha+\cos(\alpha+\beta)\cdot\sin\alpha=3\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha-3\cos(\alpha+\beta)\cdot\sin\alpha$，

即$2\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha=4\cos(\alpha+\beta)\sin\alpha$，

故$\tan(\alpha+\beta)\cot\alpha=2$，即$\tan(\alpha+\beta)=2\tan\alpha$。

10. 略。 11. $\dfrac{1}{16}$。

12. (1)$y=2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，$T=2\pi$，$y_{\max}=2$，$y_{\min}=-2$，

递增区间为$\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{3},2k\pi+\dfrac{2\pi}{3}\right]$，

递减区间为$\left[2k\pi+\dfrac{2\pi}{3},2k\pi+\dfrac{5\pi}{3}\right](k\in\mathbf{Z})$。

(2)$y=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，$T=2\pi$，$y_{\max}=\sqrt{2}$，$y_{\min}=-\sqrt{2}$，

递增区间为$\left[2k\pi-\dfrac{3\pi}{4},2k\pi+\dfrac{\pi}{4}\right]$，

递减区间为$\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{4},2k\pi+\dfrac{5\pi}{4}\right](k\in\mathbf{Z})$。