教材习题解答

第一章 立体几何初步

§1 简单几何体

【练习】(P_6)

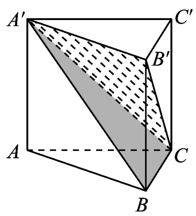
1. 轴截面分别是圆、矩形、等腰三角形、等腰梯形。
2. 可能有。
3. 不是棱台。因为侧棱延长线没有交于一点。

【习题 1－1A 组】(P_6)

1. 不一定。
2. 设长方体的对角线长为 l，长、宽、高分别为 a,b,c，则 $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$，即对角线的平方等于从一个顶点出发的三条棱长的平方和。
3. 球—乒乓球、圆柱—水桶、圆锥—漏斗、圆台—台灯罩、棱柱—方砖、棱锥—金字塔、棱台—桥墩等。

【习题 1－1B 组】(P_6)

1. 提示：底面为正方形。
2. 如图所示，两个截面为 $A'BC$，$A'B'C$，三个三棱锥分别为 $A'-ABC$，$A'-BB'C$ 和 $C-A'B'C'$。

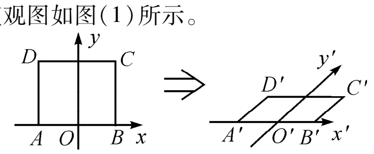


第 2 题图

§2 直观图

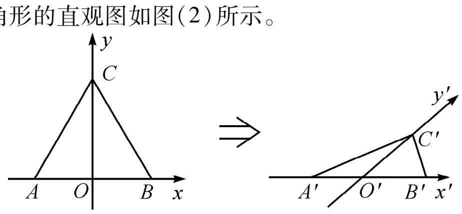
【练习】(P_{12})

1. 正方形的直观图如图(1)所示。



(1)

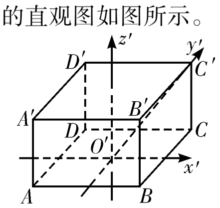
正三角形的直观图如图(2)所示。



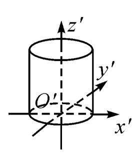
(2)

第 1 题图

2. 长方体的直观图如图所示。



第 2 题图

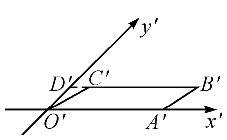


第 3 题图

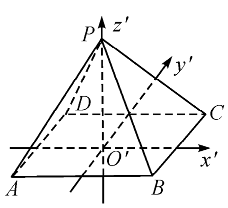
3. 圆柱的直观图如图所示。

【习题 1－2A 组】(P_{12})

1. 等腰梯形的直观图略。水平放置的平行四边形的直观图如图所示。

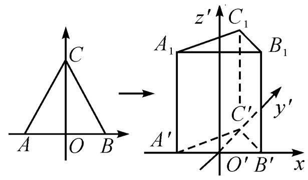


第 1 题图

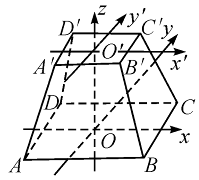


第 2 题图

2. 正四棱锥的直观图如图所示。
3. 正三棱柱的直观图如图所示。



第 3 题图



第 4 题图

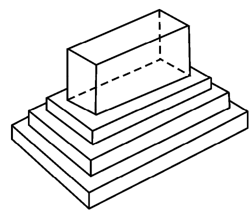
4. 正四棱台的直观图如图所示。

【习题 1－2B 组】(P_{12})

观察校园内的建筑，如各个教学楼、大门、公寓楼、雕塑等，选择其中之一画出其直观图。

如学校内的一个雕塑的底座[如图(1)所示]，它是由几个四棱柱构成的组合体，其直观图如图(2)所示。


(1)

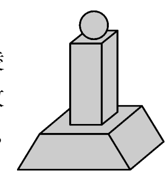

(2)

习题图

§3 三视图

【思考交流】(P_{18})

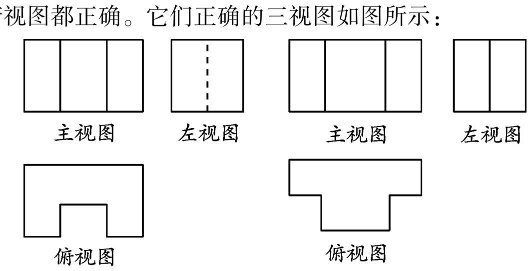
从奖杯的三视图可以看出，奖杯底座是一个棱台，底座的上面是一个长方体，奖杯的最上部放着一个球。根据以上分析，画出奖杯的实物图，如图所示。


思考图

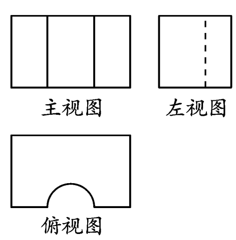
【特别提示】对常见的几何体(柱、锥、台、球)的三视图要非常熟悉，牢记它们的特征，如旋转体的左视图与主视图是相同的，它们的俯视图为圆或圆环。

【练习】(P_{16})

1. (1)主视图错误；(2)主视图与俯视图都正确；(3)主视图与俯视图都正确。它们正确的三视图如图所示：



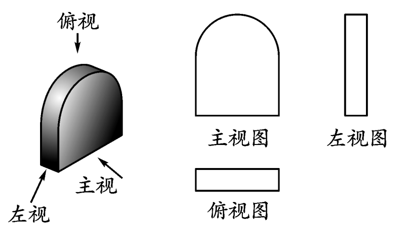
(1)　(2)



(3)

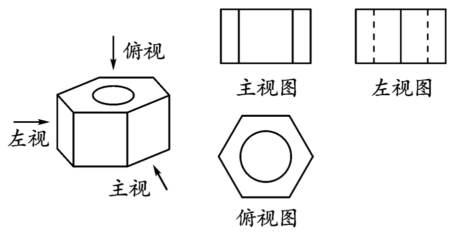
第 1 题图

2.(1)如图所示。



(1)

(2)如图所示。

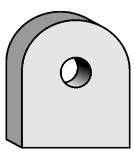


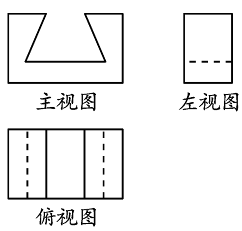
(2)

第 2 题图

【练习】(P_{18})

1. 实物图如图所示。





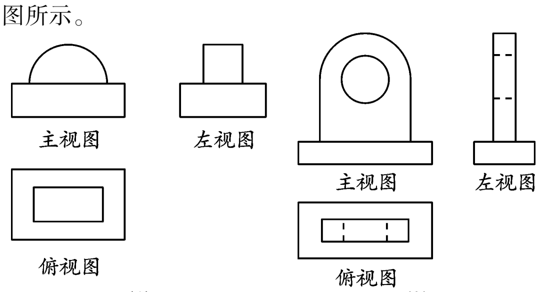
第 1 题图　　第 2 题图

2. 主视图正确,俯视图和左视图有错,正确画法如图所示。

【习题 1-3A 组】(P_{18})

1. (1)—B;(2)—C;(3)—D;(4)—A。

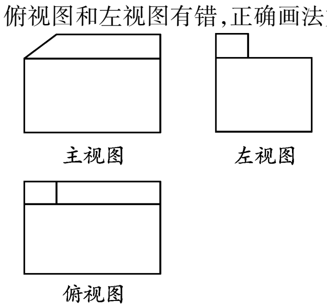
2. 如图所示。



(1)　　(2)

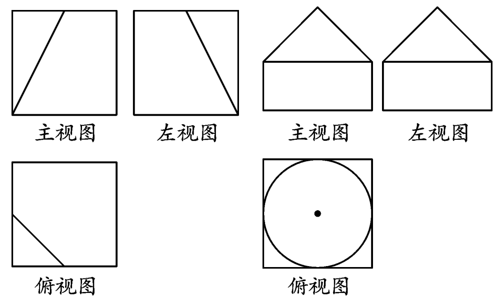
第 2 题图

3. 主视图正确,俯视图和左视图有错,正确画法如图所示。



第 3 题图

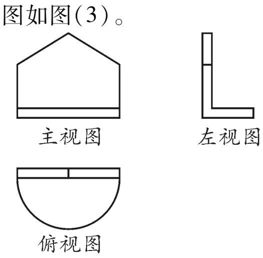
4. 题图(1)的三视图如图(1),题图(2)的三视图如图(2)。



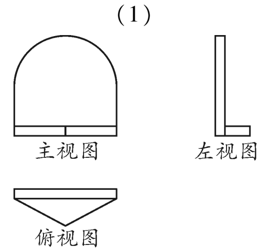
(1)　　(2)

第 4 题图

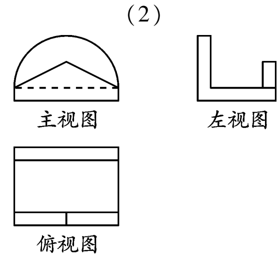
5. 题图(2)的三视图如图(1)所示,题图(3)的三视图如图(2),题图(4)的三视图如图(3)。



(1)



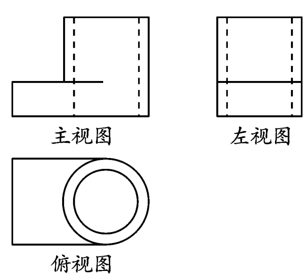
(2)



(3)

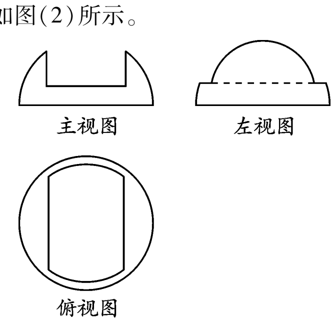
第 5 题图

6. (1)三视图如图(1)所示。



(1)

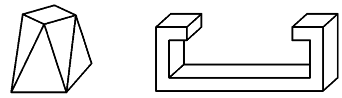
(2)三视图如图(2)所示。



(2)

第 6 题图

7. 物体的实物图如图所示。

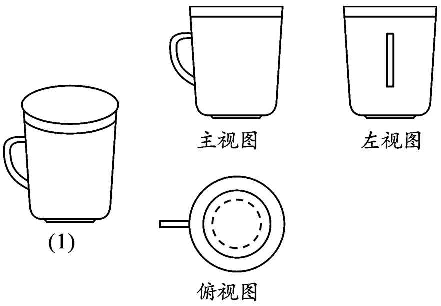


(1)　　　(2)

第 7 题图

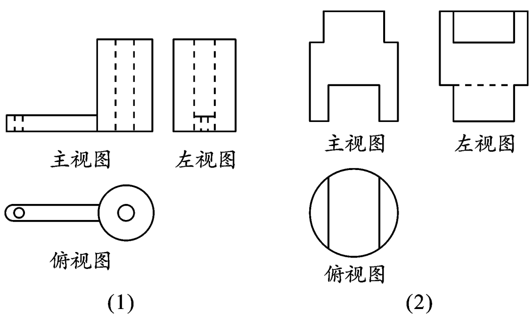
【习题 1－3B 组】(P_{21})

1. 如图(1)的水杯的三视图如图所示。



第 1 题图

2. 三视图如图所示。



第 2 题图

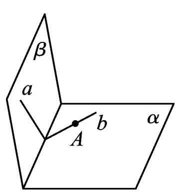
§4　空间图形的基本关系与公理

【思考交流】(P_{26})

略。

【练习】(P_{23})

1. 解:如图所示。点 A 在直线 b 上,但不在直线 a 上,点 A 在平面 α 内,但不在平面 β 内,直线 a 与 b 是相交直线。



第 1 题图

2. 黑板所在的平面与讲台所在的平面相交,黑板边缘所在的直线在黑板面内,不在讲台面内,黑板上某个字某一点不在黑板外边缘所在的直线上。

【练习 1】(P_{26})

1. 解:其理论依据是不共线的三点确定一个平面。

2. 1　3. 1

4. 解:最多能做 4 个等边三角形。该图形为正四面体,有 4 个顶点,6 条边,4 个面。

【练习 2】(P_{27})

1. B　2. B

3. 证明:由于 $AA'/\!/BB'$,$BB'/\!/CC'$,$\therefore AA'/\!/CC'$。
$\because AA'=BB'$,$BB'=CC'$,$\therefore AA'=CC'$。
$\therefore$ 四边形 $AA'C'C$ 是平行四边形。
$\therefore AC=A'C'$。同理 $AB=A'B'$,$BC=B'C'$。
$\therefore \triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$。

【习题 1－4A 组】(P_{28})

1. 解:不一定。过空间不共线的三点才能确定一个平面。

2. 解:O 在直线 MN 上,因为 M、N、O 都是平面 ABC 与平面 α 的公共点。

3. 解:(1)表示 1 个几何体,是被挡住了 3 个面的三棱柱;(2)表示 1 个几何体,是被挡住了 2 个面的三棱柱。

4. 解:与直线 AB 异面的直线为:A_1D_1、B_1C_1、DD_1、CC_1;
与直线 B_1C 异面的直线为:A_1D_1、D_1D、DA、AA_1、AB、D_1C_1;
与直线 BD_1 异面的直线为:A_1B_1、B_1C_1、AD、DC、AA_1、CC_1。

5. 证明:由正方体性质易证,$BE=D_1F$。
在平面 ABB_1A_1 内,取 B_1B 上一点 M,使 $AE=B_1M$。连接 A_1M。
$\therefore A_1M/\!/BE$。而易证 $A_1M/\!/D_1F$,$\therefore BE/\!/D_1F$。
又$\because BE=D_1F$,$\therefore$ 四边形 $EBFD_1$ 是平行四边形。

【习题 1－4B 组】(P_{28})

1. 1 或 3　2 或 8

2. 证明:由题意知,E、F 为 AB、BC 的中点,
$\therefore EF \underline{/\!/} \frac{1}{2}AC$。
$\because DH=\frac{1}{3}AD$,$DG=\frac{1}{3}DC$,$\therefore HG/\!/AC$,$HG=\frac{1}{3}AC$。
$\therefore EF/\!/HG$,且 $EF\neq HG$。$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是梯形。
$\therefore EH$ 与 FG 必相交,设交点为 P。
$\therefore P\in EH$,$P\in FG$。
又$\because EH\subsetneqq$ 平面 ABD,$\therefore P\in$ 平面 ABD。
$\because FG\subsetneqq$ 平面 BCD,$\therefore P\in$ 平面 BCD。
$\therefore P$ 在平面 ABD 与平面 BCD 的交线上。
$\because$ 平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$,$\therefore P\in BD$。

§5　平行关系

5.1　平行关系的判定

【练习】(P_{32})

1. (1)灯管所在直线与地面平行;(2)天花板所在平面与地面平行。

2. 无数　无数

3. 证明:取 DE 的中点 N,连接 FN,MN,AN。
易证四边形 $ABMN$ 是平行四边形,
从而 $AN/\!/BM$。
又四边形 $MFND$ 是平行四边形,
所以 $FN/\!/MD$。$AN\cap FN=N$,$BM\cap MD=M$,
所以平面 $AFN/\!/$ 平面 MBD。
因为 $AF\subsetneqq$ 平面 AFN,所以 $AF/\!/$ 平面 MBD。

4. (1)由 $BD/\!/B'D'$,可得 $B'D'/\!/PQ$,
所以 $B'D'/\!/$ 平面 PQR。
(2)同理可得 $AB'/\!/$ 平面 PQR,
所以平面 $AB'D'/\!/$ 平面 PQR。
(3)平面 PQR 与平面 $DD'B'B$ 相交。

5.2　平行关系的性质

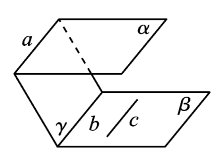
【思考交流】(P_{34})

(1)$c/\!/a$。

证明如下:$\because \alpha/\!/\beta$,$\gamma\cap\alpha=a$,$\gamma\cap\beta=b$,
$\therefore a/\!/b$。又 $c/\!/b$,$\therefore c/\!/a$。

(2)$c/\!/\alpha$。

证明如下:如图所示。$\because \alpha/\!/\beta$,$\therefore \alpha,\beta$ 没有公共点。又 $c\subsetneqq\beta$,$\therefore c$ 与 α 没有公共点,
$\therefore c/\!/\alpha$。



思考图

【练习1】(P_{33})

1. a 与 b 不一定平行。因为由线面平行性质定理可知,可以过 a 作一平面 β 与 α 交于 c,则 $a//c$。若 $b//c$,则 $b//a$;若 b 与 c 相交,则 b 与 a 异面。
2. D

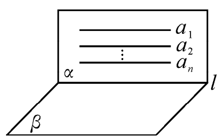
【练习2】(P_{34})

1. (1)错;(2)错;(3)错;(4)错。
2. D
3. 3 个平面互相平行;3 个平面相交于同一条直线或 3 个平面中有两个平面平行,另一个平面与它们相交。

【习题1-5A组】(P_{35})

1. (1)能作无数个;(2)只能作 1 个或 0 个。
2. C 3. B
4. 当$\dfrac{CP}{CB}=\dfrac{CR}{CC'}$,即 $PR//BC'$时,有 $PR//$平面 $AB'D'$。
5. (1)不正确。

如图所示,设 $\alpha\cap\beta=l$,则在 α 内与 l 平行的直线可以有无数条 $a_1,a_2,\cdots,a_n$,它们是一组平行线,这时 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 与平面 β 都平行,但此时平面 α 与 β 不平行。



第 5 题图

(2)正确。

因为平面 α 内的所有直线与平面 β 都平行,"所有"意味着"无一例外",取 α 内相交的两条直线 a 和 b,这时 α 内有两条相交直线 a 和 b 平行于平面 β,所以 $\alpha//\beta$。

6. 证明:$\because\dfrac{PD}{PA}=\dfrac{PE}{PB}$,$\therefore DE//AB$。

又$\because DE\not\subset$平面 ABC,$\therefore DE//$平面 ABC。

同理 $EF//$平面 ABC。

又$\because DE\cap EF=E$,$\therefore$ 平面 $DEF//$平面 ABC。

7. 解:(1)连接 AC。

$\because M,N$ 分别是 CD 和 AD 的中点,$\therefore MN \underline{\underline{//}} \dfrac{1}{2}AC$。

$\because ABCD-A'B'C'D'$为长方体,$\therefore ACC'A'$是矩形,

$\therefore A'C' \underline{\underline{//}} AC$,$\therefore MN \underline{\underline{//}} \dfrac{1}{2}A'C'$,

$\therefore$ 四边形 $MNA'C'$是梯形。

在$\triangle A'AN$ 和$\triangle C'CM$ 中,$\because\ \angle A'AN=\angle C'CM=90°$,

$AA'=CC'=2a$,$AN=CM=\dfrac{1}{2}a$,

$\therefore\ \triangle A'AN\cong\triangle C'CM$,$\therefore A'N=C'M$。

$\therefore$ 四边形 $MNA'C'$是等腰梯形。

(2)由 $A'C'=\sqrt{2}a$,$MN=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$,$A'N=C'M=\dfrac{\sqrt{17}}{2}a$,得梯形高 $h=\dfrac{\sqrt{66}}{4}a$,$\therefore S_{梯形MNA'C'}=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}a+\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)\dfrac{\sqrt{66}}{4}a=\dfrac{3}{8}\sqrt{33}a^2$。

【习题1-5B组】(P_{35})

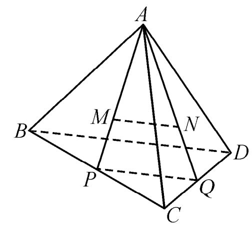
1. 证明:如图所示,连接 AM,AN 并延长交 BC,CD 于 P,Q,连接 PQ。

$\because M,N$ 分别是$\triangle ABC$ 和$\triangle ACD$ 的重心,

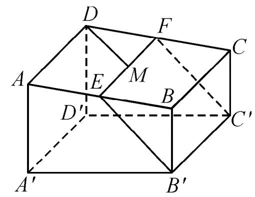
$\therefore\dfrac{AM}{MP}=\dfrac{2}{1}=\dfrac{AN}{NQ}$,$\therefore PQ//MN$。

$\because PQ\subsetneqq$平面 BCD,$MN\not\subset$平面 BCD,

$\therefore MN//$平面 BCD。



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图所示,$\because B'C'//$平面 AC,平面 $B'C$ 经过 $B'C'$和平面 AC 交于 BC,$\therefore B'C'//BC$。

经过点 M,在平面 AC 内画线段 $EF//BC$,根据平行线的传递性有 $EF//B'C'$。

连接 $B'E$ 和 $C'F$,则 $B'E$,$C'F$ 和 EF 就是所要画的线。

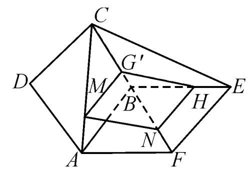
3. 证明:如图所示,在四边形$ABCD$内,

作 $MG'//AB$ 交 BC 于 G';

在 $ABEF$ 内,

作 $NH//AB$ 交 BE 于 H;

连接 $G'H$。



第 3 题图

$\because MG'//AB$,$NH//AB$,

$\therefore MG'//NH$。

又$\because$ 四边形 $ABCD$,$ABEF$ 为全等的正方形,$\therefore AC=BF$。

$\because AM=FN$,$\therefore CM=BN$,

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle CMG'\cong\mathrm{Rt}\triangle BNH$,$\therefore MG'=NH$。

$\therefore MG' \underline{\underline{//}} NH$。$\therefore$ 四边形 $MNHG'$为平行四边形。

$\therefore MN//G'H$。

又$\because MN\not\subset$平面 CBE,$G'H\subsetneqq$平面 CBE,

$\therefore MN//$平面 CBE。

§6 垂直关系

6.1 垂直关系的判定

【思考交流】(P_{39})

有 3 组互相垂直的平面,即平面 $PAB\perp$平面 ABC,平面 $PAC\perp$平面 ABC,平面 $PBC\perp$平面 PAB。

【练习1】(P_{37})

1. 竖直的墙角棱线与地面垂直。
2. (1)不正确。理由略。(2)正确。理由略。(3)正确。理由略。
3. 无数个。

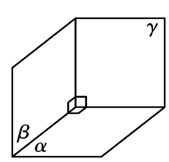
【练习2】(P_{39})

1. 解:教室的前墙和天花板所在的平面垂直,黑板与地面所在的平面垂直等。
2. 解:如图所示。
3. 解:(1)如图(1),$\angle AOA_1$ 为二面角 A_1-BD-A 的平面角。

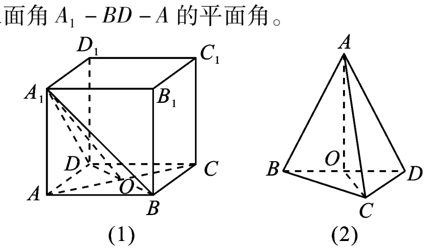
依据:依次连接 AC、BD,交点为 O,则 $AC\perp BD$。

因为 $A_1D=A_1B$,O 为 BD 中点,所以 $A_1O\perp BD$。

所以$\angle AOA_1$ 为二面角 A_1-BD-A 的平面角。



第 2 题图



第 3 题图

(2)如图(2),$\angle AOC$ 为二面角 $A-BD-C$ 的平面角。

依据:取 BD 中点 O,因为 $AB=AD$,所以 $AO\perp BD$。

又 $BC=CD$,所以 $CO\perp BD$。

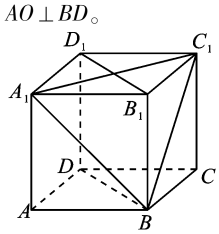
因此$\angle AOC$ 即为二面角 $A-BD-C$ 的平面角。

4. 解:平面 $BB_1D_1D\perp$平面 BA_1C_1,如图所示。

理由:$\because$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 为正方形,

$\therefore A_1C_1\perp B_1D_1$。

又 $BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1D_1$,



第 4 题图

$\therefore BB_1 \perp A_1C_1$。

$\therefore A_1C_1 \perp$ 平面 BB_1D_1D。

又 $A_1C_1 \subsetneqq$ 平面 BA_1C_1,

$\therefore$ 平面 $BA_1C_1 \perp$ 平面 BB_1D_1D。

6.2 垂直关系的性质

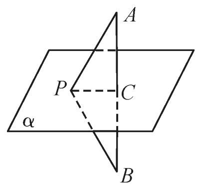
【思考交流】(P_{41})

提示:有13组互相垂直的平面,正方体的六个面每相邻两个面都垂直共有12组,另外一组是面 $AA'C$ 与面 $BC'D$。

【练习】(P_{41})

1. 相等。

如图所示,AB 为线段,$AB \cap \alpha = C$,$AC = BC$,设 P 为 α 内任一点,连接 PA、PB,



第 1 题图

$\because AB \perp$ 平面 α,

$\therefore AC \perp PC, BC \perp PC$。

$\therefore \angle ACP = \angle BCP = 90°$。

又$\because PC = PC$,$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCP$。

$\therefore AP = BP$。

2. 证明:$\because O$ 为 $\triangle ABC$ 的垂心,$\therefore OC \perp AB$。

又$\because SO \perp$ 平面 ABC,$\therefore SO \perp AB$。

$\because SO \cap CO = O$,$\therefore AB \perp$ 平面 SOC。

又$\because AB \subsetneqq$ 平面 SAB,$\therefore$ 平面 $SAB \perp$ 平面 SOC。

3. $MN \perp BC, MN \perp AB, MN \perp DC, MN \perp AD, MN \perp A'B'$,

$MN \perp B'C', MN \perp C'D', MN \perp D'A'$。

$MN \perp$ 平面 $ABCD$,$MN \perp$ 平面 $A'B'C'D'$。

【习题1-6A组】(P_{42})

1. 不一定,在空间中不成立。

2. C 3. D

4. $\left.\begin{array}{l} m \perp AC \\ m \perp BC \\ AC \cap BC = C \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m \perp \text{平面 } ABC \\ AB \subsetneqq \text{平面 } ABC \end{array}\right\} \Rightarrow m \perp AB$。

5. 垂直。

$\because AC = PA$,D 为 PC 的中点,$\therefore AD \perp PC$。

同理 $BD \perp PC$。又 $AD \cap BD = D$,$\therefore PC \perp$ 平面 ABD。

6. (1)垂直。

$\because AB \perp$ 平面 $BB'C'C$,而 $B'C \subsetneqq$ 平面 $BB'C'C$,

$\therefore AB \perp B'C$。

又$\because BCC'B'$为正方形,$\therefore BC' \perp B'C$。

而 $AB \cap BC' = B$,$\therefore B'C \perp$ 平面 $ABC'D'$。

(2)垂直。

$\because B'C \subsetneqq$ 平面 $BCC'B'$,

又由(1)知 $B'C \perp$ 平面 $ABC'D'$,

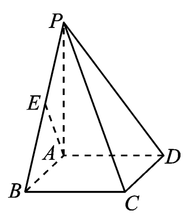
$\therefore$ 平面 $BCC'B' \perp$ 平面 $ABC'D'$。

(3)垂直。

由(1)知 $B'C \perp$ 平面 $ABC'D'$,且 $B'C \subsetneqq$ 平面 $A'B'CD$,

$\therefore$ 平面 $A'B'CD \perp$ 平面 $ABC'D'$。

7. 证明:连接 AE。



第 7 题图

$\because AP = AB$,E 为 PB 的中心,

$\therefore AE \perp PB$。

$\because PA \perp$ 面 $ABCD$,$\therefore PA \perp BC$。

又面 $ABCD$ 为矩形,$\therefore BC \perp AB$。

$\because PA \cap AB = A$,

$\therefore BC \perp$ 平面 PAB。

又 $AE \subsetneqq$ 平面 PAB,$\therefore BC \perp AE$。

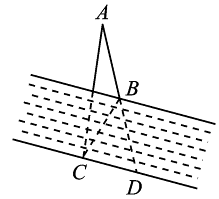
又 $BC \cap PB = B$,$BC, PB \subsetneqq$ 面 PBC,

$\therefore AE \perp$ 面 PBC。

又$\because PC \subsetneqq$ 面 PBC,$\therefore AE \perp PC$。

【习题1-6B组】(P_{42})

1. 如图,已知公路与塔底 B 都在水平面上,在道边取一点 C,使 BC 与道边所成的水平角等于 $90°$,再在道边上取一点 D,使 $\angle CDB$ 等于 $45°$,测得 CD 的距离为 b m。



第 1 题图

$\because AB \perp$ 平面 BCD,$\therefore AB \perp CD$。

又$\because CD \perp BC$,$\therefore CD \perp$ 平面 ABC。

$\therefore CD \perp AC$。

$\therefore AC$ 的长度就是塔顶与道路的距离。

$\because \angle CDB = 45°$,$CD \perp BC$,$CD = b$ m。$\therefore BC = b$ m。

在 Rt$\triangle ABC$ 中,$AB = 24$ m,$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 24^2 + b^2$,

$\therefore$ 塔顶与道路的距离是 $\sqrt{24^2 + b^2}$ m。

2. 证明:(1)$\because PA \perp PB, PA \perp PC$,$\therefore PA \perp$ 平面 PBC。

又$\because BC \subsetneqq$ 平面 PBC,$\therefore PA \perp BC$。

又$\because PH \perp$ 平面 ABC,$BC \subsetneqq$ 平面 ABC,$\therefore PH \perp BC$。

$\therefore BC \perp$ 平面 PAH,又 $AH \subsetneqq$ 平面 PAH,

$\therefore BC \perp AH$,同理 $BH \perp AC, CH \perp AB$,

$\therefore H$ 为 $\triangle ABC$ 的垂心。

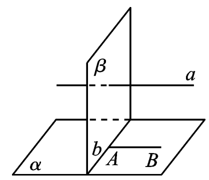
(2)由勾股定理可得 $PA^2 + PB^2 = AB^2$,$PB^2 + PC^2 = BC^2$,$PA^2 + PC^2 = AC^2$,

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2 + 2PA^2$,即 $AB^2 + AC^2 > BC^2$。

同理 $AB^2 + BC^2 > AC^2$,$BC^2 + AC^2 > AB^2$,

故由余弦定理可得,$\triangle ABC$ 为锐角三角形。

3. 证明:如图,在直线 b 上任取一点 A,在平面 α 内作$AB \perp b$。



第 3 题图

$\because \alpha \perp \beta$,$\therefore AB \perp \beta$。$\because a \perp \beta$,$\therefore a \parallel AB$。

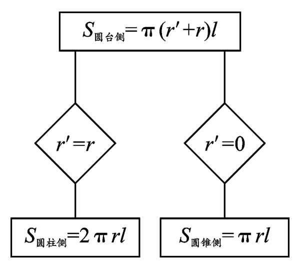
$\because AB \subsetneqq \alpha$,$a \not\subseteq \alpha$,$\therefore a \parallel \alpha$。

§7 简单几何体的再认识

7.1 柱、锥、台的侧面展开与面积

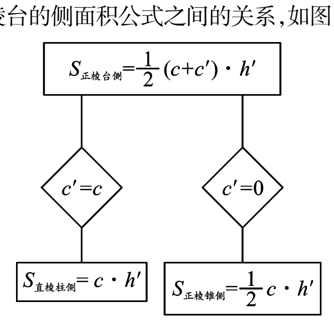
【思考交流】(P_{45})

提示:根据前面学习的有关圆柱、圆锥、圆台的侧面积计算公式知:圆柱、圆锥、圆台的侧面积公式之间的关系如图(1)所示。



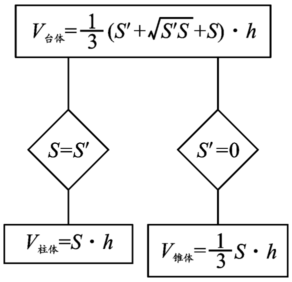
(1)

将圆柱、圆锥、圆台进一步推广到直棱柱、正棱锥、正棱台,则有直棱柱、正棱锥、正棱台的侧面积公式之间的关系,如图(2)所示。



(2)

再进一步类比得到柱、锥、台体的体积之间的关系，如图(3)所示。



(3)

思考图

【练习】(P_{46})

1. 解：$S_{表}=6\times\frac{1}{2}\times a^2\times\sin 60°\times 2+6ah=6ah+3\sqrt{3}a^2$。

2. 解：设从长方体一个顶点出发的三条棱长为 x,y,z，则 $\begin{cases}xy=6,\\yz=8,\\xz=12,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=2,\\z=4。\end{cases}$

所以对角线长为 $\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}$。

3. 解：设斜高为 h'，高为 h，

则 $\begin{cases}\frac{1}{2}(4\times3+4\times6)h'=3^2+6^2,\\h'^2=h^2+\left[\frac{1}{2}(6-3)\right]^2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}h=2,\\h'=\frac{5}{2}。\end{cases}$

4. 解：一个圆锥形零件的表面积为 $S=\pi r^2+\pi rl=\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2+\pi\left(\frac{5}{2}\right)\times5=18.75\pi(\mathrm{cm}^2)$。加工处理费为 $18.75\pi\times0.15\times1\,000\approx8\,835.73$(元)。

7.2 柱、锥、台的体积

【练习】(P_{47})

1. $V_{水箱}=S\cdot h=10\times10\times5=500$。

2. 扇形弧长为 $\frac{1}{4}\times44\pi=11\pi$。

所作圆锥筒的底面周长 $2\pi r=11\pi$，

解得 $r=5.5(\mathrm{cm})$。

所以圆锥的高 $h=\sqrt{22^2-5.5^2}\approx21.3(\mathrm{cm})$。

$V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi\times5.5^2\times21.3\approx6.7\times10^2(\mathrm{cm}^3)$。

7.3 球

【练习】(P_{50})

1. $V=\frac{7\pi}{3}\approx7.33(\mathrm{m}^3)$。

2. (1) $S_{地球}=4\pi R^2=4\pi\times6\,370^2\approx5.10\times10^8(\mathrm{km}^2)$。

$V_{地球}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\times6\,370^3\approx1.08\times10^{12}(\mathrm{km}^3)$。

(2) 火星的直径是地球的一半，火星的体积是地球的 $\frac{1}{8}$。

【习题 1－7A 组】(P_{50})

1. $V_{圆柱}:V_{圆锥}:V_{球}=3:1:2$。

2. 约 2.83 倍($2\sqrt{2}$倍)。

3. 48 cm^3。

4. 正方体的对角线长：$\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$，∴ 球的半径 $R=2\sqrt{3}$。∴ $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(2\sqrt{3})^3=32\sqrt{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$。

5. B 6. $\frac{1}{6}$。

7. 设 $BC=7t$，$AB=24t$，则 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=25t$。

∵ $S_{四边形ACC_1A_1}=50$，∴ $25t\cdot AA'=50$，∴ $AA'=\frac{2}{t}$。

∴ $S_{侧}=2(7t+24t)\cdot\frac{2}{t}=124$。

8. 由题意可得 $MC=3$，$AC=6$，

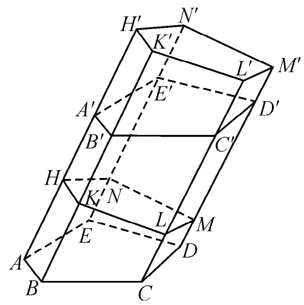
则 $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$，

∴ $V_{锥体}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\times4\times2\sqrt{5}\times4=\frac{32}{3}\sqrt{5}(\mathrm{cm}^3)$。

9. 已知：如图所示，斜棱柱 AC' 的侧棱长是 l，直截面 $HKLMN$ 的周长是 c_1。

求证：$S_{斜棱柱侧}=c_1 l$。

证明：延长侧棱 AA' 到 H'，使 $A'H'=AH$。设过 H' 平行于直截面 $HKLMN$ 的平面，与各侧棱的延长线交于 K',L',M',N'。这样，就得到一个以斜棱柱的直截面为底，侧棱长为高的直棱柱 HL'。



第 9 题图

∵ 底面 $H'L'$ // 底面 HL，它们的公垂线段 $HH'=KK'=LL'=MM'=NN'=AA'=l$，

∴ 斜棱柱 AC' 的各侧面的面积与直棱柱 HL' 中对应的侧面积相等。

∴ $S_{斜棱柱侧}=S_{直棱柱侧}=c_1\cdot HH'$，即 $S_{斜棱柱侧}=c_1 l$。

10. 斜高 $h'=\sqrt{2.1^2-1.3^2}\approx1.65(\mathrm{m})$，

$S=\frac{1}{2}\times4\times2.6\times1.65\approx8.6(\mathrm{m}^2)$。

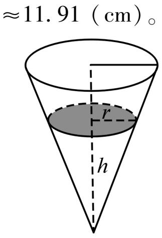
【习题 1－7B 组】(P_{51})

1. (1) 如图所示，$\frac{r}{10}=\frac{h}{15}$，∴ $r=\frac{2}{3}h$，

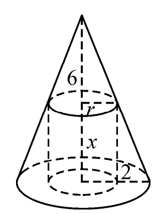
则 $V_{水}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{4}{27}\pi h^3(\mathrm{cm}^3)$。

(2) 由题意有 $\frac{4}{27}\pi h^3=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\pi\times10^2\times15\right)$，

解得 $h\approx11.91$ (cm)。



第 1 题图



第 2 题图

2. (1) 设所求的圆柱的底面半径为 r，如图所示，则有 $\frac{r}{2}=\frac{6-x}{6}$，即 $r=2-\frac{x}{3}$。

$S_{圆柱侧}=2\pi rx=2\pi\left(2-\frac{x}{3}\right)x=4\pi x-\frac{2}{3}\pi x^2$。

(2) 可知当 $x=-\frac{4\pi}{2\left(-\frac{2\pi}{3}\right)}=3$ 时，这个二次函数有最大值，最大值为 6π。

即当圆柱的高为 3 cm 时，它的侧面积最大为 6π cm^2。

3. 连接 EB,EC。

∵ 平面 $FBC\perp$平面 $ABCD$，$FH\perp BC$，

∴ $FH\perp$平面 $ABCD$。

又$\because EF /\!/ AB$，$\therefore EF /\!/$ 平面 $ABCD$，

FH 为四棱锥 $E-ABCD$ 的高；

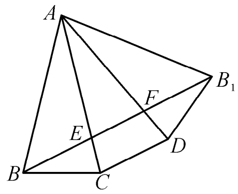
$\because AB \perp BC$，平面 $FBC \perp$ 平面 $ABCD$，

$\therefore AB \perp$ 平面 BCF，$\therefore EF \perp$ 平面 BCF。

$\therefore V = V_{E-ABCD} + V_{E-BCF} = \frac{1}{3}S_{四边形ABCD} \cdot FH + \frac{1}{3}S_{\triangle BCF} \cdot EF =$

$\frac{1}{3} \times 3^2 \times 2 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2\right) \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$。

4. 如图所示，沿侧棱 AB，BC，BD 剪开，得到正三棱锥的侧面展开图，则 BB_1 的长为 $\triangle BEF$ 的周长的最小值。由平面几何知识可证 $\triangle ABE \cong \triangle AB_1F$，于是 $AE = AF$，又 $AC = AD$，故 $EF /\!/ CD$。



第 4 题图

$\because \angle BCE = \angle ACD$，$\angle BEC = \angle ADC$，

$\therefore \triangle BCE \backsim \triangle ACD$，$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{EC}{CD}$，

$\therefore CE = \frac{a}{2}$，$BE = B_1F = a$，$AE = 2a - \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$，

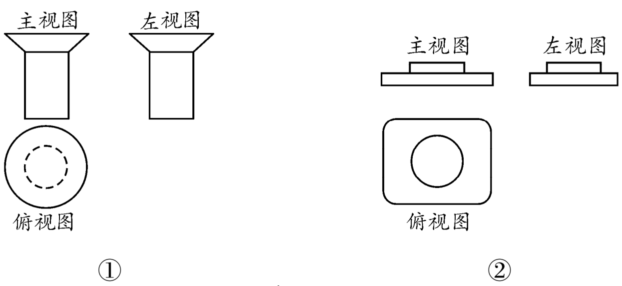
由 $EF /\!/ CD$ 有 $\frac{EF}{CD} = \frac{AE}{AC}$，$\therefore \frac{EF}{a} = \frac{\frac{3a}{2}}{2a}$，$EF = \frac{3}{4}a$，

$\therefore BB_1 = BE + EF + B_1F = a + \frac{3}{4}a + a = \frac{11}{4}a$。

$\therefore \triangle BEF$ 的周长的最小值为 $\frac{11}{4}a$，此时 $AE = AF = \frac{3}{2}a$，即 E、F 分别在 AC、AD 的四等分点处。

【复习题一 A 组】（P_{56}）

1. (1) 如图①所示。

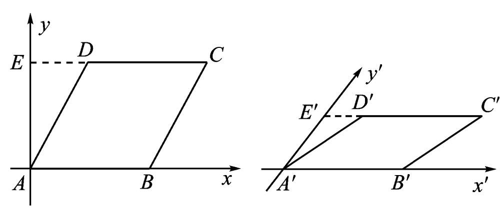


第 1 题图

(2) 如图②所示。

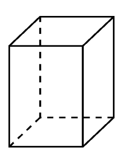
2. 提示：注意三视图的“长对正、高平齐、宽相等”原则。

3. 如图所示。



第 3 题图

4. 直观图如图所示。


第 4 题图

5. 切 2 刀，最多能切出 4 块；切 3 刀，最多能切出 8 块。

6. D

7. 只有(1)(3)正确，理由略。

8. (1) 正确。过 a 作平面 γ 交平面 α 于 c，则 $a /\!/ c$，又 $a /\!/ b$，所以 $b /\!/ c$，所以 $b /\!/ \alpha$。(2) 正确。平行的传递性。(3) 正确。理由略。(4) 正确。理由略。

9. 四边形 $EFGH$ 是等腰梯形。理由略。

10. 证明：(1)

$$\left.\begin{array}{l} BB_1 \perp AB \\ BB_1 \perp BC \\ AB, BC \subsetneqq 平面 AA_1C_1C \\ AB \cap BC = B \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} BB_1 \perp 平面 AA_1C_1C \\ AC \subsetneqq 平面 AA_1C_1C \end{array}\right\} \Rightarrow BB_1 \perp AC。$$

$\because ABCD$ 是正方形，$\therefore AC \perp BD$。

$\therefore AC \perp$ 平面 B_1D_1DB。

$$(2)\ \left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{l} AC \perp 平面 BD_1 \\ BD_1 \subsetneqq 平面 BD_1 \end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp BD_1 \\ \left.\begin{array}{l} 同理可证 AB_1 \perp 平面 BCD_1A_1 \\ BD_1 \subsetneqq 平面 BCD_1A_1 \end{array}\right\} \Rightarrow AB_1 \perp BD_1 \\ AC, AB_1 \subsetneqq 平面 AB_1C \\ AC \cap AB_1 = A \end{array}\right\} \Rightarrow BD_1 \perp 平面$$

ACB_1。

11. (1) 易证 $\triangle AB_1D_1$ 为等边三角形，其边长等于 2，所以 $\triangle AB_1D_1$ 的面积为 $\sqrt{3}$。

(2) 三棱锥 $A-A_1B_1D_1$ 的体积为 $\frac{1}{3}S_{\triangle A_1B_1D_1} \cdot AA_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$。

12. 若以 20 cm 的直角边为旋转轴，

则 $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 15^2 \cdot 20 = 1\ 500\pi(\text{cm}^3)$。

若以 15 cm 的直角边为旋转轴，

则 $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 20^2 \cdot 15 = 2\ 000\pi(\text{cm}^3)$。

13. 设上底面边长为 x cm，下底面边长为 y cm，由题意得

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(4x+4y) \cdot 12 = 720, \\ 13^2 = 12^2 + \left[\frac{1}{2}(y-x)\right]^2, \end{cases}$$

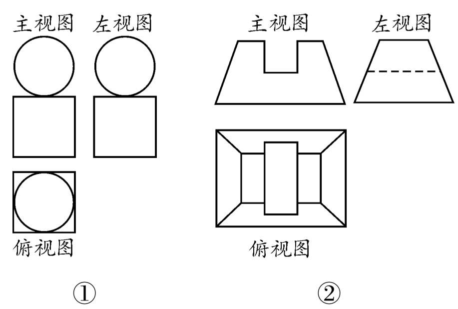
即 $\begin{cases} y+x=30, \\ y-x=10, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} y=20, \\ x=10。\end{cases}$

则上底面边长为 10cm，下底面边长为 20cm。

14. 球的表面积最小。

【复习题一 B 组】（P_{57}）

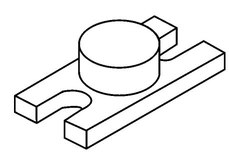
1. (1) 如图①所示。



第 1 题图

(2) 如图②所示。

2. 其实物草图如图所示。


第 2 题图

3. 证明：过 M 作 $MQ /\!/ AB$ 交 CB 于 Q，过 N 作 $NP /\!/ EF$ 交 BE 于 P，则 $MQ /\!/ AB /\!/ NP$。

$\because AM : FN = AC : BF$，

$\therefore \frac{AM}{AC} = \frac{FN}{BF}$，$\therefore \frac{CM}{AC} = \frac{BN}{BF}$。

又$\because \frac{CM}{AC} = \frac{MQ}{AB}$，$\frac{PN}{EF} = \frac{BN}{BF}$，$\therefore \frac{MQ}{AB} = \frac{PN}{EF}$。

$\because AB = EF$，$\therefore MQ = PN$。

$\therefore$ 四边形 $MNPQ$ 为平行四边形，$\therefore MN /\!/ PQ$。

$\because PQ \subsetneqq$ 平面 CBE，$\therefore MN /\!/$ 平面 CBE。

4. 证明：如图所示，连接 AC 和 BD 交于点 O。

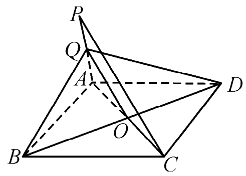
∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AO=CO$。

连接 OQ，则 OQ 在平面 BDQ 内，且 OQ 是 $\triangle APC$ 的中位线，

∴ $PC /\!/ OQ$。

∵ PC 在平面 BDQ 外，∴ $PC /\!/$ 平面 BDQ。



第 4 题图

5. 过切点作球和正方体的截面，则圆为正方形的内切圆。

设球的半径为 R，由题意得 $2R=2$，所以 $R=1$。

则 $S=4\pi R^2=4\pi$，$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi$。

【复习题一 C 组】（P_{58}）

1. 证明：(1) 取 AC 中点 N，连接 MN，BN。

∵ $\triangle ABC$ 为正三角形，∴ $BN\perp AC$。

∵ $EC\perp$ 平面 ABC，$BD\perp$ 平面 ABC，∴ $EC /\!/ BD$，$EC\perp BN$。

又 ∵ M 为 AE 中点，$EC=2BD$，∴ $MN \underline{/\!/}$ BD。

∴ 四边形 $MNBD$ 是平行四边形。

由 $BN\perp AC$，$EC\perp BN$，得 $BN\perp$ 平面 AEC，

∴ $DM\perp$ 平面 AEC。

则 $DM\perp AE$。∵ M 为 AE 的中点，

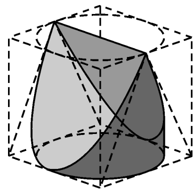
∴ $AD=DE$。

(2) ∵ $DM\perp$ 平面 AEC，$DM\subsetneq$ 平面 BDM，

∴ 平面 $BDM\perp$ 平面 ECA。

(3) ∵ $DM\perp$ 平面 AEC，$DM\subsetneq$ 平面 ADE，

∴ 平面 $DEA\perp$ 平面 ECA。


第 2 题图

2. 实物如图所示，三视图分别为正方形，圆和三角形。

第二章 解析几何初步

§1 直线与直线的方程

1.1 直线的倾斜角和斜率

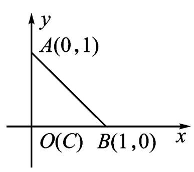
【思考交流】（P_{63}）

提示：(1) 当 $0°\leqslant\alpha<90°$ 时，倾斜角越大，直线的斜率也越大。

(2) 当 $90°<\alpha<180°$ 时，倾斜角越大，直线的斜率也越大。

【练习】（P_{65}）

1. 建立如图所示的平面直角坐标系，则 AB 所在直线经过 $(1,0)$，$(0,1)$。



第 1 题图

2. 在日常生活中，利用“一点和一个方向”确定一条直线的例子很多，例如，在修路时，要确定路的边沿，就是先确定一个点，再由一个方向画出路的边沿这条线。

3. 由题图得各点坐标分别为 $O(0,0)$，$B(1,2)$，$C(1,4)$，$D(1,-2)$，∴ $k_{OB}=\frac{2-0}{1-0}=2$，$k_{OC}=\frac{4-0}{1-0}=4$，$k_{OD}=\frac{-2-0}{1-0}=-2$，

∴ 直线 OB，OC，OD 的斜率分别为 2，4，-2。

4. 直线 l_1,l_2,l_3,l_4,l_5 的斜率分别为 $k_1=\frac{1-5}{-2-4}=\frac{2}{3}$，$k_2=\frac{5-1}{2-1}=4$，

$k_3=\frac{6-0}{-4-0}=-\frac{3}{2}$，$k_4=\frac{5-3}{-1-4}=-\frac{2}{5}$，$k_5=\frac{6-6}{1+4}=0$。

5. (1) EF，FG，GH，EH 的斜率分别为 $k_{EF}=0$，$k_{FG}=\frac{4-0}{7-6}=4$，

$k_{GH}=\frac{8-4}{4-7}=-\frac{4}{3}$，$k_{EH}=\frac{8-0}{4-0}=2$。

(2) $k_{EG}=\frac{4-0}{7-0}=\frac{4}{7}$，$k_{FH}=\frac{8-0}{4-6}=-4$。

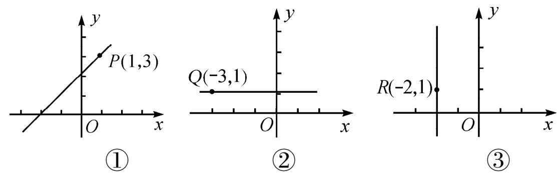
1.2 直线的方程

【练习 1】（P_{67}）

1. (1) 点斜式方程为 $y-3=x-1$，即 $x-y+2=0$，如图①所示；

(2) 直线方程为 $y=1$，如图②所示；

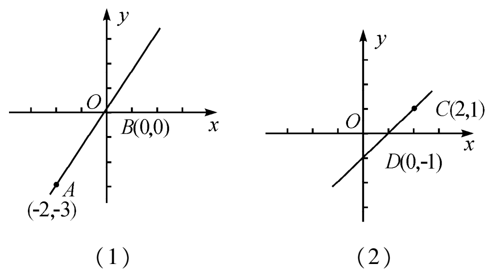
(3) 直线方程为 $x=-2$，如图③所示。



第 1 题图

2. 斜截式方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x-2$。

3. (1) $k=\frac{0+3}{0+2}=\frac{3}{2}$，∴ 直线 AB 的点斜式方程为 $y-0=\frac{3}{2}(x-0)$，即 $y=\frac{3}{2}x$，如图(1)所示；



第 3 题图

(2) $k=\frac{-1-1}{0-2}=1$，∴ 直线 CD 的点斜式方程为 $y+1=x$，如图(2)所示。

【练习 2】（P_{69}）

1. (1) $\frac{y-2}{x+3}=\frac{-3-2}{0+3}$，整理得 $5x+3y+9=0$；

(2) $\frac{y-4}{x-0}=\frac{0-4}{4-0}$，整理得 $x+y-4=0$；

(3) $\frac{y-2}{x-3}=\frac{0-2}{0-3}$，整理得 $2x-3y=0$；

(4) 点 G 和点 H 的横坐标相同，纵坐标不同，因此，直线 $GH\perp x$ 轴，∴ 直线 GH 的方程为 $x=2$。

2. 直线 AB 的方程为 $5x-4y-19=0$；

直线 BC 的方程为 $3x+8y-1=0$；

直线 AC 的方程为 $x-6y+17=0$。

3. $y-5=-2(x+4)$，即 $2x+y+3=0$。

4. $k=\tan 60°=\sqrt{3}$，∴ $y-(-1)=\sqrt{3}(x-0)$，整理得 $\sqrt{3}x-y-1=0$。

5. 直线 $x-2y=0$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$，故所求直线的斜率 $k=\frac{1}{2}$，所求直线的方程为 $x-2y+4=0$。

6. 直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 的斜率为 $\sqrt{3}$，倾斜角为 $60°$，因此，所求直线的倾斜角为 $30°$，则 $k=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，因此，所求直线的方程为 $\sqrt{3}x-3y-18=0$。

7. 由两点式得直线 MN 的方程为 $\frac{y-(-1)}{x-2}=\frac{4-(-1)}{-3-2}$，

整理得 $x+y-1=0$。

∵ 点 $P(3,m)$ 在直线 $x+y-1=0$ 上，

∴ $3+m-1=0$，即 $m=-2$。

8. 因为 A、B 两点的横坐标相同，纵坐标不同，因此，所求直线的方程为 $x=2$。

9. ∵ 直线 $ax+my+2a=0$ 过点 $(1,-\sqrt{3})$，

∴ 将 $x=1$，$y=-\sqrt{3}$ 代入 $ax+my+2a=0$，

得 $a-\sqrt{3}m+2a=0$,即 $3a-\sqrt{3}m=0$,则 $m=\sqrt{3}a$。

$\because a\neq 0$,$\therefore m\neq 0$,则直线 $ax+my+2a=0$ 的斜率为 $-\frac{a}{m}=-\frac{a}{\sqrt{3}a}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$。

1.3 两条直线的位置关系

【练习】(P_{72})

1. (1)$k_1=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$,$k_2=\frac{1}{2}$,$\because k_1=k_2$,$\therefore$ 两直线平行;

(2)$k_1=1$,$k_2=-\frac{4}{4}=-1$,$\because k_1k_2=-1$,$\therefore$ 两直线垂直;

(3)$k_1=-\frac{5}{2}$,$k_2=-\frac{2}{5}$,$\therefore$ 两直线既不平行,又不垂直;

(4)$k_1=\sqrt{2}$,$k_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\because k_1k_2=\sqrt{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-1$,$\therefore$ 两直线垂直;

(5)$\because x=2$ 与 x 轴垂直,$x=-5$ 也与 x 轴垂直,$\therefore$ 两直线平行;

(6)$\because x=2$ 与 x 轴垂直,$y=-5$ 与 x 轴平行,$\therefore$ 两直线垂直。

2. (1)$k_1=-3$,$\because$ 两直线平行,$\therefore k_2=k_1=-3$,$\therefore$ 所求直线方程为$y-2=-3(x-1)$,即 $3x+y-5=0$;

(2)$k_1=1$,$\because$ 两直线垂直,$\therefore k_2=-1$,$\therefore$ 所求直线方程为 $y-2=-(x-1)$,即 $x+y-3=0$。

1.4 两条直线的交点

【问题与思考】(P_{74})

当 $k=-2$ 时,三条直线 $l_1:x+y-1=0$,$l_2:x+y-\frac{3}{2}=0$,$l_3:x+y-5=0$,这三条直线的斜率为 $k_1=k_2=k_3=-1$ 且 $-1\neq-\frac{3}{2}\neq-5$,故三条直线平行。

【练习】(P_{74})

1. (1)$\begin{cases}x-y=5,\\2x+7=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-\frac{7}{2},\\y=-\frac{17}{2}。\end{cases}$

$\therefore l_1$ 与 l_2 的交点坐标为$\left(-\frac{7}{2},-\frac{17}{2}\right)$。

(2)$\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+2,\\y=3x+7,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2,\\y=1。\end{cases}$

$\therefore l_1$ 与 l_2 的交点坐标为$(-2,1)$。

2. (1)$k_1=\frac{3}{2}$,$k_2=-7$,$k_1\neq k_2$,$\therefore l_1$ 与 l_2 相交。

$\begin{cases}3x-2y=7,\\7x+y=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{9}{17},\\y=-\frac{46}{17}。\end{cases}$ $\therefore$ 交点坐标为$\left(\frac{9}{17},-\frac{46}{17}\right)$。

(2)$k_1=\frac{1}{3}$,$k_2=\frac{1}{3}$,且$\frac{5}{6}\neq\frac{1}{3}$,$\therefore l_1$ 与 l_2 平行。

(3)$k_1=1-\sqrt{2}$,$k_2=1+\sqrt{2}$,$k_1\cdot k_2=-1$,

$\therefore l_1\perp l_2$,$\begin{cases}(\sqrt{2}-1)x+y=3,\\x+(1-\sqrt{2})y=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{4+5\sqrt{2}}{4},\\y=\frac{6+\sqrt{2}}{4}。\end{cases}$

$\therefore l_1$ 与 l_2 交点坐标为$\left(\frac{4+5\sqrt{2}}{4},\frac{6+\sqrt{2}}{4}\right)$。

1.5 平面直角坐标系中的距离公式

【问题与思考】(P_{75})

①如果以 B 为坐标原点,以 BC 所在直线为 x 轴,建立直角坐标系,则 $B(0,0)$,可设 $C(c,0)$,$D(d,0)$,$A(a,h)$,利用两点间的距离公式并结合“$|AB|^2=|AD|^2+|BD|\cdot|DC|$”可得 $c=2a$,即 A 点在 BC 上的射影为 BC 的中点,故 A 为 BC 的垂直平分线上的点,所以有$|AB|=|AC|$,所以$\triangle ABC$ 为等腰三角形。②如果以 BC 所在直线为 x 轴,以 BC 的中垂线为 y 轴,建立直角坐标系,则可设 $B(b,0)$,$C(-b,0)$,$D(d,0)$,$A(a,h)$,利用两点间的距离公式并结合“$|AB|^2=|AD|^2+|BD|\cdot|DC|$”可得 $a=0$,于是得点 A 在 BC 的中垂线上,故$|AB|=|AC|$,所以$\triangle ABC$ 为等腰三角形。

【练习 1】(P_{76})

1. (1)$|AB|=\sqrt{(2+3)^2+(0-0)^2}=5$;

(2)$|CD|=\sqrt{(-5-2)^2+(1-1)^2}=7$;

(3)$|EF|=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}\right)^2}=2-\frac{\sqrt{6}}{2}$。

2. $|AB|=\sqrt{(0-x)^2+(10+5)^2}=\sqrt{x^2+225}=17$,

$\therefore x^2+225=17^2$,解得 $x=\pm 8$。

【练习 2】(P_{78})

1. (1)$d=\frac{|3\times 0-2\times 0+4|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{13}}=\frac{4\sqrt{13}}{13}$;

(2)$d=\frac{|\sqrt{3}\times(-1)-2-\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{2+2\sqrt{3}}{2}=1+\sqrt{3}$;

(3)$d=\frac{|2-(-3)|}{\sqrt{1+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$。

2. (1)在 $3x-2y-1=0$ 上取一点$\left(0,-\frac{1}{2}\right)$,则

$d=\frac{\left|3\times 0-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6\right|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{7}{\sqrt{13}}=\frac{7\sqrt{13}}{13}$,

即两平行线间的距离为$\frac{7\sqrt{13}}{13}$。

(2)在 $x+2y=0$ 上取一点$(0,0)$,则

$d=\frac{|2\times 0+4\times 0-7|}{\sqrt{2^2+4^2}}=\frac{7}{\sqrt{20}}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$,

即两平行线间的距离为$\frac{7\sqrt{5}}{10}$。

【习题 2-1A 组】(P_{78})

1. $k=\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}{-1-1}=-\sqrt{3}$。

2. $k=\frac{2-0}{2-0}=1$,由 $\tan\alpha=1(0°\leqslant\alpha<180°)$知$\alpha=45°$。

3. 由 $k=\frac{4-m}{m+2}=1$,解得 $m=1$。

4. 若 $2a=4b$,即 $a=2b$,则 $P_1(4b,3b)$,$P_2(4b,12b)$,直线 P_1P_2 与 x 轴垂直,此直线的斜率不存在;

若 $2a\neq 4b$,即 $a\neq 2b$,则 $k=\frac{6a-3b}{4b-2a}=\frac{3(2a-b)}{2(2b-a)}$。

5. (1)$k=-\frac{1}{2}$,$\therefore$ 所求直线方程为 $y-2=-\frac{1}{2}(x+1)$,即 $x+2y-3=0$;

(2)$k_1=-\frac{1}{2}$,$\therefore k_2=2$,所求直线方程为$y-1=2(x-4)$,即 $2x-y-7=0$;

(3)$k_{MN}=\frac{-3-2}{-2-1}=\frac{5}{3}$,$k=-\frac{3}{5}$,$\therefore$ 过 C 点的直线方程为

$y-3=-\frac{3}{5}(x-1)$，即 $3x+5y-18=0$；

(4) $y=2$；(5) $x=4$。

6. (1) 由 $\begin{cases}x+2y-5=0,\\3x-y-1=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=1,\\y=2。\end{cases}$

∵ $k=5$，∴ 所求直线方程为 $y-2=5(x-1)$，即 $5x-y-3=0$。

(2) 由 $\begin{cases}2x+y-8=0,\\x-2y+1=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=3,\\y=2。\end{cases}$ ∵ $k_1=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$，∴ $k_2=-\frac{4}{3}$，

∴ 所求直线方程为 $y-2=-\frac{4}{3}(x-3)$，即 $4x+3y-18=0$。

7. 根据题意可知三条直线共点，可知 $k\neq1$ 且 $k\neq\frac{1}{k}$，即 $k\neq\pm1$。

由 $\begin{cases}y=kx+3,\\y=x,\end{cases}$ 得 $x=y=\frac{3}{1-k}$，代入 $y=\frac{1}{k}x-5$ 得 $\frac{3}{1-k}=\frac{1}{k}\cdot\frac{3}{1-k}-5$，解得 $k=\frac{3}{5}$。∴ $k=\frac{3}{5}$。

8. 由 $\begin{cases}2x-3y-3=0,\\x+y+2=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-\frac{3}{5},\\y=-\frac{7}{5}。\end{cases}$ 由题意得 $k=-3$，∴ 所求直线的方程为 $y+\frac{7}{5}=-3\left(x+\frac{3}{5}\right)$，即 $15x+5y+16=0$。

9. 由 $2x-y+4=0$，令 $y=0$ 得 $x=-2$，即直线 $2x-y+4=0$ 与 x 轴交于点 $(-2,0)$，又∵ $k=-3$，∴ 所求直线方程为 $y-0=-3(x+2)$，即 $3x+y+6=0$。

10. 三条直线共有两个不同的交点，由 $k_1=-1$，$k_2=-\frac{2}{3}$ 可知，直线 $x+y-1=0$ 和 $2x+3y-5=0$ 有一个交点，所以，第三条直线只能与前两条直线之一平行。

若 $x+y-1=0$ 与 $x-ay+8=0$ 平行，则 $a=-1$；

若 $2x+3y-5=0$ 与 $x-ay+8=0$ 平行，则 $a=-\frac{3}{2}$。

11. (1) $|AB|=|x_2-x_1|=|-1-8|=9$，$|BA|=|x_1-x_2|=9$；

(2) $|AB|=|x_2-x_1|=|0+4|=4$，$|BA|=|x_1-x_2|=4$；

(3) $|AB|=|x_2-x_1|=|(a-2b)-(2a-b)|=|-a-b|=|a+b|$，$|BA|=|x_1-x_2|=|(2a-b)-(a-2b)|=|a+b|$。

12. $|AB|=\sqrt{(-2+7)^2+(3-20)^2}=\sqrt{314}$，

$|BC|=\sqrt{(0+2)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，

$|CA|=\sqrt{(-7-0)^2+(20+1)^2}=7\sqrt{10}$。

13. 设 M 点的坐标为 $(0,y)$，$|MN|=\sqrt{(6-0)^2+(8-y)^2}=10$，解得 $y=0$ 或 $y=16$。∴ 点 M 的坐标为 $(0,0)$ 或 $(0,16)$。

【习题 2－1B 组】(P_{79})

1. ∵ $|AB|=\sqrt{6}$，$|BC|=\sqrt{3}$，

∴ $|AC|=\sqrt{|AB|^2+|BC|^2}=\sqrt{6+3}=3$，

∵ $|BD|=|AC|$，∴ $|BD|=3$，∴ $B\left(-\frac{3}{2},0\right)$，$D\left(\frac{3}{2},0\right)$。

设 A 点的坐标为 (x,y) $(x>0,y>0)$，则

$|AD|=\sqrt{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2}=\sqrt{3}$，　　①

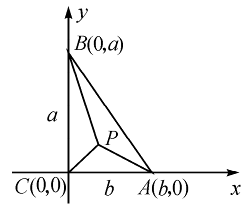
$|AO|=\sqrt{x^2+y^2}=\frac{1}{2}|AC|=\frac{3}{2}$，　　②

由①②联立，解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=\sqrt{2}。\end{cases}$ 即 $A\left(\frac{1}{2},\sqrt{2}\right)$，

由 C 点与 A 点关于原点对称得 $C\left(-\frac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$，

由以上可知，矩形各顶点的坐标为 $A\left(\frac{1}{2},\sqrt{2}\right)$，$B\left(-\frac{3}{2},0\right)$，$C\left(-\frac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$，$D\left(\frac{3}{2},0\right)$。

2. 证明：取 CA 所在的直线为 x 轴，CB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图所示，设 $A(b,0)$，$B(0,a)$，则 $S_{\triangle ACB}=\frac{1}{2}ab$，∴ $S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PBC}=S_{\triangle PCA}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACB}=\frac{1}{6}ab$，



第 2 题图

设 $P(x,y)$，则 $S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}|BC|\cdot x=\frac{1}{2}ax=\frac{1}{6}ab$，∴ $x=\frac{b}{3}$，

∵ $S_{\triangle PCA}=\frac{1}{2}|CA|\cdot y=\frac{1}{2}by=\frac{1}{6}ab$，∴ $y=\frac{a}{3}$，

∴ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{b}{3},\frac{a}{3}\right)$。

∴ $|PA|^2+|PB|^2=\left(b-\frac{b}{3}\right)^2+\left(0-\frac{a}{3}\right)^2+\left(0-\frac{b}{3}\right)^2+\left(a-\frac{a}{3}\right)^2=\frac{5}{9}(a^2+b^2)$，

又∵ $|PC|^2=\left(\frac{b}{3}-0\right)^2+\left(\frac{a}{3}-0\right)^2=\frac{1}{9}(a^2+b^2)$，

∴ $|PA|^2+|PB|^2=5|PC|^2$。

§2　圆与圆的方程

2.1　圆的标准方程

【练习】(P_{81})

1. (1) $x^2+y^2=25$；

(2) $|PC|=\sqrt{(1+2)^2+(5-6)^2}=\sqrt{10}$，

∴ 圆的方程为 $(x-6)^2+(y+2)^2=10$；

(3) AB 中点坐标为 $(1,2)$，即圆心为 $(1,2)$，

$|AB|=\sqrt{(5+1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{40}$，

∴ 圆的方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=10$。

2. (1) 原点；(2) 半径为 $2\sqrt{2}$，圆心为 $(1,-2)$ 的圆；

(3) 半径为 1，圆心为 $(0,0)$，且位于 x 轴上方的半圆弧（包括与 x 轴的两交点）。

2.2　圆的一般方程

【练习】(P_{82})

1. (1) 设圆心为 (a,b)，

∵ $a=-\frac{-6}{2}=3$，$b=0$，∴ 圆心为 $(3,0)$，

半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2}=3$，半径为 3。

(2) 圆心为 (a,b)，方程可化为 $x^2+y^2+2x-4y+\frac{7}{3}=0$，

∴ $a=-\frac{D}{2}=-1$，$b=-\frac{E}{2}=2$，$r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}=\frac{1}{2}\sqrt{4+16-\frac{28}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$。∴ 半径为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$，圆心为 $(-1,2)$。

(3) 设圆心为 (a,c)，$a=0$，$c=-\frac{2b}{2}=-b$，半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{4b^2}=|b|$，∴ 圆心为 $(0,-b)$，半径为 $|b|$。

(4) 设圆心为 (c,d)，$c=-\frac{2a}{2}=-a$，$d=0$，半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2+4b^2}=\sqrt{a^2+b^2}$，∴ 圆心为 $(-a,0)$，半径为 $\sqrt{a^2+b^2}$。

2. 设圆心为 $M(a,b)$，弦 AB 的中点为 D，则 $D(2,1)$，$k_{AB}=\frac{4+2}{1-3}=-3$，∴ $k_{MD}=\frac{b-1}{a-2}=\frac{1}{3}$，　　①

由题意$|MD|=\sqrt{10}$，即$(a-2)^2+(b-1)^2=10$， ②

由①②得$\begin{cases}a=-1,\\b=0,\end{cases}$或$\begin{cases}a=5,\\b=2。\end{cases}$

半径$r=\sqrt{(5-1)^2+(2-4)^2}=\sqrt{20}$，

$\therefore$ 圆的方程为$(x+1)^2+y^2=20$或$(x-5)^2+(y-2)^2=20$。

2.3 直线与圆、圆与圆的位置关系

2.3.1 直线与圆的位置关系

【练习 1】（P_{85}）

1. 圆心为$(3,-5)$，半径为 6，$d=\dfrac{|4\times3+3\times5-2|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=5<6$，$\therefore$ 直线与圆相交。

2. 由题意得$\dfrac{|3\times1-3m-7|}{\sqrt{3^2+(-m)^2}}=\dfrac{16}{5}$，

$\therefore 31m^2-600m+1\,904=0$，解得$m=4$或$m=\dfrac{476}{31}$。

2.3.2 圆与圆的位置关系

【问题与思考】（P_{86}）

例 7、例 8 还能用代数法来解，解答过程如下：

例 7 解：圆$C_1:x^2+y^2=1$， ①

圆$C_2:(x-1)^2+(y-1)^2=4$， ②

① − ②，得$2x+2y+1=0$。 ③

由③得$y=\dfrac{-1-2x}{2}$。

把上式代入①，并整理，得$8x^2+4x-3=0$。 ④

方程④的判别式$\Delta=4^2-4\times8\times(-3)=112>0$，

所以方程④有两个不相等的实根x_1,x_2，把x_1,x_2分别代入方程③，得y_1,y_2。

因此圆C_1与圆C_2有两个不同的公共点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，即两圆相交。作图略。

例 8 解：圆$C_1:x^2+y^2+2x-6y-26=0$， ①

圆$C_2:x^2+y^2-4x+2y+4=0$， ②

① − ②得$3x-4y-15=0$， ③

由③得$x=\dfrac{4}{3}y+5$。

把上式代入②得$25y^2+90y+81=0$。 ④

方程④的判别式$\Delta=90^2-4\times25\times81=0$。

所以方程④有两个相等的实根，由①②组成的方程组有两组相同的实数解，故两圆相切。作图略。

【练习 2】（P_{87}）

(1) 由已知得

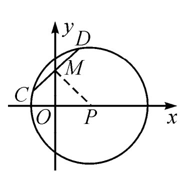
圆$C_1:(x+1)^2+(y-3)^2=36$，圆心$C_1(-1,3)$，半径$r_1=6$，圆$C_2:(x-2)^2+(y+1)^2=9$，圆心$C_2(2,-1)$，半径$r_2=3$，$|C_1C_2|=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$\therefore 3=|r_1-r_2|<d=5<r_1+r_2=9$，$\therefore$ 两圆相交。

(2) 圆C_1：圆心$C_1(-2,2)$，$r_1=\sqrt{13}$，圆C_2：圆心$C_2(4,-2)$，$r_2=\sqrt{13}$，圆心距$d=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$，$\because d=r_1+r_2$，$\therefore$ 两圆外切。

(3) 圆C_1：圆心$C_1(0,0)$，$r_1=3$，圆C_2：圆心$C_2(2,0)$，$r_2=1$，圆心距$d=\sqrt{2^2}=2$，$\because d=r_1-r_2$，$\therefore$ 两圆内切。

【习题 2-2A 组】（P_{87}）

1. (1) 如图①所示。设圆心$P(a,0)$，CD的中点为M，则M的坐标为$\left(\dfrac{-1+1}{2},\dfrac{1+3}{2}\right)$，即$M(0,2)$。由题意$MP\perp CD$，



①

$\therefore -\dfrac{2}{a}\cdot\dfrac{3-1}{2}=-1$，得$a=2$，

$\therefore$ 圆心坐标$P(2,0)$，半径$r=|PC|=\sqrt{(2+1)^2+1}=\sqrt{10}$，

故所求圆的方程为$(x-2)^2+y^2=10$。

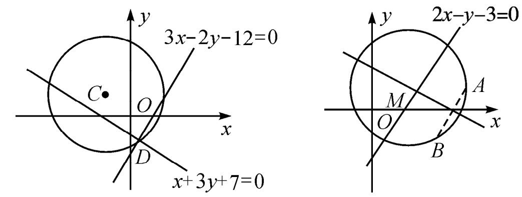
(2) 如图②所示。

由$\begin{cases}3x-2y-12=0,\\x+3y+7=0,\end{cases}$可得$\begin{cases}x=2,\\y=-3。\end{cases}$

$\therefore D(2,-3)$，

$\therefore$ 半径$r=\sqrt{(2+1)^2+(-3-1)^2}=5$，

$\therefore$ 圆的方程为$(x+1)^2+(y-1)^2=25$。



② ③

第 1 题图

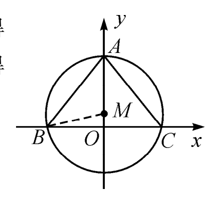
(3) 如图③所示。设圆心$M(x,2x-3)$，由$|MB|=|MA|$，可得$\sqrt{(x-3)^2+(2x-3+2)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(2x-3-2)^2}$，

$\therefore x=2$，$2x-3=1$，$\therefore$ 圆心$M(2,1)$，半径$r=|MA|=\sqrt{(2-5)^2+(1-2)^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore$ 圆的方程为$(x-2)^2+(y-1)^2=10$。

2. 如图所示，设圆心$M(0,b)$，其中由已知得$A(0,5)$，由$|MB|=|MA|$可得$\sqrt{(-4)^2+(-b)^2}=\sqrt{0+(b-5)^2}$。

$\therefore b=\dfrac{9}{10}$，$\therefore$ 圆心$M\left(0,\dfrac{9}{10}\right)$，半径$r=5-\dfrac{9}{10}=\dfrac{41}{10}$，$\therefore$ 它的外接圆的方程为$x^2+\left(y-\dfrac{9}{10}\right)^2=\dfrac{1\,681}{100}$。



第 2 题图

若$A(0,-5)$，同理可得该三角形的外接圆方程为$x^2+\left(y+\dfrac{9}{10}\right)^2=\dfrac{1\,681}{100}$。

3. 设三角形的外接圆方程为$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

由$\begin{cases}x-y-9=0,\\x+2y=0,\end{cases}$得$A(6,-3)$；

由$\begin{cases}x+2y=0,\\3x-y-7=0,\end{cases}$得$B(2,-1)$；

由$\begin{cases}3x-y-7=0,\\x-y-9=0,\end{cases}$得$C(-1,-10)$。

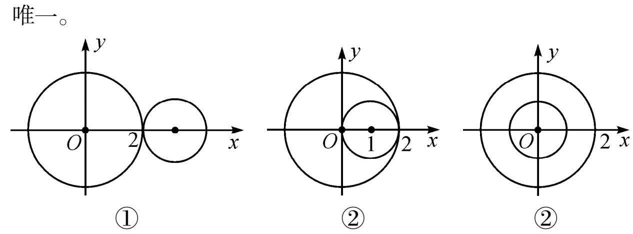
由题意有$\begin{cases}36+9+6D-3E+F=0,\\4+1+2D-E+F=0,\\1+100-D-10E+F=0,\end{cases}$

解得$D=-4$，$E=12$，$F=15$。

$\therefore$ 三角形外接圆的方程为$x^2+y^2-4x+12y+15=0$。

4. (1) 相切 (2) 相离 (3) 相交

5. (1) 如图①所示。(2) 如图②所示。(3) 如图③所示，答案不唯一。



① ② ②

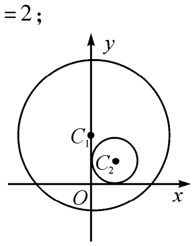
第 5 题图

6. 已知圆圆心为$(2,0)$，半径$r=10$，直线可化为$4x-3y-50=0$。

圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|2\times4-50|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{42}{5}$，$\because r>d$，$\therefore$ 直线与圆相交。

【习题 2－2B 组】(P_{88})

1. 已知圆圆心为 $(0,0)$，半径为 2。
   圆心到直线 $x-my+2=0$ 的距离
   $d=\dfrac{|2|}{\sqrt{1+m^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{m^2+1}}$。当 $r=d$，即 $2=\dfrac{2}{\sqrt{m^2+1}}$，即 $m=0$ 时直线与圆相切；
   当 $r>d$，即 $2>\dfrac{2}{\sqrt{m^2+1}}$，即 $m\neq0$ 时，直线与圆相交；当 $r<d$，即 $2<\dfrac{2}{\sqrt{m^2+1}}$ 不成立。$\therefore$ 当 $m=0$ 时，直线与圆相切；当 $m\neq0$ 时，直线与圆相交。
2. 若直线与圆相切，则有 $|r|=2$，又 $r>0$，$\therefore r=2$；
   若直线与圆相离，则有 $|r|<2$，又 $r>0$，
   $\therefore 0<r<2$；若直线与圆相交，则有 $|r|>2$，
   又 $r>0$，$\therefore r>2$。
3. 如图所示。
   圆 C_1：圆心 $C_1(0,2)$，半径 $r_1=3$，
   圆 C_2：圆心 $C_2(1,1)$，半径 $r_2=1$，
   圆心距：$|C_1C_2|=\sqrt{1^2+(2-1)^2}=\sqrt{2}$。
   $\because |C_1C_2|<r_1-r_2$，$\therefore$ 圆 C_1 与圆 C_2 内含。



第 3 题图

§3 空间直角坐标系

3.1 空间直角坐标系的建立

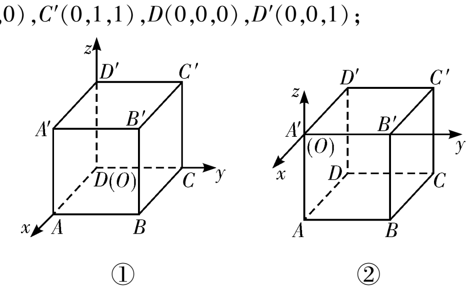
3.2 空间直角坐标系中点的坐标

【思考交流】(P_{89})

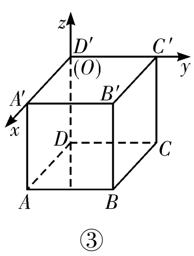
解答都可通过建立空间直角坐标系来确定空间物体的位置，即将空间物体的位置用空间中点的坐标来表示。

【练习】(P_{92})

1. 如图①所示，$A(1,0,0)$，$A'(1,0,1)$，$B(1,1,0)$，$B'(1,1,1)$，$C(0,1,0)$，$C'(0,1,1)$，$D(0,0,0)$，$D'(0,0,1)$；

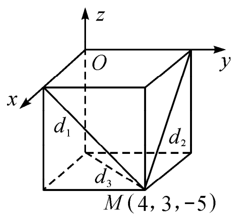


   如图②所示，$A(0,0,-1)$，$A'(0,0,0)$，$B(0,1,-1)$，$B'(0,1,0)$，$C(-1,1,-1)$，$C'(-1,1,0)$，$D(-1,0,-1)$，$D'(-1,0,0)$；
   如图③所示，
   $A(1,0,-1)$，$A'(1,0,0)$，
   $B(1,1,-1)$，$B'(1,1,0)$，
   $C(0,1,-1)$，$C'(0,1,0)$，
   $D(0,0,-1)$，$D'(0,0,0)$。



第 1 题图

2. 提示：点 A 在 yOz 平面上，点 B 在 z 轴上，点 C 与 x 轴的正半轴在 yOz 平面的异侧，点 D 在 x 轴上，点 E 与 x 轴正半轴在 yOz 平面的同侧。
3. 自点 $M(-4,-2,3)$，向 xOy 坐标平面引垂线，垂足 $M_1(-4,-2,0)$；
   向 yOz 坐标平面引垂线，垂足 $M_2(0,-2,3)$；
   向 zOx 坐标平面引垂线，垂足 $M_3(-4,0,3)$；
   向 x 轴引垂线，垂足 $M_4(-4,0,0)$；
   向 y 轴引垂线，垂足 $M_5(0,-2,0)$；
   向 z 轴引垂线，垂足 $M_6(0,0,3)$。
4. $M(1,-2,3)$ 关于 xOy 坐标平面对称的点 $M_1(1,-2,-3)$；
   关于 yOz 坐标平面对称的点 $M_2(-1,-2,3)$；
   关于 zOx 坐标平面对称的点 $M_3(1,2,3)$；
   关于 x 轴对称的点 $M_4(1,2,-3)$；
   关于 y 轴对称的点 $M_5(-1,-2,-3)$；
   关于 z 轴对称的点 $M_6(-1,2,3)$；
   关于原点对称的点 $M_7(-1,2,-3)$。
5. 如图所示，$M(4,3,-5)$ 到 x 轴距离为 $d_1=\sqrt{3^2+(-5)^2}=\sqrt{34}$；到 y 轴距离为 $d_2=\sqrt{4^2+(-5)^2}=\sqrt{41}$；到 z 轴距离为 $d_3=\sqrt{4^2+3^2}=5$；到 xOy 平面的距离 $d_4=|-5|=5$；到 yOz 平面的距离 $d_5=4$；到 zOx 平面的距离 $d_6=3$。



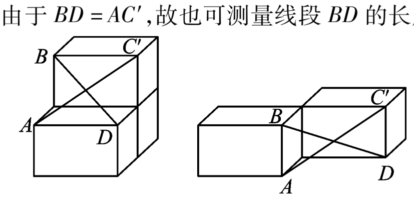
第 5 题图

6. 以 O 为坐标原点，OA 所在直线为 z 轴，过 O 点向东的方向为 y 轴，向南的方向为 x 轴，建立右手空间直角坐标系，则 $A(0,0,8)$，$B(-2,5,3)$，$C(0,13,1)$，$D(-6,12,3)$，$E(-6,16,-3)$。

3.3 空间两点间的距离公式

【问题与思考】(P_{93})

如图所示，由于 $BD=AC'$，故也可测量线段 BD 的长度。



思考图

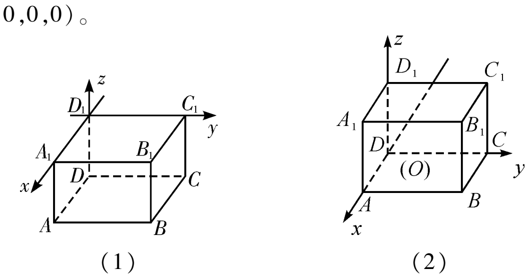
如果只给一块砖，可先量出长 a，宽 b，高 c，则 $AC'=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$。

【练习】(P_{95})

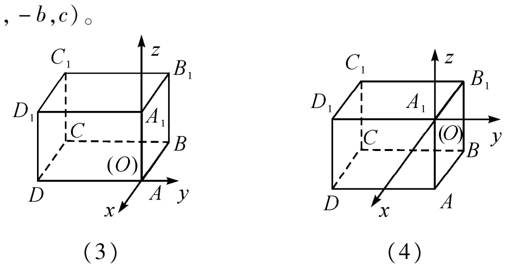
$|PQ|=\sqrt{(1+1)^2+(2-0)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{4+4+1}=3$。

【习题 2－3A 组】(P_{95})

1. 如图(1)所示，$A(b,0,-c)$，$A_1(b,0,0)$，$B(b,a,-c)$，$B_1(b,a,0)$，$C(0,a,-c)$，$C_1(0,a,0)$，$D(0,0,-c)$，$D_1(0,0,0)$。



   如图(2)所示，$A(b,0,0)$，$A_1(b,0,c)$，$B(b,a,0)$，$B_1(b,a,c)$，$C(0,a,0)$，$C_1(0,a,c)$，$D(0,0,0)$，$D_1(0,0,c)$。
   如图(3)所示，$A(0,0,0)$，$A_1(0,0,c)$，$B(-a,0,0)$，$B_1(-a,0,c)$，$C(-a,-b,0)$，$C_1(-a,-b,c)$，$D(0,-b,0)$，$D_1(0,-b,c)$。



第 1 题图

如图(4)所示,$A(0,0,-c)$,$A_1(0,0,0)$,$B(-a,0,-c)$,$B_1(-a,0,0)$,$C(-a,-b,-c)$,$C_1(-a,-b,0)$,$D(0,-b,-c)$,$D_1(0,-b,0)$。

2. 提示:分析各点在空间中的位置。

3. $P(3,-2,1)$关于坐标平面 xOy 对称的点 $P_1(3,-2,-1)$;
关于平面 yOz 对称的点 $P_2(-3,-2,1)$;
关于平面 zOx 对称的点 $P_3(3,2,1)$;
关于 x 轴对称的点 $P_4(3,2,-1)$;
关于 y 轴对称的点 $P_5(-3,-2,-1)$;
关于 z 轴对称的点 $P_6(-3,2,1)$;
关于原点对称的点 $P_7(-3,2,-1)$。

4. $N(3,-2,-4)$到原点的距离 $\sqrt{3^2+(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{29}$;
到 x 轴距离 $\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$;
到 y 轴距离 $\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{25}=5$;
到 z 轴距离 $\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$;
到 xOy 坐标平面距离为 $|-4|=4$;
到 yOz 坐标平面距离为 3;
到 zOx 坐标平面距离为 $|-2|=2$。

5. $|AB|=\sqrt{(-3+4)^2+(2-3)^2+(-4-1)^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$。

6. 证明:$|AB|=\sqrt{(-1-2)^2+(2+2)^2+(3-3)^2}=5$,

$|AC|=\sqrt{\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2+\left(2-\frac{5}{2}\right)^2+(3-3)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$,

$|BC|=\sqrt{\left(2-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-2-\frac{5}{2}\right)^2+(3-3)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$,

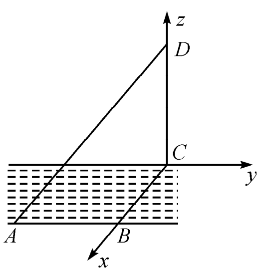
$\because |AC|^2+|BC|^2=\frac{10}{4}+\frac{90}{4}=25=|AB|^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形。

7. 如图所示,以 C 为坐标原点,CD 所在直线为 z 轴,CB 所在直线为 x 轴建立空间直角坐标系。
则由题意知 $C(0,0,0)$,$D(0,0,5)$,$B(3,0,0)$,$A(3,-4,0)$。

$\therefore |AD|=\sqrt{3^2+4^2+5^2}$
$=5\sqrt{2}$(m)。

答:点 A 与塔顶 D 的距离 AD 为 $5\sqrt{2}$ m。



第 7 题图

【习题 2-3B 组】(P_{95})

证明:$|AB|=\sqrt{(2+1)^2+(3+2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{38}$,

$|AC|=\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{37}}{2}+1\right)^2+(1+2)^2+(0-1)^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{37}+3}{2}\right)^2+3^2+1}$,

$|BC|=\sqrt{\left(2-\frac{1+\sqrt{37}}{2}\right)^2+(3-1)^2+(-1)^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{3-\sqrt{37}}{2}\right)^2+2^2+1}$,

$\because |AC|^2+|BC|^2=\left(\frac{3+\sqrt{37}}{2}\right)^2+3^2+1+\left(\frac{3-\sqrt{37}}{2}\right)^2+2^2+1=\frac{3^2+37}{2}+3^2+1+2^2+1=38=|AB|^2$,$\therefore \triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形。

【复习题二 A 组】(P_{99})

1. 由点 $A(1,2)$在直线 $y=2x+b$ 上可得 $b=0$,$\therefore y=2x$。
$\because B(3,m)$也在直线 $y=2x$ 上,
$\therefore m=6$。$\therefore B(3,6)$。
$\therefore |AB|=\sqrt{(3-1)^2+(6-2)^2}=2\sqrt{5}$。

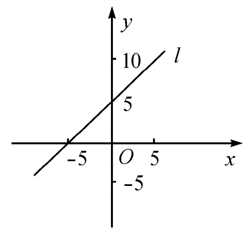
2. $\because A$、B、C 共线,$\therefore k_{BC}=k_{AC}$,即$\frac{a+4-3}{0-1}=\frac{0-3}{a-1}$,解得 $a=\pm 2$。
$\because a\in \mathbf{N}^*$,$\therefore a=2$。

3. (1)当 $m=3$ 时,$\alpha=90°$,斜率不存在;(2)当 $m\neq 3$ 时,$k_{AB}=\frac{m-1}{3-m}$。

4. $\because \alpha=30°$,$\therefore k_{l_1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\because l_2\perp l_1$,$\therefore k_{l_2}\cdot k_{l_1}=-1$。
$\therefore k_{l_2}=-\sqrt{3}$。

5. $ax+3my+2a=a(x+2)+3my=0$,$\because m\neq 0$,$\therefore$ 该直线恒过点$(-2,0)$,由两点式可得该直线的方程为 $x+3y+2=0$,$\therefore$ 该直线的斜率为 $-\frac{1}{3}$。

6. $\because \alpha=45°$,$\therefore k=1$,由点斜式得直线的方程为 $x-y+5=0$。直线如图所示。



第 6 题图

7. (1)当 $a=-1$ 时,$k_{l_1}=\frac{1}{2}$,k_{l_2}不存在,
$\therefore l_1$ 不垂直于 l_2,$\therefore a\neq -1$;(2)当 $a=0$时,$k_{l_1}=0$,k_{l_2}不存在,$\therefore l_1\perp l_2$;
(3)当$a\neq -1$ 且 $a\neq 0$ 时,$k_{l_1}=-\frac{a}{2}$,
$k_{l_2}=-\frac{1}{a(a+1)}$,$\because l_1\perp l_2$,
$\therefore k_{l_1}\cdot k_{l_2}=-1$,即 $-\frac{a}{2}\cdot\left[-\frac{1}{a(a+1)}\right]=-1$,$\therefore a=-\frac{3}{2}$。
综上所述知 $a=0$ 或 $a=-\frac{3}{2}$。

8. 设直线的方程为 $y=-\frac{4}{3}x+b(b\neq 0)$。
当 $x=0$ 时,$y=b$;当 $y=0$ 时,$x=\frac{3}{4}b$。
由题意得$|b|+\left|\frac{3}{4}b\right|+\sqrt{b^2+\left(\frac{3}{4}b\right)^2}=9$,
即 $\left|\frac{7}{4}b\right|+\left|\frac{5}{4}b\right|=9$,$|b|=3$。
当 $b>0$ 时,$b=3$;当 $b<0$ 时,$b=-3$。
$\therefore$ 直线的方程为 $4x+3y+9=0$ 或 $4x+3y-9=0$。

9. $x-2y=0$。

10. $2x+3y+10=0$。

11. $6x-5y+7=0$。

12. 由$\begin{cases}3x+2y-6=0,\\3x+2my+18=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=2-\frac{8}{1-m},\\y=\frac{12}{1-m}。\end{cases}$代入 $3mx+2y+12=0$
得 $3m\left(2-\frac{8}{1-m}\right)+\frac{24}{1-m}+12=0$,解得$m=-6$。

13. 设所求直线方程为 $7x+24y+m=0$。
则由题意$\frac{|-5-m|}{\sqrt{7^2+24^2}}=3$,
$\therefore |m+5|=75$,解得 $m=-80$ 或 $m=70$。
故所求直线方程为 $7x+24y+70=0$ 或 $7x+24y-80=0$。

14. 圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心为$(0,0)$,半径为 2。
圆心$(0,0)$到直线$\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 的距离 $d=\frac{|-2\sqrt{3}|}{\sqrt{3+1}}=$

$\sqrt{3}<2$,故直线$\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$与圆$x^2+y^2=4$相交。

15. 解法一:设这个圆的方程为$x^2+y^2-2x+10y-24+\lambda(x^2+y^2+2x+2y-8)=0$。

$\therefore$ 圆心为$\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda},-\frac{5+\lambda}{1+\lambda}\right)$,将其代入$x+y=0$,得$\lambda=-2$,

$\therefore$ 圆心$(-3,3)$,$r^2=\frac{D^2+E^2-4F}{4}=10$,

$\therefore$ 圆的方程为$(x+3)^2+(y-3)^2=10$。

解法二:解方程组$\begin{cases}x^2+y^2-2x+10y-24=0,\\x^2+y^2+2x+2y-8=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=-4,\\y=0,\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=2。\end{cases}$设圆心为$(a,-a)$,半径为$r$,

则$\begin{cases}(-4-a)^2+a^2=r^2,\\(-a)^2+(2+a)^2=r^2,\end{cases}$

解之得$a=-3$,$r=\sqrt{10}$,

$\therefore$ 所求圆的方程为$(x+3)^2+(y-3)^2=10$。

16. (1)$k_{AC}=-\frac{3}{2}$,AC边上的高所在直线方程为$2x-3y+14=0$;

(2)$x-2y-4=0$。

17. $|AB|=\sqrt{(2-1)^2+(0+3)^2+(4-0)^2}=\sqrt{26}$。

【复习题二 B组】(P_{99})

1. $\because$ A、B、C三点共线,$\therefore$ $k_{AB}=k_{AC}=k_{BC}$,

即$\frac{5+3}{4+2a}=\frac{5-a}{4-1}=\frac{a+3}{1+2a}$,$\therefore$ $a=2$或$a=1$。

2. 证明:设直线为$y=kx+b(b\neq0)$,

则$y_1=kx_1+b$,$y_2=kx_2+b$,

$$\begin{aligned}|P_1P_2|&=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}\\&=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(kx_1-kx_2)^2}\\&=|x_1-x_2|\cdot\sqrt{1+k^2}\\&=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1-x_2)^2}\\&=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}。\end{aligned}$$

3. $M(2,3)$关于x轴对称的点为$M'(2,-3)$,故反射光线所在直线过点$M'(2,-3)$和$N(1,0)$,得$\frac{y+3}{0+3}=\frac{x-2}{1-2}$,即$3x+y-3=0$,故其为反射光线所在直线方程。

4. (1)当$a=\frac{1}{2}$时,k_{l_1}不存在,$k_{l_2}\neq0$,$\therefore$ l_1不垂直于l_2。

$\therefore$ $a\neq\frac{1}{2}$;

(2)当$a=-5$时,$k_{l_1}\neq0$,k_{l_2}不存在,$\therefore$ $a\neq-5$;

(3)当$a\neq\frac{1}{2}$且$a\neq-5$时,$\because$ $l_1\perp l_2$,$\therefore$ $k_{l_1}\cdot k_{l_2}=-1$,即$\frac{a-3}{2a-1}\cdot\frac{-(2a+1)}{a+5}=-1$,解得$a=\frac{1}{7}$。综上可得$a=\frac{1}{7}$。

5. 设圆心$(x,-2x)$。由题意得$d=r$,即$\frac{|x-2x-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{(x-0)^2+(-2x+1)^2}$,解得$x=1$或$x=\frac{1}{9}$,$\therefore$ 圆心$(1,-2)$或$\left(\frac{1}{9},-\frac{2}{9}\right)$,此时圆的半径分别为$\sqrt{2}$和$\frac{5\sqrt{2}}{9}$,$\therefore$ 适合题意的圆的方程为$(x-1)^2+(y+2)^2=2$或$\left(x-\frac{1}{9}\right)^2+\left(y+\frac{2}{9}\right)^2=\frac{50}{81}$。

6. 设l的方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$,

由题意得$\begin{cases}|a|=|b|,\\\frac{1}{2}|a|\cdot|b|=18。\end{cases}$解得$\begin{cases}|a|=6,\\|b|=6。\end{cases}$

$\therefore$ 直线l的方程为$x+y+6=0$或$x+y-6=0$或$x-y+6=0$或$x-y-6=0$。

7. 设$Q(x,y)(x\in[0,30],y\in[0,20])$。

由截距式得EF的方程为$\frac{x}{30}+\frac{y}{20}=1$,

即$2x+3y=60$。

则$|QR|=100-x$,$|PQ|=80-y$。

$\therefore$ $S_{矩形PQRC}=(100-x)\cdot(80-y)=(100-x)\cdot\left(80-20+\frac{2x}{3}\right)=-\frac{2x^2}{3}+\frac{20}{3}x+6\ 000(0\leqslant x\leqslant30)$。

当$x=5$时,$S_{\max}=6\ 016\frac{2}{3}$,此时$y=\frac{50}{3}$。

$\therefore$ 当QR为95 m,PQ为$\frac{190}{3}$ m时,草坪占地面积最大为$6\ 016\frac{2}{3}$ m^2。

8. $N(a,b,c)$关于坐标平面yOz对称点的坐标为$(-a,b,c)$。

【复习题二 C组】(P_{100})

1. 设圆心$O(x,y)$。

由题意得$|y|=\left|x+\frac{1}{2}\right|$,代入$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=2$,得$x=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ $y=\pm1$。

$\therefore$ 所求圆的方程为$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$或$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2=1$。

2. (1)当$l\parallel AB$时,$\because$ $k_{AB}=\sqrt{3}$,$\therefore$ $k_l=\sqrt{3}$,则设l的方程为$y=\sqrt{3}x+b$,则$d=\frac{|\sqrt{3}+b|}{2}=1$,$\therefore$ $b=2-\sqrt{3}$或$b=-2-\sqrt{3}$,

$\therefore$ l的方程为$y=\sqrt{3}x+2-\sqrt{3}$或$y=\sqrt{3}x-2-\sqrt{3}$;

(2)当l过AB中点$M(2,\sqrt{3})$时,设直线方程为$y-\sqrt{3}=k(x-2)$,即$kx-y-2k+\sqrt{3}=0$,由$A(1,0)$到直线距离为1,得$\frac{|k-2k+\sqrt{3}|}{\sqrt{1+k^2}}=1$,解得$k=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\therefore$ 方程为$x-\sqrt{3}y+1=0$;

(3)当直线l斜率不存在时,直线方程为$x=2$,符合题意。综上所述,直线l的方程为$y=\sqrt{3}x+2-\sqrt{3}$或$y=\sqrt{3}x-2-\sqrt{3}$或$x-\sqrt{3}y+1=0$或$x=2$。

3. 证明:$\because$ $x+y=3$,$\therefore$ $(x+5)+(y-2)=6$,

$\therefore$ $[(x+5)+(y-2)]^2=36$,

$\therefore$ $(x+5)^2+(y-2)^2=36-2(x+5)(y-2)\geqslant36-2\times\frac{[(x+5)+(y-2)]^2}{4}=18$,

即$(x+5)^2+(y-2)^2\geqslant18$。