

MASUK

**POLITEKNIK
STATISTIKA**

KUPAS TUNTAS **PREDIKSI**

**USM
STIS**

TERUPDATE & TERLENGKAP

- SOAL DAN PEMBAHASAN USM STIS TAHUN 2015-2017
- 3 PAKET PREDIKSI SOAL USM STIS 2021/2022
- KUMPULAN MATERI MATEMATIKA USM STIS 2021

2021



DAFTAR ISI

Akar.....	2
Bangun Ruang.....	4
Barisan & Deret.....	7
Eksponen.....	9
Integral.....	10
Komposisi Fungsi dan Fungsi Invers.....	14
Limit Fungsi.....	16
Logaritma.....	19
Logika Matematika.....	21
Matriks.....	23
Persamaan dan Fungsi Kuadrat.....	26
Persamaan Garis.....	27
Pertidaksamaan.....	29
Program Linear.....	31
Statistika.....	33
Suku Banyak.....	36
Teori Peluang.....	38
Transformasi Geometri.....	40
Trigonometri.....	44
Turunan Fungsi.....	48
USM STIS 2015.....	51
USM STIS 2016.....	65
USM STIS 2017.....	78
Pembahasan USM STIS 2015.....	91
Pembahasan USM STIS 2016.....	108
Pembahasan USM STIS 2017.....	134

Prediksi USM STIS Paket 1.....	151
Pembahasan Prediksi USM STIS Paket 1.....	158
Prediksi USM STIS Paket 2.....	163
Pembahasan Prediksi USM STIS Paket 2.....	172
Prediksi USM STIS Paket3.....	178
Pembahasan Prediksi USM STIS Paket 3.....	187



MATERI

AKAR

A. Sifat Dasar Bentuk Akar

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">• $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$• $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$• $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$• $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ | <ul style="list-style-type: none">• $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$• $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$• $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$• $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{(a \cdot b)}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ |
|---|---|

B. Merasionalkan Bentuk Akar

Untuk merasionalkan bentuk akar, perlu dilakukan langkah mengalikan pecahan dengan sekawannya. Berikut adalah pengaplikasiannya :

- $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$
- $\frac{c}{a-\sqrt{b}} = \frac{c}{a-\sqrt{b}} \times \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{c(a+\sqrt{b})}{a^2-b}$
- $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{c}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$
- $\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{c}+\sqrt{d})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$

C. Bentuk Akar Lainnya

- $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\cdots}}} = a$
- $\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1 + 4a})$
- $\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \cdots}}} = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 + 4a})$

Juga bisa
menggunakan cara
pemisalan

D. Latihan Soal

1. Jika $a = 2 + \sqrt{7}$ dan $b = 2 - \sqrt{7}$, maka $a^2 + b^2 - 4ab = \dots$
A. 36
B. 34
C. 32
D. 30

Jawab : B. 34

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 - 4ab &= (a + b)^2 - 2ab - 4ab \\&= (a + b)^2 - 6ab\end{aligned}$$

Substitusi nilai a dan b = 34

2. Bentuk sederhana dari $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ adalah ...

- A. $a + b - \sqrt{ab}$
- B. $a - b + \sqrt{ab}$
- C. $a + b + \sqrt{ab}$
- D. $a - b - \sqrt{ab}$

Jawab : C. $a + b + \sqrt{ab}$

$$\begin{aligned}
 & \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \\
 &= \frac{a\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})-b\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\cancel{a-b}} \\
 &= \frac{a^2+a\sqrt{ab}-b\sqrt{ab}-b^2}{\cancel{a-b}} \\
 &= \frac{a^2-b^2+\cancel{\sqrt{ab}(a-b)}}{\cancel{a-b}} \\
 &= \frac{(a+b)\{(a+b)+\sqrt{ab}\}}{(a-b)} = a+b+\sqrt{ab}
 \end{aligned}$$

3. $\sqrt{1,75\sqrt{1,75\sqrt{1,75\dots}}} = \dots$

- A. 1,75
- B. 3,5
- C. 0
- D. 1

Jawab : dengan penjelasan ada sub-bab bentuk akar lainnya, menunjukkan bahwahasilnya adalah 2,75.

BANGUN RUANG

A. PENDAHULUAN

a. Kedudukan Garis terhadap bidang

1. Garis pada bidang

Syarat garis ℓ pada bidang v adalah garis ℓ harus memiliki lebih dari satu titik persekutuan dengan bidang v .

2. Garis sejajar bidang

- Syarat garis ℓ sejajar bidang v adalah minimal ada satu garis pada bidang v sejajar garis ℓ
- Bila garis ℓ sejajar bidang v , maka tidak semua garis pada bidang v sejajar garis ℓ .

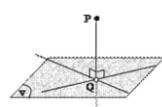
3. Garis tegak lurus bidang

- Syarat garis ℓ tegak lurus bidang v adalah minimal ada dua garis pada bidang v tegak lurus garis ℓ .
- Bila garis ℓ tegak lurus bidang v , maka semua garis pada bidang v tegak lurus garis ℓ .

b. Proyeksi Titik dan Garis pada Bidang

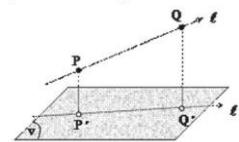
1. Menentukan proyeksi titik P pada bidang v

Tarik garis dari titik P yang tegak lurus bidang v



2. Menentukan proyeksi garis ℓ pada bidang v

- Tentukan dua titik P dan Q pada garis ℓ .
- Proyeksikan titik P dan titik Q pada bidang v .
- Hubungkan P' dan Q' atau garis ℓ' sebagai hasil proyeksi garis ℓ pada bidang v .

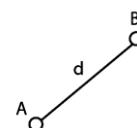


B. JARAK

a. Jarak titik ke titik

Langkah menentukan jarak D. titik A ke titik B:

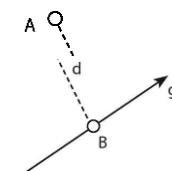
1. Hubungkan titik A ke titik B
2. Jarak titik A ke titik B adalah AB



b. Jarak titik ke garis

Langkah menentukan jarak D. titik A ke garis g:

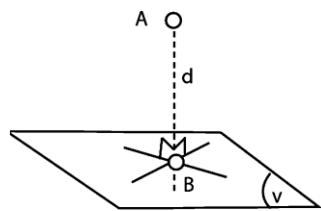
1. Proyeksikan titik A pada garis g (titik B adalah hasil proyeksi titik A pada garis g)
2. Jarak titik A ke garis g adalah AB.



c. Jarak titik ke bidang

Langkah menentukan jarak D. titik A ke bidang v:

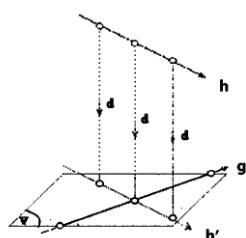
1. Proyeksikan titik A pada bidang v (titik B adalah hasil proyeksi titik A pada bidang v)
2. Jarak titik A ke bidang v adalah AB.



d. Jarak dua garis Bersilangan

Langkah menentukan jarak D. garis g ke garis h (g dan h bersilangan):

1. Buat bidang melalui salah satu garis dan sejajar garis lainnya (misal bidang v melalui garis g sejajar garis h).
2. Proyeksikan garis h pada bidang v (menghasilkan garis h')
3. Jarak garis g ke garis h adalah sama dengan jarak garis h ke garis h'.

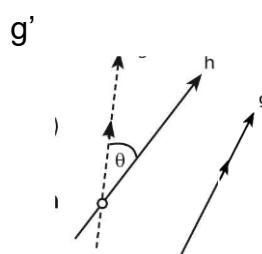


C. SUDUT

a. Sudut Antara Garis dan Garis

Langkah menentukan sudut (θ) antara garis g dan garis h:

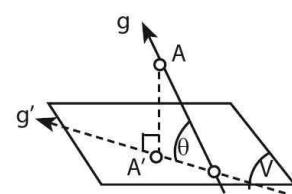
1. Geser salah satu garis (misal garis h) memotong garis yang lainnya (garis g)
2. Sudut antara garis h dan garis g adalah sudut antara garis h' dengan garis g.



b. Sudut Antara Garis dan Bidang

Langkah menentukan sudut (θ) antara garis g dan bidang α :

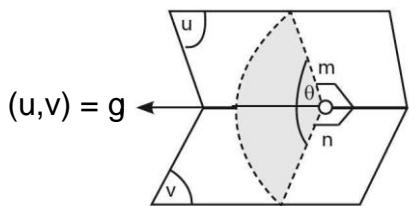
1. Proyeksikan garis g pada bidang v (garis g')
2. Sudut antara garis g dan bidang v adalah sudut antara garis g dan garis g'.



c. Sudut Antara Bidang dan Bidang

Langkah mencari sudut antara bidang u dan bidang v:

- Tentukan garis potong (garis g) antara bidang u dan bidang v.
- Buat garis dari masing-masing bidang u dan bidang v (garis m dan garis n) yang tegak lurus garis g dan pertemuan dalam satu titik.
- θ adalah sudut antara bidang u dan bidang v.

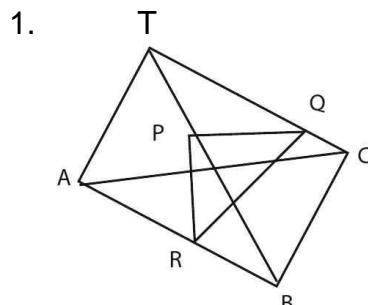


D. BIDANG IRISAN

Langkah melukis penampang bidang irisan sebagai berikut:

- perhatikan adanya 2 titik yang terletak pada satu bidang sisi benda.
- Hubungkan kedua titik tersebut menjadi irisan pada bidang sisi tersebut.
- Lukis irisan ini sampai ke tepi bidang sisi.
- Jika tidak terdapat 2 titik yang sebidang, maka irisan-irisan yang ada dapat diperpanjang sampai memotong tepi-tepi dasar bidang sisi. Titik-titik ini berlaku sebagai titik baru dari suatu penampang.

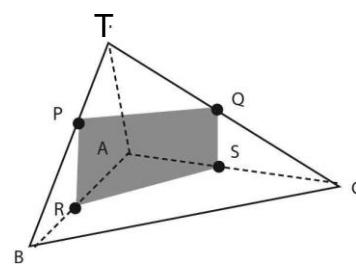
Contoh Soal:



Rusuk TA dari bidang T.ABC tegak lurus pada alas. TA dan BC masing-masing 8cm dan 6cm. jika P titik tengah TB, Q titik tengah TC, dan R titik tengah AB, dan bidang yang melalui ketiga titik P,Q, dan R memotong rusuk AC di S, maka luas PQRS adalah ...

- A. 24 cm^2 D. 16 cm^2
 B. 20 cm^2 E. 12 cm^2
 C. 18 cm^2

Jawaban: E



$$\leftrightarrow PR = QS = \frac{1}{2} TA = 4$$

$$RS = PQ = \frac{1}{2} BC = 3$$

\leftrightarrow Luas bidang (persegi panjang) yang dimaksud = $PR \cdot RS = 12 \text{ cm}^2$

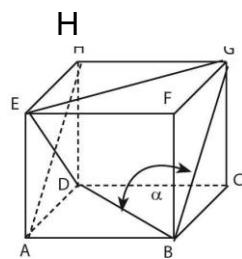
- Jika BE dan AH masing-masing adalah diagonal bidang sisi ABFE dan ADHE kubus ABCD-EFGH,

maka besar sudut antara BE dan AH adalah ...

Jawaban: C

- | | |
|---------------|----------------|
| A. 30° | D. 90° |
| B. 45° | E. 180° |
| C. 60° | |

Jawaban: C



↔ Geser garis AH ke BG dan memotong BE di B, sehingga sudut antara BE dengan AH sama dengan sudut antara BE dengan BG = $\alpha = 60^\circ$
→ $\Delta BEG = \Delta$ sama sisi

BARISAN DAN DERET

A. BARISAN DAN DERET

Barisan Bilangan adalah urutan bilangan-bilangan yang disusun berdasarkan pola tertentu.

Deret adalah penjumlahan dari suku-suku suatu barisan.

Symbol yang digunakan pada barisan dan deret:

- $a = U_1$ = suku pertama
- b = beda/selisih
- r = rasio/pembanding
- U_n = suku ke-n
- S_n = jumlah n suku pertama
- U_t = suku tengah

Suku ke-n dari rumus jumlah suku-suku untuk **semua barisan** (aritmetika, geometri, dll) adalah $U_n = S_n - S_{n-1}$ dengan S_n = jumlah n suku pertama.

B. BARISAN DAN DERET

ARITMETIKA

Barisan aritmetika adalah barisan yang memiliki selisih/beda B. yang nilainya tetap pada setiap dua suku yang berurutan.

Pola suku-suku barisan

aritmetika : $a, (a+b), (a+2b), \dots, U_n$.

- **Beda** → $b = U_n - U_{n-1}$
- **Suku ke-n** → $U_n = a + (n - 1)b$

- Jumlah n suku pertama**
 $\rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)b\}$
- Suku tengah** $\rightarrow 2. U_t = (a+U_n)$
 $S_n = n. U_t$, dengan $n \in$ bilangan ganjil

C. BARISAN DAN DERET

GEOMETRI

Barisan geometri adalah barisan yang memiliki rasio/pembanding (r) yang nilainya tetap pada setiap dua suku berurutan.

Pola suku-suku barisan geometri:

$$a, ar, ar^2, \dots, U_n$$

- Rasio** $\rightarrow r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$
- Suku ke-n** $\rightarrow U_n = a \cdot r^{n-1}$
- Jumlah n suku pertama** \rightarrow

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)} = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$
- Suku tengah** $\rightarrow U_t^2 = a \cdot U_n$, dengan $n \in$ bilangan ganjil

D. DERET GEOMETRI TAK

HINGGA

a. Deret Konvergen

Deret Geometri tak hingga **konvergen** adalah deret geometri tak hingga yang memiliki limit jumlah.

- Syarat:** $|r| < 1$ dapat dituliskan $-1 < r < 1$
- Jumlah sampai tak hingga:**

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

b. Deret Divergen

Deret geometri tak hingga **divergen** adalah deret geometri tak hingga yang tidak memiliki limit jumlah.

- Syarat:** $|r| > 1$ dapat dituliskan $r > 1$ atau $r < -1$
- Jumlah sampai tak hingga:**
 $S_\infty = \text{tidak ada}$

Contoh Soal:

1. Jumlah deret geometri tak hingga

$$8 - \frac{8}{3} + \frac{8}{9} - \frac{8}{27} + \dots \text{ adalah } \dots$$

- A. $5\frac{2}{9}$ D. 12
 B. 6 E. 24
 C. $6\frac{2}{9}$

Jawaban: B

$$\leftrightarrow 8 - \frac{8}{3} + \frac{8}{9} - \frac{8}{27} + \dots \rightarrow a = 8$$

$$r =$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{-\frac{8}{3}}{8} = -\frac{1}{3}$$

$$\leftrightarrow S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{8}{1-(-\frac{1}{3})} = 6$$

2. Jika suku pertama deret geometri tak hingga adalah a dan jumlahnya 10, maka ...

- A. $0 < a < 10$ D. $0 \leq a \leq 20$
 B. $0 < a < 18$ E. $a < 0$ atau $a > 20$
 C. $0 < a < 20$

Jawaban: C

$$\leftrightarrow S_\infty = \frac{a}{1-r} \rightarrow 10 = \frac{a}{1-r}$$

$$10 - 10r = a$$

$$r = \frac{10-a}{10}$$

↔ syarat deret geometri tak hingga punya jumlah adalah:

$$-1 < r < 1 \rightarrow -1 < \frac{10-a}{10} < 1$$

$$-10 < 10-a < 0$$

$$-20 < -a < 0$$

$$0 < a < 20$$

EKSPONEN

A. Sifat Umum Eksponen

- $a^p \times a^q = a^{p+q}$
- $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
- $a^0 = 1, a \neq 0$
- $\frac{1}{a^p} = a^{-p}, a \neq 0$
- $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
- $a^p \times b^p = (ab)^p$
- $\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$
- $a^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{a}$
- $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$
- $\sqrt[q]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[pq]{a}$

B. Persamaan Eksponen

1. Bentuk Dasar

$$a^{f(x)} = 1 \rightarrow f(x) = 0$$

$$a^{f(x)} = b^{f(x)} \rightarrow f(x) = 0$$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \rightarrow f(x) = g(x)$$

2. Bentuk $h(x)^{f(x)} = h(x)^{g(x)}$

Kemungkinan penyelesaian :

- $f(x) = g(x)$

- $h(x) = 1$

$h(x) = 0$, syarat : $f(x) > 0$ dan
 $g(x) > 0$

3. Bentuk $g(x)^{f(x)} = h(x)^{f(x)}$

Kemungkinan penyelesaian :

- $g(x) = h(x)$

- $f(x) = 0$, syarat: $g(x) \neq 0$ dan
 $h(x) \neq 0$

4. Bentuk $g(x)^{f(x)} = 1$

Kemungkinan penyelesaian:

- $g(x) = 1$
- $f(x) = 0$, syarat : $g(x) \neq 0$
- $g(x) = -1$, syarat : $f(x)$ genap

C. Pertidaksamaan dan Fungsi Eksponen

1. Pertidaksamaan

a) Bentuk $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$

- $a > 1 \rightarrow f(x) \geq g(x)$

- $0 < a < 1 \rightarrow f(x) \leq g(x)$

b) Bentuk $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$

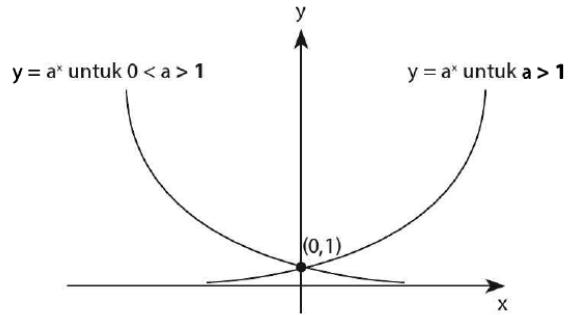
- $a > 1 \rightarrow f(x) \leq g(x)$

- $0 < a < 1 \rightarrow f(x) \geq g(x)$

2. Fungsi Eksponen

Bentuk umum fungsi eksponen :

$$y = f(x) = a^x, a > 0 \text{ dan } a \neq 1$$



Sifat fungsi eksponen :

- Nilai fungsi selalu positif / definit positif (grafik selalu di atas sumbu X)
- Memotong sumbu Y di (0,1)
- Mempunyai asimtot datar $y=0$
- Monoton naik untuk $a > 1$, dan monoton turun untuk $0 < a < 1$
- Memiliki fungsi invers, yaitu fungsi logaritma

$$f(x) = a^x \rightarrow f^{-1} = {}^a \log x$$

D. Latihan Soal

1. Jika $8^m = 27$, maka $2^{m+2} + 4^m = \dots$

- A. 12
- B. 15
- C. 18
- D. 21

Pembahasan :

$$8^m = 27 \rightarrow 2^{3m} = 3^3 \rightarrow 2^m = 3$$

$$2^{m+2} + 4^m = 2^2 \cdot (2^m) + (2^m)^2$$

$$= 4(3) + 9$$

$$= 21$$

2. Himpunan penyelesaian persamaan $2 \cdot 9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$ adalah ...

- A. $\{\frac{1}{2}, 1\}$
- B. $\{-\frac{1}{2}, 1\}$
- C. $\{0, \log_2 \frac{1}{2}\}$
- D. $\{0, \log_2 2\}$

Pembahasan :

$$2 \cdot 9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$$

$$2(3^x)^2 - 3(3^x) + 1 = 0$$

$$(2(3^x) - 1)(3^x - 1) = 0$$

$$3^x = \frac{1}{2} \text{ atau } 3^x = 1$$

$$x = \log_2 \frac{1}{2} \text{ atau } x = 0$$

Sehingga, $\{0, \log_2 \frac{1}{2}\}$

INTEGRAL

A. PENDAHULUAN

a. Pengertian

- **Integral** merupakan operasi kebalikan dari turunan atau integral merupakan anti turunan.
- Jika $f(x)$ adalah fungsi turunan dari $F(x)$, yaitu $f(x) = F'(x)$, maka: $\int f(x) dx = \int F'(x) dx = F(x) + C$

b. Jenis Integral

1. Integral tak tentu: $\int f(x) dx = F(x) + C$

2. Integral tertentu:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ dengan } a \leq x \leq b.$$

c. Sifat Umum Integral

- $\int c f(x) dx = c \int f(x) dx$, dengan c konstanta
- $\int \{f(x) \pm g(x)\} dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

Jika $f(x)$ dan $g(x)$ kontinu pada interval $a \leq x \leq b$, maka:

- $\int_a^a f(x) dx = 0$
- $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^p f(x) dx + \int_p^b f(x) dx$, dimana $a \leq p \leq b$

B. RUMUS INTEGRAL

a. Integral Fungsi ALjabar dan Eksponen

1. Rumus dasar:

- $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$
- $\int e^x dx = e^x + C$
- $\int p^x dx = \frac{p^x}{\ln p}x^{n+1} + C$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$

2. Rumus Pengembangan:

- $\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1} + C$
- $\int e^{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{(ax+b)} + C$
- $\int p^{(ax+b)} dx = \frac{p^{(ax+b)}}{a \ln p} + C$
- $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + C$

b. Integral Fungsi Trigonometri

1. Rumus dasar:

- $\int \sin x dx = -\cos x + C$
- $\int \cos x dx = \sin x + C$
- $\int \tan x dx = \ln |\sec x| + C$
- $\int \cosec x dx = \ln |\cosec x - \cotan x| + C$
- $\int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$
- $\int \cotan x dx = \ln |\sin x| + C$
- $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$
- $\int \cosec^2 x dx = -\cotan x + C$

2. Rumus Pengembangan:

- $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
- $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
- $\int \tan(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \ln |\sec(ax+b)| + C$
- $\int \csc(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \ln |\csc(ax+b) - \cot(ax+b)| + C$
- $\int \sec(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \ln |\sec(ax+b) - \tan(ax+b)| + C$
- $\int \cotan(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \ln |\sin(ax+b)| + C$
- $\int \sec^2(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
- $\int \cosec^2(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cdot \cotan(ax+b) + C$

C. TEKNIK INTEGRAL

Teknik integral pada umumnya digunakan ketika pengintegralan tidak bisa langsung menggunakan rumus dasar.

a. Teknik Substitusi 1

Bentuk integral substitusi 1 adalah $\int \left\{ f(u) \frac{du}{dx} \right\} dx = \int u du$

b. Teknik Substitusi 2

Teknik integral ini digunakan ketika menemukan bentuk-bentuk:

$$\sqrt{a^2 - x^2}, \sqrt{x^2 + a^2}, \text{ dan } \sqrt{x^2 - a^2}$$

Penyelesaian integral ini dapat diselesaikan dengan menggunakan **substitusi trigonometri**.

- Bentuk $\sqrt{a^2 - x^2}$ substitusikan $x = a \sin \theta$
- Bentuk $\sqrt{x^2 + a^2}$ substitusikan $x = a \tan \theta$
- Bentuk $\sqrt{x^2 - a^2}$ substitusikan $x = a \sec \theta$

Hasil substitusi persamaan di atas adalah:

- $\sqrt{a^2 - x^2} = a \cos \theta$
- $\sqrt{x^2 + a^2} = a \sec \theta$
- $\sqrt{x^2 - a^2} = a \tan \theta$

c. Teknik Parsial

Jika $u = f(x)$ dan $v = g(x)$, maka bisa digunakan hubungan :

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

Alternative integral parsial bisa juga dengan pembelahan

$$\equiv \underbrace{f(x)}_{y'} \underbrace{g(x)dx}_{\equiv}$$

Ciri-ciri umum:

- Fungsi yang **dideferensialkan** akan berakhir nol.
- Fungsi lainnya **diintegralkan**.

D. APLIKASI INTEGRAL

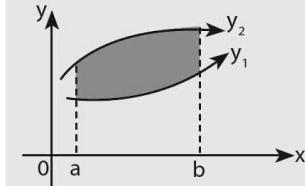
a. Menentukan Fungsi $f(x)$ jika $f'(x)$ dan $f(a)$ diketahui.

Jika turunan pertama $f(x)$ adalah $f'(x)$, maka fungsi $f(x)$ dapat diperoleh melalui hubungan : $f(x) = \int f'(x) dx$

b. Menentukan Luas Daerah dan Volume Benda Putar

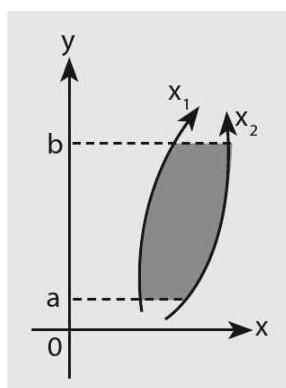
LUAS DAERAH

1. Luas daerah dalam interval $a \leq x \leq b$



$$L = \int_a^b (y_2(\text{atas}) - y_1(\text{bawah})) dx$$

1. Luas daerah dalam interval $a \leq x \leq b$

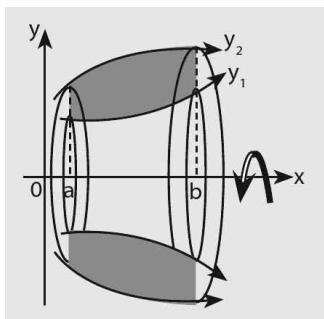


$$L = \int_a^b (x_2(\text{kanan}) - x_1(\text{kiri})) dx$$

VOLUME BENDA PUTAR

- 1. Volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu x dalam interval $a \leq x \leq b$**

b



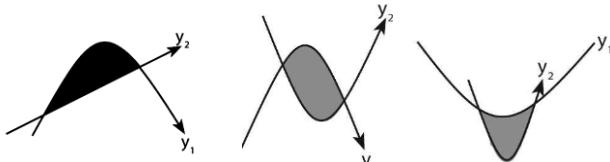
$$V = \pi \int_a^b (y_{2(\text{atas})}^2 - y_{1(\text{bawah})}^2) dx$$

- 2. Volume benda putar dari daerah yang diputar terhadap sumbu dalam interval $a \leq x \leq b$**

$$V = \pi \int_a^b (x_{2(\text{kanan})}^2 - x_{1(\text{kiri})}^2) dx$$

E. LUAS DAERAH KHUSUS

- Luas antara garis lurus dan parabola atau antara dua buah parabola.

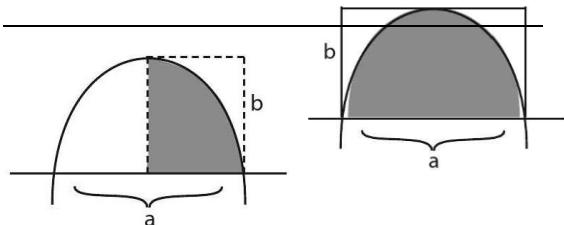


Dalam menentukan luas $L = \int_m^n (y_2 - y_1) dx$ diperoleh bentuk $y_2 - y_1 = ax^2 + bx + c$ dengan m dan n masing-masing absis

titik potong pertama dan kedua dari kurva y_1 dan y_2 , luas tersebut adalah:

$$L = \int_m^n (ax^2 + bx + c) dx = \frac{D \sqrt{D}}{6a^2}, \text{ dengan } D = b^2 - 4ac.$$

- Luas antara parabola yang memiliki puncak dengan sebuah garis.



Luas daerah yang diarsir pada gambar adalah $L = \frac{2}{3} ab = \frac{2}{3}$ luas persegi panjang.

Contoh soal:

1. Sebuah kurva melalui titik $(0,1)$ dan $(1,2)$. Jika gradient garis singgungnya di setiap titik (x,y) adalah $ax + 1$, maka kurva itu adalah sebuah ...

- | | |
|--------------|----------------|
| A. Lingkaran | D. Elips |
| B. Parabola | E. Garis Lurus |
| C. Hiperbol | |

Jawaban: E

$$\leftrightarrow y' = ax + 1 \rightarrow y = \frac{a}{2}x^2 + x + C$$

$$\text{Melalui } (0,1) \rightarrow 1 = C$$

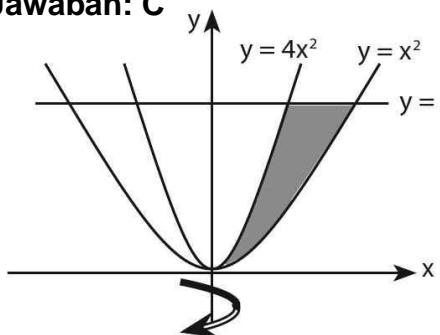
$$\text{Melalui } (1,2) \rightarrow 2 = \frac{a}{2} + 1 + 1$$

$$4 = a + 4 \rightarrow a = 0$$

↔ kurva tersebut berupa garis lurus dengan persamaan $y = x + 1$

2. Daerah D terletak di kuadran pertama yang dibatasi oleh parabol $y = x^2$, parabol $y = 4x^2$, dan garis $y = 4$. Volume benda putar yang terjadi bila D diputar terhadap sumbu y adalah ...
- A. 3π D. 8π
 B. 4π E. 20π
 C. 6π

Jawaban: C



Volume daerah yang diarsir setelah diputar terhadap sumbu y adalah:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^4 (x_1^2 - x_2^2) dy \\ &= \pi \int_0^4 (y - \frac{y}{4}) dy \\ &= \pi \int_0^4 \frac{3}{4}y dy = \pi \left(\frac{3}{8}y^2 \right)_0^4 = 6\pi \end{aligned}$$

KOMPOSISI FUNGSI DAN FUNGSI INVERS

A. DAERAH ASAL (DOMAIN) DAN DAERAH HASIL (RANGE) FUNGSI

a. Fungsi

- suatu **Fungsi f** atau **pemetaan f** dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu relasi khusus yang memetakan setiap elemen dari A (domain) dengan tepat satu elemen dari B (kodomain)

- Jika f memetakan suatu elemen ke suatu elemen, maka fungsi f dari A ke B dapat ditulis sebagai berikut.
 $y = f(x)$ dengan x sebagai *peubah bebas* dan y sebagai *perubah terikat*.

- #### b. Daerah Asal (Domain) Fungsi
- Daerah asal (domain)** fungsi adalah nilai x agar bernilai (terdefinisi)

Beberapa domain fungsi:

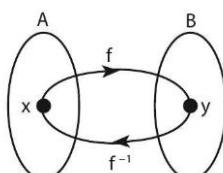
- $y = \sqrt{f(x)}$ → **syarat** $f(x) \geq 0$
- $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ → **syarat** $g(x) \neq 0$
- $y = {}^f(x) \log g(x)$ → **syarat** $g(x) > 0$ dan $f(x) > 0, f(x) \neq 1$

c. Daerah Hasil (Range) Fungsi

- **Daerah hasil fungsi** $y = f(x)$
adalah nilai y yang dipengaruhi oleh domain fungsi.
- **Daerah hasil fungsi kuadrat** $y = f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Jika daerah asal $x \in$ bilangan Riil, maka:**
Untuk $a > 0 \rightarrow$ daerah hasil = R_f
 $= \{y \geq ye\}$
Untuk $a < 0 \rightarrow$ daerah hasil = R_f
 $= \{y \leq ye\}$
- **Jika daerah asal dalam interval** $x_1 \leq x \leq x_2$, maka tentukan nilai $f(x_1), f(x_2)$, dan $ye = f(xe)$
kemudian diperoleh hasil minimum dan maksimum,
sehingga daerah hasilnya adalah $f_{\text{minimum}} \leq y \leq f_{\text{maksimum}}$

B. FUNGSI INVERS

Suatu fungsi: $A \rightarrow B$
Mempunyai fungsi
Invers $f^{-1}: B \rightarrow A$, jika
Semua elemen himpu-
Nan B berkorespondensi
Satu-satu.

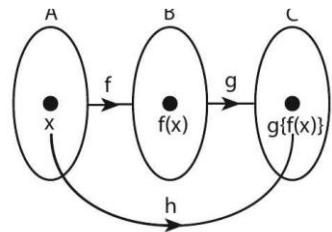


- Notasi fungsi invers adalah $f^{-1}(y) = x$ atau $y^{-1} = f^{-1}(x)$
- Langkah menentukan fungsi invers $y = f(x)$
 - Mengubah fungsi $y = f(x)$ dalam bentuk $g(y)$, sehingga $f^{-1}(y) = g(y)$

- Mengganti y dengan x , sehingga $f^{-1}(x) = g(x)$

C. FUNGSI KOMPOSISI

- jika fungsi $f: A \rightarrow B$ dan fungsi $g: B \rightarrow C$, maka fungsi $h: A \rightarrow C$ disebut fungsi komposisi yang ditulis dalam rumus $h: g \circ f = g \circ f(x) = g \circ \{f(x)\} = (g \circ f)(x)$



• Sifat-sifat fungsi komposisi:

1. Tidak komutatif $f \circ g \neq g \circ f$.
2. $f^{-1} \circ g^{-1} = (g \circ f)^{-1}$

D. LATIHAN SOAL

1. Domain dari $f(x) = 3\sqrt{3x+7}$

- A. $x > -\frac{7}{3}$ D. $x \geq \frac{7}{3}$
 B. $x \geq -\frac{7}{3}$
 C. $x \leq -\frac{7}{3}$

Pembahasan :

Ingat : $y = \sqrt{f(x)}$ → **syarat** $f(x) \geq 0$

Sehingga,

$$3x + 7 \geq 0$$

$$x > -\frac{7}{3}$$

2. Diketahui $f(x) = \frac{px+q}{x+2}$, $q \neq 0$ jika $f^{-1}(q) = -1$, maka $f^{-1}(2q)$ adalah ...

- A. $-\frac{1}{2}$
 B. $-\frac{3}{2}$
 C. 2
 D. 1

Pembahasan :

$$f(x) = \frac{px + q}{x + 2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x + q}{x - p}$$

$$f^{-1}(q) = -1$$

$$\frac{-2(q) + q}{(q) - p} = -1$$

$$-q - p = q$$

$$p = 0$$

sehingga

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x + q}{x - (0)} = \frac{-2x - q}{x}$$

Menentukan $f^{-1}(2q)$

$$f^{-1}(2q) = \frac{-2(2q) + q}{2q} = \frac{3q}{2q} = -\frac{3}{2}$$

LIMIT FUNGSI

A. PENGERTIAN LIMIT FUNGSI

a. Pengertian Limit

Limit suatu fungsi $f(x)$ untuk x mendekati nilai a adalah harga yang paling dekat dari $f(x)$ pada saat x mendekati nilai a , dari kiri dan dari kanan.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ terdefinisi jika dan hanya jika

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a}$ atau **limit kiri** sama dengan **limit kanan**.

Jadi, jika $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f_A$ artinya **fA** adalah nilai pendekatan untuk x di sekitar a .

Untuk c konstanta, dalam konteks limit berlaku: $\frac{c}{0} = \infty, \frac{0}{c} = 0, \frac{c}{\infty} = \infty$.

b. Teorema Limit

- Jika $f(x) = x$, maka $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- Jika k konstanta, maka $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$
- $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)\}^n = \{\lim_{x \rightarrow a} f(x)\}^n$

B. LIMIT FUNGSI ALJABAR

a. Langkah Umum

Penyelesaian

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \\ = \dots$$

- Substitusikan $x = a$ ke $f(x)$
- Jika hasilnya bentuk tak tentu $(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \text{ dan } \infty - \infty)$, maka $f(x)$ harus diuraikan
- Jika hasilnya bentuk tertentu, maka itulah nilai limitnya.

b. Cara Menguraikan Fungsi $f(x)$

1. Untuk $x \rightarrow c$, c (konstanta) dan hasilnya $(\frac{0}{0})$, maka fungsi $f(x)$ diuraikan dengan cara:
 - Faktorisasi
 - Kali sekawan, jika $f(x)$ mengandung bentuk akar ($\sqrt{}$)
 - Dalil L'Hospital $\rightarrow \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

2. Untuk $x \rightarrow \infty$ dan hasilnya $\frac{\infty}{\infty}$, maka untuk fungsi $f(x)$ diuraikan dengan cara:
 - Membagi pembilang dan penyebut dengan x pangkat tertinggi.

- Gunakan rumus :

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{a_1 x^m + a_2 x^{m-1} + \dots + a}{b_1 x^n + b_2 x^{n-1} + \dots + b} =$$

$$\begin{cases} \infty, & \text{untuk } m > n \\ \frac{a}{b}, & \text{untuk } m = n \\ 0, & \text{untuk } m < n \end{cases}$$

3. $x \rightarrow \infty$ dan hasilnya $(\infty - \infty)$, maka untuk fungsi $f(x)$ diuraikan dengan cara:

- Kali sekawan jika $f(x)$ mengandung bentuk akar kemudian membagi pembilang dan penyebut dengan x pangkat tertinggi.
- Gunakan rumus selisih akar kuadrat:

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r} \right) \\ = \begin{cases} \infty, & \text{untuk } a > p \\ \frac{b - q}{2\sqrt{a}}, & \text{untuk } a = p \\ 0, & \text{untuk } a < p \end{cases}$$

C. LIMIT FUNGSI TRIGONOMETRI

a. Langkah umum penyelesaian

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \dots$$

- Substitusikan $x = a$ ke $f(x)$
- Jika hasilnya bentuk tak tentu $(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \text{ dan } \infty - \infty)$, maka $f(x)$ harus diuraikan
- Jika hasilnya bentuk tertentu, maka itulah nilai limitnya.

b. Cara menguraikan Fungsi $f(x)$

1. Untuk bentuk dasar, gunakan rumus:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$

2. Jika terdapat bentuk $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)}$ dan hasilnya $(\frac{0}{0})$ dimana $f(x)$ dan $g(x)$ mudah diturunkan gunakan cara **dalil L'Hospital.**

3. Jika terdapat bentuk **identitas trigonometri** gunakan rumus :

- $1 - \cos cx = 2 \sin^2 \frac{c}{2} x$
 - $1 + \cos cx = 2 \sin^2 \frac{c}{2} x$
 - $\sin cx = 2 \sin^2 \frac{c}{2} x$
 - $1 - \sin 2cx = \cos^2 cx$
 - $1 - \cos 2cx = \sin^2 cx$

Contoh Soal:

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(1-x^2) \cdot \cos(1-x^2)}{x^2-1} = \dots$$

- A. 1
 - B. -1
 - C. 2
 - D. -2
 - E. 0

Jawaban: B

$$\begin{aligned} &\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(1-x^2) \cdot \cos(1-x^2)}{x^2-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \left(\underbrace{\frac{\sin(1-x^2)}{-(1-x^2)}}_{-1} \right) \underbrace{\cos(1-x^2)}_1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

2. Nilai limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x \cdot \sin 3x}{5x} = \dots$

- A. 0 D. 1
B. 0,2 E. ∞
C. 0,6

Jawaban: C

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \left(\frac{\cos 4x}{1} \right) \left(\frac{\sin 3x}{5x} \right) \right\} = \\ \left(\frac{1}{1} \right) \left(\frac{3}{5} \right) = 0,6$$

LOGARITMA

E. Sifat Umum Logaritma

- ${}^a\log x + {}^a\log y = {}^a\log xy$
- ${}^a\log x - {}^a\log y = {}^a\log \frac{x}{y}$
- ${}^a\log a = 1$
- ${}^a\log a^n = n$
- ${}^a\log x^n = n {}^a\log x$
- $a^{{}^a\log y} = y$
- $c^{{}^a\log b} = b^{{}^a\log c}$
- ${}^a\log b = {}^a\log b^n$
- ${}^a\log b = \frac{{}^c\log b}{{}^c\log a} = \frac{1}{{}^b\log a}$
- ${}^a\log b^m = \frac{m}{n} {}^a\log b$
- ${}^a\log b \cdot {}^b\log c \cdot {}^c\log d = {}^a\log d$

F. Persamaan Logaritma

1. Bentuk Dasar

- ${}^a\log f(x) = {}^a\log p \rightarrow f(x) = p$
- ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x) \rightarrow f(x) = g(x)$
- ${}^a\log f(x) = c \rightarrow f(x) = a^c$
- $g(x)\log f(x) = c \rightarrow f(x) = g(x)^c$
- ${}^a\log f(x) = {}^b\log f(x) \rightarrow f(x)=1$

2. Bentuk $a^{f(x)} = b^{g(x)}$

Untuk memudahkan penyelesaian bentuk ini operasikan logaritma pada kedua ruasnya

3. Persamaan Bentuk Lain

- 1) Pemisalan
- 2) Untuk penyelesaian akhir, perhatikan syarat-syarat logaritma, yaitu :

Pada logaritma ${}^a\log b$, $a > 0$ dan $a \neq 1$; $b > 0$

G. Pertidaksamaan

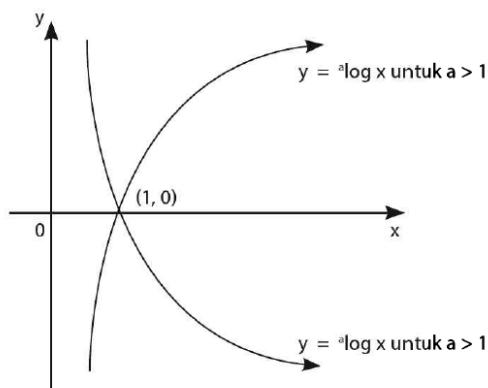
1. Bentuk ${}^a\log f(x) \geq {}^a\log g(x)$
 - $a > 1 \rightarrow f(x) \geq g(x)$
 - $0 < a < 1 \rightarrow f(x) \leq g(x)$
 - Syarat : $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
2. Bentuk ${}^a\log f(x) \leq {}^a\log g(x)$
 - $a > 1 \rightarrow f(x) \leq g(x)$
 - $0 < a < 1 \rightarrow f(x) \geq g(x)$
 - Syarat : $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$

*Penyelesaian akhir diperoleh dari irisan hasil operasi dan syaratnya.

H. Fungsi Logaritma

Bentuk dasar fungsi logaritma adalah :

$$y = f(x) = {}^a\log x, a > 0, a \neq 1 \text{ dan } x > 0$$



Sifat fungsi logaritma :

- Grafik fungsi selalu di sebelah kanan sumbu y
- Memotong sumbu x di titik $(1,0)$
- Memiliki asimtot tegak $x=0$
- Monoton naik untuk $a > 1$, dan monoton turun untuk $0 < a < 1$

- Mempunyai fungsi invers, yaitu fungsi eksponen $f(x) = {}^a\log x \rightarrow f^{-1}(x) = a^x$

I. Latihan Soal

1. ${}^x\log 3 = 0,4$, maka $x = \dots$

- A. $4\sqrt{3}$
- B. $7\sqrt{3}$
- C. $6\sqrt{3}$
- D. $9\sqrt{3}$

Pembahasan :

$${}^x\log 3 = \frac{2}{5}$$

$$3 = x^{\frac{2}{5}}$$

$$x = 3^{\frac{5}{2}}$$

$$x = 9\sqrt{3}$$

2. Penyelesaian dari ${}^2\log(x-3) +$

${}^2\log(x+3) \geq 4$ adalah ...

- A. $x \geq 5$
- B. $x \geq 3$
- C. $x \leq 5$
- D. $x \leq 3$

Pembahasan :

$${}^2\log(x-3) + {}^2\log(x+3) \geq 4$$

$${}^2\log(x-3)(x+3) \geq 4$$

$$(x^2 - 9) \geq 2^4$$

$$x^2 - 25 \geq 0$$

$$(x-5)(x+5) \geq 0 \dots (1)$$

Syarat log :

$$(x-3) > 0 \dots \dots (2)$$

$$(x+5) > 0 \dots \dots (3)$$

Jadi irisan kondisi tersebut adalah
 $x \geq 5$

LOGIKA MATEMATIKA

A. SIMBOL DAN TABEL KEBENARAN

a. Simbol dan Artinya

Nama	Simbol	Cara Baca
Konjungsi	\wedge	$p \wedge q$ dibaca "p dan q"
Disjungsi	\vee	$p \vee q$ dibaca "p atau q"
Implikasi	\Rightarrow	$p \Rightarrow q$ dibaca "jika p maka q"
Biimplikasi	\Leftrightarrow	$p \Leftrightarrow q$ dibaca "p jika dan hanya jika q"
Negasi	\sim	$\sim p$ dibaca "tidak benar bahwa p"

b. Tabel Kebenaran

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
B	B	B	B
B	S	S	B
S	B	S	B
S	S	S	S

$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$
B	B	S	S
S	S	S	B

B	S	B	S
B	B	B	B

Cara menghafal table kebenaran:

- $(p \wedge q) \rightarrow$ **benar** jika keduanya benar
- $(p \vee q) \rightarrow$ **salah** jika keduanya salah
- $(p \Rightarrow q) \rightarrow$ **salah** jika p benar dan q salah
- $(p \Leftrightarrow q) \rightarrow$ **benar** jika p dan q benar atau p dan q salah

c. Tautologi dan Kontradiksi

1. **Tautologi** adalah pernyataan majemuk yang **selalu benar** untuk semua kemungkinan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan komponennya.

2. **Kontradiksi** adalah pernyataan majemuk yang **selalu salah** untuk semua kemungkinan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan komponennya.

B. KONVERS, INVERS, DAN

KONTRAPOSISI

Dari implikasi $p \Leftrightarrow q$,

Konvers	Invers	Kontraposisi
$q \Leftrightarrow p$	$\sim p \Leftrightarrow \sim q$	$q \Leftrightarrow \sim p$

C. PERNYATAAN KUANTOR DAN BENTUK EKUIVALEN

a. Pernyataan Kuantor

1. Kuantor umum (universal)
 - Symbol kuantor universal: \forall
 - Dibaca “**untuk setiap/tidak ada/semenya**”
2. Kuantor Khusu (Eksistensial)
 - Symbol kuantor Eksistensial: \exists
 - Dibaca “**sebagian/ada/beberapa**”

b. Negasi Pernyataan Kuantor

$$\begin{aligned}\sim[\forall(x)P(x)] &= \exists(x), [\sim P(x)] \\ \sim[\exists(x)P(x)] &= \forall(x), [\sim P(x)]\end{aligned}$$

c. Bentuk Ekuivalen

- $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$
- $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- $\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

D. PENARIKAN KESIMPULAN

a. Modus Ponens

Premis (1) : $p \Rightarrow q$

Premis (2) : p

Kesimpulan: q

Jika ditulis dalam bentuk implikasi

:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$$

b. Modus Tollens

Premis (1) : $p \Rightarrow q$

Premis (2) : $\sim q$

Kesimpulan: $\sim p$

Jika ditulis dalam bentuk implikasi

:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$$

c. Prinsip Silogisme

Premis (1) : $p \Rightarrow q$

Premis (2) : $q \Rightarrow r$

Kesimpulan: $p \Rightarrow r$

Jika ditulis dalam bentuk implikasi

:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

Contoh soal:

1. Negasi dari “Jika perang terjadi, maka semua orang gelisah” adalah
...
 - A. Perang terjadi dan semua orang tidak gelisah
 - B. Perang terjadi dan ada orang gelisah
 - C. Perang terjadi tetapi semua orang gelisah
 - D. Perang terjadi dan tidak ada orang gelisah
 - E. Perang terjadi tetapi ada orang yang tidak gelisah

Jawaban: E

$\Leftrightarrow p = \text{perang terjadi}$

q = semua orang gelisah

$$\Leftrightarrow \sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q)$$

$$\equiv p \wedge \sim q$$

\equiv perang terjadi tetapi ada orang yang tidak gelisah

2. Diberikan premis-premis sebagai berikut:

P₁: jika $x^2 \geq 0$, maka 2 merupakan bilangan prima.

P₂: 2 bukan bilangan prima.

Simpulan dari kedua premis di atas adalah ...

- A. $x^2 \geq 0$ D. $x^2 < 0$
B. $x^2 > 0$ E. $x \neq 0$
C. $x > 0$

Jawaban: D

$$\Leftrightarrow P_1 : p \Rightarrow q$$

$$P_2 : \sim q$$

$$\therefore \sim p$$

\Leftrightarrow jadi, simpulan yang benar adalah $x^2 < 0$

MATRIKS

A. PENGERTIAN, KESAMAAN, DAN transpose Matriks

a. Pengertian Matriks

Matriks adalah susunan elemen-elemen yang berbentuk persegi panjang yang diatur di dalam baris dan kolom dengan posisi tertentu sesuai dengan nomor baris dan kolomnya.

Bentuk umum matriks:

$$A_{(m \times n)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matriks A memiliki banyaknya baris m dan banyaknya kolom n artinya matriks A berordo (m×n) ditulis $A_{(m \times n)}$

b. Kesamaan Matriks

Dua buah matriks dikatakan sama jika dan hanya jika memiliki ordo sama dan elemen-elemen yang seletak sama nilainya.

Contoh: matriks

$$A = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \text{ dan}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix} \rightarrow A=B$$

c. Transpose Matriks

Transpose matriks adalah matriks baru yang diperoleh dari matriks lain dengan menukar elemen kolom menjadi elemen baris dan sebaliknya.

Contoh: matriks $A_{(2 \times 3)}$

$$= \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} = A^t_{(3 \times 2)} = A'_{(3 \times 2)}$$

$$= \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$$

B. OPERASI MATRIKS

a. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

- **Syarat** matriks A dan matriks B bisa dijumlahkan atau dikurangkan apabila kedua matriks tersebut memiliki **ordo** yang sama.
- Caranya adalah menjumlahkan atau mengurangkan elemen matriks A dengan elemen matriks B yang seletak.

Proses: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{pmatrix}$

b. Perkalian Matriks

Perkalian skalar dengan matriks:

- Jika skalar **k** dikalikan dengan matriks **A**, maka matriks hasilnya **kA** diperoleh dengan

mengalihkan **k** dengan setiap elemen matriks **A**.

Proses: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow k \cdot A = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$

Perkalian dua buah matriks:

- Syarat matriks A dan matriks B dapat dikalikan jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya matriks B.
- Caranya adalah mengalikan elemen matriks A dengan elemen kolom matriks B yang seletak kemudian jumlahkan.

Proses:

a. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$

Sifat perkalian matriks:

- Tidak komutatif : $A \cdot B \neq B \cdot A$
- Asosiatif : $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- Distributif :
 $A \cdot (B+C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
- Identitas : $I \cdot A = A \cdot I = A$

C. DETERMINAN, INVERS, DAN APLIKASI MATRIKS

a. Determinan Matriks

- Matriks A mempunyai determinan (det) jika matriks A adalah matriks bujur sangkar.

Proses:

a. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow \det A = |A| = ad - bc$

$$\text{b. } A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \rightarrow \det A = |A|$$

$$= (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

- Matriks yang determinannya nol disebut matriks singular.
 - Sifat determinan matriks:
 - $\text{Det}(k.A) = k^n \cdot (\det A)$
k=konstanta dan $A_{(m \times n)}$
 - Jika $A \cdot B = C$, maka $\det A \cdot \det B = \det C$

b. Invers Matriks

- Matriks A memiliki invers jika matriks invers jika matriks A bujur sangkar dan $|A| \neq 0$

Proses:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

- Sifat Invers Matriks
 - $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$
 - $\text{Det } A^{-1} = \frac{1}{\text{det } A}$
 - $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$
 - $A \cdot I = I \cdot A = A$

c. Aplikasi Matriks

- Menyelesaikan persamaan matriks

$$\begin{aligned} a_1x + b_{1y} &= c_1 \\ a_2x + b_{2y} &= c_2 \end{aligned} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \rightarrow A \cdot B = C$$

$$\rightarrow B = A^{-1} \cdot C$$

- **Cara determinan matriks**

$$\begin{array}{l} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{array} \left\} \rightarrow x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

$$\text{dan } y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \\ \hline a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Contoh Soal:

1. Diketahui matrik $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan

$$\mathbf{k}I \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriks $(A - kI)$ adalah matriks singular untuk nilai $k = \dots$

Jawaban: A

$$\leftrightarrow (A - kI) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{pmatrix}$$

↔ Matriks A singular jika determinan
Matriks A bernilai 0

$$|A \cdot k \cdot I| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{vmatrix} = 0$$

$$(2-k)(1-k)-12 = 0$$

$$k^2 - 3k - 10 = 0$$

$$(k-5)(k+2) = 0$$

\leftrightarrow Nilai k yang memenuhi adalah
k = 5 Dan k = -2

2. Jika $A = \begin{pmatrix} 2x+1 & x-1 \\ 3 & x \end{pmatrix}$ maka

jumlah semua nilai x sehingga
 $\det A = 27$ adalah...

- | | |
|------|------|
| A. 1 | D. 4 |
| B. 2 | E. 5 |
| C. 3 | |

Jawaban: A

$$\leftrightarrow \begin{vmatrix} 2x+1 & x+1 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 27$$

$$x(2x+1) - 3(x-1) = 27$$

$$2x^2 + x - 3x + 3 = 27$$

$$2x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow \text{dibagi } 2$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = 1$$

PERSAMAAN DAN FUNGSI KUADRAT

A. Akar Persamaan Kuadrat

- Memfaktorkan jika bisa
- Rumus ABC

$$\text{Misal : } ax^2+bx+c=0$$

Jika tidak bisa difaktorkan :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, D=b^2-4ac$$

Sehingga,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

- Hubungan akar persamaan kuadrat :

B. Jenis-Jenis Akar Persamaan

Kuadrat

- $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$
- $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{(x_2)^2 + (x_1)^2}{x_1 \cdot x_2}$
- $\frac{x_2}{x_1} - \frac{x_1}{x_2} = \frac{(x_2)^2 - (x_1)^2}{x_1 \cdot x_2}$
- $(x_1)^2 + (x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2$
- $(x_1)^2 - (x_2)^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$
- $(x_1)^3 + (x_2)^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$
- $(x_1)^3 - (x_2)^3 = (x_1 - x_2)^3 + 3x_1x_2(x_1 - x_2)$
- $(x_1)^4 + (x_2)^4 = \{(x_1)^2 + (x_2)^2\}^2 - 2(x_1x_2)^2$
- $(x_1)^4 - (x_2)^4 = (x_1^2 + x_2^2)(x_1^2 - x_2^2)$

$D \geq 0 \rightarrow$ akar-akarnya real/nyata

$D > 0 \rightarrow$ akar-akarnya real dan berlainan

$D = 0 \rightarrow$ akar-akar real dan kembar

$D < 0 \rightarrow$ akar-akar imajiner/tidak real

C. Sifat-Sifat Akar Real Persamaan

Kuadrat

- ✓ Kedua akarnya real positif $\rightarrow D \geq 0$,
 $x_1+x_2 > 0$ dan $x_1 \cdot x_2 > 0$
- ✓ Kedua akarnya real negatif $\rightarrow D \geq 0$,
 $x_1+x_2 < 0$ dan $x_1 \cdot x_2 > 0$
- ✓ Kedua akarnya real berlawanan $\rightarrow D > 0$, $x_1+x_2=0$ dan
 $x_1 \cdot x_2 < 0$
- ✓ Kedua akarnya real saling berkebalikan $\rightarrow D > 0$, $x_1 \cdot x_2 = 0$
- ✓ Kedua akarnya real berlainan tanda $\rightarrow D > 0$, $x_1 \cdot x_2 < 0$

D. Persamaan Kuadrat Baru (PKB)

- PKB dengan akar-akar x_1 dan x_2 adalah $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ atau $x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$
- Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, maka :

Akar PK baru	Persamaan kuadrat baru
$(x_1 - n)$ dan $(x_2 - n)$	$a(x+n)^2 + b(x+n)+c = 0$
$(x_1 + n)$ dan $(x_2 + n)$	$a(x-n)^2 + b(x-n)+c = 0$
$\left(\frac{x_1}{n}\right)$ dan $\left(\frac{x_2}{n}\right)$	$a(nx)^2 + b(nx)+c = 0$
(nx_1) dan (nx_2)	$a\left(\frac{x}{n}\right)^2 + b\left(\frac{x}{n}\right)+c = 0$
$\frac{1}{x_1}$ dan $\frac{1}{x_2}$	$cx^2 + bx + a = 0$
x_1^2 dan x_2^2	$a^2 x^2 - (b^2 - 2ac)x + c^2 = 0$
$\frac{x_1}{x_2}$ dan $\frac{x_2}{x_1}$	$acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = 0$

E. Latihan Soal

1. Jika 2 adalah satu-satunya akar persamaan kuadrat $\frac{1}{4}x^2 + bx + a = 0$. Maka nilai $a+b$ adalah ...
 - A. 0
 - B. 1
 - C. 2

D. 3

Pembahasan :

$$\frac{1}{4}x^2 + bx + a = 0$$

$$x^2 + 4bx + 4a = 0 \dots\dots(1)$$

Persamaan kuadrat yang akarnya 2 adalah :

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \dots\dots(2)$$

Persamaan (1) = (2) sehingga :

$$4bx = -4x$$

$$b = -1$$

$$a = 1$$

$$a+b = 0$$

2. Luas maksimum dari persegi panjang dengan panjang $(6-x)$ dan lebar $(x+4)$ adalah ...

A. 21

B. 23

C. 25

D. 27

Pembahasan :

$$\text{Luas} = p.l$$

$$L(x) = (6-x)(x+4)$$

$$L(x) = -x^2 + 2x + 24$$

$$\text{Luas maksimum} = -\frac{D}{4a}$$

$$= -\frac{2^2 - 4(-1)(24)}{4(-1)}$$

$$= 25 \text{ satuan luas}$$

PERSAMAAN GARIS

A. Gradien dan Hubungan Garis Lurus

Gradien Garis Lurus

- Gradien garis yang melalui (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) serta membentuk sudut α dengan sumbu x positif :

$$m = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Pada bentuk umum persamaan garis $y = mx + n$, **gradien = m**
- Pada bentuk umum persamaan garis $Ax+By+C = 0$, **gradien = $-\frac{A}{B}$**

Hubungan Dua Garis Lurus

Hubungan garis $g_1 : y = m_1x + c$ dan garis $g_2 : y = m_2x + c$ adalah

- g_1 sejajar ($/\!/$) $g_2 \rightarrow m_1 = m_2$
- g_1 tegak lurus (\perp) $g_2 \rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$
- g_1 dan g_2 membentuk sudut α
 $\rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

B. Persamaan Garis Lurus (PGL)

- PGL yang melalui titik $(0,0)$ dan bergradien m adalah $y=mx$
- PGL yang melalui titik (x_1, y_1) dan bergradien m adalah $y-y_1 = m(x-x_1)$
- PGL melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

- PGL yang memotong sumbu x di $(a,0)$ dan sumbu y di $(0,b)$ adalah $bx+ay = ab$
- PGL yang melalui titik (x_1, y_1) dan sejajar dengan garis $Cx+Dy+F = 0$ adalah $Cx+Dy = C(x_1) + D(y_1)$
- PGL yang melalui titik (x_1, y_1) dan tegak lurus garis $Cx+Dy+F = 0$ adalah $Dx+Cy = D(x_1) - C(y_1)$

C. Jarak

- Jarak titik ke titik

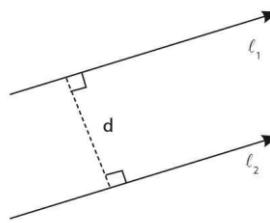
$$|AB| = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$$

- Jarak titik (x_1, y_1) ke garis $Ax+By+C=0$

$$d = \frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

- Apabila l_1 dan l_2 y = $Ax+By+C = 0$
Maka jarak Apabila l_1 dan l_2 adalah

$$d = \frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{|C-D|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$



D. Latihan Soal

1. Garis lurus $y=ax+b$ memotong sumbu x di titik $x=3$ dan membentuk sudut 30 derajat terhadap sumbu x. Garis ini adalah ...

- A. $y = \frac{1}{3}\sqrt{3x} - \sqrt{3}$
 B. $y = \frac{1}{3}\sqrt{3x} + \sqrt{3}$
 C. $y = \sqrt{3x} - \sqrt{3}$
 D. $y = \sqrt{3x} + \sqrt{3}$

Pembahasan :

$$m = \tan \alpha = \tan 30 = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Maka persamaan garis :

$$y-0 = \frac{1}{3}\sqrt{3}(x-3)$$

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{3x} - \sqrt{3}$$

2. Suatu garis lurus memiliki dua titik ujung, yaitu (1,3) dan ujung lainnya pada titik (2,5), maka panjang garis ini adalah ...

- A. $\sqrt{3}$
 B. $\sqrt{5}$
 C. $\sqrt{7}$
 D. 1

Pembahasan :

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (3-5)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{5}$$

PERTIDAKSAMAAN

A. SIFAT PERTIDAKSAMAAN DAN GARIS BILANGAN

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan tanda $<$, \leq , $>$, dan \geq

a. Sifat Umum Pertidaksamaan

Penjumlahan dan Pengurangan

- $a > b \rightarrow a \pm c > b \pm c$

Perkalian dan Pembagian

- $a > b$ dan $c > 0 \rightarrow a.c > b.c$ dan

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

- $a > b$ dan $c < 0 \rightarrow a.c < b.c$ dan

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

Operasi Pemangkatan

- $a < b < 0 \rightarrow a^n > b^n$ untuk $n \in$ bilangan **bulat genap**.

- $A > b > 0 \rightarrow a^n > b^n$ untuk $n \in$ bilangan **bulat genap**.

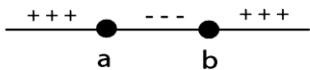
- $A > b \rightarrow a^n > b^n$ untuk $n \in$ bilangan **bulat ganjil**.

b. Tanda ± pada Garis Bilangan

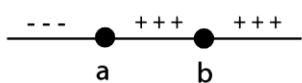
- Tanda **koefesien pangkat tertinggi** sama dengan tanda **pada ruas paling kanan**
- Tanda dari faktor **pangkat genap sama**
- Tanda dari faktor **pangkat ganjil berlawanan (berbeda)**

Ilustrasi : untuk $a < b$ dengan $(x-a)^m(x-b)^n$

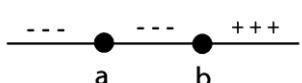
1. Jika m dan $n \in$ bilangan bulat **ganjil**



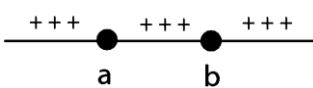
2. Jika $m \in$ bilangan bulat **ganjil** dan $n \in$ bilangan bulat **genap**



3. Jika $m \in$ bilangan bulat **genap** dan $n \in$ bilangan bulat **ganjil**



4. Jika m dan $n \in$ bilangan bulat **genap**



B. JENIS-JENIS PERTIDAKSAMAAN

a. Pertidaksamaan Linear

Langkah Penyelesaian

- Posisikan antara **variabel** dan **konstanta** pada ruas kanan dan kiri pertidaksamaan
- Tentukan penyelesaiannya.

b. Pertidaksamaan Kuadrat

Langkah penyelesaiannya :

- Jadikan **nol** pada ruas kanan pertidaksamaan
- Tentukan **pembuat nol fungsi** dengan cara **memfaktorkan** dalam faktor-faktor linear
- Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaian

Catatan :

1. Jika bentuk $ax^2 + bc + c$ **sulit difaktorkan**, maka analisa nilai a dan $D = b^2 - 4ac$.

- Jika $\begin{cases} a > 0 \\ D < 0 \end{cases}$ → bentuk $ax^2 + bc + c$

Definit positif

- Jika $\begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$ → bentuk $ax^2 + bc + c$

Definit negatif

2. Untuk $x_1 < x_2$ dan $(x - x_1)(x - x_2) < 0$, penyelesaiannya adalah $x_1 < x < x_2$
3. Untuk $x_1 < x_2$ dan $(x - x_1)(x - x_2) < 0$, penyelesaiannya adalah $x < x_1$ atau $x > x_2$

c. Pertidaksamaan Pangkat Tinggi

Langkah penyelesaian:

- Jadikan **nol** pada **ruas kanan** pertidaksamaan.
- Tentukan **pembuat nol fungsi** dengan cara **memfaktorkan** dalam faktor-faktor linear.
- Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaian.

d. Pertidaksamaan Pecahan,

(dengan $\frac{a}{b} \rightarrow h \neq 0$)

Langkah penyelesaian:

- Jadikan **nol** pada **ruas kanan** pertidaksamaan.

- Faktorkan pembilang dan penyebut dalam faktor-faktor linear.
- Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaian.

e. Pertidaksamaan Irrasional (Bentuk Akar dengan $\sqrt{a} \rightarrow a \geq 0$)

Langkah penyelesaian:

- Seimbangkan & pastikan **di kedua ruas nilainya positif**.
- Kuadratkan di kedua ruasnya.
- Jadikan **nol pada ruas kanan** pertidaksamaan.
- Tentukan **pemuat nol fungsi** dengan cara **memfaktorkan** dalam faktor-faktor linear.
- Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaian.
- Iriskan **syarat akar** dengan **penyelesaian**.

C. Latihan Soal

1. Himpunan penyelesaian dari

$$\frac{|x+1|}{|x-1|} \geq 1$$

adalah ...

- b. $\{x | 0 \leq x \leq 1, x > 1\}$
- c. $\{x | 0 \leq x\}$
- d. $\{x | x > 1\}$
- e. $\{x | x < -1, 0 \leq x < 1, x > 1\}$

Pembahasan :

$$\begin{aligned}\frac{|x+1|}{|x-1|} &\geq 1 \\ \frac{|x+1|}{|x-1|} - 1 &\geq 0 \\ \frac{|x+1| - |x-1|}{|x-1|} &\geq 0\end{aligned}$$

Setelah didapat persamaan tersebut, maka dicari batas-batasnya.

$$\begin{aligned}|x+1| &\begin{cases} (x+1); x \geq -1 \\ -(x+1); x < -1 \end{cases} \\ |x-1| &\begin{cases} (x-1); x \geq 1 \\ -(x-1); x < 1 \end{cases}\end{aligned}$$

Dari sana diperoleh batas-batas yaitu;

➤ Untuk $x < -1$

$$\frac{-(x+1) - [-(x-1)]}{-(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{2}{1-x} \geq 0$$

Daerah penyelesaiannya $0 \leq x < 1$

➤ Untuk $x \geq 1$

$$\frac{(x+1) - (x-1)}{(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{2}{x-1} \geq 0$$

Daerah penyelesaiannya $x > 1$

Jadi Himpunan Penyelesaiannya adalah $\{x | x < -1, 0 \leq x < 1, x > 1\}$

PROGRAM LINEAR

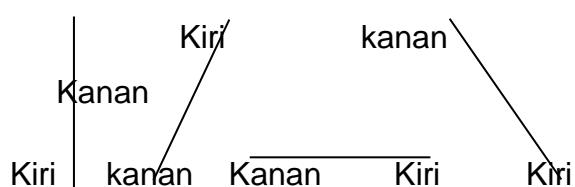
A. PENGERTIAN & DAERAH PENYELESAIAN

Program linear adalah salah satu bagian matematika terapan yang dapat menyelesaikan berbagai masalah kehidupan sehari-hari, dimana model matematika yang terdiri dari pertidaksamaan-pertidaksamaan linear mempunyai banyak penyelesaian, satu atau lebih dan memberikan hasil yang paling baik (maksimum/minimum).

Langkah menentukan daerah penyelesaian, sebagai berikut:

a. Dari Pertidaksamaan $Ax + Dy \geq C$ ke Daerah Penyelesaian

- Gambar garis $Ax + By = C$
- Jadikan A (koefesien x) positif → $A>0$
 - Jika tandanya \geq , maka daerah penyelesaiannya **sebelah kanan garis $Ax + By = C$**
 - Jika tandanya \leq , maka daerah penyelesaiannya **sebelah kiri garis $Ax + By = C$**



- b. Dari Daerah Penyelesaian ke Pertidaksamaan $Ax + Dy \geq C$ atau $Ax + Dy \leq C$

- Menentukan persamaan garis $Ax + By = C$
- Jadikan A (koefesien x) positif → $A>0$
 - Jika daerah penyelesaiannya **sebelah kanan garis $Ax + By = C$** , maka **tandanya \geq** .
 - Jika daerah penyelesaiannya **sebelah kiri garis $Ax + By = C$** , maka **tandanya \leq** .

B. NILAI OPTIMUM FUNGSI OBYEKTIIF

a. Cara Uji Titik Penyelesaian

- Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan soal.
- Tentukan **titik-titik penyelesaian** (titik-titik pojok daerah penyelesaian).
- Substitusikan **titik-titik penyelesaian** ke fungsi obyektif/fungsi sasaran/fungsi tujuan sampai mendapatkan **nilai optimum** (nilai maksimum atau minimum fungsi obyektif)

b. Cara Garis Selidik

- Gambar daerah penyelesaian pertidaksamaan soal.

- Tentukan titik-titik penyelesaian (titik-titik pojok) pada daerah yang diarsir.
- Tentukan gradient garis selidik fungsi obyektif.
 $f(x,y) = ax + by + c \rightarrow$ gradiennya =
 $m = -\frac{a}{b}$
- Buat garis selidik sesuai dengan gradiennya, kemudian menggeser garis tersebut sehingga melalui titik-titik penyelesaian.
 - Untuk $a > 0 \rightarrow$ nilai maksimum fungsi obyektif terletak pada titik yang dilalui paling kanan dan nilai minimum fungsi obyektif terletak pada titik yang dilalui paling kiri.
 - Untuk $a < 0 \rightarrow$ nilai maksimum fungsi obyektif terletak pada titik yang dilalui paling kiri dan nilai minimum fungsi obyektif terletak pada titik yang dilalui paling kanan.

Catatan:

Jika gradient dari model matematika pembatas masalah ada yang sama dengan gradient model matematika fungsi obyektif, maka nilai optimum fungsi obyektif ada pada semua titik pada ruas garis.

C. PROGRAM LINEAR

Langkah-langkah Penyelesaian Program Linear sebagai berikut :

- Menetapkan apa yang dianggap sebagai variabel x dan y.
- Membuat model matematika pembatasan masalah.
- Menggambar daerah himpunan penyelesaian.
- Membuat model matematika fungsi sasaran.
- Menentukan optimum **(maksimum atau minimum)**.

D. Latihan Soal

1. Apabila jumlah 2 buah bilangan riil tak negatif x dan y lebih kecil dan sama dengan 10. Jika $y - 8$ tidak lebih kecil dari $2x$, maka nilai maksimum dari $3x + y$ adalah...

- A. 21 C. 23
 B. 22 D. 24

Pembahasan :

$$x + y \leq 10$$

$$y - 8 \geq 2x$$

titik potong :

$$2x - y = 8 \dots\dots(1)$$

$$x + y = 10 \dots\dots(2)$$

Substitusi (1) dan (2) $\rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$
 dan $y = 4$ Sehingga,

$$\text{Untuk } (0,10) \rightarrow 3(0) + 10 = 10$$

$$\text{Untuk } (0, -8) \rightarrow 3(0) - 8 = -8$$

$$\text{Untuk } (6, 4) \rightarrow 3(6) + 4 = 22$$

STATISTIKA

A. UKURAN PEMUSATAN & UKURAN PENYEBARAN

a. Ukuran Pemusatan

Data: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

Data	Frek(f)
x_1	f_1
x_2	f_2
x_3	f_3
...	...
x_n	f_n

1. Rataan Hitung/Mean (\bar{x})

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \\ &= \frac{\sum x_i}{n}\end{aligned}$$

2. Kuartil (Q) adalah nilai yang membagi sekelompok data yang sudah disusun berurutan dari yang terkecil sampai terbesar menjadi 4 bagian data uang sama banyaknya.

$$Q_1 = X_{\frac{1}{4}(n+1)}$$

$Q_2 = X_{\frac{2}{4}(n+1)}$ → untuk data ganjil

$$Q_3 = X_{\frac{3}{4}(n+1)}$$

$$Q_1 = X_{\frac{1}{4}n + \frac{1}{2}}$$

$Q_2 = X_{\frac{2}{4}n + \frac{1}{2}}$ → untuk data genap

$$Q_3 = X_{\frac{3}{4}n + \frac{1}{2}}$$

Catatan:

Q_1 = kuartil bawah

Q_2 = kuartil tengah = median = me

Q_3 = kuartil atas

3. Median (me) adalah nilai tengah dari data yang sudah disusun berurutan mulai dari data terkecil sampai data yang terbesar.

4. Modus (Mo) adalah nilai data yang paling sering muncul.

b. Ukuran Penyebaran

1. Jangkauan (J)

$$\begin{aligned}J &= \text{data terbesar} - \text{data terkecil} \\ &= X_{\max} - X_{\min}\end{aligned}$$

2. Jangkauan Kuartil (JQ)

$$JQ = (Q_3 - Q_1)$$

3. Simpangan Kuartil (SQ)

$$SQ = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

4. Simpangan Rata-rata (SR)

$$SR = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

5. Ragam/Varians (R)

$$R = S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

6. Simpangan baku / Deviasi standar (SB)

$$SB = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

B. DATA DISTRIBUSI FREKUENSI

KELOMPOK

a. Rataan Hitung/Mean [\bar{x}]

$$\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum f_i \cdot d_i}{\sum f_i}$$

\bar{x}_s = rataan sementara (diambil dari salah satu titik tengah interval kelas)

x_i = titik tengah interval kelas ke-i

d_i = x_i dan \bar{x}_s

f_i = frekuensi kelas ke-i

b. Modus [Mo]

$$Mo = t_b + c \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

t_b = tepi bawah kelas modus

c = panjang interval kelas

f_0 = frekuensi kelas modus

f_{-1} = frekuensi sebelum kelas modus

f_{+1} = frekuensi sesudah kelas modus

$d_1 = f_0 - f_{-1}$ & $d_2 = f_0 - f_{+1}$

c. Kuartil (Q)

$$Q_1 = t_b + c \left(\frac{\frac{1n}{4} - \sum f_1}{f_q} \right)$$

t_b = tepi bawah kuartil ke-i

c = panjang interval kelas

n = banyaknya data

$\sum f_i$ = jumlah semua frekuensi

sebelum kelas kuartil ke-i

f_q = frekuensi kelas kuartil ke-i

Q_i = kuartil ke-i

Q_1 = kuartil bawah

Q_2 = kuartil tengah = me(median)

Q_3 = kuartil atas

C. PERUBAHAN DATA

a. Pada Ukuran Pemusatan

Ukuran pemusatan (mean, median, modus, kuartil) akan berubah jika setiap data ditambah/dikurang, dikali/dibagi dengan bilangan yang tetap.

Jenis data	(x, Mo, Me, Qi)
Bila setiap data di (+,-) dengan p	Ukuran semula di (+,-) dengan p
Bila setiap data di (x,:) dengan p	Ukuran semula di (x,:) dengan p

b. Pada Ukuran Penyebaran

Ukuran penyebaran (jangkauan, simpangan baku, simpangan kuartil, simpangan rata-rata) akan berubah jika setiap data dikali/dibagi dengan bilangan yang tetap.

Jenis data	(J, SR, S, Qd)
Bila setiap data di (+,-) dengan p	Ukuran semula tetap
Bila setiap data di (x,:) dengan p	Ukuran semula di (x,:) dengan p

Contoh Soal:

Berat Badan	Frekuensi
50 – 54	6
55 – 59	12
60 – 64	20
65 – 69	8
70 - 74	4

- Modus distribusi frekuensi di atas adalah ...

 A. $61\frac{1}{5}$ D. 62

 B. $61\frac{1}{4}$ E. $62\frac{1}{4}$

 C. $61\frac{1}{2}$

Jawaban: C

\Leftrightarrow kelas modus ada pada interval (60-64)

$$d_1 = 20 - 12 \text{ dan } d_2 = 20 - 8$$

$$\Leftrightarrow Mo = Tb + c \cdot \left(\frac{d_i}{d_1 + d_2} \right)$$

$$= 59,5 + 5 \cdot \left(\frac{8}{8+12} \right)$$

$$= 61,5$$

Skor	Frekuensi
11 – 20	3
21 – 30	7
31 – 40	10
41 – 50	16
51 – 60	20
61 – 70	14
71 – 80	10
81 – 90	6
91 - 100	4

- Daftar distribusi frekuensi di atas menyatakan hasil ulangan matematika. Siswa yang lulus

mendapat nilai dari 55,5. Maka banyak siswa yang lulus adalah ...

- A. 36 D. 56
 B. 44 E. 60
 C. 54

Jawaban: B

$$\Leftrightarrow \text{jumlah siswa seluruhnya} = 90$$

\Leftrightarrow Misal x = jumlah siswa yang tidak lulus

$$\Leftrightarrow 55,5 = 50,5 + 10 \left(\frac{x-(16+10+7+3)}{20} \right)$$

$$5 = \left(\frac{x-(16+10+7+3)}{20} \right)$$

$$10 = x - 36 \rightarrow x = 46$$

Banyak siswa yang tidak lulus = 46

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \text{banyak siswa yang lulus} \\ &= 90 - 46 = 44 \end{aligned}$$

SUKU BANYAK

A. NILAI DAN FAKTOR SUKU BANYAK

a. Pendahuluan

Suku banyak (polynomial) dalam x berderajat n adalah

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

Untuk $n \in$ bilangan cacah dan $a_n \neq 0$.

- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ konstanta, masing-masing merupakan **koeffisien** dari $x^n, x^{n-1}, \dots, x^2, x^1, x^0$
- **Derajat suatu suku banyak** dalam x dinyatakan oleh **pangkat tertinggi (n)** dalam suku banyak tersebut.

b. Nilai dan Faktor Suku Banyak

- Nilai suku banyak $f(x)$ pada $x = a$ adalah f_A ..
- Jika $f_A = 0 \rightarrow x = a$ adalah akar $f(x)$ dan $(x-a)$ adalah faktor dari $f(x)$

B. PEMBAGIAN SUKU BANYAK

Jika suatu suku banyak $f(x)$ dibagi $p(x)$, maka akan menghasilkan hasil bagi $h(x)$ dan sisa $s(x)$

Yang dapat dirumuskan sebagai berikut: $f(x) = p(x) \cdot h(x) + s(x)$

a. Pembagian Biasa

Ilustrasi:

Misal suku banyak $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ dibagi oleh $(x-h)$

$$ax^3 + (b+ah)x^2 + (c+bh+ah^2)x + (d+ch+bh^2+ah^3) \rightarrow \\ (\text{hasil dibagi})$$

$$\begin{array}{r} (x-h) \overline{)ax^3 + bx^2 + cx + d} \\ ax^3 - ahx^2 \\ \hline (b+ah)x^2 + cx + d \\ (b+ah)x^2 - (bh+ah^2)x \\ \hline (c+bh+ah^2)x + d \\ (c+bh+ah^2)x - (ch+bh^2+ah^3) \\ \hline (sisa pembagian) \rightarrow (d+ch+bh^2+ah^3) \end{array}$$

Dari proses pembagian di atas diperoleh:

- **Hasil baginya :**

$$ax^3 + (b+ah)x^2 + (c+bh+ah^2)x + (d+ch+bh^2+ah^3)$$

- **Sisa pembagian:**

$$(d+ch+bh^2+ah^3)$$

b. Pembagian Sintetik Horner

Ilustrasi:

Misal suku banyak $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ dibagi oleh $(x-h)$

$$\begin{array}{r} x = h \quad | \quad a \quad b \quad c \quad d \\ \quad \quad \quad | \quad ah \quad (ah+bh) \quad (ah^2+bh^2+ch) \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad ah^3+ch^2+dh \quad + \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad ah^3+ch^2+dh \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad ah^3+ch^2+dh \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad ah^3+ch^2+dh \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad ah^3+ch^2+dh \end{array}$$

↑ ↑ ↑ ↑
a (ah+b) (ah^2+bh+c) ah^3+ch^2+dh
koefisien suku-suku hasil bagi sisa pembagian

Dari proses pembagian di atas diperoleh:

- Hasil baginya:

$$ax^2 + (b + ah)x + (c + bh + ah^3)$$

- Sisa pembagian:

$$(d + ch + bh^2 + ah^3)$$

C. TEOREMA SISA

Jika suku banyak $f(x)$ dibagi $(x-a)$, maka sisanya dapat dicari dari nilai $f(a)$.

- Jika $f(x)$ dibagi $(x-a)$, maka **sisa (S) = $f(a)$** .
- Jika $f(x)$ dibagi $(ax-b)$, maka **sisa (S) = $f\left(\frac{b}{a}\right)$**

Jika $f(x)$ dibagi $(x-a)(x-b)$, maka **sisa (S) = $\frac{(x-a)}{b-a} f(b) + \frac{x-b}{a-b} f(a)$**

Catatan: jika pembagi $f(x)$ adalah $p(x)$ berderajat n , maka sisa dari S berderajat maksimal $(n-1)$

D. OPERASI AKAR-AKAR SUKU BANYAK

a. Akar-akar Suku Banyak

- Nilai x yang memenuhi suku banyak:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

adalah akar-akar suku banyak tersebut.

- Untuk mencari akar-akar suku banyak dapat dilakukan dengan cara faktorisasi.
- Dalam proses faktorisasi bisa dibantu oleh sistem pembagian cara HORNER

b. Operasi Akar-akar Suku Banyak

Persamaan: $ax^2 + bx + c = 0$

- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Persamaan: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

- $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$

Persamaan: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + d = 0$

- $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 = \frac{c}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 = -\frac{d}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{e}{a}$

E. Latihan Soal

1. Suatu polinomial $f(x)$ bila dibagi dengan $(x-2)$ sisanya adalah 5, dan bila dibagi dengan $(x-3)$ sisanya adalah 7. Sisa pembagian bila $f(x)$ dibagi dengan $(x-2)(x-3)$ adalah ...
 - $x + 2$
 - $2x + 1$

C. $x - 2x$

D. $2x - 1$

Pembahasan :

Menggunakan teorema sisa biasa.

$$f(2)=5 \rightarrow 2a+b=5$$

$$f(3)=7 \rightarrow 3a+b=7$$

$$a=2$$

$$b=1$$

Jadi sisanya $\rightarrow 2x+1$

2. Suku banyak berderajat tiga

$$P(x)=x^3 + 2x^2 + px + q$$

habis dibagi dengan $x^2 - 4x + 3$

mempunyai sisa $4x+2$ maka nilai

q adalah ...

A. 21

B. 22

C. 20

D. 19

Pembahasan :

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + px + q$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

Dengan cara algoritma pembagian didapatkan bahwa sisa pembagiannya adalah $(p+21)x+(q-18)$, dengan menyamakan dengan sisa yang awal maka diperoleh :

$$q-18=2$$

$$q=20$$

TEORI PELUANG

A. ATURAN PERKALIAN

Secara umum, jika suatu kejadian pertama dapat dilakukan dengan k_1 cara berbeda dan kejadian kedua dapat dilakukan k_2 cara berbeda, serta kejadian ketiga dapat dilakukan dengan k_3 cara berbeda, dan seterusnya, maka kejadian-kejadian tersebut dapat dilakukan secara berurutan dalam $(k_1.k_2.k_3\dots)$ cara yang berbeda.

B. FAKTORIAL,PERMUTASI dan KOMBINASI

a. Faktorial [!]

- $n! = n.(n - 1).(n - 2).(n - 3)\dots$
3.2.1

b. Permutasi

Permutasi adalah cara penyusunan dari elemen-elemen suatu himpunan dengan cara memperhatikan urutan.

- **Permutasi n anggota** adalah

$$P_{(n,n)} = {}_n P_n = n!$$

- Permutasi n anggota yang memuat C_1, C_2, C_3, \dots anggota

yang sama adalah $P_{(n,n)} = {}_n P_n = \frac{n!}{C_1! C_2! C_3! \dots}$

- **Permutasi r anggota dari n**

anggota adalah $P_{(n,r)} = {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

$$, 0 < r < n$$

- **Permutasi siklis**/ melingkar dari n anggota adalah $P_{(n,n)}$ siklis = $nP_n = (n - 1)!$

c. Kombinasi

Kombinasi adalah cara penyusunan dari elemen-elemen suatu himpunan dengan cara tidak memperhatikan urutan

- **Kombinasi r elemen dari n elemen** adalah:

$$C_r^n = C_{(n,r)} = {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, 0 < r < n$$

C. PELUANG KEJADIAN

a. Peluang Kejadian

1. Peluang Kejadian

Jika suatu kejadian A dapat terjadi dalam K cara dari seluruh S cara yang mungkin, maka peluang kejadian A dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$p(A) = \frac{n(K)}{n(S)} \text{ dan } 0 \leq p(A) \leq 1$$

2. Frekuensi harapan suatu kejadian

Jika peluang kejadian A adalah p_A , maka frekuensi harapan kejadian A dalam n kali percobaan dirumuskan sebagai berikut.

$$F(H) = n.p(A)$$

b. Macam-macam Kejadian

1. Peluang gabungan dua kejadian yang saling lepas.

Kejadian A dan Kejadian B yang saling lepas atau kejadian dimana $A \cap B = \emptyset$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

2. Peluang gabungan dua kejadian saling beririsan

Kejadian A dan kejadian B saling beririsan atau kejadian dimana $A \cap B \neq \emptyset$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

3. Peluang kejadian saling bebas

Kejadian A dan B disebut dua kejadian yang saling bebas, jika terjadi atau tidak terjadinya A tidak mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya B.

$$p(A \cap B) = p(A).p(B)$$

4. Peluang dua kejadian bersyarat (tak bebas)

Dua buah kejadian dikatakan tidak bebas, jika terjadinya salah satu dari kejadian itu ataupun tidak terjadinya akan mempengaruhi kejadian lain.

$$P(B/A) = \text{peluang terjadinya B setelah terjadinya A.}$$

$$P(A/B) = \text{peluang terjadinya A setelah terjadinya B.}$$

$$P(A \cap B) = p(A).p(B/A)$$

Contoh Soal:

1. Dari seperangkat kartu Bridge diambil secara acak satu lembar kartu. Peluang terambilnya kartu bukan As adalah ...
- A. $\frac{1}{52}$ D. $\frac{3}{13}$
B. $\frac{1}{13}$ E. $\frac{12}{13}$
C. $\frac{5}{52}$

Jawaban: D

↔ banyaknya kartu bridge = 52

buah

pA. = peluang terambilnya

kartu As (4 kartu As) = $\frac{4}{52}$

↔ peluang terambilnya kartu

bukan As = $1 - p(A)$

$$= 1 - \frac{4}{52}$$

$$= \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$$

2. Linda memiliki delapan teman akrab. Dia ingin mengundang tiga dari delapan temannya untuk diajak makan bersama. Tetapi dua di antara mereka adalah pasangan suami istri. Kedua suami istri diundang atau keduanya tidak diundang. Banyak kemungkinan cara Linda mengundang temannya adalah ...

- A. 18 D. 24
B. 20 E. 26
C. 22

Jawaban: E

↔ kalau suami istri diundang =

$$C_1^6 = 6$$

↔ kalau suami istri tidak diundang

$$= C_3^6 = 20$$

↔ Banyak kemungkinan cara

Linda mengundang temannya adalah $6 + 20 = 26$

TRANSFORMASI GEOMETRI

A. TRANSFORMASI GEOMETRI DAN JENISNYA

a. Transformasi Geometri

- **Transformasi** adalah suatu proses pemetaan sebuah objek ke objek lain pada bidang yang sama.
- Objek tersebut bisa berupa titik, garis, dan bidang.
- Jika sebuah objek P ditransformasikan oleh matriks T , akan menghasilkan objek lain P' .
- Beberapa jenis transformasi yang sudah dikenal adalah: translasi(pergeseran), refleksi (pencerminan), rotasi (perputaran), dan dilatasi (perubahan ukuran).

b. Macam-macam Transformasi Geometri

1. Tranformasi Translasi (pergeseran)

Proses umum untuk mencari hasil transformasi translasi dengan matriks $T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ adalah sebagai berikut.

- Untuk pusat transformasi di $(0,0)$ adalah $P' = T + P$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Untuk pusat transformasi di (a,b) adalah $P' = T + P$

→

$$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = T + \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$$

2. Transformasi Refleksi, Rotasi, Dilatasi, dan jenis transformasi lainnya. Proses umum untuk mencari hasil transformasi dengan matriks $T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ adalah sebagai berikut.

- Untuk pusat transformasi di $(0,0)$ adalah $P' = T \cdot P$

→

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- Untuk pusat transformasi di (a,b) adalah $P' = T \cdot P \rightarrow$

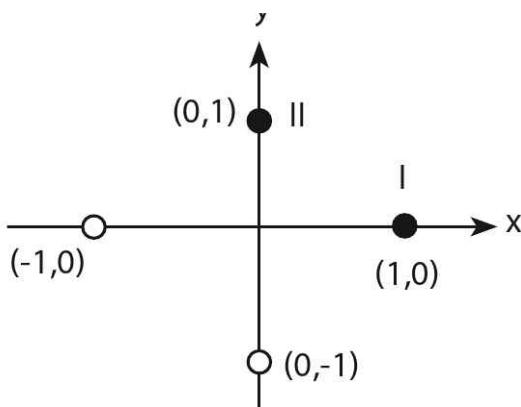
$$\begin{pmatrix} x' - a \\ y' - b \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix}$$

3. Beberapa jenis transformasi geometri

no	Jenis Transformasi	Simbol	Matriks Transformasi
1.	Identitas	I	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2.	Pencerminan terhadap sumbu x	M_x	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

3.	Pencerminan terhadap sumbu y	M_y	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
4.	Pencerminan terhadap titik asal O atau rotasi setengah putaran	H	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
5.	Pencerminan terhadap garis $y = x$	$M_{y=x}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
6.	Pencerminan terhadap garis $y = -x$	$M_{y=-x}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
7.	Pemutaran - 90° mengelilingi O	R_{-90°	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
8.	Pemutaran $+90^\circ$ mengelilingi O	R_{+90°	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
9.	Dilatasi dengan faktor dilatasi k	$[0,k]$	$\begin{pmatrix} 0 & k \\ k & 0 \end{pmatrix}$
10.	Rotasi sebesar θ mengelilingi	R_θ	$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

Cara menghafal sebagian matriks transformasi khusus.



$$\text{Matriks transformasinya} = \begin{pmatrix} x'_I & x'_{II} \\ y'_I & y'_{II} \end{pmatrix}$$

$$(x'_I \ y'_I) = \text{bayangan titik I}$$

$$(x'_{II} \ y'_{II}) = \text{bayangan titik II}$$

4. Bayangan hasil refleksi terhadap garis yang sejajar dengan sumbu-sumbu koordinat.

- Pencerminan terhadap **garis x = a** \rightarrow

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a - x \\ y \end{pmatrix}$$

- Pencerminan terhadap garis **y = a** \rightarrow

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 2a - y \end{pmatrix}$$

- Pencerminan terhadap **garis x = a** dilanjutkan pencerminan terhadap garis **x = b**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2(b-a) \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2(b-a) + x \\ y \end{pmatrix}$$

- Pencerminan terhadap **garis y = a** dilanjutkan pencerminan terhadap **garis y = b**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2(b-a) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} x \\ 2(b-a) + y \end{pmatrix}$$

- Pencerminan terhadap **titik**
(a,b)→

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a \\ 2b \end{pmatrix}$$

5. Bentuk Khusus

- Luas segitiga ABC dengan titik

A(

$x_1, y_1)$, B(x_2, y_2), dan C(x_3, y_3) =

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

- Luas benda hasil transformasi = $| \det T |$.

Luas benda asal

B. KOMPOSISI TRANSFORMASI

Jika T_1 adalah suatu transformasi yang memetakan objek P ke objek lain P' , kemudian dilanjutkan oleh transformasi T_2 obyek P' dipetakan ke obyek P'' , maka secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

- Bayangan hasil komposisi transformasi translasi adalah:

$$P'' = T + P \rightarrow \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = T + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

dengan

$$T = T_2 + T_1$$

- Bayangan hasil komposisi transformasi refleksi, rotasi, dan dilatasi adalah:

$$P'' = T + P \rightarrow \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ dengan } T = T_2 \circ T_1$$

Catatan:

Jika $T_1 = R_{\theta_1}$ dan $T_2 = R_{\theta_2} \rightarrow T = T_2 \circ T_1$

$$= R_{\theta_1+\theta_2}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$

Contoh Soal:

- Diketahui lingkaran L berpusat di titik (-2,3) dan melalui titik (1,5). Jika lingkaran L diputar 90° terhadap titik O(0,0) searah jarum jam, kemudian digeser ke bawah sejauh 5 satuan, maka persamaan lingkaran L yang dihasilkan adalah..

- $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 5 = 0$
- $x^2 + y^2 - 6x + 6y - 5 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 5 = 0$
- $x^2 + y^2 + 6x - 6y - 5 = 0$
- $x^2 + y^2 - 6x + 6y = 0$

Jawaban: A

↔ Jari-jari lingkaran L

$$r = \text{jarak antara titik } (-2,3) \text{ ke titik } (1,5)$$

$$= \sqrt{(-2-1)^2 + (3-5)^2}$$

$$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

↔ Pusat Lingkaran L setelah diputar sejauh 90° searah jarum jam dapat diperoleh dari:

$$L' = T \cdot L = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{13})^2$$

↔ Bayangan akhir setelah digeser ke bawah sejauh 5 satuan adalah:

$$(x-3)^2 + \{(y+5)-2\}^2 = 13$$

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 = 13$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 6y + 5 = 0$$

2. Titik P (a,b) dicerminkan terhadap sumbu x bayangannya dicerminkan pula terhadap sumbu y, maka bayangan terakhir titik P merupakan..
- Pencerminan titik P terhadap garis $y = x$
 - Pencerminan titik P terhadap garis $y = -x$
 - Pencerminan titik P terhadap sumbu $-y$
 - Perputaran titik P dengan pusat titik $O(0,0)$ sebesar π radian berlawanan perputaran jarum jam
 - Perputaran titik P dengan pusat titik $O(0,0)$ sebesar $\frac{\pi}{2}$ radian berlawanan perputaran jarum jam

Jawaban: D

$\leftrightarrow T_1 = \text{pencerminan thp sb-x}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$T_2 = \text{pencerminan thp sb-y}$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\leftrightarrow T = T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} =$

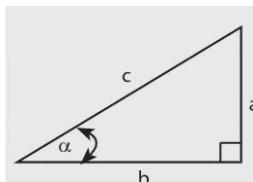
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \text{matriks transformasi perputaran titik P dengan pusat titik } O(0,0) \text{ sebesar } \pi \text{ radian berlawanan perputaran jarum jam}$

TRIGONOMETRI

A. PENGERTIAN DASAR

a. Perbandingan Trigonometri

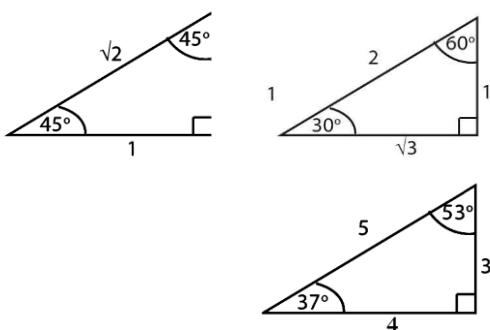


- $\sin \alpha = (\text{demi}) = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} = \frac{a}{c}$
- $\cos \alpha = (\text{sami}) = \frac{\text{samping}}{\text{miring}} = \frac{b}{c}$
- $\tan \alpha = (\text{desa}) = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} = \frac{a}{b}$

b. Rumus Identitas Dasar

- $\text{Cosec } \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$
- $\text{Sec } \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$
- $\text{Cotan } \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \end{cases}$
- $\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$
- $1 + \cotan^2 \alpha = \cosec^2 \alpha$

c. Nilai Perbandingan Sudut-sudut Istimewa



Tabel nilai perbandingan sudut-sudut istimewa

	0°	30°	37°	45°	53°	60°	90°
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{4}{5}$	$\sqrt{3}$	∞

Catatan:

- $\infty =$ tak terdefinisi

d. Nilai Sudut yang Derelasi

1. Kuadran

- Kuadran I $\rightarrow 0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- Kuadran II $\rightarrow 90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- Kuadran III $\rightarrow 180^\circ < \alpha < 270^\circ$
- Kuadran IV $\rightarrow 270^\circ < \alpha < 360^\circ$

2. Nilai perbandingan sudut yang berelasi

• Kuadran I

$$\sin(90 - \alpha)^\circ = \cos \alpha^\circ$$

$$\cos(90 - \alpha)^\circ = \sin \alpha^\circ$$

$$\tan(90 - \alpha)^\circ = \cotan \alpha^\circ$$

• Kuadran II

$$\sin(180 - \alpha)^\circ = \sin \alpha^\circ$$

$$\cos(180 - \alpha)^\circ = -\cos \alpha^\circ$$

$$\tan(180 - \alpha)^\circ = -\tan \alpha^\circ$$

$$\sin(90 + \alpha)^\circ = \cos \alpha^\circ$$

$$\cos(90 + \alpha)^\circ = -\sin \alpha^\circ$$

$$\tan(90 + \alpha)^\circ = -\cotan \alpha^\circ$$

• Kuadran III

$$\sin(180 + \alpha)^\circ = -\sin \alpha^\circ$$

$$\cos(180 + \alpha)^\circ = -\cos \alpha^\circ$$

$$\begin{array}{lll} \text{Tan } (180 + \alpha)^\circ & = \tan \alpha^\circ \\ \text{Sin } (270 - \alpha)^\circ & = -\cos \alpha^\circ \\ \text{Cos } (270 - \alpha)^\circ & = -\sin \alpha^\circ \\ \text{Tan } (270 - \alpha)^\circ & = \cotan \alpha^\circ \end{array}$$

• Kuadran IV

$$\begin{array}{lll} \text{Sin } (360 - \alpha)^\circ & = -\sin \alpha^\circ \\ \text{Cos } (360 - \alpha)^\circ & = \cos \alpha^\circ \\ \text{Tan } (360 - \alpha)^\circ & = -\tan \alpha^\circ \\ \text{Sin } (270 + \alpha)^\circ & = -\cos \alpha^\circ \\ \text{Cos } (270 + \alpha)^\circ & = \sin \alpha^\circ \\ \text{Tan } (270 + \alpha)^\circ & = -\cotan \alpha^\circ \end{array}$$

3. Bentuk umum FT($n.90^\circ \pm \alpha$), dengan $n \in$ bilangan cacah

- Untuk n genap \rightarrow FT tetap
- Untuk n ganjil \rightarrow FT berubah
($\sin \leftrightarrow \cos, \cos \leftrightarrow \sin, \tan \leftrightarrow \cot$)

Catatan: FT = sin, cos, dan tan

Sudut (-α)

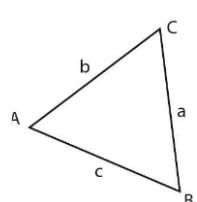
$$\sin(-\alpha)^\circ = -\sin \alpha^\circ$$

$$\cos(-\alpha)^\circ = \cos \alpha^\circ$$

$$\tan(-\alpha)^\circ = -\tan \alpha^\circ$$

B. RUMUS-RUMUS DALAM SEGITIGA

a. Aturan Sinus

$$\bullet \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$


b. Aturan Cosinus

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2.b.c.\cos B$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2.b.c.\cos C$

c. LUAS Δ ABC

- $L\Delta = \frac{1}{2}(b)(c)\sin A$
 $= \frac{1}{2}(a)(c)\sin B$
 $= \frac{1}{2}(a)(b)\sin C$
- $L\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, dengan $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

C. RUMUS SUDUT

a. Jumlah dan Selisih Bua Sudut

- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta}$

b. Sudut Rangkap

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 $= 1 - 2 \sin^2 \alpha$
 $= 2 \cos^2 \alpha$
- $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
- $\sin \frac{1}{2}\alpha = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$
- $\cos \frac{1}{2}\alpha = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$
- $\tan \frac{1}{2}\alpha = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$
 $= \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$
- $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

- $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$

- $\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha \cdot \tan^2 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

c. jumlah Ban selisih Sin dan Cos

- $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

- $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

- $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

- $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

d. Perkalian Sinus dan Consinus

- $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$

- $2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$

- $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$

- $-2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$

D. PERSAMAAN DAN

PERTIDAKSAMAAN

TRIGONOMETRI

a. Persamaan Dasar

Trigonometri

- $\sin x = \sin p \rightarrow$

$$\begin{cases} x_1 = p + n \cdot 360^\circ \\ x_2 = (180^\circ - p) + n \cdot 360^\circ \end{cases}$$

- $\cos x = \cos p \rightarrow x = \pm p + n \cdot 360^\circ$

- $\tan x = \tan p \rightarrow x = p + n \cdot 180^\circ$

Catatan: $x \rightarrow$ bil real, dan c bil bulat (+,-,0)

Bentuk $a \cos x + b \sin x$

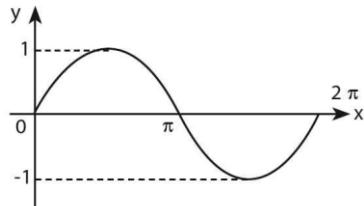
- $a \cos x + b \sin x = k \cos(x-a)$, dengan $k = \sqrt{a^2 + b^2}$ dan $\tan a = \frac{b}{a}$
- persamaan $a \cos x + b \sin x = c$ memiliki penyelesaian hanya jika $a^2 + b^2 \geq c^2$

b. Pertidaksamaan Trigonometri

- Jadikan ruas kanan nol
- Faktorkan dalam bentuk faktor linear
- Tentukan pembuat nol fungsi
- Buat garis bilangan untuk menentukan penyelesaian.

E. GRAFIK FUNGSI TRIGONOMETRI

a. Grafik fungsi $y = \sin x$



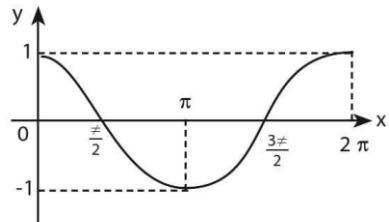
Fungsi $y = a \sin kx \pm c$

- Periode fungsi = p
 $= \frac{360^\circ}{|k|} = \frac{2\pi}{|k|}$
- Nilai maksimum dan minimum fungsi

Nilai maksimum = $|a| \pm c$

Nilai minimum = $-|a| \pm c$

b. Grafik Fungsi $y = \cos x$



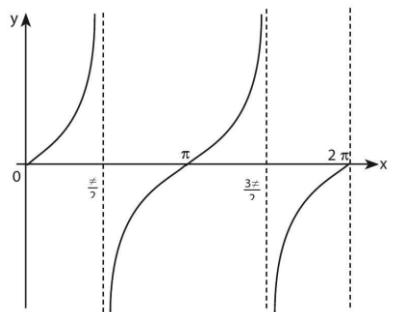
Fungsi $y = a \sin kx \pm c$

- Periode fungsi = p
 $= \frac{360^\circ}{|k|} = \frac{2\pi}{|k|}$
- Nilai maksimum dan minimum fungsi

Nilai maksimum = $|a| \pm c$

Nilai minimum = $-|a| \pm c$

c. Grafik Fungsi $y = \tan x$



Fungsi $y = a \tan kx \pm c$

- Periode fungsi = p
 $= \frac{360^\circ}{|k|} = \frac{2\pi}{|k|}$

d. Translasi Grafik Fungsi Trigonometri

Dari bentuk:

$$y = f(x) = A \sin k(x \pm \theta) \pm C$$

$$y = f(x) = A \cos k(x \pm \theta) \pm C$$

$$y = f(x) = A \tan k(x \pm \theta) \pm C$$

Catatan:

- $(+\theta) \rightarrow$ fungsi digeser **ke kiri** sejauh θ searah sb X
 - $(-\theta) \rightarrow$ fungsi digeser **ke kanan** sejauh θ searah sb X
 - $(+C) \rightarrow$ fungsi digeser **ke atas** sejauh c searah sb Y
 - $(-C) \rightarrow$ fungsi digeser **ke bawah** sejauh c searah sb Y

Contoh soal:

1. Nilai minimum dan maksimum fungsi $f(x) = 2[1 + \cos 2x \cos 2(x - \frac{\pi}{6})]$ berturut-turut adalah

A. 0,5 dan 2,5 D. 1,5 dan 3,5
B. 0,5 dan 4,5 E. -0,5 dan 1,5
C. 1 dan 5

Jawaban: D

$$\leftrightarrow f(x) = 2 + \left\{ \underbrace{2 \cos 2x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{3})}_{2CC = C+C} \right\}$$

$$f(x) = 2 + \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\frac{\pi}{3}$$

$$f(x) = \cos(4x - \frac{\pi}{3}) + 2\frac{1}{2}$$

$$k = 1 \text{ & } c = 2\frac{1}{2}$$

\leftrightarrow Nilai $f(x)$ minimum =

$$|k| + c = 1,5$$

Nilai $f(x)$ maksimum =

$$-|k| + c = 3,5$$

2. Diketahui $f(x) = \sqrt{2} \cos 3x + 1$. Jika nilai maksimum $f(x)$ adalah a dan nilai minimum $f(x)$ adalah b , maka nilai $a^2 + b^2 = \dots$

- A. 3
 - B. 6
 - C. 12
 - D. 18
 - E. 36

Jawaban: B

$$\leftrightarrow f(x) = \sqrt{2} \cos 3x + 1$$

nilai maksimum $f(x) = a = \sqrt{2} + 1$

nilai minimum $f(x) = b = -\sqrt{2} + 1$

$$\leftrightarrow a^2 + b^2 = (\sqrt{2} + 1)^2 + (-\sqrt{2} + 1)^2$$

$$= (2 + 2\sqrt{2} + 1) + (2 - 2\sqrt{2} + 1) =$$

6

TURUNAN FUNGSI

A. RUMUS TURUNAN FUNGSI & SIFATNYA.

a. Turunan Pertama Fungsi $y = f(x)$

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

b. Rumus Turunan Fungsi Aljabar (a dan n adalah Konstanta)

- $y = a \cdot x^n \rightarrow y' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$
- $y = a \cdot U^n \rightarrow y' = \{a \cdot n \cdot x^{n-1}\} \cdot U'$
dengan $U = g(x)$

c. Rumus Turunan Fungsi Trigonometri

- $y = a \sin x \rightarrow y' = a \cos x$
- $y = a \cos x \rightarrow y' = -a \sin x$
- $y = a \tan x \rightarrow y' = a \sec^2 x$
- $y = a \cotan x \rightarrow y' = -\operatorname{cosec}^2 x$
- $y = a \sec x \rightarrow y' = \sec x \tan x$
- $y = a \operatorname{cosec} x \rightarrow y' = -\operatorname{cosec} x \cotan x$

Jika $U = g(x)$, rumusnya:

- $y = a \sin U \rightarrow y' = \{a \cos U\} \cdot U'$
- $y = a \cos U \rightarrow y' = \{-a \sin U\} \cdot U'$
- $y = a \tan U \rightarrow y' = \{a \sec^2 U\} \cdot U'$
- $y = a \cotan U \rightarrow y' = \{-\operatorname{cosec}^2 U\} \cdot U'$
- $y = a \sec U \rightarrow y' = \{\sec U \tan U\} \cdot U'$
- $y = a \operatorname{cosec} U \rightarrow y' = \{-\operatorname{cosec} U \cotan U\} \cdot U'$

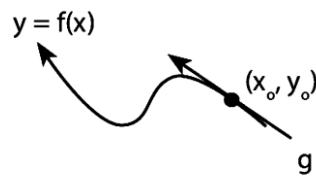
d. Sifat-sifat Turunan

Untuk $U = g(x)$, $V = h(x)$, dan $c =$ konstanta, maka:

- $y = c \rightarrow y' = 0$
- $y = c \cdot U \rightarrow y' = c \cdot U'$
- $y = U \pm V \rightarrow y' = U' \pm V'$
- $y = U \cdot V \rightarrow y' = U' \cdot V \pm U \cdot V'$
- $y = \frac{U}{V} \rightarrow y' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$

B. APLIKASI TURUNAN

a. Menentukan Gradien Garis Singgung Kurva



- Gradien garis g adalah $m = f'(x_0)$
- Persamaan garis g adalah $y - y_0 = m(x - x_0)$

b. Menentukan Interval Fungsi

Naik dan Fungsi Turun Sebuah Kurva

- $f'(x) > 0 \rightarrow$ fungsi $y = f(x)$ naik
- $f'(x) < 0 \rightarrow$ fungsi $y = f(x)$ turun

c. Menentukan Nilai Stasioner Fungsi

- Fungsi $y = f(x)$ dalam keadaan stasioner pada saat $f'(x) = 0$.
- Jenis-jenis titik stasioner:
 - Titik balik maksimum → syarat: $f'(x) = 0, f''(x) < 0$
 - Titik balik minimum → syarat: $f'(x) = 0, f''(x) > 0$
 - Titik belok dibedakan sebagai berikut.

- Titik belok horizontal →
syarat: $f'(x) = 0, f''(x) < 0$
Titik belok normal →
syarat: $f'(x) \neq 0, f''(x) = 0, f'''(x) \neq 0$
- Nilai maksimum/minimum kurva $y = f(x)$ dalam interval $a \leq x \leq b$
 - Hitung nilai stasioner $y = f(x)$ dalam interval $a \leq x \leq b$
 - Hitung nilai $y = f(A)$, dan $y = f(B)$.
 - Dari nilai-nilai tersebut, cari yang terbesar (nilai maks) dan yang terkecil (min)

d. Menyelesaikan Soal-soal

Terapan

Langkah umum untuk menentukan problem maksimum dan minimum pada soal terapan.

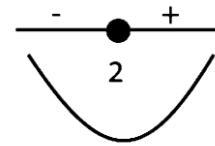
- Perhatikan yang dimaksimumkan.
- Buat persamaan agar fungsi yang dimaksimum-minimumkan menjadi satu variabel dengan cara substitusi/eliminasi.
- Tentukan keadaan stasioner fungsi untuk menentukan nilai maksimum dan minimum.

Contoh Soal:

- Grafik fungsi $f(x) = x^4 - 32x$
 - Mempunyai titik tertinggi $(0,0)$
 - Mempunyai titik terendah $(2, -48)$
 - Mempunyai titik belok di $x = 2$
 - Naik untuk $x < 2$
 - Turun untuk $x > 2$

Jawaban: B

$$\begin{aligned} \leftrightarrow f'(x) &= 0 \\ 0 &= 4x^3 - 32 \\ 8 &= x^3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$



- Grafik dari $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 12x + 20$ naik untuk interval ...
 - $3 < x < -2$
 - $-2 < x < 3$
 - $X < -2$ atau $x > 3$
 - $x < 2$ atau $x > -3$
 - $x < -3$ atau $x > -2$

Jawaban: C

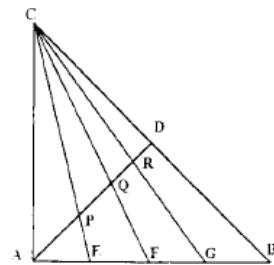
$$\begin{aligned} \leftrightarrow f(x) &= \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 12x + 20 \\ \leftrightarrow \text{kurva naik ketika } f'(x) &> 0 \\ 2x^2 - 2x - 12 &> 0 \\ 2(x - 3)(x + 2) &> 0 \\ X < -2 \text{ atau } x > 3 \end{aligned}$$



USM STIS
2015

USM STIS 2015

1. Jika $2 < x < 5$ dan $3 < y < 7$, maka bilangan bulat terbesar dari $x + y$ adalah....
 A. 8
 B. 9
 C. 10
 D. 11
 E. 12
2. Hasil dari $8\frac{1}{3} : 6,25 + \frac{10}{3} \times 2\frac{10}{25}$ adalah ...
 A. 4
 B. 8
 C. 8,33
 D. 8,67
 E. 9,33
3. Jika $(7^a)(7^b) = \frac{7^c}{7^a}$ Nilai d dinyatakan dalam a, b, c adalah ...
 A. $\frac{c}{ab}$
 B. $c - a - b$
 C. $a + b - c$
 D. $c - ab$
 E. $\frac{c}{a+b}$
4. Segitiga ABC siku-siku di A dan D pertengahan BC. Titik F membagi dua sama panjang sisi AB, sedangkan titik E dan G berturut-turut membagi AF dan FB menjadi dua bagian yang sama panjang. Garis AD memotong garis-garis hubung CE, CF, dan CG berturut-turut di titik P, Q, dan R. Nilai $PQ: PR$ adalah....
 A. 7:12
 B. 5:7
 C. 5:12
 D. 2:8
 E. 5:8
5. Himpunan penyelesaian $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)} \geq 0$ adalah ...
 A. $\{x | -2 < x < -1\}$
 B. $\{x | x \leq -2\} \cup \{x | x \geq -1\}$
 C. $\{x | -2 < x < -1\} \cup \{x | x > 1\}$
 D. $\{x | x < -2\} \cup \{x | -1 \leq x < 1\} \cup \{x | x > 1\}$
 E. $\{x | x < -2\} \cup \{x | x \geq -1\} \cup \{x | x \neq 1\}$
6. Diketahui 25 siswa lulusan SMA mengikuti ujian masuk perguruan tinggi. Lima belas orang mendaftar UI, 5 orang mendaftar ITB, 10 orang mendaftar STIS. Yang mendaftar ITB juga mendaftar STIS, tapi tidak mendaftar UI karena ujian dilaksanakan pada waktu yang sama. Jika yang mendaftar UI dan STIS sebanyak 4 orang, maka banyaknya siswa yang tidak mengikuti ujian ketiga perguruan tinggi tersebut adalah...
 A. 1 C. 3
 B. 2 D. 4



7. Jika $A = \{\text{kelipatan } 3 \text{ yang kurang dari } 25\}$ dan $B = \{\text{kelipatan } 4 \text{ yang kurang dari } 25\}$, dan semestanya adalah himpunan bilangan bulat, maka $A^C \cap B = \dots$
- {12}
 - {12,24}
 - {4,8,16,20}
 - {3,6,9,12,15,18,21,24}
 - {3,4,6,8,9,12,15,16,18,20,21,24}
8. Suatu segitiga siku-siku, panjang masing-masing sisinya membentuk barisan aritmetika. Jika panjang sisi terpendek segitiga siku-siku adalah 24 cm, maka panjang sisi miringnya adalah ... cm.
- 28
 - 32
 - 36
 - 40
 - 44
9. Diketahui vector-vektor $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$. Pernyataan berikut yang benar adalah ...
- \vec{a} dan \vec{b} membentuk sudut tegak lurus
 - \vec{a} dan \vec{b} membentuk sudut lancip
 - \vec{a} dan \vec{c} membentuk sudut tumpul
 - \vec{b} dan \vec{c} membentuk sudut tegak lurus
 - \vec{b} dan \vec{c} membentuk sudut lancip
10. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 7 & y \\ -x & 1 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$. Jika $2A - B = C$, maka $xy = \dots$
- 1
 - 0
 - 1
 - 2
 - 4
11. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Jika matriks $(A - kl)$ adalah matriks singular, maka nilai k yang memenuhi adalah ...
- 2 atau 3
 - 2 atau 3
 - 2 atau -3
 - 2 atau -3

- E. -2 atau 0
12. Diketahui persegi panjang ABCD dengan $|\overrightarrow{AC}| = 13$, $|\overrightarrow{BC}| = 5$, jika $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ dan $\overrightarrow{AB} = \vec{w}$, maka $\vec{v} \cdot \vec{w} = \dots$
- 25
 - 60
 - 65
 - 144
13. Matriks yang mempunyai determinan matriks yang sama dengan determinan matriks $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ adalah ...
- $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
14. Jika grafik fungsi $f(x) = x^2 + 3mx + 3m$ diatas grafik fungsi $g(x) = mx^2 + 3x$, maka
- $m < 1$
 - $m < \frac{3}{7}$
 - $\frac{3}{7} < m < 1$
 - $1 < m < \frac{7}{3}$
 - $m > 1$
15. Jika $f(x) = \frac{x}{a} \left[1 - \frac{b^2}{x^2} \right] + \frac{x}{b} \left[1 - \frac{a^2}{x^2} \right]$, maka $f(a+b)$ adalah...
- 3
 - 3
 - $\frac{b}{a+b}$
 - $\frac{a}{a+b}$
 - $\frac{a}{a-b}$
16. Jika diketahui $x = \log a$, $y = \log b$, dan $z = \log c$. Maka bentuk sederhana dari $\log \frac{a}{b^2} \sqrt{c}$ dalam x, y dan $z = \dots$
- $\log \left(\frac{x}{y^2} \right) \sqrt{z}$
 - $\log x - \log y^2 + \log z$
 - $\frac{x}{y^2} \sqrt{z}$
 - $x - 2y + \frac{1}{2}z$

E. $x - y^2 + \sqrt{z}$

17. Penyelesaian persamaan $6^{3+2x} - 15(6^{1+x}) + 6 = 0$ adalah ...

- A. $1 - \log_2 6$
- B. $-1 - \log_2 6$
- C. $1 + \log_2 6$
- D. $-1 - \log_6 2$
- E. $1 + \log_6 2$

18. Diketahui $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ jika $f^{-1}(x)$ adalah invers dari fungsi $f(x)$, maka $f^{-1}(x) =$

- A. $x + 1$
- B. $x - 1$
- C. $x + 1, x \neq -1$
- D. $x - 1, x \neq -1$
- E. $x + 1, x \neq 1$

19. Diketahui $f(x) = x^2 - x + 3$. Jika $(g \circ f)(x) = 3x^2 - 3x + 4$, maka $g(2 - x)$ adalah

- ...
- A. $1 - 3x$
 - B. $-1 + 3x$
 - C. $1 + 3x$
 - D. $11 + 3x$
 - E. $-11 + 3x$

20. Dalam sebuah toko buah-buahan seorang pembeli membayar parcel yang terdiri dari $\frac{1}{2}$ kg anggur dan 1 kg jeruk dengan harga Rp100.000,00. Di toko yang sama sebuah parcel yang terdiri $\frac{3}{4}$ kg anggur dan $\frac{3}{4}$ kg jeruk dihargai Rp120.000,00. Harga sebuah parcel yang terdiri dari $\frac{2}{3}$ kg anggur dan $1\frac{1}{2}$ kg jeruk adalah ..

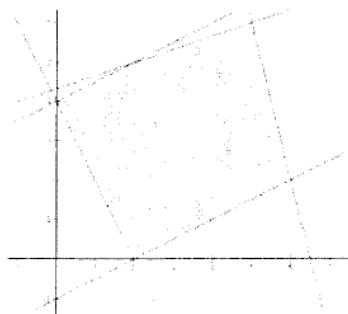
- A. Rp 60.000,00,-
- B. Rp 80.000,00,-
- C. Rp 100.000,00,-
- D. Rp 120.000,00,-
- E. Rp 140.000,00,-

21. Diketahui persamaan $\begin{cases} (x-1)(y-2) = 12 \\ (y-2)(z-3) = 20 \\ (z-3)(x-1) = 15 \end{cases}$ dan, $y, z > 0$. Nilai dari $\frac{xyz}{6} = \dots$

- A. 18
- B. 24
- C. 32
- D. 48
- E. 64

22. Daerah yang diarsir seperti gambar di bawah ini adalah himpunan penyelesaian suatu sistem persamaan linier (SPL). Nilai maksimum dari SPL ini dengan fungsi objektif $2x + 5y$ adalah....

- A. 24
- B. 29
- C. 35
- D. 40
- E. 42



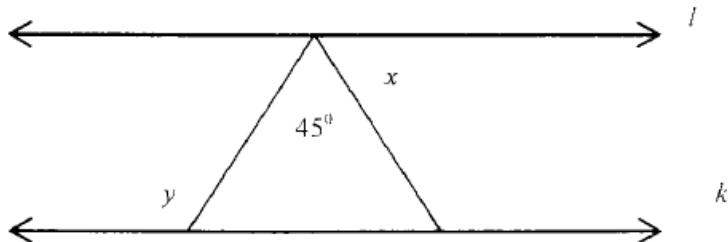
23. Suku banyak $f(x)$ bila dibagi $(x - 4)$ bersisa -12 , bila dibagi $(x + 2)$ bersisa 18 . Jika $f(x)$ dibagi $x^2 - 2x - 8$, maka sisanya adalah

- A. $-x - 8$
- B. $-x + 16$
- C. $-5x + 8$
- D. $5x + 28$
- E. $5x - 32$

24. Diketahui $a \sin a + \cos a = 1$ dan $b \sin a - \cos a = 1$, maka ab adalah

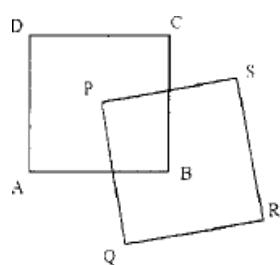
- A. -1
- B. 1
- C. $\sin^2 a$
- D. $\cos^2 a$
- E. $\sin a \cos a$

25. Bujursangkar ABCD dan



- PQRS berukuran sama yaitu $8\text{ cm} \times 8\text{ cm}$. P adalah pusat bujursangkar ABCD. Maka luas daerah yang diarsir adalah....

- A. 16cm^2
- B. 18cm^2
- C. 20cm^2
- D. 24cm^2
- E. 32cm^2



26. Diketahui k dan l adalah dua garis yang parallel seperti tampak pada gambar. Besar sudut $y - x$ adalah ...

- A. 0°
- B. 30°
- C. 45°

D. 60°

E. 90^0

27. Suatu prisma segitiga sama sisi di dalamnya terdapat 3 tabung tegak yang bersinggungan dan juga menyinggung sisi-sisi prisma. Jika tinggi prisma 3 cm dan volume sebuah tabung tegak adalah $3\pi cm^3$, maka jumlah luas sisi tegak prisma adalah....

A. $2 + 2\sqrt{3}$

B. $6 + 6\sqrt{3}$

C. $9 + 9\sqrt{3}$

D. $12 + 12\sqrt{3}$

E. $18 + 18\sqrt{3}$

28. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 87 = 0$ di titik (5,8) adalah....

A. $4x + 3y - 44 = 0$

B. $4x + 3y - 32 = 0$

C. $4x + 3y - 68 = 0$

D. $3x + 4y - 32 = 0$

E. $3x + 4y - 68 = 0$

29. Jika nilai matematika 24 siswa kelas 3 SMA adalah sebagai berikut,

50	60	75	80	90	85	70	60	85	75	80	85
70	60	75	75	80	50	50	75	70	85	60	90

Maka rata-rata nilai 25% siswa dengan nilai terendah adalah

A. 50

B. 55

C. 60

D. 70

E. 75

30. Sekumpulan data mempunyai rata-rata 14 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai data dikurangi dengan p, kemudian hasilnya dibagi dengan q menghasilkan data baru dengan rata-rata 4 dan jangkauan 2, maka nilai p dan q masing-masing adalah....

A. 2 dan 3

B. 3 dan 3

C. 3 dan 4

D. 2 dan 4

E. 1 dan 4

31. Suatu keluarga mempunyai 5 orang anak. Anak termuda berumur $\frac{1}{2}$ dari umur anak yang tertua. Sedangkan tiga anak yang lain berturut-turut, berumur lebih dari 2 tahun dari yang termuda, lebih 4 tahun dari yang termuda, dan kurang tiga tahun dari yang tertua. Bila rata-rata umur mereka adalah 17,4 tahun, maka umur anak ketiga adalah...tahun.
- A. 13
B. 14
C. 15
D. 16
E. 17
32. Pada hari Kamis, 20 dari 25 siswa di kelas IPA mengikuti ujian matematika, dan nilai rata-rata ke-20 siswa tersebut adalah 80. Lalu pada hari Jumat, 5 siswa lainnya mengikuti ujian matematika susulan, dan nilai rata-rata ke-5 siswa tersebut adalah 90. Rata-rata hitung untuk kelas tersebut secara keseluruhan adalah ...
- A. 72
B. 82
C. 85
D. 88
E. 92
33. Maira berencana mengikuti les tambahan matematika, bahasa inggris dan melukis. Hari minggu Maira gunakan khusus untuk les berenang. Banyaknya cara menyusun jadwal les tambahan tersebut dalam seminggu dengan syarat dalam sehari tidak boleh lebih dari satu kali les adalah....
- A. 20
B. 35
C. 120
D. 210
E. 840
34. Dua anggota klub sains harus untuk mewakili sekolah dalam suatu kompetisi. Empat anggota adalah mahasiswa tingkat IV, 3 anggota mahasiswa tingkat III, 2 anggota mahasiswa tingkat II, dan 5 anggota mahasiswa tingkat I. Jika dua wakil dipilih secara acak, maka peluang bahwa pasangan akan terdiri dari satu mahasiswa tingkat I dan satu mahasiswa tingkat IV adalah....

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{4}{91}$

C. $\frac{10}{91}$

D. $\frac{14}{91}$

E. $\frac{20}{91}$

35. Banyaknya bilangan yang terdiri dari 3 angka yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5 dengan tidak ada angka yang berulang dan lebih besar dari 300 adalah....

A. 24

B. 32

C. 36

D. 40

E. 48

36. Diketahui $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$. Pernyataan yang pasti salah adalah ...

A. $f(x) = L$

B. $f(x) \neq L$

C. $x = a$

D. $x < a$

E. $x > a$

37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} =$

A. -4

B. -2

C. 0

D. 2

E. 4

38. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 7x + 3} - x =$

A. 0

B. 3

C. $\frac{11}{2}$

D. $\frac{13}{2}$

E. $+\infty$

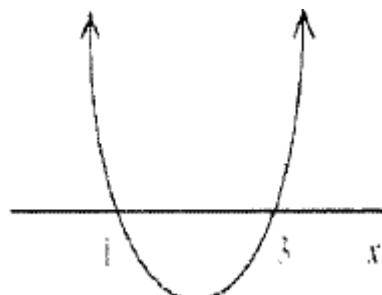
39. Seorang pengrajin kayu membuat sebuah kotak tanpa tutup dengan alas persegi. Luas permukaan kotak 1 m^2 . Agar diperoleh volume maksimum, maka tinggi kotak adalah....

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
- B. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
- C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
- D. $\frac{1}{6}\sqrt{3}$
- E. $1\frac{1}{4}\sqrt{3}$

40. Diketahui $f(x) = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{360}}}}$. Jika $f''(x)$ adalah fungsi turunan kedua, maka $f''(1)$ adalah ...

- A. $-\frac{1}{4}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{4}$
- E. $\frac{1}{2}$

41. Grafik $h(x)$ merupakan fungsi turunan pertama $f(x)$, jika grafik $h(x)$ ditunjukkan pada gambar di bawah ini, maka $f(x)$...



- A. Mencapai maksimum di $x = 3$
- B. Mencapai minimum di $x = 1$
- C. Turun pada $1 < x < 3$
- D. Naik pada $x > 2$
- E. Memotong sumbu x di titik $(1,0)$ dan $(3,0)$

42. Nilai $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ adalah...

- A. 0
- B. π
- C. 2π
- D. 3π
- E. 4π

43. Jika $\frac{d}{dx} g(x) = f(x)$ dimana $f(x)$ kontinu dari a sampai b, maka

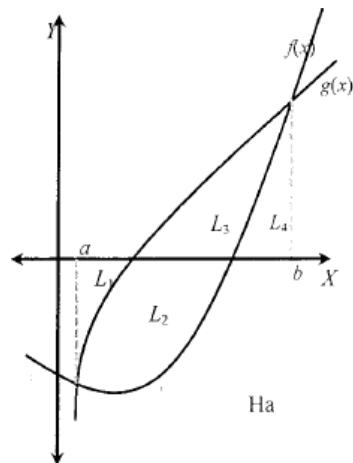
$$\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \dots$$

- A. 0
- B. $f(b) - f(a)$
- C. $g(b) - g(a)$
- D. $\frac{[f(b)^2 - f(a)^2]}{2}$
- E. $\frac{[g(b)^2 - g(a)^2]}{2}$

44. Diketahui grafik dari fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ adalah seperti gambar dibawah ini.

Jika $L = \int_a^b f(x) - g(x) dx$, maka $L = \dots$

- A. $L_1 + L_2 - L_3 - L_4$
- B. $-L_1 - L_2 + L_3 + L_4$
- C. $-L_2 + L_3$
- D. $L_2 + L_3$
- E. $-L_2 - L_3$



45. Nilai x yang menyebabkan pernyataan “ jika $x^2 - x = 6$,

maka $x^2 - 2x < 5$ ” bernilai salah adalah

- A. -3
- B. -2
- C. 0
- D. 3
- E. 5

46. Diberikan premis-premis sebagai berikut:

Premis 1 : Jika harga BBM naik maka ongkos transportasi naik.

Premis 2 : Jika ongkos transportasi naik maka semua harga bahan pokok naik.

Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah....

- A. Harga BBM naik dan ada harga bahan pokok tidak naik.
- B. Jika semua harga bahan pokok naik maka harga BBM naik.
- C. Ongkos transportasi naik atau ada harga bahan pokok yang naik.
- D. Jika harga BBM naik maka sebagian harga bahan pokok naik.
- E. Harga BBM tidak naik dan ada harga bahan pokok yang tidak naik.

Soal berikut untuk pertanyaan no 47-48

Setelah melakukan *study tour*, 5 orang siswa SMA diminta untuk melakukan presentasi. Lima orang siswa tersebut adalah Adam, Boni, Citra, Dewi, dan Ema. Setiap siswa akan presentasi satu kali dengan aturan sebagai berikut,

- Citra akan maju pada urutan ketiga atau keempat
- Dewi akan maju sebelum Citra
- Ema akan maju tepat setelah Dewi
- Adam akan menjadi pembicara ketiga setelah Dewi

47. Dari urutan berikut yang memenuhi persyaratan adalah

- A. Dewi, Boni, Citra, Adam, Ema
- B. Dewi, Boni, Citra, Ema, Adam
- C. Dewi, Ema, Citra, Adam, Boni
- D. Dewi, Boni, Adam, Citra, Ema
- E. Dewi, Ema, Adam, Citra, Boni

48. Pernyataan yang mungkin benar adalah

- A. Adam akan maju pada urutan pertama
- B. Adam akan maju pada urutan kelima
- C. Boni akan maju pada urutan kedua
- D. Boni akan maju pada urutan ketiga
- E. Ema akan maju pada urutan pertama

49. Dalam suatu barisan bilangan, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ dan suku ke- n adalah $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, maka a_6 adalah...

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 8
- E. 10

50. Sebuah persegi panjang dibagi 3 bagian persegi panjang baru. Kemudian salah satu dari 3 persegi panjang baru tersebut dibagi lagi menjadi 3 persegi panjang, dan seterusnya, sampai sebanyak n kali pembagian. Jika $n = 100$, maka jumlah seluruh persegi panjang tersebut adalah... buah

- A. 191
- B. 201
- C. 203
- D. 213

E. 241

51. Misalkan ABC dan CBA menyatakan dua bilangan tiga digit, dengan A, B, dan C dapat bernilai 0, 1, ..., 9 dan berbeda satu sama lain. Jika $ABC - CBA = 198$ dan $A > C$, maka banyak pasangan angka yang memenuhi aturan tersebut adalah....

- A. 8
- B. 9
- C. 45
- D. 56
- E. 81

Soal berikut untuk pertanyaan No. 52-53

Raihan dan Maira setiap pergi sekolah diberikan uang saku oleh ibunya. Uang saku Raihan 3 kali lebih banyak dari uang saku Maira. Jika Maira mendapatkan uang Rp 10.000,- dari Raihan, maka dia akan mempunyai uang saku 3 kali lebih banyak dari Raihan.

52. Besarnya uang saku Raihan adalah ...

- A. Rp 5.000,00,-
- B. Rp 7.500,00,-
- C. Rp 10.000,00,-
- D. Rp 12.500,00,-
- E. Rp 15.000,00,-

53. Besarnya uang saku yang dikeluarkan ibu setiap hari adalah ...

- A. Rp 12.500,00,-
- B. Rp 15.000,00,-
- C. Rp 17. 500,00,-
- D. Rp 20.000,00,-
- E. Rp 22.500,00,-

Soal berikut untuk pertanyaan No. 54-55

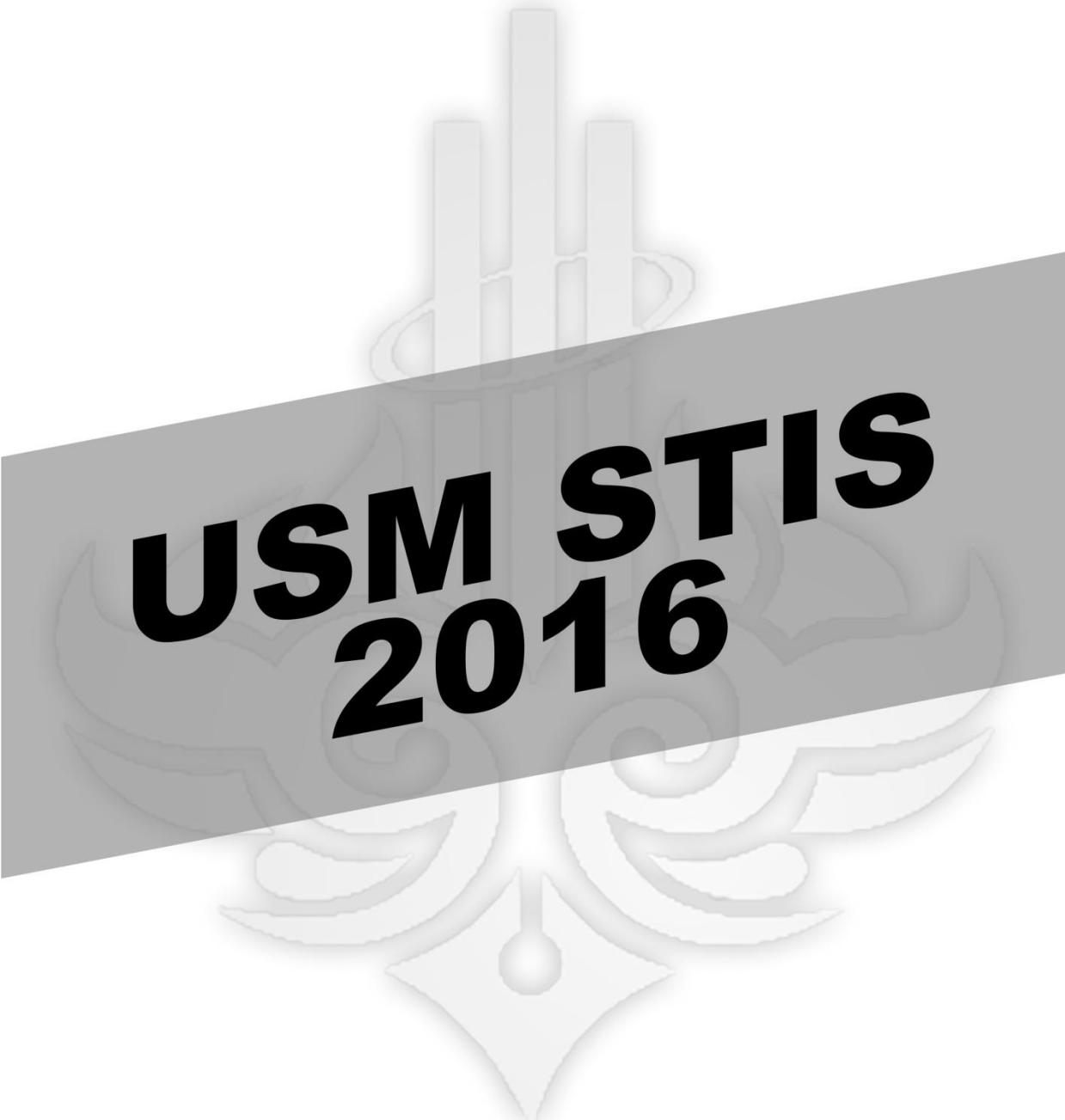
Siang hari Pak Budi dapat membaca buku sebanyak 100 halaman dengan kecepatan 60 halaman per jam. Sementara di sore hari, ketika kondisinya mulai lelah Pak Budi membaca 100 halaman buku dengan kecepatan 40 halaman per jam.

54. Rata-rata kecepatan Pak Budi untuk membaca buku dalam sehari ...

- A. 40 halaman per jam

- B. 48 halaman per jam
C. 50 halaman per jam
D. 80 halaman per jam
E. 100 halaman per jam
55. Waktu yang dihabiskan Pak Budi untuk membaca dalam sehari ...
A. 200 menit
B. 220 menit
C. 225 menit
D. 240 menit
E. 250 menit
56. $10^{25} - 25 = A$. Jumlah angka-angka penyusun bilangan A adalah ...
A. 210
B. 219
C. 228
D. 275
E. 282
57. Jika n bilangan bulat positif, maka hasil dari $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ adalah ...
A. $\frac{1}{n}$
B. $\frac{n-1}{n}$
C. $\frac{1}{n+1}$
D. $\frac{2}{n(n-1)}$
E. $\frac{2}{n}$
58. Diketahui 3 sendok teh = 1 sendok makan, 16 sendok makan = 1 cangkir, 8 sendok sayur = 1 cangkir. Jika 2 sendok sayur = x sendok teh, maka $x = \dots$
A. 1,5
B. 6
C. 10
D. 12
E. 14
59. Seekor burung berkicau setiap 14 menit dan sebuah bel berdering setiap 12 menit. Jika burung dan bel berbunyi sama-sama pada pukul 12 siang, maka mereka bersama-sama lagi pada pukul ...
A. 12.42
B. 13.24
C. 13.54

- D. 14.24
 - E. 14.48
60. Sisa dari 3^{100} dibagi 5 adalah...
- A. 0 D. 3
 - B. 1 E. 4
 - C. 2



**USM STIS
2016**

USM STIS 2016

1. Banyaknya bilangan yang memenuhi $|x| \leq 2\pi$ adalah...
 - A. 10
 - B. 11
 - C. 12
 - D. 13
 - E. Lebih dari 13
2. Bentuk pecahan dari 0,3846846846 adalah
 - A. $\frac{3846}{9999}$
 - B. $\frac{3846}{10000}$
 - C. $\frac{3846}{9990}$
 - D. $\frac{3843}{9990}$
 - E. $\frac{3847}{10000}$
3. Jika $\frac{1}{(32)^{(a+b)}} = 16^{(a-2b)}$, maka pernyataan yang benar adalah ...
 - A. $b = -2a$
 - B. $b = -3b$
 - C. $b = 3a$
 - D. $a = b + 2$
 - E. $a - b = 3$
4. Suatu tanjakan yang dilalui pergi (jalan menaik) dan pulang (jalan menurun) dibutuhkan waktu 28 menit dengan kecepatan pergi 55m/menit dan pulang 85m/menit, maka panjang tanjakan tersebut adalah meter
 - A. 770
 - B. 935
 - C. 1190
 - D. 1540
 - E. 1870
5. Diketahui pertidaksamaaan $\frac{a}{b} \times c > c \times d$, dimana a, b, c, dan d adalah anggota himpunan bilangan rill. Pernyataan yang paling tepat adalah...
 - A. $\frac{a}{b} > d$
 - B. $a \times c > b \times c \times d$
 - C. $a > b \times d$
 - D. Pilihan A s.d C benar semua
 - E. Pilihan A s.d C belum pasti benar
6. Jika x, y , dan $2x + \frac{y}{2}$ tidak sama dengan nol, maka $\left[(2x)^{-1} + (\frac{y}{2})^{-1}\right] (2x + \frac{y}{2})^{-1} = \dots$
 - A. xy
 - B. $2xy$
 - C. $\frac{1}{xy}$
 - D. $\frac{1}{2xy}$
 - E. $\frac{2}{xy}$
7. Himpunan yang jumlah anggota atau elemennya berhingga adalah ...

- A. Himpunan bilangan genap
 B. Himpunan bilangan riil yang kurang dari 10
 C. Himpunan bilangan prima yang kurang dari 1000
 D. Himpunan bilangan rasional yang lebih dari 0 kurang dari 10
8. Tiga bilangan membentuk suatu deret geometri naik. Jika jumlahnya 26 dan hasil kalinya 216, maka suku ketiga dari deret tersebut adalah ...
 A. 2
 B. 6
 C. 8
 D. 12
 E. 18
9. Diberikan beberapa pernyataan :
 (i) $0 \in \emptyset$
 (ii) $\{0\} \subset \emptyset$
 (iii) $\{0\} \in \{0\}$
 (iv) $\{\emptyset\} \subset \{0, \emptyset\}$
 (v) $\emptyset \in \{0\}$

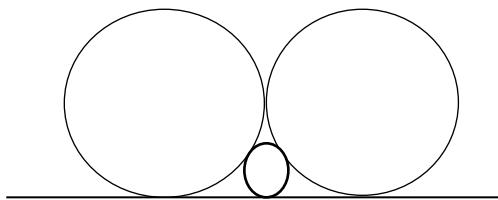
Dari kelima pernyataan di atas, yang benar adalah ...

- A. (i) dan (ii)
 B. (i), (ii), dan (iii)
 C. (ii), (iii), dan (iv)
 D. (iii), (iv), dan (v)
 E. (iv), dan (v)
10. Diketahui $ax + by = c$ dan $dx + ey = f$, dengan a, b, c, d, e, f merupakan suku-suku yang berurutan dari suatu barisan aritmatika dengan selisih $\neq 0$. Maka nilai x dan y adalah ...
 A. $x = 0, y = 1$
 B. $x = 2, y = 1$
 C. $x = -1, y = 2$
 D. $x = 2, y = -1$
 E. $x = -1, y = -2$
11. Suatu matriks dengan ordo $m \times n$ (jumlah baris m dan kolom n) dikalikan dengan matriks berordo 4×5 sehingga hasil akhirnya merupakan persegi. Pernyataan yang pasti salah adalah ...
 A. Matriks $m \times n$ adalah matrik persegi
 B. Matriks $p \times r$ adalah matriks persegi
 C. $p = 4$
 D. $n = 4$
 E. $m = 4$
12. Jika a bilangan bulat, matriks $\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & 1 & a \\ a & -3 & 4 \end{pmatrix}$ tidak mempunyai invers untuk nilai a ...
 A. $-\frac{5}{2}$
 B. -2
 C. 0
 D. 1

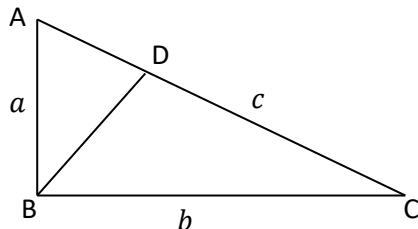
E. 2

13. Himpunan $A = \{1,2,3,4\}$. Sedangkan R adalah suatu relasi dari himpunan A ke himpunan A . Relasi R yang merupakan fungsi adalah ...
- $R = \{(2,1), (2,2), (3,4), (4,1)\}$
 - $R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
 - $R = \{(3,1), (4,2), (2,1), (1,2)\}$
 - $R = \{(3,1), (2,2), (3,1), (4,4), (4,1)\}$
 - $R = \{(2,3), (4,1)\}$
14. Jika $a_{\log b} = p, b_{\log c} = q, c_{\log d} = r$, maka $abc_{\log bcd} = \dots$
- $p + q + r$
 - pqr
 - $\frac{p+q+r}{pqr}$
 - $\frac{q(1+q+pr)}{1+p(q+1)}$
 - $\frac{p(1+q+qr)}{1+p(q+1)}$
15. Di toko buku “ KELUARGA”, Ahmad membeli 3 buku, 2 pulpen dan 3 pensil dengan harga Rp 47.000,-. Adnan membeli 2 buku, 3 pulpen, dan 1 pensil dengan harga Rp 34.000,-. Diah membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp 39.000,-. Jika Asumsi membeli 4 pulpen dan 2 pensil maka ia harus membayar ...
- Rp 5.000,-
 - Rp 11.000,-
 - Rp 13.000,-
 - Rp 15.000,-
 - Rp 17.500,-
16. Jika $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ dan $(f \circ g)(x) = \frac{x}{2x+3}$, maka $g(x)$ sama dengan ...
- $\frac{3}{2} - \frac{2}{3x}$
 - $\frac{1}{2} + \frac{2}{3x}$
 - $\frac{3}{2} - \frac{2}{x}$
 - $\frac{1}{2} + \frac{3}{2x}$
 - $\frac{3}{2} - \frac{1}{2x}$
17. Pada suatu hari, Hana apergi berbelanja buah pepaya, melon dan durian. Harga perbuah pepaya 11 ribu, melon 22 ribu dan durian 23 ribu rupiah. Apabila total yang harus dibayar adalah sebesar 515 ribu rupiah maka banyaknya durian yang mungkin dibeli oleh Hana adalah ... buah.
- 8
 - 9
 - 10
 - 11
 - 12

18. Jika dua lingkaran besar mempunyai jari-jari yang sama yaitu 4 cm, maka jari-jari lingkaran yang kecil adalah ...

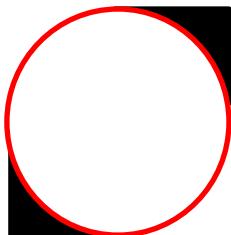


- A. 0,8 cm
B. 1 cm
C. 1,2 cm
D. 1,4 cm
E. 1,6 cm
19. Suku sebanyak $2x^3 - 4x^2 + ax + b$ dibagi $(2x + 4)$ sisanya 1 dan jika dibagi $(x - 1)$ sisanya 10. Nilai dari $b - a = \dots$
- A. -12
B. -11
C. 11
D. 19
E. 26
20. Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku dengan panjang sisi a, b dan c seperti terlihat pada gambar dibawah. Jika sudut ADB adalah 90° maka panjang garis BD adalah ...



- A. $2ab/c$
B. $2bc/a$
C. $\sqrt{b^2 - a^2}$
D. $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$
E. $\frac{ab}{\sqrt{c^2-a^2}}$
21. Volume prisma segienam beraturan panjang setiap rusuknya 6 cm adalah ... cm^3
- A. $54\sqrt{3}$
B. $81\sqrt{3}$
C. $162\sqrt{3}$
D. $216\sqrt{3}$
E. $324\sqrt{3}$

22. Panjang diagonal sumbu mayor dari elips yang memiliki persamaan $y^2 = 9 - \frac{(x-2)^2}{4}$ adalah ...
- A. 6
B. 9
C. 12
D. 18
E. 36
23. Jika luas daerah yang diarsir adalah $(4 - \pi)cm^2$, maka keliling lingkaran tersebut adalah...



- A. $4\sqrt{2} + \sqrt{2}\pi$
B. $4\sqrt{2} + 2\pi$
C. 2π
D. $2\sqrt{2}\pi$
E. $4\sqrt{2}\pi$
24. Diketahui data : x_1, x_2, \dots, x_{10} . Jika tiap nilai data ditambah 10, maka :
1. Rata-rata akan bertambah 10
 2. Jangkauan akan bertambah 10
 3. Jangkauan kuartil akan tetap
 4. Median akan tetap
- Pernyataan yang benar adalah ...
- A. 1,2, dan 3
B. 1 dan 3
C. 2 dan 4
D. 4 saja
E. 1,2,3, dan 4
25. Keluarga Pak Mardi mempunyai 5 orang anak. Anak termuda berumur $\frac{1}{2}$ dari umur anak tertua. Anak keempat dan ketiga berturut-turut 3 dan 5 tahun lebih tua dari yang termuda. Sedangkan anak kedua berumur 3 tahun lebih muda dari anak tertua. Bila rata-rata umur mereka adalah 15, umur anak tertua adalah
- A. 18 tahun
B. 20 tahun
C. 22 tahun
D. 24 tahun
E. 26 tahun

26. Nilai rata-rata ulangan kelas A adalah \bar{x}_A dan kelas B adalah \bar{x}_B . Setelah kedua kelas digabung, nilai rata-ratanya adalah \bar{x} . Jika $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 10 : 9$ dan $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 85 : 81$ maka perbandingan banyaknya siswa kelas A dan B adalah ...

- A. 3 : 5
- B. 5 : 4
- C. 5 : 3
- D. 4 : 5
- E. 8 : 9

27. Data berikut adalah berat badan sekelompok siswa dalam satu kelas.

Berat Badan (kg)	Frekuensi
44-50	5
51-55	20
56-60	K
61-65	26
66-70	7

Jika median berat badan adalah 58,5 kg maka nilai k adalah ...

- A. 40
- B. 42
- C. 44
- D. 46
- E. 48

28. Dari angka-angka 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9 hendak dibuat bilangan terdiri atas tiga angka yang berbeda, yang lebih kecil dari 840 tetapi lebih besar dari 630. Banyaknya bilangan yang memenuhi ketentuan tersebut adalah ...

- A. 105
- B. 96
- C. 92
- D. 90
- E. 84

29. Banyaknya bilangan ganjil yang terdiri dari atas 3 angka berbeda yang disusun dari 2, 3, 5, 6, 7, dan 8 adalah ...

- A. 24
- B. 28
- C. 40
- D. 60
- E. 120

30. A, B, C, D dan E akan berfoto bersama secara berdampingan. Peluang Adan B tidak bersebelahan adalah...

- A. $\frac{1}{5}$
- C. $\frac{3}{5}$
- B. $\frac{2}{5}$
- D. $\frac{2}{3}$

31. Dalam sebuah keranjang A yang berisis 5 buah mangga, 2 buah mangga di antaranya busuk. Dalam keranjang B yang berisis 6 buah apel, 1 di antaranya busuk. Ibu menghendaki 2 buah mangga dan 2 buah apel yang baik. Peluangnya adalah ...
- $1/5$
 - $1/10$
 - $3/5$
 - $3/10$
 - $1/3$
32. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}}{x - 8}$
- $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{1}{6}$
 - $\frac{1}{8}$
33. $\lim_{p \rightarrow q} \frac{p\sqrt{p} - q\sqrt{q}}{\sqrt{p} - \sqrt{q}} = \dots$
- p
 - q
 - $2q$
 - $3p$
 - $3q$
34. Jika $f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}}$, maka turunan dari $f(x)$ adalah ...
- $\frac{1}{8} \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}$
 - $8 \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}$
 - $\frac{1}{8 \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x}}$
 - $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x}}$
 - $\frac{8}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x}}$
35. $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x^1$ dengan a_0, a_1, \dots, a_n adalah himpunan bilangan riil dan $a_n \neq 0$. Jika P menyatakan permutasi dan C menyatakan Kombinasi, maka turunan ke-n dari $f(x)$ adalah ...
- $a_n P(n, 1)$
 - $a_n C(n, 1)$
 - $a_n P(n, n - 1)$
 - $a_n C(n, n - 1)$
 - $a_n C(n, n)$

36. Fungsi $y = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$ dan interval $x \in [-2,2]$ maka fungsi akan mencapai minimum pada nilai $x = \dots$
- A. -2
 - B. -1
 - C. 0
 - D. 1
 - E. 2
37. Jika $f''(x) = x + x \cos x$ dan memenuhi $f(0) = 1$ dan $f'(0) = 2$, maka $f(x) = \dots$
- A. $\frac{1}{6}x^3 - x \cos x + 2 \sin x + x + 1$
 - B. $\frac{1}{6}x^3 - x \cos x + 2 \sin x - 2$
 - C. $\frac{1}{6}x^3 - x \cos x - 2 \sin x - 2$
 - D. $\frac{1}{6}x^3 + x \cos x + 2$
 - E. $\frac{1}{6}x^3 + x \cos x - 2$
38. $\int_{-1}^3 |x - 2| dx = \dots$
- A. -4
 - B. 0
 - C. 1
 - D. 3
 - E. 5
39. Fungsi $f(x)$ dapat diintegralkan pada selang $a \leq x \leq b$, maka ...
- A. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$
 - B. $\int_a^b 2f(x) dx = 2f(b - a)$
 - C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$
 - D. $\int_a^b f(x) dx - \int_b^a f(x) dx = 0$
 - E. $\int_b^a f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 0$
40. Luas daerah di kuadran IV yang dibatasi oleh kurva $y^2 = x$, sumbu x , dan garis $x - y - 2 = 0$ dinyatakan ...
- A. $\int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (2 - x) dx$
 - B. $\int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (x - 2) dx$
 - C. $\int_0^2 \sqrt{x} + (x - 2) dx$
 - D. $\int_{-1}^0 \sqrt{x} + (2 - x) dx$
 - E. $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (x - 2) dx$
41. Ingkaran pernyataan : “ Jika semua buruh berdemonstrasi, maka ada pabrik yang tutup” adalah ...
- A. Semua buruh berdemonstrasi dan semua pabrik beroperasi
 - B. Jika ada pabrik yang tutup, maka semua buruh berdemonstrasi
 - C. Ada buruh yang berdemonstrasi namun tidak ada pabrik yang tutup
 - D. Jika tidak ada pabrik yang tutup, maka ada buruh yang tidak berdemonstrasi
 - E. Semua buruh berdemonstrasi namun tidak ada pabrik yang tutup
42. Ada sebuah pulau hanya dihuni oleh 2 jenis manusia, ksatria dan penjahat. Ksatria selalu mengatakan kebenaran dan penjahat selalu mengatakan kebohongan. Suatu hari Anda

datang berkunjung dan bertemu dengan 2 orang penduduk pulau tersebut yaitu X dan Y. Si X berkata “ Y adalah Ksatria” dan Y berkata, “X dan saya merupakan jenis yang berbeda”. Pernyataan yang benar di bawah ini adalah ...

- A. X dan Y penjahat
 - B. X penjahat dan Y ksatria
 - C. X ksatria dan Y penjahat
 - D. X dan Y ksatria
 - E. Belum bisa ditentukan jenisnya
43. Premis 1 : jika hari hujan, maka Ayah memakai jas hujan
Premi 2 : Jika Ayah memakai jas hujan, maka Ayah pergi ke kantor
Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah ...
- A. Jika hari hujan, maka Ayah pergi ke kantor
 - B. Ayah memakai jas hujan atau Ayah tidak pergi
 - C. Jika hari hujan, maka Ayah tidak pergi ke kantor
 - D. Hari hujan dan Ayah tidak pergi ke kantor
 - E. Jika Ayah pergi ke kantor, maka hari hujan
44. Kontraposisi dari pernyataan “ Jika semua warga negara Indonesia membayar pajak maka pembangunan dapat berjalan lancar” adalah ...
- A. Jika tidak semua warga negara membayar pajak maka pembangunan tidak berjalan lancar
 - B. Jika pembangunan tidak berjalan lancar maka ada warga negara yang tidak membayar pajak
 - C. Jika semua warga negara Indonesia membayar pajak maka pembangunan tidak berjalan lancar
 - D. Jika pembangunan berjalan lancar maka tidak semua warga negara Indonesia membayar pajak
 - E. Jika pembangunan tidak lancar maka semua warga negara tidak membayar pajak
45. Diketahui barisan bilangan sebagai berikut : 0,1,1,2,3,... Suku ke-8 dari barisan bilangan tersebut adalah ...
- A. 6
 - B. 8
 - C. 10
 - D. 13
 - E. 15
46. Tujuh orang anggota sebuah klub diskusi bersepakat untuk berdiskusi setiap hari pada saat makan siang di restoran dengan meja bundar. Mereka memutuskan untuk duduk sedemikian rupa sehingga setiap anggota memiliki tetangga duduk yang berbeda setiap makan siang. Maka mereka dapat melakukan gal ini selama ... berturut-turut
- A. 3
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 6
 - E. 7
47. Fais memiliki 3 buah bola tenis dan 3 kotak penyimpanan bola tenis yang masing-masing kotak dapat menyimpan 10 buah bola tenis, maka banyak cara menyimpan 2 buah bola tenis pad 3 kotak tersebut adalah ... cara
- A. 5
 - B. 10

- C. 12
D. 15
E. 20
48. Jika setiap persegi dari gambar di bawah memiliki luas yang sama, perbandingan luas daerah yang diarsir, yaitu luas A : luas B adalah ...
- 
- A. 2:1
B. 3:1
C. 3:2
D. 5:2
E. 5:3
49. Di sebuah perusahaan konveksi ada pesanan membuat 12 lusin jaket. Jika Ade bekerja sendiri, maka dia dapat menyelesaiakannya 18 hari, sedangkan Tenti dalam 24 hari. Setelah mereka berdua mengerjakan pesanan tersebut selama 6 hari, maka banyak jaket yang belum diselesaikan adalah ... potong
- A. 36
B. 48
C. 60
D. 72
E. 84
50. Sebuah kantong berisi sejumlah kelereng. Gisel mengambil sepertiganya, kemudian mengambil lagi dua kelereng. Mora mengambil lagi setengah dari sisa kelereng di kantong namun meletakkan kembali tiga kelereng ke kantong tersebut. Josua mengambil dua perlima dari kelereng yang tersisa di kantong sebanyak 4 buah, maka banyaknya kelereng mula-mula adalah ...
- A. 12
B. 18
C. 24
D. 30
E. 36
51. Suatu tempat fotokopi mempunyai dua mesin, masing – masing berkapasitas 4 rim/jam dan 2 rim/jam. Jika pada suatu hari total waktu kerja kedua mesin tersebut 10 jam dan menghasilkan 34 rim, maka selisih waktu kerja dari kedua mesin tersebut adalah ... jam
- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6
E. 7
52. Seorang pengembara menempuh jarak 96 km dalam 10 jam. Pertama-tama dia melakukan perjalanan dengan bersepeda. Karena lelah dia melanjutkan perjalanan dengan menumpang delman. Laju bersepeda 12 km/jam, sedangkan laju delman hanya setengah laju bersepeda. Selisih antara jarak temuh menggunakan sepeda dengan jarak tempuh menggunakan delman adalah ... km
- A. 24
B. 36

C. 40

D. 48

E. 60

53. Harga komputer dinaikkan dua puluh persen dari harga sebelumnya. Persentase penurunan harga agar harga komputer kembali seperti semula adalah ...

A. 12,5%

B. 14,28%

C. 16,67%

D. 20%

E. 25%

Untuk Soal nomor 54 dan 55

Enam mahasiswa STIS Doni, Dono, Dini, Joni, Jono, dan Jeni sedang mengantri di depan lift untuk menuju ruang kuliah

- Joni ada di belakang Jeni
- Dono ada di depan Dini
- Dono ada di depan Joni, dan hanya dipisah oleh 2 orang mahasiswa lainnya
- Dini hanya bisa di urutan keempat atau yang paling belakang.

54. Mahasiswa STIS yang mungkin antri di belakang Dini adalah ...

A. Joni, Jono, dan Jeni

B. Hanya Jono

C. Joni, Jono, dan Doni

D. Hanya Joni

E. Semua pilihan jawaban salah

55. Jika Doni ada di urutan ke-5, maka pernyataan yang mungkin benar adalah...

A. Dini antri urutan paling depan

B. Jono antri urutan ke-2

C. Dono antri urutan ke-3

D. Joni antri urutan ke -2

E. Smeua pilihan jawaban salah

56. Pak Agus membagikan tanah warisan kepada 5 orang anak laki-lakinya dengan bagian yang sama besar. Anak sulung Pak Agus mengelola $\frac{1}{3}$ bagian tanah warisannya menjadi kolam lele dan $\frac{1}{4}$ bagian tanah warisannya menjadi kebun jeruk. Sedangkan setengah bagian dari sisa tanahnya dijadikan rumah tempat tinggal. Jika luas tanah yang akan dijadikan rumah tempat tinggal oleh anak sulung Pak Agus adalah 150 m^2 maka luas tanah warisan Pak Agus seluruhnya adalah ... m^2

A. 1500

B. 1800

C. 3000

D. 3600

E. 4000

57. Tiga orang sahabat yaitu Adi, Beti, dan Candra memiliki usia yang sama. Ayah mereka mulai bekerja pada usia 25 tahun di perusahaan yang sama. perusahaan tersebut mengharuskan pegawainya yang usianya 60 tahun untuk pensiun.

- Tahun ini usia ayah Adi tiga kali usia Adi
- Tahun ini ibu Beti tiga kali usia Beti, tiga tahun lebih muda daripada Ayah Beti
- Tiga tahun lalu, perbandingan antara usia Candra dan usia ayah candra sama dengan perbandingan antara usia Adi dan Ayah Adi

- Tahun ini ayah Adi memasuki mas pensiun

Urutan ketiga anak tersebut berdasarkan usia ayahnya dari usia termuda adalah ...

- A. Adi, Beti, Candra
- B. Beti, Candra, Adi
- C. Candra, Adi, Beti
- D. Beti, Adi, Candra
- E. Candra, Beti, Adi

58. Alva yang tinggal di Jakarta dan Bryan yang tinggal di Surabaya bersama berkunjung ke Lombok tempat tinggal Chiara. Alva berangkat naik kereta api dari Jakarta pukul 5.40 WIB sampai Surabaya pukul 18.20 WIB untuk bertemu bryan. Mereka berdua naik pesawat menuju Lombok berangkat pukul 20.10 WIB dari Surabaya sampai Lombok pukul 22.40 WITA. Lama total perjalanan Alva adalah...

- A. 13 jam
- B. 14 jam 10 menit
- C. 15 jam 10 menit
- D. 16 jam
- E. 16 jam 10 menit

59. Nilai yang paling mendekati bentuk pecahan berikut :

$$\frac{2^n \cdot 2^{n+2}}{(2^{n+2})^2 - 2^2 \cdot 2^{2n}}$$
 adalah ...

- A. 0,25
- B. 0,33
- C. 0,50
- D. 1,33
- E. 1,50

60. Setiap NANG adalah NENG. Ada lima NENG yang juga NONG. Tidak ada NANG yang NONG. Jika banyaknya NENG adalah 15 dan tiga di antaranya tidak NANG dan tidak NONG, maka banyaknya NANG adalah ...

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 10
- E. 12



USM STIS
2017

USM STIS 2017

1. Jika $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ dan $\frac{z}{y} = \frac{4}{5}$, maka $\frac{x}{z}$ adalah ...
 - A. $\frac{8}{15}$
 - B. $\frac{6}{8}$
 - C. $\frac{5}{6}$
 - D. $\frac{6}{5}$
 - E. $\frac{15}{8}$
2. $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{4}} = \dots$
 - A. $7 + 3\sqrt{2}$
 - B. $7 + 2\sqrt{2}$
 - C. $5 + 3\sqrt{2}$
 - D. $5 + 2\sqrt{2}$
 - E. $2 + 3\sqrt{2}$
3. Diketahui pecahan $\frac{x}{y}$. Jika x dikurangi 1 dan y ditambah 4, maka hasilnya adalah $\frac{1}{6}$
 jika x ditambah 1 dan y ditambah 3, maka hasilnya adalah ...
 - A. $\frac{1}{5}$
 - B. $\frac{1}{3}$
 - C. $\frac{2}{5}$
 - D. $\frac{1}{2}$
 - E. $\frac{3}{5}$
4. Penyelesaian pertidaksamaan $|2x + 4| \geq |x + 5|$ adalah
 - A. $x \leq -3$ atau $x \geq 1$
 - B. $-3 \leq x \leq 1$
 - C. $x \leq -1$ atau $x \geq 3$
 - D. $-1 \leq x \leq 3$
 - E. $x \geq -3$
5. Jika $f'(x)$ turunan pertama fungsi $f(x) = 3x^2(1-2x)^5$, maka adalah
 - A. 36
 - B. 30
 - C. 9
 - D. -24
 - E. -36
6. Diketahui $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Jika $f'(a) = f''(a)$, maka nilai a adalah ...
 - A. -1
 - B. $-\frac{1}{2}$
 - C. 0
 - D. $\frac{1}{2}$
 - E. 1

7. Jika $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, maka pernyataan yang benar adalah ...
- grafik $f'(x)$ sejajar sumbu x
 - grafik $f'(x)$ naik
 - grafik $f'(x)$ turun
 - grafik $f''(x)$ naik
 - grafik $f''(x)$ turun
8. Luas lingkaran dengan persamaan $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ adalah
- 5π
 - 9π
 - 12π
 - 16π
 - 25π
9. Persamaan grafik di samping adalah
- $y = x^2 - 2x + 2$
 - $y = x^2 + 2x + 1$
 - $y = x^2 - 2x + 1$
 - $y = x^2 - 2x$
 - $y = x^2 + 2x$
-
10. Jika $8^m = 27$, maka $2(4^m) - 2(2^m) = \dots$
- 6
 - 8
 - 12
 - 16
 - 21
11. $\frac{(5_{\log 10})2 - (5_{\log 2})2}{5_{\log \sqrt{20}}} =$
- $\frac{1}{2}$
 - 1
 - 2
 - 4
 - 5
12. Jika penyelesaian dari persamaan $2^{x^2+5x+11} = 32^{2x+1}$ adalah A dan B, maka $A + B =$
- 7
 - 5
 - 1
 - 5
 - 7
13. Jika diketahui $a_{\log 81} - 2a_{\log 27} + a_{\log 27} + a_{\log 243} = 6$, maka nilai a adalah
- 2 D. 5
 - 3 E. 6
 - 4

14. Bilangan bulat terdekat yang tidak lebih besar dari nilai pecahan berikut adalah

$$\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}$$

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 14
- E. 15

15. Nilai x yang memenuhi persamaan $(\sqrt[3]{4})^x = 2^{x^2}(\sqrt[3]{2})^{-8}$ adalah

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{3}{4}$
- C. $\frac{4}{3}$
- D. $-\frac{4}{3}$
- E. -2

16. Diketahui perbandingan jumlah penduduk perempuan dan laki-laki di desa A dan desa B masing-masing 6 : 5 dan 4 : 3. Jika diketahui jumlah penduduk laki-laki di desa A sebanyak 100 jiwa, dan jumlah penduduk perempuan di desa B sebanyak 80 jiwa, maka jumlah penduduk desa A dan desa B adalah

- A. 160 jiwa
- B. 180 jiwa
- C. 190 jiwa
- D. 360 jiwa
- E. 380 jiwa

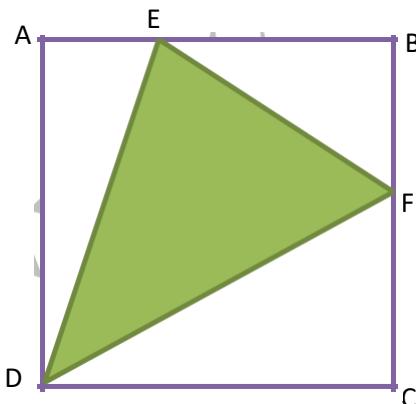
17. $\sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} = \dots$

- A. $2\sqrt{3}$
- B. $\sqrt{10}$
- C. $2\sqrt{2}$
- D. $\sqrt{11}$
- E. $2 + 2\sqrt{2}$

18. Jika $P = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, maka $-P^4 + 2P^3 - 3P^2 + 4I = \dots$

- A. P
- B. 2P
- C. 3P
- D. I
- E. 2I

19. Persegi ABCD memiliki sisi 1 dm, dengan panjang AE = CF.



Jika luas segitiga DEF = $\frac{7}{16} \text{ dm}^2$, maka panjang DE adalah dm.

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
- B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C. $\frac{3}{4}\sqrt{2}$
- D. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
- E. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

20. Diketahui ruang contoh S serta kejadian A, B, dan C berikut:

$$S = \{\text{mobil, bis, kereta api, sepeda, perahu, pesawat terbang, sepeda motor}\}$$

$$A = \{\text{bis, kereta api, pesawat terbang}\}$$

$$B = \{\text{kereta api, mobil, perahu}\}$$

$$C = \{\text{sepeda}\}$$

Himpunan $(A^c \cup B) \cap (A^c \cap C^c)$ adalah

- A. {sepeda motor, mobil, perahu, kereta api}
- B. {kereta api, mobil, perahu}
- C. {sepeda motor, mobil, perahu}
- D. {mobil, perahu}
- E. {sepeda motor}

21. Suatu persegi panjang memiliki perbandingan panjang dan lebar $5 : 4$. Jika panjangnya ditambah 20%, sementara lebarnya dikurangi 20%, maka luas persegi panjang adalah ...

- A. tetap
- B. bertambah 40%
- C. berkurang 40%
- D. bertambah 4%
- E. berkurang 4%

22. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2x & x + 2y \end{bmatrix}$. Jika $AB = C$, maka $x - y = \dots$

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

23. Jika diketahui persamaan $3 + \frac{1}{x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}} = \frac{65}{18}$, maka nilai xyz adalah ...

- A. $\frac{17}{11}$
- B. $\frac{17}{15}$
- C. $\frac{4}{7}$
- D. $\frac{7}{4}$
- E. $\frac{11}{17}$

24. $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} = \dots$

- A. $5\frac{2}{6}$
- B. $5\frac{3}{6}$
- C. $5\frac{5}{6}$
- D. $6\frac{3}{6}$
- E. $6\frac{5}{6}$

25. Dalam suatu seminar 40% pesertanya adalah laki-laki. Dari seluruh peserta perempuan 16 orang diantaranya tidak mengenakan batik, dan $\frac{2}{3}$ peserta perempuan mengenakan batik. Jumlah peserta seminar seluruhnya adalah

- A. 32 orang
- B. 48 orang
- C. 64 orang
- D. 80 orang
- E. 100 orang

26. Jika $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x-1}{3x+1}$, maka nilai a yang memenuhi $f(1-a) = 1$ adalah

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

27. Nilai maksimum dari $z = 3x + 5y$ yang memenuhi syarat $x + 2y \leq 10$; $x + y \leq 6$, $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah

- A. 16
- B. 25
- C. 26
- D. 30
- E. 35

28. Jika $f(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -1 \\ x, & x > -1 \end{cases}$ dan $g(x) = \begin{cases} 2, & x < 0 \\ -x(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ maka daerah hasil untuk $(f+g)(x)$ adalah

- A. $(-\infty, 0]$

- B. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$
C. $(-\infty, 0] \cup (1, 2)$
D. $[0, +\infty)$
E. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$
29. Putri berbelanja di Koperasi Mahasiswa (Kopma). Ia membeli 4 buku tulis dan 3 buah pensil dengan harga Rp. 55.000,-. Nurul juga berbelanja 2 buah buku tulis dan 4 buah pensil di Kopma dengan harga Rp. 40.000,-. Jika Nash memiliki uang Rp. 100.000,- untuk membeli 3 buku tulis dan 3 buah pensil di tempat yang sama, maka uang kembalian yang diterima Nash adalah
A. Rp. 40.000,-
B. Rp. 45.000,-
C. Rp. 50.000,-
D. Rp. 55.000,-
E. Rp. 60.000,-
30. Seorang penjahit memiliki 30 m kain yang dapat dibuat baju atau celana. Sebuah celana memerlukan 1,5 m kain dan sebuah baju memerlukan 1 m kain. Penjahit tersebut hanya mampu menjahit celana maksimum 10 potong. Jika keuntungan penjualan sebuah celana dan baju masing-masing Rp. 9.000,- dan Rp. 7.500,-, maka keuntungan maksimum yang dapat diperoleh penjahit tersebut adalah
A. Rp. 90.000,-
B. Rp. 165.000,-
C. Rp. 202.500,-
D. Rp. 225.000,-
E. Rp. 240.000,-
31. Terdapat 4 jenis barang dengan harga terendah Rp. 120.000,- dan harga tertinggi Rp. 400.000,-. Rata-rata harga keempat barang tersebut yang mungkin adalah ...
A. Rp. 350.000,-
B. Rp. 335.000,-
C. Rp. 325.000,-
D. Rp. 185.000,-
E. Rp. 180.000,-
32. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}}} \right) = \dots$
A. $\frac{3}{8}$
B. 2
C. $\frac{8}{3}$
D. 3
E. ∞
33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x-1}}{1-\sqrt[3]{1-x}} = \dots$
A. $\frac{3}{2}$
B. $\frac{2}{3}$
C. 0

- D. $-\frac{2}{3}$
E. $-\frac{3}{2}$

34. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5x - 6) \sin 2(x-2)}{(x^2 - x - 2)} = \dots$

- A. -8
B. -5
C. -2
D. $\frac{3}{4}$
E. 5

35. Jika $\int_1^2 (1 - 2f(x)) dx = 5$ dan $\int_2^4 (f(x) - \frac{x}{2}) dx = 6$, maka $\int_1^4 (f(x) + 1) dx = \dots$

- A. 9
B. 10
C. 11
D. 12
E. 14

36. Umur Anto 4 tahun lebih tua dari Budi. Pada saat ini umur Budi dua kali lipat umur Cici. Tiga tahun yang lalu umur Cic setengah dari umur Desi. Dua tahun lagi Budi dan Desi akan menikah, dan pada saat itu umur Anto 30 tahun. Selisih umur Desi dan umur Budi pada saat menikah nanti adalah

- A. Budi empat tahun lebih tua dari Desi
B. Budi dua tahun lebih tua dari Desi.
C. Budi dan Desi usianya sama saat menikah
D. Desi lima tahun lebih muda dari Budi
E. Desi tiga tahun lebih muda dari Budi.

37. Berat badan Agung dua kali berat badan Beta. Berat badan Beta 60% dari berat badan Cici. Deri mempunyai berat badan 50% dari berat badan Edi. Berat badan Edi 190% dari berat badan Agung. Yang mempunyai berat badan paling ringan adalah

- A. Agung
B. Beta
C. Cici
D. Deri
E. Edi

38. Nilai dari $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ adalah

- A. ∞
B. 2
C. 1
D. $\frac{1}{2}$
E. $\frac{1}{4}$

39. $\int 7x(3-x)^5 dx = \dots$

- A. $\frac{1}{6} x(3-x)^6 + \frac{1}{42} (3-x)^7 + c$
B. $-\frac{1}{6} x(3-x)^6 - \frac{1}{42} (3-x)^7 + c$
C. $-\frac{7}{6} x(3-x)^6 + \frac{1}{6} (3-x)^7 + c$

- D. $\frac{7}{6}x(3-x)^6 - \frac{1}{6}(3-x)^7 + c$
 E. $-\frac{7}{6}x(3-x)^6 - \frac{1}{6}(3-x)^7 + c$

40. $\int (2x-4) \sqrt[3]{(6+4x-x^2)^5} dx = \dots$

- A. $\frac{3}{8}(x^2-4x)\left(6x+2x^2-\frac{1}{3}x^3\right) + c$
 B. $-\frac{3}{8}(x^2-4x)\left(6x+2x^2-\frac{1}{3}x^3\right) + c$
 C. $\frac{3}{8}(6+4x-x^2)^{8/3} + c$
 D. $-\frac{3}{8}(6+4x-x^2)^{8/3} + c$
 E. $-\frac{8}{3}(6+4x-x^2)^{8/3} + c$

41. Bowo ingin membeli ponsel dengan harga 2 kali ponsel yang ingin dibeli Chacha. Chacha sudah memiliki uang Rp. 1.500.000,- dan akan menabung Rp. 30.000,- per minggu. Sementara Bowo sudah memiliki uang Rp. 1.000.000,- dan akan memulai menabung Rp. 100.000,- per minggu. Jika mereka membeli ponsel dalam waktu yang sama, maka harga ponsel yang dibeli Chacha adalah

- A. Rp. 2.700.000,-
 B. Rp. 3.000.000,-
 C. Rp. 3.300.000,-
 D. Rp. 3.400.000,-
 E. Rp. 3.600.000,-

42. Suatu partikel bergerak lurus dengan kecepatan $v = 3t + 2$ satuan jarak/detik. Jika pergerakan dimulai dari detik $t = 2$, maka jarak tempuh pergerakan partikel setelah 4 detik bergerak adalah ... satuan jarak.

- A. 22
 B. 28
 C. 48
 D. 52
 E. 56

43. Garis g melewati pusat lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$ dan tegak lurus terhadap garis $3x + 4y + 5 = 0$. Persamaan garis g adalah

- A. $3y + 4x - 20 = 0$
 B. $3y - 4x + 20 = 0$
 C. $3y - 4x - 20 = 0$
 D. $4x - 3y + 20 = 0$
 E. $4x - 3y - 20 = 0$

44. Diketahui system persamaan $\frac{5}{x-2} + \frac{2}{y-3} = 8$ dan $\frac{4}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 10$. Penyelesaian system persamaan linier tersebut adalah

- A. $x = \frac{2}{5}, y = 2$
 B. $x = 2, y = \frac{5}{2}$
 C. $x = \frac{5}{2}, y = 2$
 D. $x = 2, y = \frac{2}{5}$
 E. $x = 2, y = 2$

45. Berikut ini adalah data jumlah penduduk menurut kelompok umur di suatu wilayah.

Kelompok Umur	Jumlah penduduk
0 – 4	2
5 – 9	3
10 – 14	5
15 – 19	6
20 – 24	...
25 – 29	1

Jika diketahui rata-rata umur penduduk di wilayah tersebut adalah 14 tahun, maka jumlah penduduk kelompok umur 20 – 24 tahun adalah

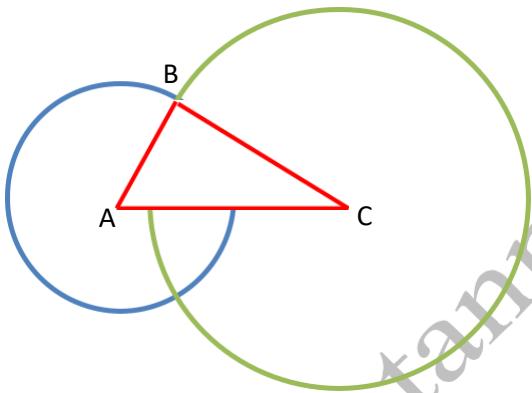
- A. 2
 - B. 3
 - C. 4
 - D. 5
 - E. 6
46. Rata-rata nilai ujian kelas A, kelas B, dan gabungan kedua kelas tersebut berturut-turut adalah \bar{x}_A , \bar{x}_B dan \bar{x} . Jika $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 10:9$ dan $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 85:81$, maka perbandingan banyaknya siswa kelas A dan B adalah
- A. 3 : 4
 - B. 3 : 5
 - C. 4 : 5
 - D. 8 : 9
 - E. 9 : 10
47. Dari suatu kotak yang terdapat 4 bola merah dan 3 bola biru, dilakukan pengambilan dua bola tanpa pengembalian. Peluang terambil satu bola merah dan satu bola biru adalah
- A. $\frac{1}{5}$
 - B. $\frac{2}{7}$
 - C. $\frac{3}{10}$
 - D. $\frac{4}{7}$
 - E. $\frac{10}{21}$
48. Dari 100 orang, 40 orang memelihara kucing, 42 orang memelihara ayam, dan 35 orang memelihara keduanya. Jika satu orang dipilih secara acak, maka peluang ia tidak memelihara kucing maupun ayam adalah
- A. 0,18
 - B. 0,22
 - C. 0,25
 - D. 0,53
 - E. 0,65

49. Diketahui rata-rata pendapatan 40 karyawan suatu perusahaan adalah 35 ribu rupiah per jam dengan median 48 ribu rupiah per jam dan simpangan baku 10 ribu per jam. Jika semua pendapatan karyawan dikalikan dua kemudian dikurangi 15 ribu rupiah, maka pernyataan yang benar adalah
- A. rata-rata pendapatan karyawan menjadi 70 ribu rupiah per jam.
 - B. simpangan baku pendapatan karyawan menjadi 20 ribu rupiah per jam.
 - C. rata-rata pendapatan karyawan menjadi 65 ribu rupiah per jam.
 - D. simpangan baku pendapatan karyawan menjadi 5 ribu rupiah per jam.
 - E. median pendapatan karyawan 48 ribu rupiah per jam.
50. Suatu sekolah menengah membentuk tim yang terdiri dari 4 anak kelas I, 5 anak kelas II, dan 6 anak kelas III. Kemudian akan ditentukan ketua, wakil ketua, sekretaris tim. Jika kelas asal ketua tim harus lebih tinggi dari kelas asal wakil ketua dan sekretaris, maka banyaknya kemungkinan susunan tim yang terbentuk adalah ...
- A. 120
 - B. 216
 - C. 231
 - D. 432
 - E. 492
51. Peluang seorang mahasiswa lulus mata kuliah statistika adalah 0,7 dan lulus mata kuliah kalkulus 0,6 serta peluang lulus keduanya 0,55. Peluang seorang mahasiswa tidak lulus kedua mata kuliah tersebut adalah
- A. 0,12
 - B. 0,25
 - C. 0,35
 - D. 0,45
 - E. 0,75
52. Ingkaran pernyataan “Pada hari Senin sampai Jumat mahasiswa STIS wajib mengenakan sepatu hitam dan kaos kaki putih” adalah
- A. “Selain hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam dan kaos kaki putih”.
 - B. “Selain hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam atau kaos kaki putih”.
 - C. “Selain hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS wajib mengenakan sepatu hitam dan tidak wajib mengenakan kaos kaki putih”.
 - D. “Pada hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam atau tidak wajib mengenakan kaos kaki putih”.
 - E. “Pada hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam dan tidak wajib mengenakan kaos kaki putih”.
53. Nilai suatu mata pelajaran dari 25 siswa mengikuti deret aritmetika dengan nilai tertinggi 97 dan nilai rata-rata 68. Nilai terendah siswa adalah
- A. 28
 - B. 37
 - C. 39
 - D. 43
 - E. 45

54. Diketahui barisan tak hingga $\frac{1}{2}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^2 x}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^4 x}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^{6x}}, \dots$ jika $x = \frac{\pi}{4}$, maka hasil perkalian semua suku barisan tak hingga tersebut adalah

- A. 0
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 1
- E. ∞

55. Persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 9 = 0$ dan $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ masing-masing berpusat di titik A dan B. Jika titik C merupakan salah satu titik potong kedua lingkaran tersebut, maka luas segitiga ABC adalah



- A. 6 satuan luas
- B. 7,5 satuan luas
- C. 10 satuan luas
- D. 12 satuan luas
- E. 15 satuan luas

56. Suatu kotak kardus tanpa tutup akan dibuat dari karton berbentuk persegi yang mempunyai sisi 12 cm. pembuatan kotak dilakukan dengan cara memotong persegi-persegi yang ukurannya sama dari keempat sudutnya, kemudian melipat sisi-sisinya ke atas. Ukuran sisi yang persegi yang dipotong agar diperoleh kotak kardus dengan volume terbesar adalah ...

- A. 2 cm
- B. 3 cm
- C. 4 cm
- D. 5 cm
- E. 6 cm

57. Dani memiliki 2 kakak kembar, Dini dan Dono. Usia Dani a tahun, dan usia kakaknya b tahun, dengan a dan b bilangan bulat. Jika perkalian usia ketiganya adalah 320, maka jumlah usia ketiganya adalah

- A. 23
- B. 20
- C. 24
- D. 21

58. Kota K terletak 10 km di sebelah utara kota P, sedangkan kota O terletak di sebelah timur kota p sejauh 10 km. Kota N terletak 20 km di sebelah selatan kota O. Kota L terletak 10 km di sebelah selatan kota M yang berjarak 10 km di sebelah timur kota N. Jika Amin berangkat dari kota P dengan mengendarai sepeda motor pada pukul 08.15 menuju kota L dengan kecepatan 60 km/jam, maka Amin sampai di kota L pada pukul
- A. 09.05
 - B. 09.10
 - C. 09.15
 - D. 09.25
 - E. 09.35
59. Jumlah kelereng Tio dua buah lebih banyak dari kelereng Boni. Jika Tio memberikan tiga buah kelerengnya kepada Boni, maka selisih kelereng mereka sekarang adalah
- A. 1
 - B. 3
 - C. 4
 - D. 5
 - E. 8
60. “Jika ibu libur, maka adik senang”
“Jika adik senang, maka adik tersenyum”
Kesimpulan dari pernyataan tersebut adalah
- A. Jika ibu tidak libur, maka adik tidak senang.
 - B. Jika adik tersenyum maka ibu libur
 - C. Ibu tidak libur dan adik tidak senang.
 - D. Ibu libur dan adik tersenyum.
 - E. Jika adik tidak tersenyum, maka ibu tidak libur.



PEMBAHASAN USM STIS 2015

PEMBAHASAN USM STIS 2015

1. Jika $2 < x < 5$ dan $3 < y < 7$, maka bilangan bulat terbesar dari $x + y$ adalah....

- A. 8
- B. 9
- C. 10
- D. 11
- E. 12

Pembahasan :

Bilangan bulat terbesar x yang memenuhi $2 < x < 5$ adalah 4.

Bilangan bulat terbesar y yang memenuhi $3 < y < 7$ adalah 6.

Jadi, $x + y = 4 + 6 = 10$

Jawaban : C

2. Hasil dari $8\frac{1}{3} : 6,25 + \frac{10}{3} \times 2\frac{10}{25}$ adalah ...

- A. 4
- B. 8
- C. 8,33
- D. 8,67
- E. 9,33

Pembahasan :

$$\begin{aligned} 8\frac{1}{3} : 6,25 + \frac{10}{3} \times 2\frac{10}{25} \\ = \left(\frac{25}{3} : \frac{625}{100}\right) \\ + \left(\frac{10}{3} \times \frac{60}{25}\right) \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow \left(\frac{25}{3} \times \frac{100}{625}\right) + 8$$

$$\leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right) + 8$$

$$\leftrightarrow 1,33 + 8$$

$$\leftrightarrow 9,33$$

Jawaban : E

3. Jika $(7^a)(7^b) = \frac{7^c}{7^a}$ Nilai d dinyatakan dalam a, b, c adalah ...

- A. $\frac{c}{ab}$
- B. $c - a - b$
- C. $a + b - c$
- D. $c - ab$
- E. $\frac{c}{a+b}$

Pembahasan :

$$(7^a)(7^b) = \frac{7^c}{7^a}$$

$$\Leftrightarrow 7^{a+b} = 7^{c-a}$$

$$\Leftrightarrow a + b = c - a$$

$$\Leftrightarrow d = c - a - b$$

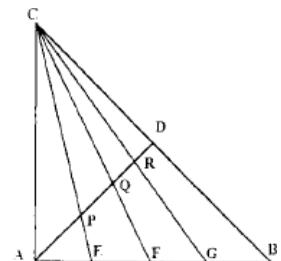
Jawaban : B

4. Segitiga ABC siku-siku di A dan D pertengahan BC. Titik F membagi dua sama panjang sisi AB, sedangkan titik E dan G berturut-turut membagi AF dan FB menjadi dua bagian yang sama panjang. Garis AD memotong garis-garis hubung CE, CF, dan CG berturut-turut di titik P, Q, dan R. Nilai PQ: PR adalah....

- A. 7:12
- B. 5:7
- C. 5:12
- D. 2:8
- E. 5:8

Pembahasan :

Jawaban :



5. Himpunan penyelesaian $\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)} \geq 0$ adalah ...

- A. $\{x | -2 < x < -1\}$
- B. $\{x | x \leq -2\} \cup \{x | x \geq -1\}$
- C. $\{x | -2 < x < -1\} \cup \{x | x > 1\}$
- D. $\{x | x < -2\} \cup \{x | -1 \leq x < 1\} \cup \{x | x > 1\}$
- E. $\{x | x < -2\} \cup \{x | x \geq -1\} \cup \{x | x \neq 1\}$

Pembahasan :

$$\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)}{(x+2)} \geq 0$$

$\Leftrightarrow (x+1) \geq 0$ dan $(x+2) \geq 0$ atau

$(x+1) \leq 0$ dan $(x+2) \leq 0$

$\Leftrightarrow x \geq -1$ dan $x \geq -2$ atau $x \leq -1$ dan $x \leq -2$

$\Leftrightarrow x \geq -1$ atau $x \leq -2$

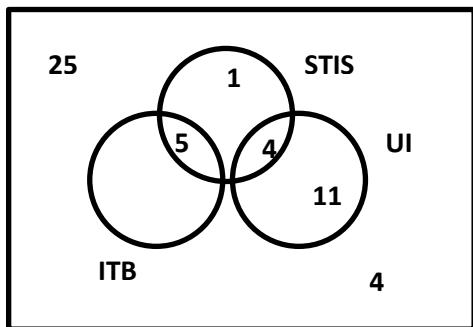
Jawaban :

6. Diketahui 25 siswa lulusan SMA mengikuti ujian masuk perguruan tinggi. Lima belas orang mendaftar UI, 5 orang mendaftar ITB, 10 orang mendaftar STIS. Yang mendaftar ITB juga mendaftar STIS, tapi tidak mendaftar UI karena ujian dilaksanakan pada waktu yang sama. Jika yang mendaftar UI dan

STIS sebanyak 4 orang, maka banyaknya siswa yang tidak mengikuti ujian ketiga perguruan tinggi tersebut adalah....

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

Pembahasan :



Jawaban : D

7. Jika $A = \{\text{kelipatan } 3 \text{ yang kurang dari } 25\}$ dan $B = \{\text{kelipatan } 4 \text{ yang kurang dari } 25\}$, dan semestanya adalah himpunan bilangan bulat, maka $A^c \cap B = \dots$
- A. $\{12\}$
 - B. $\{12, 24\}$
 - C. $\{4, 8, 16, 20\}$
 - D. $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
 - E. $\{3, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 24\}$

Pembahasan :

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$

$$B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$$

$$S = \{x | x \in \mathbb{Z}\}$$

$$A^c = S - \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$

$$A^c =$$

$$\{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, \dots \}$$

Jelas,

$$A^c \cap B$$

$$= \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, \dots \} \cap \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$$

$$A^c \cap B = \{4, 8, 16, 20\}$$

Jawaban : C

8. Suatu segitiga siku-siku, panjang masing-masing sisinya membentuk barisan aritmetika. Jika panjang sisi terpendek segitiga siku-siku adalah 24 cm, maka panjang sisi miringnya adalah ... cm.

- A. 28
- B. 32
- C. 36
- D. 40
- E. 44

Pembahasan :

Sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut adalah $a, a + b, a + 2b$.

$$a = 24$$

Jelas, $24, 24 + b, 24 + 2b$.

Karena segitiga tersebut siku-siku, dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$\begin{aligned} 24^2 + (24 + b)^2 &= (24 + 2b)^2 \\ \Leftrightarrow 576 + (576 + 48b + b^2) &= 576 + 96b \\ &\quad + 4b^2 \\ \Leftrightarrow 1152 + 48b + b^2 &= 576 + 96b \\ &\quad + 4b^2 \\ \Leftrightarrow 3b^2 + 48b - 576 &= 0 \\ \Leftrightarrow b^2 + 16b - 192 &= 0 \\ \Leftrightarrow (b + 24)(b - 8) &= 0 \\ \Leftrightarrow b = -24 \text{ atau } b &= 8 \end{aligned}$$

Jawaban : D

Maka panjang sisi miringnya $24+2b=24+2.8=40$ cm

9. Diketahui vector-vektor $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, \dots \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}. \text{ Pernyataan berikut yang benar adalah ...}$$

- A. \vec{a} dan \vec{b} membentuk sudut tegak lurus

- B. \vec{a} dan \vec{b} membentuk sudut lancip

- C. \vec{a} dan \vec{c} membentuk sudut tumpul
D. \vec{b} dan \vec{c} membentuk sudut tegak lurus
E. \vec{b} dan \vec{c} membentuk sudut lancip

Pembahasan :

$$\theta \text{ lancip jika dan hanya jika } \vec{a} \cdot \vec{b}^{\leftrightarrow} > 0$$

$$\theta \text{ tumpul jika dan hanya jika } \vec{a} \cdot \vec{b}^{\leftrightarrow} < 0$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

jika dan hanya jika $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= 3(-1) + 1 \cdot 2 + (-1) \cdot 1$$

$$= -2$$

$\vec{a} \cdot \vec{b}^{\leftrightarrow} < 0$, jadi \vec{a} dan $\vec{b}^{\leftrightarrow}$ membentuk sudut tumpul

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= (-1) \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot 0$$

$$= 0$$

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, jadi $\vec{b}^{\leftrightarrow}$ dan \vec{c} membentuk sudut tegak lurus

Jawaban : D

10. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 7 & y \\ -x & 1 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$. Jika $2A - B = C$, maka $xy = \dots$.
- A. -1
B. 0
C. 1
D. 2
E. 4

Pembahasan :

$$2A - B = C$$

$$D \leftrightarrow 2 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & y \\ -x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 2x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & y \\ -x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} 6 - 7 & 2 - y \\ 4 - (-x) & 2x - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\leftrightarrow \begin{bmatrix} -1 & 2 - y \\ 4 + x & 2x - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4 + x = 5$$

$$\leftrightarrow x = 1$$

$$2 - y = 2$$

$$\leftrightarrow y = 0$$

$$\text{Jadi, } xy = 1 \cdot 0 = 0$$

Jawaban : B

11. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Jika matriks $(A - kl)$ adalah matriks singular, maka nilai k yang memenuhi adalah ...

A. 2 atau 3

B. -2 atau 3

C. 2 atau -3

D. -2 atau -3

E. -2 atau 0

Pembahasan :

Matriks singular jika determinan matriksnya sama dengan nol

$$A - kI = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - kI = \begin{bmatrix} 4-k & -1 \\ 2 & 1-k \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(A - kI) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 4-k & -1 \\ 2 & 1-k \end{vmatrix} = 0$$

$$(4-k)(1-k) - 2(-1) = 0$$

$$4 - 5k + k^2 + 2 = 0$$

$$k^2 - 5k + 6 = 0$$

$$(k - 2)(k - 3) = 0$$

$$k = 2 \text{ atau } k = 3$$

Jawaban : A

12. Diketahui persegi panjang ABCD dengan $|\overrightarrow{AC}| = 13$, $|\overrightarrow{BC}| = 5$, jika $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ dan $\overrightarrow{AB} =$

\vec{w} , maka $\vec{v} \cdot \vec{w} = \dots$

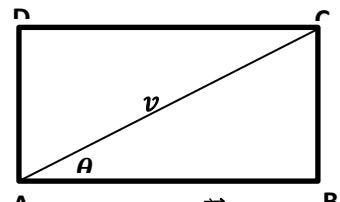
A. 25

B. 60

C. 65

D. 144

Pembahasan :



$$\text{Dipunyai : } |\overrightarrow{AC}| = 13, |\overrightarrow{BC}| = 5, \overrightarrow{AC} = \vec{v}$$

$$\vec{v}^{\leftrightarrow} \text{ dan } \overrightarrow{AB} = \vec{w}^{\leftrightarrow}$$

$$\text{Ditanyakan : } \vec{v}^{\leftrightarrow} \cdot \vec{w}^{\leftrightarrow}$$

Selesaian

$$|\overrightarrow{AC}| = 13, |\overrightarrow{BC}| = 5$$

Jelas, $|\overrightarrow{AC}|$

$$= |\overrightarrow{AB}|$$

$$+ |\overrightarrow{BC}|$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow 13 &= |\vec{A} \rightarrow \vec{B}| + 5 \\
\Leftrightarrow |\vec{A} \rightarrow \vec{B}| &= 8 \\
\Leftrightarrow \vec{w} \rightarrow &= 8 \\
\vec{v} \rightarrow \cdot \vec{w} \rightarrow &= |\vec{v}| |\vec{w}| \cos \theta \\
\Leftrightarrow \vec{v} \rightarrow \cdot \vec{w} \rightarrow &= 13 \cdot 8 \cos \theta
\end{aligned}$$

Jawaban :

13. Matriks yang mempunyai determinan matriks yang sama dengan determinan matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

adalah ...

- A. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
- B. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$
- C. $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
- D. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
- E. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

Pembahasan :

Jawaban : E

14. Jika grafik fungsi $f(x) = x^2 + 3mx + 3m$ diatas grafik fungsi $g(x) = mx^2 + 3x$, maka

- A. $m < 1$
 B. $m < \frac{3}{7}$
 C. $\frac{3}{7} < m < 1$
 D. $1 < m < \frac{7}{3}$
 E. $m > 1$

Pembahasan :

Jawaban :

15. Jika $f(x) = \frac{x}{a} \left[1 - \frac{b^2}{x^2} \right] + \frac{x}{b} \left[1 - \frac{a^2}{x^2} \right]$, maka $f(a+b)$ adalah...

- A. -3
 B. 3
 C. $\frac{b}{a+b}$
 D. $\frac{a}{a+b}$
 E. $\frac{a}{a-b}$

Pembahasan :

$$f(x) = \frac{x}{a} \left[1 - \frac{b^2}{x^2} \right] + \frac{x}{b} \left[1 - \frac{a^2}{x^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow f(a+b) &= \frac{a+b}{a} \left[1 - \frac{b^2}{(a+b)^2} \right] + \\
&\quad \frac{a+b}{a} \left[1 - \frac{a^2}{(a+b)^2} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \left[\frac{a+b}{a} - \frac{b^2}{a+b} \right] + \left[\frac{a+b}{a} - \frac{a^2}{a+b} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \left[\frac{a+b}{a} - \frac{a+b}{b} \right] - \left[\frac{b^2}{a+b} + \frac{a^2}{a+b} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \left[\frac{b(a+b)}{ab} + \frac{a(a+b)}{ab} \right] - \left[\frac{a^2+b^2}{a+b} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \left[\frac{(b+a)(a+b)}{ab} \right] - \left[\frac{a^2+b^2}{a+b} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \left[\frac{(a+b)^2}{ab} \right] - \left[\frac{a^2+b^2}{a+b} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= (a+b) \left[\frac{(a+b)^2}{ab(a+b)} \right] - ab \\
&\quad \left[\frac{a^2+b^2}{ab(a+b)} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \left[\frac{(a+b)^3}{ab(a+b)} \right] - \left[\frac{ab(a^2+b^2)}{ab(a+b)} \right] \\
\Leftrightarrow f(a+b) &= \frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{ab(a+b)} - \\
&\quad \frac{a^3b+ab^3}{ab(a+b)}
\end{aligned}$$

Jawaban :

16. Jika diketahui $x = \log a$, $y = \log b$, dan $z = \log c$. Maka bentuk sederhana dari $\log \frac{a}{b^2} \sqrt{c}$ dalam x , y dan z = ...

- A. $\log \left(\frac{x}{y^2} \right) \sqrt{z}$
 B. $\log x - \log y^2 + \log z$
 C. $\frac{x}{y^2} \sqrt{z}$
 D. $x - 2y + \frac{1}{2}z$
 E. $x - y^2 + \sqrt{z}$

Pembahasan :

$$\begin{aligned}
x = \log a &\Leftrightarrow a = 10^x \\
y = \log b &\Leftrightarrow b = 10^y \\
z = \log c &\Leftrightarrow c = 10^z
\end{aligned}$$

Selesaian

$$\begin{aligned}
\log \frac{a}{b^2} \sqrt{c} &= \log a \sqrt{c} - \log b^2 \\
\Leftrightarrow \log 10^x + \log \sqrt{10^z} &- \log (10^y)^2 \\
\Leftrightarrow x \log 10 + \frac{z}{2} \log 10 - 2y \log 10
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + \frac{z}{2}(\log 10)$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + \frac{1}{2}z$$

Jawaban : D

17. Penyelesaian persamaan $6^{3+2x} - 15(6^{1+x}) + 6 = 0$ adalah ...

- A. $1 - \log_2 6$
- B. $-1 - \log_2 6$
- C. $1 + \log_2 6$
- D. $-1 - \log_6 2$
- E. $1 + \log_6 2$

Pembahasan :

$$6^{3+2x} - 15(6^{1+x}) + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6^3 \cdot (6^x)^2 - 15(6 \cdot 6^x) + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6^2 \cdot (6^x)^2 - 15(6x) + 1 = 0$$

Tulis $6x = p$

$$\Leftrightarrow 36p^2 - 15p + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (12p - 1)(3p - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{1}{2} \text{ (memenuhi)} \text{ atau } p = \frac{1}{3} \text{ (tidak memenuhi)}$$

Substitusi $6x = p$

$$6^x = \frac{1}{12}$$

$$x = \log_6 \frac{1}{12} = \log_6 (2 \cdot 6)^{-1} =$$

$$-(\log_6 6 + \log_6 2) = -1 - \log_6 2$$

Jawaban : D

18. Diketahui $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x+1}$ jika $f^{-1}(x)$ adalah invers dari fungsi $f(x)$, maka $f^{-1}(x) =$

- A. $x + 1$
- B. $x - 1$
- C. $x + 1, x \neq -1$
- D. $x - 1, x \neq -1$
- E. $x + 1, x \neq 1$

Pembahasan :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1}, x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow y = x - 1$$

$$\Leftrightarrow x = y + 1$$

$$\Leftrightarrow f^{-1}(x) = x + 1, x \neq -1$$

Jawaban : C

19. Diketahui $f(x) = x^2 - x + 3$. Jika $(g \circ f)(x) = 3x^2 - 3x + 4$, maka $g(2 - x)$ adalah ...

- A. $1 - 3x$
- B. $-1 + 3x$
- C. $1 + 3x$
- D. $11 + 3x$
- E. $-11 + 3x$

Pembahasan :

$$(g \circ f)(x) = 3x^2 - 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow g(f(x)) = 3x^2 - 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow g(x^2 - x + 3) = 3x^2 - 3x + 4$$

20. Dalam sebuah toko buah-buahan seorang pembeli membayar parcel yang terdiri dari $\frac{1}{2}$ kg anggur dan 1 kg jeruk dengan harga Rp100.000,00. Di toko yang sama sebuah parcel yang terdiri $\frac{3}{4}$ kg anggur dan $\frac{3}{4}$ kg jeruk dihargai Rp120.000,00.

Harga sebuah parcel yang terdiri dari $\frac{2}{3}$ kg anggur dan $1\frac{1}{2}$ kg jeruk adalah ..

- A. Rp 60.000,00,-
- B. Rp 80.000,00,-
- C. Rp 100.000,00,-
- D. Rp 120.000,00,-
- E. Rp 140.000,00,-

Pembahasan :

Misalkan $a = \text{anggur}$ dan $b = \text{jeruk}$
Jelas,

$$\frac{1}{2}a + b = 100.000 \Leftrightarrow b$$

$$= 100.000 - \frac{1}{2}a$$

Subtitusi $b = 100.000 - \frac{1}{2}a$ ke persamaan $\frac{3}{4}a + \frac{3}{4}b = 120.000$

$$\frac{3}{4}a + \frac{3}{4}\left(100.000 - \frac{1}{2}a\right) = 120.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}a + 75.000 - \frac{3}{8}a = 120.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}a - \frac{3}{8}a = 120.000 - 75.000$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{8}a = 45.000$$

$$\Leftrightarrow a = 120.000$$

Jelas, $b = 100.000 - \frac{1}{2}a$

$$\Leftrightarrow b = 100.000 - \frac{1}{2}(120.000)$$

$$\Leftrightarrow b = 40.000$$

Jadi, $\frac{2}{3}a + \frac{3}{2}b = \frac{2}{3}(120.000) + \frac{3}{2}(40.000) = 80.000 + 60.000 = 140.000$

Jadi harga sebuah parcel yang terdiri dari $\frac{2}{3}$ kg anggur + $1\frac{1}{2}$ kg jeruk adalah Rp 140.000,00,-

21. Diketahui persamaan

$$\begin{cases} (x-1)(y-2) = 12 \\ (y-2)(z-3) = 20 \\ (z-3)(x-1) = 15 \end{cases} \text{ dan } y, z > 0 .$$

Nilai dari $\frac{xyz}{6} = \dots$

- A. 18
- B. 24
- C. 32
- D. 48
- E. 64

Pembahasan :

$$(x-1)(y-2) = 12$$

$$(y-2)(z-3) = 20$$

FPB dari 12 dan 20 adalah 4, maka nilai dari $y-2 = 4 \Leftrightarrow y = 6$

$$(y-2)(z-3) = 20$$

$$(z-3)(x-1) = 15$$

FPB dari 20 dan 15 adalah 5, maka nilai dari $z-3 = 5 \Leftrightarrow z = 8$

$$(x-1)(y-2) = 12$$

$$(z-3)(x-1) = 15$$

FPB dari 12 dan 15 adalah 3, maka nilai dari $x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

$$\text{Jadi nilai dari } \frac{xyz}{6} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 8}{6} = 32$$

Jawaban : C

22. Daerah yang diarsir seperti gambar di bawah ini adalah himpunan penyelesaian suatu sistem persamaan linier (SPL). Nilai maksimum dari SPL ini dengan

fungsi objektif $2x + 5y$ adalah....

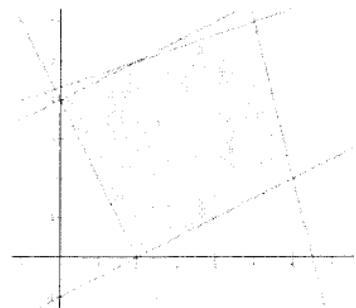
A. 24

B. 29

C. 35

D. 40

E. 42



Pembahasan :

Jawaban :

23. Suku banyak $f(x)$ bila dibagi $(x-4)$ bersisa -12 , bila dibagi $(x+2)$ bersisa 18 . Jika $f(x)$ dibagi $x^2 - 2x - 8$, maka sisanya adalah

A. $-x - 8$

B. $-x + 16$

C. $-5x + 8$

D. $5x + 28$

E. $5x - 32$

Pembahasan :

Suku banyak $f(x)$ dibagi $(x-4)$ bersisa -12 , maka:

$$f(x) = (x-4) \cdot h_1(x) - 12 \dots \dots (i)$$

Suku banyak $f(x)$ dibagi $(x+2)$ bersisa 18 , maka:

$$f(x) = (x+2) \cdot h_2(x) + 18 \dots \dots (ii)$$

Jika $f(x)$ dibagi dengan $x^2 - 2x - 8$, maka :

$$f(x) = (x-4)(x+2) \cdot h_3(x) + ax + b$$

$$f(x) = (x^2 - 2x - 8) \cdot h_3(x) + ax + b \dots \dots (iii)$$

Dari (i) diperoleh $f(4) = -12$

Dari (ii) diperoleh $f(-2) = 18$

Dengan menggunakan persamaan (iii) diperoleh:

$$f(4) = -12 \rightarrow 4a + b = -12$$

$$f(-2) = 18 \rightarrow -2a + b = 18$$

$$6a = -30$$

$$a = -5$$

$$4a + b = -12 \Leftrightarrow 4(-5) + b = -12 \Leftrightarrow b = 8$$

Jadi, sisanya adalah $-5x + 8$

Jawaban : C

24. Diketahui $a \sin \alpha + \cos \alpha = 1$ dan $b \sin \alpha - \cos \alpha = 1$, maka ab adalah
- A. -1
 - B. 1
 - C. $\sin^2 \alpha$
 - D. $\cos^2 \alpha$
 - E. $\sin \alpha \cos \alpha$

Pembahasan :

$$a \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$b \sin \alpha - \cos \alpha = 1$$

Dengan cara eliminasi maka diperoleh

$$a \sin \alpha + b \sin \alpha = 2$$

$$\Leftrightarrow (a+b) \sin \alpha = 2$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{2}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow a \left(\frac{2}{a+b} \right) + \frac{\sqrt{(a+b)^2 - 4}}{a+b} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a + \sqrt{(a+b)^2 - 4} = a+b$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a+b)^2 - 4} = b-a$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a+b)^2 - 4} = (b-a)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 - 4 = b^2 - 2ab + a^2$$

$$\Leftrightarrow 4ab = 4$$

$$\Leftrightarrow ab = 1$$

Jawaban : B

25. Bujursangkar ABCD dan PQRS berukuran sama yaitu $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$. P adalah pusat bujursangkar ABCD. Maka luas daerah yang diarsir adalah....

- A. 16cm^2
 - B. 18cm^2
 - C. 20cm^2
 - D. 24cm^2
 - E. 32cm^2
-

Pembahasan :

$$\text{Luas yang diarsir} = \frac{1}{4} \text{Luas } ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 8 \times 8$$
$$= 16\text{cm}^2$$

Jawaban : A

26. Diketahui k dan l adalah dua garis yang

parallel seperti tampak pada gambar.

Besar sudut $y - x$ adalah ...

- A. 0°
- B. 30°
- C. 45°
- D. 60°
- E. 90°

Pembahasan :

$$y = x + 45^\circ \quad (\text{sudut dalam bersebrangan})$$

$$y - x = 45^\circ$$

Jawaban : C

27. Suatu prisma segitiga sama sisi di dalamnya terdapat 3 tabung tegak yang bersinggungan dan juga menyentuh sisi-sisi prisma. Jika tinggi prisma 3 cm dan volume sebuah tabung tegak adalah $3\pi\text{cm}^3$, maka jumlah luas sisi tegak prisma adalah....

- A. $2 + 2\sqrt{3}$
- B. $6 + 6\sqrt{3}$
- C. $9 + 9\sqrt{3}$
- D. $12 + 12\sqrt{3}$

Pembahasan :

Jawaban :

28. Persamaan garis singgung lingkaran $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 87 = 0$ di titik $(5,8)$ adalah....

- A. $4x + 3y - 44 = 0$
- B. $4x + 3y - 32 = 0$
- C. $4x + 3y - 68 = 0$
- D. $3x + 4y - 32 = 0$
- E. $3x + 4y - 68 = 0$

Pembahasan :

Jawaban :

29. Jika nilai matematika 24 siswa kelas 3 SMA adalah sebagai berikut,

Maka rata-rata nilai 25% siswa dengan nilai terendah adalah

- A. 50
- B. 55
- C. 60
- D. 70
- E. 75

Pembahasan :

Nilai	Frekuensi
50	3
60	4
70	3
75	5
80	3
85	4
90	2

25% dari siswa adalah $\frac{25}{100} \times 12 =$

3 orang

$$\bar{x} = \frac{50+50+50}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

Maka rata-rata nilai dari 25% siswa dengan nilai terendah adalah 50

Jawaban : A

30. Sekumpulan data mempunyai rata-rata 14 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai data dikurangi dengan p, kemudian hasilnya dibagi dengan q menghasilkan data baru dengan rata-rata 4 dan jangkauan 2, maka nilai p dan q masing-masing adalah....

- A. 2 dan 3
- B. 3 dan 3
- C. 3 dan 4
- D. 2 dan 4
- E. 1 dan 4

Pembahasan :

$$\bar{x} = 14$$

$$\leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = 14$$

$$\leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 14n \dots (i)$$

$$J = 6$$

$$\leftrightarrow x_n - x_1 = 6 \dots (ii)$$

Jika setiap nilai dikurangi dengan p,

50	60	75	80	90	85	70	60	85	75	80	85
70	60	75	75	80	50	50	75	70	85	60	90

kemudian hasilnya dibagi dengan q

$$\frac{x_1-p}{q}, \frac{x_2-p}{q}, \frac{x_3-p}{q}, \dots, \frac{x_n-p}{q}$$

Maka $\bar{x}_{baru} = 4$ dan $J_{baru} = 2$

$$\bar{x}_{baru} = 4$$

$$\leftrightarrow \frac{\frac{x_1-p}{q} + \frac{x_2-p}{q} + \frac{x_3-p}{q} + \dots + \frac{x_n-p}{q}}{q} = 4$$

$$\leftrightarrow \frac{x_1-p}{q} + \frac{x_2-p}{q} + \frac{x_3-p}{q} + \dots + \frac{x_n-p}{q} = 4n$$

$$\leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n - np = 4nq$$

$$\leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 4nq + np \dots (iii)$$

$$J_{baru} = 2$$

$$\leftrightarrow \left(\frac{x_n-p}{q} \right) - \left(\frac{x_1-p}{q} \right) = 2$$

$$\leftrightarrow x_n - x_1 = 2q \dots (iv)$$

Dari persamaan (iii) dan (iv) diperoleh

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 4nq + np$$

$$\leftrightarrow 14n = 4nq + np$$

$$\leftrightarrow 14 = 4q + p$$

$$\leftrightarrow p = 14 - 12$$

$$\leftrightarrow p = 2$$

Jawaban : A

31. Suatu keluarga mempunyai 5 orang

anak. Anak termuda berumur $\frac{1}{2}$ dari umur anak yang tertua. Sedangkan tiga anak yang lain berturut-turut, berumur lebih dari 2 tahun dari yang termuda, lebih 4 tahun dari yang termuda, dan kurang tiga tahun dari yang tertua. Bila rata-rata umur mereka adalah 17,4 tahun, maka umur anak ketiga adalah... tahun.

$$A. 13$$

$$B. 14$$

$$C. 15$$

$$D. 16$$

$$E. 17$$

Pembahasan :

$$\bar{x} = 17,4$$

$$\leftrightarrow \frac{a + b + c + d + e}{5} = 17,4$$

$$\leftrightarrow \frac{a + (a - 3) + (e + 4) + (e + 2) + e}{5} = 17,4$$

$$\leftrightarrow \frac{2e + (2e - 3) + (e + 4) + (e + 2) + e}{5} = 17,4$$

$$\leftrightarrow 7e + 3 = 87$$

$$\leftrightarrow 7e = 84$$

$$\leftrightarrow e = 12$$

$$c = e + 4 = 12 + 4 = 16$$

Jadi anak umur ketiga adalah 16 tahun.

Jawaban : D

32. Pada hari Kamis, 20 dari 25 siswa di kelas IPA mengikuti ujian matematika, dan nilai rata-rata ke-20 siswa tersebut adalah 80. Lalu pada hari Jumat, 5 siswa lainnya mengikuti ujian matematika susulan, dan nilai rata-rata ke-5 siswa tersebut adalah 90. Rata-rata hitung untuk kelas tersebut secara keseluruhan adalah ...

A. 72

B. 82

C. 85

D. 88

E. 92

Pembahasan :

$$x_{25} = \frac{20.80 + 5.90}{25}$$

$$= \frac{2050}{25}$$

$$= 82$$

Jawaban : B

33. Maira berencana mengikuti les tambahan matematika, bahasa Inggris dan melukis. Hari minggu Maira gunakan khusus untuk les berenang. Banyaknya cara menyusun jadwal les

tambahan tersebut dalam seminggu dengan syarat dalam sehari tidak boleh lebih dari satu kali les adalah....

A. 20

B. 35

C. 120

D. 210

E. 840

Pembahasan :

Jawaban:

34. Dua anggota klub sains harus untuk mewakili sekolah dalam suatu kompetisi. Empat anggota adalah mahasiswa tingkat IV, 3 anggota mahasiswa tingkat III, 2 anggota mahasiswa tingkat II, dan 5 anggota mahasiswa tingkat I. Jika dua wakil dipilih secara acak, maka peluang bahwa pasangan akan terdiri dari satu mahasiswa tingkat I dan satu mahasiswa tingkat IV adalah....

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{4}{91}$

C. $\frac{10}{91}$

D. $\frac{14}{91}$

E. $\frac{20}{91}$

Pembahasan :

Pasangan akan terdiri dari satu mahasiswa tingkat I dan satu mahasiswa tingkat IV

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C_1^5 \cdot C_4^4}{C_2^1}$$

$$= \frac{5 \cdot 4}{91} = \frac{20}{91}$$

Jawaban : E

35. Banyaknya bilangan yang terdiri dari 3 angka yang dapat dibentuk dari angka angka 1, 2, 3, 4, dan 5 dengan tidak ada angka yang berulang dan lebih besar dari 300 adalah....

- A. 24
- B. 32
- C. 36
- D. 40
- E. 48

Pembahasan :

3	4	3
---	---	---

Jawaban : C

36. Diketahui $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$. Pernyataan yang pasti salah adalah ...

- A. $f(x) = L$
- B. $f(x) \neq L$
- C. $x = a$
- D. $x < a$
- E. $x > a$

Pembahasan :

Jawaban :

37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} =$

- A. -4
- B. -2
- C. 0
- D. 2
- E. 4

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \tan 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2.2x - 1}{x \tan 2x} \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a - 2\sin^2 2x) - 1}{x \tan 2x}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2\sin^2 2x}{x \tan 2x}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2\sin^2 2x}{x} \cdot \frac{\sin 2x}{\tan 2x}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} -2 \cdot \frac{\sin^2 2x}{x} \cdot \frac{2}{2}$$

$$\leftrightarrow -2.2.1$$

$$\leftrightarrow -4$$

Jawaban : A

$$38. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 7x + 3} - x =$$

$$A. 0$$

$$B. 3$$

$$C. \frac{11}{2}$$

$$D. \frac{13}{2}$$

$$E. +\infty$$

Pembahasan :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 7x + 3} - x$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 7x + 3} - x \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 7x - (3-x)}}{\sqrt{x^2 + 7x - (3-x)}}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(x^2 + 7x) - (3-x)^2}}{\sqrt{x^2 + 7x - (3-x)}}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 7x - (9 - 6x + x^2)}{\sqrt{x^2 + 7x - (3-x)}}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13x - 9}{\sqrt{x^2 + 7x - (3-x)}}$$

$$\leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{13x}{x} - \frac{9}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x} + \frac{7x}{x} - \left(\frac{3-x}{x}\right)}}$$

$$\leftrightarrow \frac{13 - 0}{\sqrt{1 + 0 - (0 - 1)}}$$

$$\leftrightarrow \frac{13}{1 - (-1)}$$

$$\leftrightarrow \frac{13}{2}$$

Jawaban : D

39. Seorang pengrajin kayu membuat sebuah kotak tanpa tutup dengan alas persegi. Luas permukaan kotak $1\ m^2$. Agar diperoleh volume maksimum, maka tinggi kotak adalah....

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
- B. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
- C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
- D. $\frac{1}{6}\sqrt{3}$
- E. $1\frac{1}{4}\sqrt{3}$

Pembahasan :

Jawaban :

40. Diketahui $f(x) = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt{x^{360}}}}}$. Jika $f''(x)$ adalah fungsi turunan kedua, maka $f''(1)$ adalah ...

- A. $-\frac{1}{4}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{4}$
- E. $\frac{1}{2}$

Pembahasan :

$$(x) = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt{x^{360}}}}}.$$

$$\leftrightarrow f(x) = x \left(\frac{360}{2.4.3.5.3} \right)$$

$$\leftrightarrow f(x) = x^1$$

$$\leftrightarrow f'(x) = 1$$

$$\leftrightarrow f''(x) = 0$$

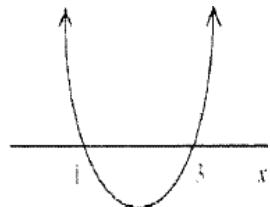
$$\leftrightarrow f'^1(1) = 0$$

Jawaban : C

41. Grafik $h(x)$ merupakan fungsi turunan pertama $f(x)$, jika grafik $h(x)$ ditunjukkan pada gambar di bawah ini, maka $f(x)...$

- A. Mencapai maksimum di $x = 3$
- B. Mencapai minimum di $x = 1$
- C. Turun pada $1 < x < 3$
- D. Naik pada $x > 2$
- E. Memotong sumbu x di titik $(1,0)$ dan $(3,0)$

Pembahasan :
Jawaban :



42. Nilai $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ adalah...

- A. 0
- B. π
- C. 2π
- D. 3π
- E. 4π

Pembahasan :
Jawaban :

43. Jika $\frac{d}{dx} g(x) = f(x)$ dimana $f(x)$ kontinu dari a sampai b , maka $\int_a^b f(x).g(x)dx = \dots$

- A. 0
- B. $f(b) - f(a)$
- C. $g(b) - g(a)$
- D. $\frac{[f(b)^2 - f(a)^2]}{2}$
- E. $\frac{[g(b)^2 - g(a)^2]}{2}$

Pembahasan :

Jawaban :

44. Diketahui grafik dari fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ adalah seperti gambar dibawah ini.

Jika $L = \int_a^b f(x) - g(x)dx$, maka $L =$
...

F. $L_1 + L_2 - L_3 - L_4$

G. $-L_1 - L_2 + L_3 + L_4$

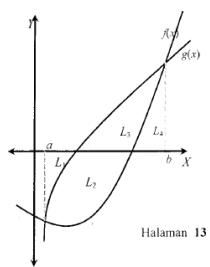
H. $-L_2 + L_3$

I. $L_2 + L_3$

J. $-L_2 - L_3$

Pembahasan :

Jawaban :



Halaman 13

45. Nilai x yang menyebabkan pernyataan “

jika $x^2 - x = 6$,

maka $x^2 - 2x < 5$ ” bernilai salah adalah

A. -3

B. -2

C. 0

D. 3

E. 5

Pembahasan :

Proporsi jika $x^2 - x = 6$, maka $x^2 - 2x < 5$ dalam logika dapat dituliskan secara simbolik “ $p \rightarrow q$ ”

Proporsi $p \rightarrow q$ bernilai salah apabila p bernilai benar dan q bernilai salah, Jelas, $x^2 - x = 6$ bernilai benar dan $x^2 - 2x < 5$ bernilai salah

$x^2 - x = 6$ bernilai benar

$$\leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\leftrightarrow (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\leftrightarrow x = 3 \text{ atau } x = -2$$

$x^2 - 2x < 5$ bernilai salah

Nilai x agar $x^2 - 2x < 5$ bernilai salah adalah 5

Jawaban : E

46. Diberikan premis-premis sebagai berikut:

Premis 1 : Jika harga BBM naik maka ongkos transportasi naik.

Premis 2 : Jika ongkos transportasi naik maka semua harga bahan pokok naik. Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah....

A. Harga BBM naik dan ada harga bahan pokok tidak naik.

B. Jika semua harga bahan pokok naik maka harga BBM naik.

C. Ongkos transportasi naik atau ada harga bahan pokok yang naik.

D. Jika harga BBM naik maka sebagian harga bahan pokok naik.

E. Harga BBM tidak naik dan ada harga bahan pokok yang tidak naik.

Pembahasan :

Premis 1 : Jika harga BBM naik maka ongkos transportasi naik.

Premis 2 : Jika ongkos transportasi naik maka semua harga bahan pokok naik. Kesimpulan : Jika harga BBM naik maka semua harga bahan pokok naik.

Ingkaran dari kesimpulan “Jika harga BBM naik maka semua harga bahan pokok naik” adalah **harga BBM naik dan ada harga bahan pokok tidak naik**.

Jawaban : A

47. Dari urutan berikut yang memenuhi persyaratan adalah

A. Dewi, Boni, Citra,

Adam, Ema

B. Dewi, Boni, Citra,

Ema, Adam

C. Dewi, Ema, Citra,

Adam, Boni

D. Dewi, Boni, Adam,

Citra, Ema

E. Dewi, Ema, Adam, Citra, Boni

Jawaban : C

48. Pernyataan yang mungkin benar adalah

....

- A. Adam akan maju pada urutan pertama
- B. Adam akan maju pada urutan kelima
- C. Boni akan maju pada urutan kedua
- D. Boni akan maju pada urutan ketiga
- E. Ema akan maju pada urutan pertama

Jawaban :

49. Dalam suatu barisan bilangan, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ dan suku ke- n adalah $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, maka a_6 adalah...

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 8
- E. 10

Pembahasan :

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_1 = a_1 - 1 + a_1 - 2$$

$$= a_0 + a - 1 = 1$$

$$a_2 = a_2 - 1 + a_2 - 2$$

$$= a_1 + a_0 = 1$$

$$a_3 = a_3 - 1 + a_3 - 2 = a_2 + a_1$$

$$= 1 + 1 = 2$$

$$a_4 = a_4 - 1 + a_4 - 2 = a_3 + a_2$$

$$= 2 + 1 = 3$$

$$a_5 = a_5 - 1 + a_5 - 2 = a_4 + a_3$$

$$= 3 + 2 = 5$$

$$\begin{aligned}a_6 &= a_6 - 1 + a_6 - 2 = a_5 + a_4 \\&= 5 + 3 = 8\end{aligned}$$

Jawaban : D

50. Sebuah persegi panjang dibagi 3 bagian persegi panjang baru. Kemudian salah satu dari 3 persegi panjang baru tersebut dibagi lagi menjadi 3 persegi panjang, dan seterusnya, sampai sebanyak n kali pembagian. Jika $n = 100$, maka jumlah seluruh persegi panjang tersebut adalah... buah

- F. 191
- G. 201
- H. 203
- I. 213
- J. 241

Pembahasan :

Banyak potongan kertas setelah potongan ke-1 adalah 3 potong

Banyak potongan kertas setelah potongan ke-2 adalah $2 + 3 = 5$ potong

Banyak potongan kertas setelah potongan ke-3 adalah $4 + 3 = 7$ potong

Banyak potongan kertas setelah potongan ke-4 adalah $6 + 3 = 9$ potong sampai n potong.

Sehingga membentuk barisan aritmetika, $(3, 5, 7, 9, \dots, 2n + 1)$

Untuk $n = 100$, maka $U_{100} = 3 + (100 - 1)2 = 201$

Jawaban : B

51. Misalkan ABC dan CBA menyatakan dua bilangan tiga digit, dengan A, B, dan

C dapat bernilai 0, 1, ..., 9 dan berbeda satu sama lain. Jika $ABC - CBA = 198$ dan $A > C$, maka banyak pasangan angka yang memenuhi aturan tersebut adalah....

- F. 8
- A. 9
- B. 45
- C. 56
- D. 81

Pembahasan :

Jawaban :

52. Besarnya uang saku Raihan adalah ...

- F. Rp 5.000,00,-
- G. Rp 7.500,00,-
- H. Rp 10.000,00,-
- I. Rp 12.500,00,-
- J. Rp 15.000,00,-

Pembahasan :

$$Maira + 10.000$$

$$= 3 \times (Raihan - 10.000)$$

$$\Leftrightarrow Maira = 3Raihan - 30.000 - 10.000$$

$$\Leftrightarrow Maira = 9Maira - 40.000$$

$$\Leftrightarrow 8Maira = 40.000$$

$$\Leftrightarrow Maira = 5.000$$

$$Raihan = 3 \times 5.000 = 15.000$$

Jadi uang saku dar Raihan adalah Rp15.000,00

Jawaban : E

53. Besarnya uang saku yang dikeluarkan ibu setiap hari adalah ...

- A. Rp 12.500,00,-
- B. Rp 15.000,00,-

- C. Rp 17. 500,00,-
- D. Rp 20.000,00,-
- E. Rp 22.500,00,-

Pembahasan :

Uang saku yang dikeluarkan ibu adalah uang saku raihan dan maira yaitu Rp20.000,00

Jawaban : D

54. Rata-rata kecepatan Pak Budi untuk membaca buku dalam sehari ...

- A. 40 halaman per jam
- B. 48 halaman per jam
- C. 50 halaman per jam
- D. 80 halaman per jam
- E. 100 halaman per jam

Pembahasan :

$$t_{siang} = \frac{100 \text{ halaman}}{60 \text{ halaman per jam}}$$

$$= \frac{5}{3} \text{ jam}$$

$$t_{sore} = \frac{100 \text{ halaman}}{40 \text{ halaman per jam}} = \frac{5}{2} \text{ jam}$$

$$V_{rata-rata} = \frac{\left(\frac{5}{3} \times 100\right) + \left(\frac{5}{2} \times 100\right)}{\frac{5}{3} + \frac{5}{2}} =$$

$$\frac{\frac{500}{3} + \frac{500}{2}}{\frac{25}{6}} = \frac{2500}{6} \times \frac{6}{25} = 100 \text{ halaman per}$$

jam

Jadi, rata-rata kecepatan Pak Budi untuk membaca buku dalam sehari adalah 100 halaman per jam

Jawaban : E

55. Waktu yang dihabiskan Pak Budi untuk membaca dalam sehari ...

- A. 200 menit
 B. 220 menit
 C. 225 menit
 D. 240 menit
 E. 250 menit

Pembahasan :

$$t_{siang} = \frac{5}{3} \text{ jam} = \frac{5}{3} \times 60 \text{ menit} \\ = 100 \text{ menit}$$

$$t_{sore} = \frac{5}{2} \text{ jam} = \frac{5}{2} \times 60 \text{ menit} \\ = 150 \text{ menit}$$

Jadi, waktu yang dihabiskan Pak Budi untuk membaca dalam sehari adalah 250 menit

Jawaban : E

56. $10^{25} - 25 = A$. Jumlah angka-angka penyusun bilangan A adalah ...

- A. 210
 B. 219
 C. 228
 D. 275
 E. 282

Pembahasan :

$$10^{25} - 25 = A$$

$$10^2 - 25 = 100 - 25 = 75$$

$$10^3 - 25 = 1000 - 25 = 975$$

$$10^4 - 25 = 10000 - 25 \\ = 9975$$

$$10^{25} - 25 = 100000 \dots 0 - 25 \\ = 9999 \dots 975 = A$$

$$A = 9.23 + 7 + 5 = 207 + 12 = 219$$

Jawaban : B

57. Jika n bilangan bulat positif, maka hasil dari $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ adalah ...

- A. $\frac{1}{n}$
 B. $\frac{n-1}{n}$
 C. $\frac{1}{n+1}$
 D. $\frac{2}{n(n-1)}$
 E. $\frac{2}{n}$

Pembahasan :

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{5}\right) \dots \left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{n}{n+1}\right)$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{n+1}$$

Jawaban : C

58. Diketahui 3 sendok teh = 1 sendok makan, 16 sendok makan = 1 cangkir, 8 sendok sayur = 1 cangkir. Jika 2 sendok sayur = x sendok teh, maka $x = \dots$

- A. 1,5
 B. 6
 C. 10
 D. 12
 E. 14

Pembahasan :

Jelas, 1 sendok teh = $\frac{1}{3}$ sendok makan = $\frac{1}{48}$ cangkir = $\frac{1}{6}$ sendok sayur

Jadi, $\frac{1}{6}$ sendok sayur = 1 sendok teh

1 sendok sayur = 6 sendok teh
 2 sendok sayur = 12 sendok teh

Jawaban : D

59. Seekor burung berkicau setiap 14 menit dan sebuah bel berdering setiap 12 menit. Jika burung dan bel berbunyi sama-sama pada pukul 12 siang, maka mereka bersama-sama lagi pada pukul...
- A. 12.42
 - B. 13.24
 - C. 13.54
 - D. 14.24
 - E. 14.48

Pembahasan :

Seekor burung berkicau setiap 14 menit
Sebuah bel berdering setiap 12 menit
Maka burung akan berkicau dan bel berbunyi bersama-sama setiap 84 menit
Jika burung dan bel berbunyi telah bersama-sama pada pukul 12.00, maka

mereka bersama-sama lagi pada pukul 13.24

Jawaban : B

60. Sisa dari 3^{100} dibagi 5 adalah...
- A. 0
 - B. 1
 - C. 2
 - D. 3
 - E. 4

Pembahasan :

Sisa 3^{100} dibagi 5

$$\begin{aligned}3^{100} &= (3^4)^{25} \text{mod } 5 \\&= (80 + 1)^{25} \text{mod } 5 \\&= (1)^{25} \text{mod } 5 \\&= 1 \text{mod } 5\end{aligned}$$

Jawaban : B



PEMBAHASAN USM STIS 2016

PEMBAHASAN USM STIS 2016

1. Banyaknya bilangan yang memenuhi $|x| \leq 2\pi$ adalah...
- A. 10
B. 11
C. 12
D. 13
E. Lebih dari 13

Jawaban : D

Pembahasan :

$$|x| \leq 2\pi$$

$$|x| \leq 2(3,14)$$

$$x \leq 6,18$$

$$-6,28 \leq x \leq 6,28 \text{ dimana } x \in B$$

$$\begin{aligned} x \\ = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{aligned}$$

$$n(x) = 13$$

2. Bentuk pecahan dari 0,3846846846 adalah

- A. $\frac{3846}{9999}$
B. $\frac{3846}{10000}$
C. $\frac{3846}{9990}$
D. $\frac{3843}{9990}$
E. $\frac{3847}{10000}$

Jawaban : D

Pembahasan :

Pada bilangan desimal 0,3846846846..... angka yang berulang adalah 846.

Misalkan :

$$x = 0,3846846846$$

$$1000x = 384,6846846846$$

$$999x = 384,3$$

$$9990x = 3843$$

$$x = \frac{3843}{9990}$$

3. Jika $\frac{1}{(32)^{(a+b)}} = 16^{(a-2b)}$, maka pernyataan yang benar adalah ...
- A. $b = -2a$
B. $b = -3a$
C. $b = 3a$
D. $a = b + 2$
E. $a - b = 3$

Jawaban : C

Pembahasan :

$$\frac{1}{32^{(a+b)}} = 16^{(a-2b)}$$

$$32^{(-a-b)} = 16^{(a-2b)}$$

$$(2^5)^{(-a-b)} = (2^4)^{(a-2b)}$$

$$2^{(-5a-5b)} = 2^{(4a-8b)}$$

$$-5a - 5b = 4a - 8b$$

$$3b = 9a$$

$$b = 3a$$

4. Suatu tanjakan yang dilalui pergi (jalan menaik) dan pulang (jalan menurun) dibutuhkan waktu 28 menit dengan kecepatan pergi 55m/menit dan pulang 85m/menit, maka panjang tanjakan tersebut adalah meter

- A. 770
B. 935
C. 1190
D. 1540
E. 1870

Jawaban : B

Pembahasan :

$$s_1 = s_2 = s = \text{panjang tanjakan}$$

$$t_1 + t_2 = 28 \text{ menit}$$

$$t_1 = 28 - t_2$$

Rumus:

$$s = v \cdot t$$

$$s_1 = s_2$$

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$$

$$55 \cdot t_1 = 85 \cdot t_2$$

$$55 \cdot (28 - t_2) = 85 \cdot t_2$$

$$1540 - 55 \cdot t_2 = 85 \cdot t_2$$

$$1540 = 140 \cdot t_2$$

$$t_2 = 11 \text{ menit}$$

Jadi, panjang tanjakan tersebut adalah:

$$= v_2 \cdot t_2$$

$$= 85 \times 11$$

$$= 935$$

5. Diketahui pertidaksamaan $\frac{a}{b} \times c > c \times d$, dimana a, b, c, dan d adalah anggota himpunan bilangan riil. Pernyataan yang paling tepat adalah...

A. $\frac{a}{b} > d$

B. $a \times c > b \times c \times d$

C. $a > b \times d$

D. Pilihan A s.d C benar semua

E. Pilihan A s.d C belum pasti benar

Jawaban : E

6. Jika x, y , dan $2x + \frac{y}{2}$ tidak sama dengan nol, maka $\left[(2x)^{-1} + \left(\frac{y}{2} \right)^{-1} \right] (2x + \frac{y}{2})^{-1} = \dots$
- A. xy
B. $2xy$
C. $\frac{1}{xy}$

D. $\frac{1}{2xy}$

E. $\frac{2}{xy}$

Jawaban : C

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \left[(2x)^{-1} + \left(\frac{y}{2} \right)^{-1} \right] (2x + \frac{y}{2})^{-1} \\ &= \left[\frac{1}{2x} + \frac{2}{y} \right] \left(\frac{4x + y}{2} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{y + 4x}{2xy} \right) \left(\frac{2}{y + 4x} \right) \\ &= \frac{1}{xy} \end{aligned}$$

7. Himpunan yang jumlah anggota atau elemennya berhingga adalah ...
- A. Himpunan bilangan genap
B. Himpunan bilangan riil yang kurang dari 10
C. Himpunan bilangan prima yang kurang dari 1000
D. Himpunan bilangan rasional yang lebih dari 0 kurang dari 10
E. Himpunan bilangan riil yang lebih dari 0 dan kurang dari 10

Jawaban : C

Pembahasan :

Himpunan bilangan prima yang kurang dari 1000 = {2,3,...,997}, elemennya berhingga

8. Tiga bilangan membentuk suatu deret geometri naik. Jika jumlahnya 26 dan hasil kalinya 216, maka suku ketiga dari deret tersebut adalah ...
- A. 2
B. 6
C. 8
D. 12
E. 18

Jawaban : E

<p>Pembahasan :</p> <p>Deret geometrik naik, maka $r > 1$</p> $a + ar + ar^2 = 26$ $a(1 + r + r^2) = 26$ $a \times ar \times ar^2 = 216$ $a^3 \cdot r^3 = 6^3$ $ar = 6$ $a = \frac{6}{r}$ <p>Subtitusi :</p> $a(1 + r + r^2) = 26$ $\frac{6}{r} \cdot (1 + r + r^2) = 26$ $6 + 6r + 6r^2 = 26r$ $6r^2 - 20r + 6 = 0$ $3r^2 - 10r + 3 = 0$ $(3r - 1)(r - 3) = 0$ $r = \frac{1}{3} \text{ atau } r = 3$ <p>Maka nilai r yang memenuhi adalah $r = 3$</p> $a = \frac{6}{r}$ $= \frac{6}{3}$ $a = 2$ $U_n = ar^{n-1}$ $U_3 = ar^2$ $= 2 \cdot 3^2$ $U_3 = 18$ <p>9. Diberikan beberapa pernyataan :</p>	<p>(i) $0 \in \emptyset$ (ii) $\{0\} \subset \emptyset$ (iii) $\{0\} \in \{0\}$ (iv) $\{\emptyset\} \subset \{0, \emptyset\}$ (v) $\emptyset \in \{0\}$</p> <p>Dari kelima pernyataan di atas, yang benar adalah ...</p> <p>A. (i) dan (ii) B. (i), (ii), dan (iii) C. (ii), (iii), dan (iv) D. (iii), (iv), dan (v) E. (iv), dan (v)</p> <p>Jawaban : E</p> <p>10. Diketahui $ax + by = c$ dan $dx + ey = f$, dengan a, b, c, d, e, f merupakan suku-suku yang berurutan dari suatu barisan aritmatika dengan selisih $\neq 0$. Maka nilai x dan y adalah ...</p> <p>A. $x = 0, y = 1$ B. $x = 2, y = 1$ C. $x = -1, y = 2$ D. $x = 2, y = -1$ E. $x = -1, y = -2$</p> <p>Jawaban : C</p> <p>Pembahasan :</p> <p>Misalkan $U_1 = p$ dan beda = q</p> $ax + by = c \text{ dan } dx + ey = f$ $Px + (p + q)y = p + 2q \dots (1)$ $(p + 3q)x + (p + 4q)y = p + 5q \dots (2)$ <p>Persamaan (1) dikali dengan $p + 3q$ dan persamaan (2) dikali dengan p, sehingga</p> $3q^2y = 6q^2$ $y = 2$ <p>Subtitusi :</p>
---	--

$$Px + (p+q)y = p+2q$$

$$Px + (p+q)2 = p+2q$$

$$Px + 2p + 2q = p+2q$$

$$Px = -p$$

$$x = -1$$

$$\text{Jadi, } x = -1, y = 2$$

11. Suatu matriks dengan ordo $m \times n$ (jumlah baris m dan kolom n) dikalikan dengan matriks berordo 4×5 sehingga hasil akhirnya merupakan persegi. Pernyataan yang pasti salah adalah ...

- A. Matriks $m \times n$ adalah matrik persegi
- B. Matriks $p \times r$ adalah matriks persegi
- C. $p = 4$
- D. $n = 4$
- E. $m = 4$

Jawaban : E

Pembahasan :

$$A_{m \times n} \times B_{p \times q} = C_{m \times r}$$

$$C_{m \times r} \times D_{4 \times 5} = E_{m \times 5}$$

disebutkan bahwa matriks

$$E_{m \times 5}$$

adalah matriks persegi, maka $m = 5$

12. Jika a bilangan bulat, matriks $\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & 1 & a \\ a & -3 & 4 \end{pmatrix}$ tidak mempunyai invers untuk nilai a ...

- A. $-\frac{5}{2}$
- B. -2
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Jawaban : E

Pembahasan :

Jika determinannya sama dengan 0

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & 1 & a \\ a & -3 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & 1 & a \\ a & -3 & 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & 1 \\ 2 & 1 \\ a & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(4a + a^2 - 12) - (2a - 3a^2 + 8) = 0$$

$$4a^2 + 2a - 20 = 0$$

$$2a^2 + a - 10 = 0$$

$$(2a + 5)(a - 2) = 0$$

$$a = -\frac{5}{2} \text{ atau } a = 2$$

Karena a bilangan bulat maka nilai a yang memenuhi adalah 2

13. Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Sedangkan R adalah suatu relasi dari himpunan A ke himpunan A . Relasi R yang merupakan fungsi adalah ...

- A. $R = \{(2,1), (2,2), (3,4), (4,1)\}$
- B. $R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- C. $R = \{(3,1), (4,2), (2,1), (1,2)\}$
- D. $R = \{(3,1), (2,2), (3,1), (4,4), (4,1)\}$
- E. $R = \{(2,3), (4,1)\}$

Jawaban : C

Pembahasan :

Definisi fungsi Relasi dari himpunan A ke himpunan A disebut fungsi jika setiap/semua anggota daerah asal (domain) yaitu himpunan A dipasangkan/ dipetakan tepat satu anggota pada daerah kawan

(kodomain) dan yang memenuhi definisi fungsi adalah opsi C.

14. Jika $a_{\log b} = p$, $b_{\log c} = q$, $c_{\log d} = r$, maka $abc_{\log bcd} = \dots$

F. $p + q + r$

G. pqr

H. $\frac{p+q+r}{pqr}$

I. $\frac{q(1+q+pr)}{1+p(q+1)}$

J. $\frac{p(1+q+qr)}{1+p(q+1)}$

Jawaban : E

Pembahasan :

$$a_{\log b} = p \text{ maka } b = a^p$$

$$b_{\log c} = q \text{ maka } c = b^q$$

$$c_{\log d} = r \text{ maka } d = c^r$$

$$abc_{\log bcd}$$

$$= a \cdot a^p \cdot b^q \log a^p \cdot b^q \cdot c^r$$

$$= a \cdot a^p \cdot b^q \log a^p \cdot a^{pq} \cdot b^{qr}$$

$$= a \cdot a^p \cdot a^{pq} \log a^p \cdot a^{pq} \cdot b^{qr}$$

$$= a \cdot a^p \cdot a^{pq} \log a^p \cdot a^{pq} \cdot a^{pqr}$$

$$= a^{(1+p+pq)} \log a^{(p+pq+pqr)}$$

$$= \frac{p + pq + pqr}{1 + p + pq}$$

$$= \frac{p(1 + q + qr)}{1 + p(q + 1)}$$

15. Di toko buku “ KELUARGA”, Ahmad membeli 3 buku, 2 pulpen dan 3 pensil dengan harga Rp 47.000,-. Adnan membeli 2 buku, 3 pulpen, dan 1 pensil dengan harga Rp 34.000,-. Diah membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp 39.000,-. Jika Asumsi membeli 4 pulpen dan 2 pensil maka ia harus membayar ...

- A. Rp 5.000,-
- B. Rp 11.000,-
- C. Rp 13.000,-
- D. Rp 15.000,-
- E. Rp 17.500,-

Jawaban : C

Pembahasan :

Misal : x = harga sebuah buku

y = harga sebuah pulpen

z = harga sebuah pensil

maka model matematika dari permasalahan di atas adalah:

$$3x + 2y + 3z = 47.000 \dots (1)$$

$$2x + 3y + z = 34.000 \dots (2)$$

$$3x + z = 39.000 \dots (3)$$

$$4y + 2z = \dots$$

Eliminasi y dengan cara persamaan

(1)dikali 3 dan persamaan (2) dikali 2

$$9x + 6y + 9z = 141.000$$

$$4x + 6y + 2z = 68.000$$

Kurungkan kedua persamaan di atas

$$5x + 7z = 73.000 \dots (4)$$

Dari persamaan (3) dan (4) kita eliminasi z dengan cara persamaan (3) dikali 7 dan persamaan (4) dikali 1

$$21x + 7z = 273.000$$

$$5x + 7z = 73.000$$

$$16x = 200.000$$

$$x = 12.500$$

Subtitusi ke persamaan (3)

$$3x + z = 39.000$$

$$3.(12.500) + z = 39.000$$

$$z = 1.500$$

subtitusi ke persamaan (1)

$$3x + 2y + 3z = 47.000$$

$$\begin{aligned}3.(12.500) + 2y + 3.(1.500) \\= 47.000\end{aligned}$$

$$37.500 + 2y + 4.500 = 47.000$$

$$y = 2.500$$

maka:

$$\begin{aligned}4y + 2z &= 4.(2.500) \\&\quad + 2(1.500) \\&= 13.000\end{aligned}$$

16. Jika $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ dan $(f \circ g)(x) = \frac{x}{2x+3}$, maka $g(x)$ sama dengan ...
- F. $\frac{3}{2} - \frac{2}{3x}$
G. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3x}$
H. $\frac{3}{2} - \frac{2}{x}$
I. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2x}$
J. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2x}$

Jawaban : D

Pembahasan :

$$(f \circ g)(x) = \frac{x}{2x+3}$$

$$f(g(x)) = \frac{x}{2x+3}$$

$$\frac{1}{2.g(x)+1} = \frac{x}{2x+3}$$

$$2.g(x)+1 = \frac{2x+3}{x}$$

$$2.g(x) = \frac{2x+3}{x} - 1$$

$$2.g(x) = \frac{2x+3}{x} - \frac{x}{x}$$

$$g(x) = \frac{x+3}{2x}$$

$$g(x) = \frac{x}{2x} + \frac{3}{2x}$$

$$g(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2x}$$

17. Pada suatu hari, Hana apergi berbelanja buah pepaya, melon dan durian. Harga perbuah pepaya 11 ribu, melon 22 ribu dan durian 23 ribu rupiah. Apabila total yang harus dibayar adalah sebesar 515 ribu rupiah maka banyaknya durian yang mungkin dibeli oleh Hana adalah ... buah.

- A. 8
B. 9
C. 10
D. 11
E. 12

Jawaban : B

Misal : x = banyak buah pepaya

y = banyak buah melon

z = banyak buah durian

model matematika permasalahan diatas adalah :

$$11.000x + 22.000y + 23.000z = 515.000$$

kita sederhanakan menjadi, $11x + 2y + 23z = 515$, x, y, z bilangan bulat positif.

$11(x + 2y) + 23z = 515$, kita misalkan $x + 2y = p$, dan p juga bilangan bulat positif

$$11p + 23z = 515$$

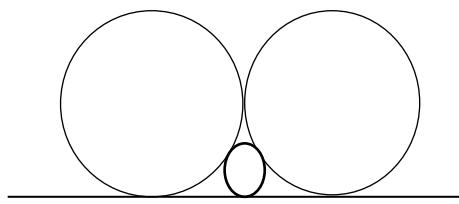
$$p = \frac{515 - 23z}{11}$$

Selanjutnya uji setiap opsi

$$z = 9 \rightarrow p = \frac{515 - 23.9}{11} \leftrightarrow p = 28$$

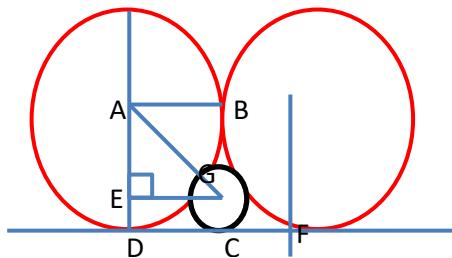
memenuhi

18. Jika dua lingkaran besar mempunyai jari-jari yang sama yaitu 4 cm, maka jari-jari lingkaran yang kecil adalah ...



- A. 0,8 cm
- B. 1 cm
- C. 1,2 cm
- D. 1,4 cm
- E. 1,6 cm

Jawaban : B



$$GF = r \text{ dan } AG = 4$$

$$AF = GF + AG \leftrightarrow AF = r + 4$$

$$AD = 4, \text{ dan } DE = CF \leftrightarrow DE = r, \text{ maka}$$

$$AE = AD - DE \leftrightarrow AE = 4 - r$$

$$EF = AB \leftrightarrow EF = 4$$

Perhatikan segitiga AEF siku-siku di E, maka berlaku Teorema Pythagoras:

$$AF^2 = AE^2 + EF^2$$

$$(r+4)^2 = (4-r)^2 + 4^2$$

$$r^2 + 8r + 16 = 16 - 8r + r^2 + 16$$

$$16r = 16$$

$$r = 1$$

19. Suku sebanyak $2x^3 - 4x^2 + ax + b$ dibagi $(2x + 4)$ sisanya 1 dan jika dibagi $(x - 1)$ sisanya 10. Nilai dari $b - a = \dots$

- A. -12
- B. -11
- C. 11
- D. 19
- E. 26

Jawaban : E

Pembahasan :

$$\begin{aligned} \text{yang dibagi} &= \text{pembagi} \times \text{hasil} \\ &\quad + \text{sisa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^3 - 4x^2 + ax + b &= (2x + 4) \times \text{hasil} \\ &\quad + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -2 \rightarrow 2.(-2)^3 - 4.(-2)^2 &+ a.(-2) + b = 1 \\ &+ 1 = 1 \end{aligned}$$

$$-21 + b = 33 \dots (1)$$

$$\begin{aligned} 2x^3 - 4x^2 + ax + b &= (x - 1) \times \text{hasil} \\ &\quad + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 1 \rightarrow 2.1^3 - 4.1^2 + a.1 + b &= 10 \\ &+ 1 = 10 \end{aligned}$$

$$a + b = 12 \dots (2)$$

Kurangkan persamaan (1) dengan (2)

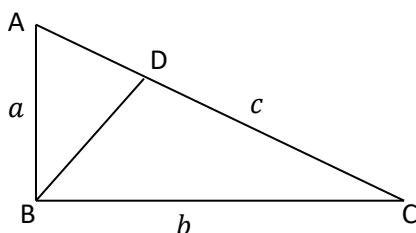
$-3a = 21 \rightarrow a = -7$ substitusi ke persamaan (2)

$$a + b = 12 \leftrightarrow -7 + b = 12 \leftrightarrow b = 19$$

Maka:

$$b - a = 19 - (-7) = 26$$

20. Segitiga ABC adalah segitiga siku-siku dengan panjang sisi a, b dan c seperti terlihat pada gambar dibawah. Jika sudut ADB adalah 90° maka panjang garis BD adalah ...



- A. $2ab/c$
- B. $2bc/a$
- C. $\sqrt{b^2 - a^2}$
- D. $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- E. $\frac{ab}{\sqrt{c^2-a^2}}$

Jawaban : D

Pembahasan :

Berdasarkan Teorema Pythagoras :

$$c^2 = a^2 + b^2 \leftrightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Dengan rumus alas segitiga yaitu $\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$, maka luas segitiga ABC adalah

$$\frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times BC \times AB$$

$$AC \times BD = BC \times AB$$

$$BD = \frac{BC \times AB}{AC}$$

$$= \frac{b \cdot a}{c}$$

$$BD = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

21. Volume prisma segienam beraturan panjang setiap rusuknya 6 cm adalah ... cm^3

- A. $54\sqrt{3}$
- B. $81\sqrt{3}$
- C. $162\sqrt{3}$
- D. $216\sqrt{3}$
- E. $324\sqrt{3}$

Jawaban : E

Pembahasan :

Tinggi prisma : $t = 6$

$$\begin{aligned} \text{Luas segienam beraturan} \\ &= \frac{3}{2}s^2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Alas prisma adalah segienam beraturan yang rusuknya 6 cm

$$\text{luas alas} = \frac{3}{2} \cdot 6^2 \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{prisma}} &= L_{\text{alas}} \times T_{\text{prisma}} \\ &= 54\sqrt{3} \times 6 \\ &= 324\sqrt{3} \end{aligned}$$

22. Panjang diagonal sumbu mayor dari ellips yang memiliki persamaan $y^2 = 9 - \frac{(x-2)^2}{4}$ adalah ...

- A. 6
- B. 9
- C. 12
- D. 18
- E. 36

Jawaban : C

Pembahasan :

$$y^2 = 9 - \frac{(x-2)^2}{4}$$

$$y^2 + \frac{(x-2)^2}{4} = 9, \text{ kali dengan } \frac{1}{9}$$

$$\frac{y^2}{9} + \frac{(x-2)^2}{36} = 1$$

$$\frac{(x-2)^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

Bentuk umum persamaan elips:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

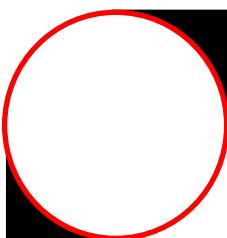
$$a = 6; b = 3$$

panjang sumbu elips tersebut :

$$\begin{aligned} 2a &= 2.6 = 12 \text{ dan } 2b = 2.3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Panjang sumbu mayor adalah panjang sumbu elips yang terpanjang yaitu 12

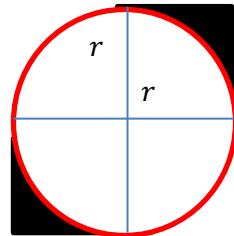
23. Jika luas daerah yang diarsir adalah $(4 - \pi) \text{ cm}^2$, maka keliling lingkaran tersebut adalah...



- A. $4\sqrt{2} + \sqrt{2\pi}$
- B. $4\sqrt{2} + 2\pi$
- C. 2π
- D. $2\sqrt{2\pi}$
- E. $4\sqrt{2\pi}$

Jawaban : D

Pembahasan :



Daerah yang diarsir (derah bewarnya hitam) memiliki luas yang sama :

Luas salah satu arsiran = luas persegi – $\frac{1}{4}$ luas lingkaran

$$\text{Luas arsiran} = 4 - \pi$$

$$2\left(r^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2\right) = 4 - \pi$$

$$r^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 = 4 - \pi$$

$$r^2 \left(2 - \frac{1}{2} \cdot \pi\right) = 4 - \pi$$

$$r^2 \left(\frac{4 - \pi}{2}\right) = 4 - \pi$$

$$r^2 = (4 - \pi) \cdot \frac{2}{(4 - \pi)}$$

$$r^2 = 2$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$K. \text{lingkaran} = 2\pi r$$

$$= 2\pi\sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2\pi}$$

24. Diketahui data : x_1, x_2, \dots, x_{10} . Jika tiap nilai data ditambah 10, maka :

1. Rata-rata akan bertambah 10
2. Jangkauan akan bertambah 10
3. Jangkauan kuartil akan tetap
4. Median akan tetap

Pernyataan yang benar adalah ...

- A. 1,2, dan 3
- B. 1 dan 3

- C. 2 dan 4
 D. 4 saja
 E. 1,2,3, dan 4

Jawaban : B

Pembahasan :

Jika setiap data ditambah p, maka :

- Rata-rata yang baru bertambah p dari rata-rata sebelumnya.
- Jangkauan tetap
- Median yang baru bertambah p dari median sebelumnya
 Jadi, yang memenuhi adalah pernyataan 1 dan 3

25. Keluarga Pak Mardi mempunyai 5 orang anak. Anak termuda berumur $\frac{1}{2}$ dari umur anak tertua. Anak keempat dan ketiga berturut-turut 3 dan 5 tahun lebih tua dari yang termuda. Sedangkan anak kedua berumur 3 tahun lebih muda dari anak tertua. Bila rata-rata umur mereka adalah 15, umur anak tertua adalah

- A. 18 tahun
 B. 20 tahun
 C. 22 tahun
 D. 24 tahun
 E. 26 tahun

Jawaban : B

Pembahasan :

Misalkan :

a = umur anak tertua

b = umur anak kedua

c = umur anak ketiga

d = umur anak keempat

e = umur anak termuda

$$e = \frac{1}{2} \cdot a \leftrightarrow a = 2e$$

$$d = e + 3$$

$$c = e + 5$$

$$b = a - 3$$

$$\frac{a + b + c + d + e}{5} = 15$$

$$a + b + c + d + e = 75$$

$$2e + (a - 3) + (e + 5) + (e + 3) + e = 75$$

$$5e + a = 70$$

$$5e + 2e = 70$$

$$7e = 70$$

$$e = 10$$

Umur anak tertua (a)

$$= 2e$$

$$= 2 \cdot 10$$

$$= 20 \text{ tahun}$$

26. Nilai rata-rata ulangan kelas A adalah \bar{x}_A dan kelas B adalah \bar{x}_B . Setelah kedua kelas digabung, nilai rataratanya adalah \bar{x} . Jika $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 10 : 9$ dan $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 85 : 81$ maka perbandingan banyaknya siswa kelas A dan B adalah ...

- A. 3 : 5
 B. 5 : 4
 C. 5 : 3
 D. 4 : 5
 E. 8 : 9

Jawaban : D

Pembahasan :

$$\bar{x}_A : \bar{x}_B = 10 : 9 \leftrightarrow \bar{x}_A : \bar{x}_B = 90 : 81$$

$$\bar{x}_A : \bar{x}_B = 85 : 81$$

Maka :

$$\bar{x} = 85, \bar{x}_A = 90, \bar{x}_B = 81$$

$$(n_A + n_B) \cdot \bar{x} = n_A \cdot \bar{x}_A + n_B \cdot \bar{x}_B$$

$$(n_A + n_B) \cdot 85 = n_A \cdot 90 + n_B \cdot 81$$

$$85n_A + 85n_B = n_A \cdot 90 + n_B \cdot 81$$

$$5n_A = 4n_B$$

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{4}{5}$$

$$n_A : n_B = 4 : 5$$

27. Data berikut adalah berat badan sekelompok siswa dalam satu kelas.

Berat Badan (kg)	Frekuensi
44-50	5
51-55	20
56-60	K
61-65	26
66-70	7

Jika median berat badan adalah 58,5 kg maka nilai k adalah ...

- A. 40
- B. 42
- C. 44
- D. 46
- E. 48

Jawaban : A

Pembahasan :

$$n = 5 + 20 + k + 26 + 7 = k + 58$$

$Me = 58,5$ terletak pada kelas ketiga yaitu : (56-60), maka diperoleh

$$T_b = 56 - 0,5 = 55,5$$

$$c = 60 - 56 + 1 = 5$$

$$f_k = 5 + 20 = 25$$

$$f = k$$

$$Me = T_b \left(\frac{\frac{n}{2} - f_k}{f} \right) \cdot c$$

$$58,5 = 55,5 + \left(\frac{\frac{k+58}{2} - 25}{k} \right) \cdot 5$$

$$58,5 - 55,5 = \left(\frac{\frac{k+8}{2}}{k} \right) \cdot 5$$

$$3 = \frac{5k + 40}{2k}$$

$$6k = 5k + 40$$

$$k = 40$$

28. Dari angka-angka 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9 hendak dibuat bilangan terdiri atas tiga angka yang berbeda, yang lebih kecil dari 840 tetapi lebih besar dari 630. Banyaknya bilangan yang memenuhi ketentuan tersebut adalah

- ...
A. 105
B. 96
C. 92
D. 90
E. 84

Jawaban : D

Pembahasan :

Bilangan : 6AB

Angka untuk menempati A agar lebih dari 630 adalah {3,4,5,7,8,9} = 6 cara

Angka untuk menempati B tersisa 6 angka lagi = 6 cara

Maka bilangan 6AB > 630 sebanyaknya 6×6 bilangan = 36 bilangan

Bilangan : 7AB

Angka untuk menempati A dan B dipilih dari {2,3,4,5,6,8,9}

$$= P(7,2)$$

$$= 7 \times 6$$

$$= 42 \text{ bilangan}$$

Bilangan 8AB

Angka untuk menempati A agar kurang dari 840 adalah {2,3} = 2 cara

Angka untuk menempati B tersisa 6 angka lagi = 6 cara

Maka bilangan 8AB < 840 sebanyaknya 2×6 bilangan = 12 bilangan

Jadi, bilangan tiga angka yang kurang dari 840 dan lebih dari 630 ada sebanyak $= 36 + 42 + 12 = 90$ bilangan

29. Banyaknya bilangan ganjil yang terdiri dari atas 3 angka berbeda yang disusun dari 2, 3, 5, 6, 7, dan 8 adalah

...

- A. 24
- B. 28
- C. 40
- D. 60
- E. 120

Jawaban : D

Pembahasan :

Bilangan terdiri dari 3 angka, maka terdiri dari angka satuan, puluhan, dan ratusan.

Memilih angka satuan

Agar bilangan tersebut bilangan ganjil maka angka satuan harus ganjil (3,5,7) = 3 cara

Memilih angka puluhan

Karena satu angka sudah terpilih pada angka satuan maka maka angka tersisa ada 5 maka banyak memilih angka puluhan : 5 cara

Memilih angka ratusan

Karena dua angka sudah terpilih pada angka satuan dan puluhan maka angka tersisa ada 4, maka banyak memilih angka ratusan : 4 cara

$$\text{Seluruhnya} = 3 \times 5 \times 4 = 60$$

30. A, B, C, D dan E akan berfoto bersama secara berdampingan. Peluang Adan B tidak bersebelahan adalah...

- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{3}{5}$
- D. $\frac{1}{3}$
- E. $\frac{2}{3}$

Jawaban : C

Pembahasan :

$n(S) =$ banyak cara berfoto 5 orang secara berdampingan

$$n(S) = 5! = 120$$

$n(A) =$ Banyak cara berfoto A, B, C, D, dan E berfoto dengan A dan B tidak bersebelahan

Misalkan :

X adalah posisi A dan B

Y adalah posisi C, D, dan E

Maka kemungkinan-kemungkinannya adalah :

$$YXYXX = 2! \cdot 3! = 12$$

$$YXXYX = 2! \cdot 3! = 12$$

$$YXXXX = 2! \cdot 3! = 12$$

$$XYXYX = 2! \cdot 3! = 12$$

$$XYXXX = 2! \cdot 3! = 12$$

$$XXYXY = 2! \cdot 3! = 12$$

$$n(A) = 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 72$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)}$$

$$= \frac{72}{120}$$

$$= \frac{3}{5}$$

31. Dalam sebuah keranjang A yang berisis 5 buah mangga, 2 buah mangga di antaranya busuk. Dalam keranjang B yang berisis 6 buah apel, 1 di antaranya busuk. Ibu menghendaki 2 buah mangga dan 2 buah apel yang baik. Peluangnya adalah ...

- A. $1/5$
- B. $1/10$
- C. $3/5$
- D. $3/10$
- E. $1/3$

Jawaban : A

Pembahasan :

Rumus :

$$C(n, k) = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Dalam keranjang A terdapat 3 mangga yang baik dan 2 buah mangga yang busuk

A = Ibu mendapatkan 2 buah mangga yang baik

$$n(A) = C(3,2)$$

$$= \frac{3!}{2! \cdot 1!}$$

$$n(A) = 3$$

S_1 = memilih 2 mangga dari 5 mangga pada keranjang A

$$n(S_1) = C(5,2)$$

$$= \frac{5!}{2! \cdot 3!}$$

$$n(S_1) = 10$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S_1)} \leftrightarrow P(A) = \frac{3}{10}$$

Dalam keranjang B terdapat 5 apel yang baik dan 1 apel yang busuk.

B = Ibu mendapatkan 2 buah apel yang baik

$$n(B) = C(5,2)$$

$$= \frac{5!}{2! \cdot 3!}$$

$$n(B) = 10$$

S_2 = memilih 2 apel dari 6 apel pada keranjang B

$$n(S_2) = C(6,2)$$

$$= \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

$$n(S_2) = 15$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S_2)} \leftrightarrow P(B) = \frac{10}{15} \\ \leftrightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

Maka peluang ibu menghendaki 2 buah mangga dan 2 buah apel yang baik adalah :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{6}{30}$$

$$= \frac{1}{5}$$

32. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}}{x - 8}$

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $\frac{1}{6}$
- E. $\frac{1}{8}$

Jawaban : D

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x}}{x - 8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x} - 2)}{x - 8} \\ &\quad \times \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} \cdot (x - 8)}{(x - 8)(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4} \\ &= \frac{2}{\sqrt[3]{8^2} - 2\sqrt[3]{8} + 4} \\ &= \frac{2}{4 + 2.2 + 4} \\ &= \frac{2}{12} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

33. $\lim_{p \rightarrow q} \frac{p\sqrt{p} - q\sqrt{q}}{\sqrt{p} - \sqrt{q}} = \dots$

- A. p
- B. q
- C. $2q$
- D. $3p$
- E. $3q$

Jawaban : E

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \lim_{p \rightarrow q} \frac{p\sqrt{p} - q\sqrt{q}}{\sqrt{p} - \sqrt{q}} \\ &= \lim_{p \rightarrow q} \frac{(p\sqrt{p} - q\sqrt{q})}{(\sqrt{p} - \sqrt{q})} \\ &\quad \times \frac{(p\sqrt{p} + q\sqrt{q})}{(p\sqrt{p} + q\sqrt{q})} \\ &\quad \times \frac{(\sqrt{p} + \sqrt{q})}{(\sqrt{p} + \sqrt{q})} \\ &= \lim_{p \rightarrow q} \frac{(p^3 - q^3)(\sqrt{p} + \sqrt{q})}{(p - q)(p\sqrt{p} + q\sqrt{q})} \\ &= \lim_{p \rightarrow q} \frac{(p - q)(p^2 + pq + q^2)(\sqrt{p} + \sqrt{q})}{(p - q)(p\sqrt{p} + q\sqrt{q})} \\ &= \lim_{p \rightarrow q} \frac{(p^2 + pq + q^2)(\sqrt{p} + \sqrt{q})}{(p\sqrt{p} + q\sqrt{q})} \\ &= \frac{(q^2 + q \cdot q + q^2)(\sqrt{q} + \sqrt{q})}{(q\sqrt{q} + q\sqrt{q})} \\ &= \frac{3q^2 \cdot 2\sqrt{q}}{2q\sqrt{q}} \\ &= 3q \end{aligned}$$

34. Jika $f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}}$, maka turunan dari $f(x)$ adalah ...

- A. $\frac{1}{8} \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}$
- B. $8 \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}$
- C. $\frac{1}{8 \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\sqrt{2+\sqrt{x}}\sqrt{x}}$
- D. $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\sqrt{2+\sqrt{x}}\sqrt{x}}$
- E. $\frac{8}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}}}\sqrt{2+\sqrt{x}}\sqrt{x}}$

Jawaban : C

Pembahasan :

$$y = f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}}$$

Misal

$$u = \sqrt{x} \leftrightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Sehingga:

$$y = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{u}}}$$

Misal :

$$v = \sqrt{2 + \sqrt{u}} \leftrightarrow \frac{dv}{du} = \frac{1}{2\sqrt{2+u}}$$

Sehingga

$$y = \sqrt{2 + \sqrt{v}} \leftrightarrow \frac{dy}{dv} = \frac{1}{2\sqrt{2+v}}$$

Aturan rantai :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2+v}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2+u}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{2+u}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{2+x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{1}{8\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{x}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}}} \end{aligned}$$

35. $f(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1$ dengan a_0, a_1, \dots, a_n adalah himpunan bilangan riil dan $a_n \neq 0$. Jika P menyatakan permutasi dan C menyatakan Kombinasi, maka turunan ke-n dari $f(x)$ adalah ...

- A. $a_nP(n, 1)$
- B. $a_nC(n, 1)$
- C. $a_nP(n, n-1)$
- D. $a_nC(n, n-1)$
- E. $a_nC(n, n)$

Jawaban : C

Pembahasan :

Perhatikan : untuk $x^{n-1}, x^{n-2}, x^{n-3}, \dots, x^3, x^2, x, a_0$ turunan ke-n adalah 0, maka kita cukup fokus ke turunan ke-n dari a_nx^n ,

$$\begin{aligned} f(x) &= a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots \\ &\quad + a_3x^3 + a_2x^2 \\ &\quad + a_1x^1 + a_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^n(x) &= 1.2.3 \dots (n-2)(n-1)n \cdot a_n + 0 + \dots \\ &\quad + 0 + 0 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= a_n \cdot \frac{n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1}{1!} \\ &= a_n \cdot \frac{n!}{n - (n-1)!} \\ f^n(x) &= a_n \cdot P(n, n-1) \end{aligned}$$

36. Fungsi $y = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$ dan interval $x \in [-2, 2]$ maka fungsi akan mencapai minimum pada nilai $x = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Jawaban : A

Pembahasan :

$$y = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$$

$$y = 2x + 3 \cdot x^{\frac{2}{3}}$$

$$y = 2 + 2 \cdot x^{-\frac{1}{3}}$$

$$y = 2 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$$

Stasioner maka $y' = 0$

$$2 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} = 0$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x}} = -2$$

$$\sqrt[3]{x} = -1$$

$$x = -1$$

Interval [-2,2] maka substitusi nilai $x = -2, -1, 2$ ke fungsi $y = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$, maka diperoleh:

$$x = -2 \text{ maka } y = 2 \cdot (-2) + 3\sqrt[3]{(-2)^2} \leftrightarrow y = -4 + 3\sqrt[3]{4} \approx 0,7$$

$$x = -1 \text{ maka } y = 2 \cdot (-1) + 3\sqrt[3]{(-1)^2} \leftrightarrow y = 1$$

$$x = 2 \text{ maka } y = 2 \cdot (2) + 3\sqrt[3]{(2)^2} \leftrightarrow y = 4 + 3\sqrt[3]{4}$$

Nilai minimum fungsi $y \approx 0,7$ untuk $x = -2$

37. Jika $f''(x) = x + x \cos x$ dan memenuhi $f(0) = 1$ dan $f'(0) = 2$, maka $f(x) = \dots$

- A. $\frac{1}{6}x^3 - x \cos x + 2 \sin x + x + 1$
- B. $\frac{1}{6}x^3 - x \cos x + 2 \sin x - 2$
- C. $\frac{1}{6}x^3 - x \cos x - 2 \sin x - 2$
- D. $\frac{1}{6}x^3 + x \cos x + 2$
- E. $\frac{1}{6}x^3 + x \cos x - 2$

Jawaban : A

Pembahasan :

$$f''(x) = x + x \cos x$$

$$f'(x) = \int f''(x) dx$$

$$= \int (x + x \cos x) dx$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 + x \cdot (\sin x) + \cos x \\ + c_1$$

$$f'(0) = \frac{1}{2}0^2 + 0 \cdot (\sin 0) + \cos 0 \\ + c_1$$

$$2 = 0 + 0 + 1 + c_1$$

$$1 = c_1$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 + x \cdot \sin x + \cos x + 1$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$f(x) = \int (\frac{1}{2}x^2 + x \cdot \sin x + \cos x \\ + 1) dx$$

$$= \frac{1}{6}x^3 + x \cdot (-\cos x) \\ + \sin x + \sin x + x \\ + c_2$$

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x \cos x \\ + 2 \sin x + x + c_2$$

$$f(0) = \frac{1}{6}0^3 - 0 \cdot \cos 0 \\ + 2 \sin 0 + 0 + c_2$$

$$1 = c_2$$

$$(x) = \frac{1}{6}x^3 - x \cos x \\ + 2 \sin x + x + 1$$

$$38. \int_{-1}^3 |x - 2| dx = \dots$$

- A. -4
- B. 0
- C. 1
- D. 3
- E. 5

Jawaban : C

Pembahasan :

Berdasarkan definisi nilai mutlak maka:

$$|x - 2| = x - 2, \text{ jika } x \geq 0$$

$$|x - 2| = 2 - x, \text{ jika } x \leq 0$$

$$\begin{aligned}\int_{-1}^3 |x - 2| dx &= \int_{-1}^0 |x - 2| dx \\ &\quad + \int_0^3 |x - 2| dx\end{aligned}$$

$$= \int_{-1}^0 (-x + 2) dx + \int_0^3 (x - 2) dx$$

$$= \left(-\frac{1}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_{-1}^0 + \left(\frac{1}{2}x^2 - 2x \right) \Big|_0^3$$

$$\begin{aligned}&= 0 - \left(-\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 \right) - 0\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} + 2 + \frac{9}{2} - 6$$

$$= 1$$

39. Fungsi $f(x)$ dapat diintegralkan pada selang $a \leq x \leq b$, maka ...

- A. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$
- B. $\int_a^b 2f(x) dx = 2f(b - a)$
- C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$
- D. $\int_a^b f(x) dx - \int_b^a f(x) dx = 0$
- E. $\int_b^a f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 0$

Jawaban : E

Pembahasan :

Dari sifat Integral tertentu :

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 0$$

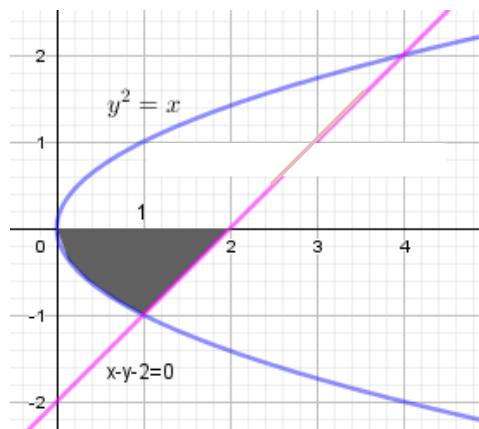
40. Luas daerah di kuadran IV yang dibatasi oleh kurva $y^2 = x$, sumbu x , dan garis $x - y - 2 = 0$ dinyatakan

- ...
- A. $\int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (2 - x) dx$
 - B. $\int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^2 (x - 2) dx$
 - C. $\int_0^2 \sqrt{x} + (x - 2) dx$
 - D. $\int_{-1}^0 \sqrt{x} + (2 - x) dx$
 - E. $\int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (x - 2) dx$

Jawaban : A

Pembahasan :

Perhatikan grafik (daerah arsiran) berikut :



$$y^2 = x \Leftrightarrow y = \sqrt{x}$$

$$x - y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = x - 2$$

Maka:

Luas arsiran

$$\begin{aligned}&= \int_0^1 \sqrt{x} dx \\ &\quad + \left(- \int_1^2 (x - 2) dx \right)\end{aligned}$$

Luas arsiran

$$\begin{aligned}&= \int_0^1 \sqrt{x} dx \\ &\quad + \left(- \int_1^2 (2 - x) dx \right)\end{aligned}$$

41. Ingkaran pernyataan : “ Jika semua buruh berdemonstrasi, maka ada pabrik yang tutup” adalah ...
- Semua buruh berdemonstrasi dan semua pabrik beroperasi
 - Jika ada pabrik yang tutup, maka semua buruh berdemonstrasi
 - Ada buruh yang berdemonstrasi namun tidak ada pabrik yang tutup
 - Jika tidak ada pabrik yang tutup, maka ada buruh yang tidak berdemonstrasi
 - Semua buruh berdemonstrasi namun tidak ada pabrik yang tutup

Jawaban : A

Pembahasan :

Jika semua buruh berdemonstrasi, maka ada pabrik yang tutup.

Misal :

p : semua buruh berdemonstrasi.

q : ada pabrik yang tutup.

$\sim q$: semua pabrik beroperasi

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

semua buruh berdemonstrasi dan semua pabrik beroperasi.

42. Ada sebuah pulau hanya dihuni oleh 2 jenis manusia, ksatria dan penjahat. Ksatria selalu mengatakan kebenaran dan penjahat selalu mengatakan kebohongan. Suatu hari Anda datang berkunjung dan bertemu dengan 2 orang penduduk pulau tersebut yaitu X dan Y. Si X berkata “ Y adalah Ksatria” dan Y berkata, “X dan saya merupakan jenis yang berbeda”. Pernyataan yang benar di bawah ini adalah ...

- X dan Y penjahat
- X penjahat dan Y ksatria
- X ksatria dan Y penjahat
- X dan Y ksatria
- Belum bisa ditentukan jenisnya

Jawaban : A

Pembahasan :

X: “Y adalah ksatria”

Y: “X dan saya merupakan jenis yang berbeda”

andaikan si X adalah ksatria dan pernyataannya “Y adalah ksatria”, namun kontradiksi dengan pernyataan si Y.

Andaikan X penjahat maka makna pernyataannya adalah “Y adalah penjahat” Nah ini sejalan dengan pernyataan si Y yang maknanya “X dan Y merupakan jenis yang sama” Kesimpulannya X dan Y sama-sama penjahat.

43. Premis 1 : jika hari hujan, maka Ayah memakai jas hujan

Premi 2 : Jika Ayah memakai jas hujan, maka Ayah pergi kec kantor
Ingkaran dari kesimpulan di atas adalah ...

- Jika hari hujan, maka Ayah pergi ke kantor
- Ayah memakai jas hujan atau Ayah tidak pergi
- Jika hari hujan, maka Ayah tidak pergi ke kantor
- Hari hujan dan Ayah tidak pergi ke kantor
- Jika Ayah pergi ke kantor, maka hari hujan

Jawaban : D

Pembahasan :

p : hari hujan

q : ayah memakai jas hujan

r : ayah pergi ke kantor

$P1: p \rightarrow q$

$P2: q \rightarrow r$

$K: p \rightarrow r$

$$\sim K: \sim(p \rightarrow r) = p \wedge \sim q$$

Hari hujan dan ayah tidak ke kantor.

44. Kontraposisi dari pernyataan “ Jika semua warga negara Indonesia membayar pajak maka pembangunan dapat berjalan lancar” adalah ...

- Jika tidak semua warga negara membayar pajak maka

- pembangunan tidak berjalan lancar
- B. Jika pembangunan tidak berjalan lancar maka ada warga negara yang tidak membayar pajak
- C. Jika semua warga negara Indonesia membayar pajak maka pembangunan tidak berjalan lancar
- D. Jika pembangunan berjalan lancar maka tidak semua warga negara Indonesia membayar pajak
- E. Jika pembangunan tidak lancar maka semua warga negara tidak membayar pajak

Jawaban : B

Pembahasan :

p : semua warga negara Indonesia membayar pajak

$\sim p$: Ada warga negara Indonesia tidak membayar pajak.

q : pembangunan dapat berjalan lancar.

$\sim q$: pembangunan tidak berjalan lancar.

Kontraposisi ($p \rightarrow q$) adalah $\sim q \rightarrow \sim p$, yaitu:

Jika pembangunan tidak dapat berjalan lancar maka ada warga negara yang tidak membayar pajak.

45. Diketahui barisan bilangan sebagai berikut : 0,1,1,2,3,... Suku ke-8 dari barisan bilangan tersebut adalah ...

- A. 6
B. 8
C. 10
D. 13
E. 15

Jawaban : D

Pembahasan :

Barisan bilangan ini merupakan barisan bilangan Fibonacci, yaitu suku berikutnya diperoleh dengan menjumlahkan dua suku sebelumnya

$$U_1 = 0$$

$$\begin{aligned} U_2 &= 1 \\ U_3 &= U_1 + U_2 = 0 + 1 = 1 \\ U_4 &= U_2 + U_3 = 1 + 1 = 2 \\ U_5 &= U_3 + U_4 = 1 + 2 = 3 \\ U_6 &= U_4 + U_5 = 2 + 3 = 5 \\ U_7 &= U_5 + U_6 = 3 + 5 = 8 \\ U_8 &= U_6 + U_7 = 5 + 8 = 13 \end{aligned}$$

46. Tujuh orang anggota sebuah klub diskusi bersepakat untuk berdiskusi setiap hari pada saat makan siang di restoran dengan meja bundar. Mereka memutuskan untuk duduk sedemikian rupa sehingga setiap anggota memiliki tetangga duduk yang berbeda setiap makan siang. Maka mereka dapat melakukan gal ini selama ... berturut-turut

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6
E. 7

Jawaban : A

Pembahasan :

Kita misalkan saja ketujuh orang itu adalah: ABCDEFG,

Hari pertama: si A duduk diantara B dan G maka posisinya: ABCDEFG
Hari kedua: si A duduk di antara D dan E maka posisinya: AEBGCFD
Hari ketiga: si A duduk diantara F dan C maka posisinya: AFBDGEC
Jadi, mereka dapat melakukannya selama 3 hari.

47. Fais memiliki 3 buah bola tenis dan 3 kotak penyimpanan bola tenis yang masing-masing kotak dapat menyimpan 10 buah bola tenis, maka banyak cara menyimpan 2 buah bola tenis pad 3 kotak tersebut adalah ... cara
- A. 5
B. 10
C. 12
D. 15
E. 20

Jawaban : B

Pembahasan :

Kita misalkan penyimpanannya:

$$(x, y, z)$$

x = jumlah bola pada kotak I

y = jumlah bola pada kotak II

z = jumlah bola pada kotak III

Kemungkinan I: $(0, 0, 3)$ ada sebanyak $\frac{3!}{2!} = 3$ cara.

Kemungkinan II: $(0, 1, 2)$ ada sebanyak $3! = 6$ cara.

Kemungkinan ketiga III: $(1, 1, 1)$ ada sebanyak 1 cara.

seluruhnya = 10 cara.

48. Jika setiap persegi dari gambar di bawah memiliki luas yang sama, perbandingan luas daerah yang diarsir, yaitu luas A : luas B adalah ...



A. 2:1

B. 3:1

C. 3:2

D. 5:2

E. 5:3

Jawaban : B

Pembahasan :

Tanpa perhitungan yang rumit, cukup dengan logika gambar saja. Perhatikan ilustrasi gambar berikut ini :



Perhatikan daerah A dalam hal ini saya beri warna hijau dan daerah B bewarna kuning. Ternyata daerah A dan B dari beberapa segitiga yang sama. maka perbandingan luas A dan B cukup membandingkan jumlah masing-masing segitiga :

$$\text{Luas A} : \text{Luas B} = 9 : 3 = 3 : 1$$

49. Di sebuah perusahaan konveksi ada pesanan membuat 12 lusin jaket. Jika Ade bekerja sendiri, maka dia dapat menyelesaikannya 18 hari,

sedangkan Tenti dalam 24 hari. Setelah mereka berdua mengerjakan pesanan tersebut selama 6 hari, maka banyak jaket yang belum diselesaikan adalah ... potong

A. 36

B. 48

C. 60

D. 72

E. 84

Jawaban : C

Pembahasan :

$$\text{Kecepatan kerja} = \frac{\text{jumlah pakaian}}{\text{waktu}}$$

$$\text{Kecepatan Ade} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ lusin/hari}$$

$$\text{Kecepatan Tenti} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \text{ lusin/hari}$$

waktu = 6 hari, maka

Jumlah pakaian selama 6 hari adalah:

$$= (\text{kecepatan Ade} + \text{kecepatan Tenti}) \times \text{waktu}$$

$$= \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) \times 6$$

$$= 4 + 3$$

$$= 7 \text{ lusin}$$

Sisa yang belum diselesaikan:

$$= 12 - 7$$

$$= 5 \text{ lusin}$$

$$= 5 \times 12 \text{ potong}$$

$$= 60 \text{ potong}$$

50. Sebuah kantong berisi sejumlah kelereng. Gisel mengambil sepertiganya, kemudian mengambil lagi dua kelereng. Mora mengambil lagi setengah dari sisa kelereng di kantong namun meletakkan kembali tiga kelereng ke kantong tersebut. Josua mengambil dua perlengkap dari kelereng yang tersisa di kantong sebanyak 4 buah, maka banyaknya kelereng mula-mula adalah ...

A. 12

B. 18

C. 24

D. 30

E. 36

Jawaban : C

Pembahasan :

Misal : x = jumlah kelereng dalam kantong.

model matematikanya:

Gisel mengambil sepertiganya, kemudian mengambil lagi dua kelereng

$$= \frac{1}{3} \cdot x + 2$$

Sisa kelereng setelah diambil Gisel:

$$= x - (\frac{1}{3} \cdot x + 2) = \frac{2}{3} \cdot x - 2$$

Mora mengambil setengah dari sisa kelereng namun meletakkan kembali tiga kelereng.

$$= \frac{1}{2} \cdot (\frac{2}{3} \cdot x - 2) - 3$$

$$= \frac{1}{3} \cdot x - 4$$

Sisa kelereng setelah diambil Mora:

$$= \left(\frac{2}{3} \cdot x - 2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot x - 4 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot x + 2$$

Josua mengambil dua perlima dari kelereng yang masih tersisa dan mengambil lagi dua kelereng

$$= \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot x + 2 \right) + 2$$

$$= \frac{2}{15} \cdot x + \frac{14}{5}$$

maka sisa kelereng adalah:

$$\left(\frac{1}{3} \cdot x + 2 \right) - \frac{2}{15} \cdot x + \frac{14}{5} = 4, \text{ kedua ruas dikali } 15$$

$$5x + 30 - (2x + 42) = 60$$

$$3x = 72$$

$$x = 24$$

51. Suatu tempat fotokopi mempunyai dua mesin, masing – masing berkapasitas 4 rim/jam dan 2 rim/jam. Jika pada suatu hari total waktu kerja kedua mesin tersebut 10 jam dan menghasilkan 34 rim, maka selisih wktu kerja dari kedua mesin tersebut adalah ... jam

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

E. 7

Jawaban : B

Pembahasan :

misal:

x = waktu mesin I bekerja

y = waktu mesin II bekerja

model matematika permasalahan di atas adalah:

$$4x + 2y = 34 \dots (1)$$

$$x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$$

substitusi ke persamaan (1)

$$4x + 2 \cdot (10 - x) = 34$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

$$y = 3$$

selisih waktu:

$$= x - y$$

$$= 7 - 3$$

$$= 4$$

52. Seorang pengembara menempuh jarak 96 km dalam 10 jam. Pertama-tama dia melakukan perjalanan dengan bersepeda. Karena lelah dia melanjutkan perjalanan dengan menumpang delman. Laju bersepeda 12 km/jam, sedangkan laju delman hanya setengah laju bersepeda. Selisih antara jarak temuh menggunakan sepeda dengan jarak tempuh menggunakan delman adalah ... km
- A. 24
B. 36
C. 40
D. 48
E. 60

Jawaban : D

Pembahasan :

$$s = 96 \text{ km}$$

$$t = 10 \text{ jam}$$

$$t_s + t_d = 10 \leftrightarrow t_d = 10 - t_s$$

v_s = kecepatan sepeda = 12 km/jam

v_d = kecepatan delman = $\frac{1}{2} \cdot v_s = 6$ km/jam

$$v \cdot t = s$$

$$v_s \cdot t_s + v_d \cdot t_d = 96$$

$$12 \cdot t_s + 6 \cdot (10 - t_s) = 96$$

$$6t_s = 36$$

$$t_s = 6 \text{ maka } t_d = 4$$

$$s_d = v_d \cdot t_d \leftrightarrow s_d = 6 \cdot 4 = 24$$

$$s_s = 96 - s_d \leftrightarrow s_s = 72$$

selisih jarak tempuh sepeda dan delman adalah:

$$= s_s - s_d$$

$$= 72 - 24$$

$$= 48 \text{ km.}$$

53. Harga komputer dinaikkan dua puluh persen dari harga sebelumnya. Persentase penurunan harga agar harga komputer kembali seperti semula adalah ...
- A. 12,5%
B. 14,28%
C. 16,67%
D. 20%
E. 25%

Jawaban : C

Pembahasan :

Misal harga beli $100x$, dinaikkan 20% dari harga sebelumnya, maka menjadi:

$$120\% \times 100x = 120x,$$

agar diperoleh harga semula ($100x$) maka harga diturunkan sebesar $20x$, maka kita menghitung persentasi $20x$ dari $120x$, yaitu:

$$= \frac{20x}{120x} \times 100$$

$$= 16,67\%$$

54. Mahasiswa STIS yang mungkin antri di belakang Dini adalah ...
- A. Joni, Jono, dan Jeni
B. Hanya Jono
C. Joni, Jono, dan Doni
D. Hanya Joni
E. Semua pilihan jawaban salah

Jawaban : C

Pembahasan :

Berdasarkan kemungkinan II: maka yang mungkin antri di belakang Dini adalah Joni, Jono, dan Doni

55. Jika Doni ada di urutan ke-5, maka pernyataan yang mungkin benar adalah...

- A. Dini antri urutan paling depan
- B. Jono antri urutan ke-2
- C. Dono antri urutan ke-3
- D. Joni antri urutan ke -2
- E. Semua pilihan jawaban salah

Jawaban : E

Pembahasan :

Gunakan kemungkinan II:

X, Dono, Jeni, Dini, Joni, X

Jono, Dono, Jeni, Dini, Doni, Joni

56. Pak Agus membagikan tanah warisan kepada 5 orang anak laki-lakinya dengan bagian yang sama besar. Anak sulung Pak Agus mengelola $\frac{1}{3}$ bagian tanah warisannya menjadi kolam lele dan $\frac{1}{4}$ bagian tanah warisannya menjadi kebun jeruk. Sedangkan setengah bagian dari sisa tanahnya dijadikan rumah tempat tinggal. Jika luas tanah yang akan dijadikan rumah tempat tinggal oleh anak sulung Pak Agus adalah 150 m^2 maka luas tanah warisan Pak Agus seluruhnya adalah ... m^2

- A. 1500
- B. 1800
- C. 3000
- D. 3600
- E. 4000

Jawaban : D

Pembahasan :

Misal:

$5x$ = luas tanah warisan Pak Agus, karena dibagi sama, maka luas tanah bagian anak sulung = x .

Model matematikanya:

Sisa tanah anak sulung setelah $\frac{1}{3}$ bagian menjadi kolam dan $\frac{1}{4}$ bagian menanam jeruk

adalah:

$$\begin{aligned}&= x - \frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot x \\&= \frac{5}{12} \cdot x\end{aligned}$$

Setengah sisanya dijadikan rumah dengan luas 150 m^2 maka:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{12} \cdot x = 150$$

$$\frac{5}{24} \cdot x = 150$$

$$x = 150 \times \frac{24}{5}$$

$$x = 270$$

Luas tanah warisan Pak Agus

$$= 5x$$

$$= 5 \cdot (720)$$

$$= 3600$$

57. Tiga orang sahabat yaitu Adi, Beti, dan Candra memiliki usia yang sama. Ayah mereka mulai bekerja pada usia 25 tahun di perusahaan yang sama. perusahaan tersebut mengharuskan pegawainya yang usianya 60 tahun untuk pensiun.

- Tahun ini usia ayah Adi tiga kali usia Adi
- Tahun ini ibu Beti tiga kali usia Beti, tiga tahun lebih muda daripada Ayah Beti
- Tiga tahun lalu, perbandingan antara usia Candra dan usia ayah candra sama dengan perbandingan antara usia Adi dan Ayah Adi

- Tahun ini ayah Adi memasuki masa pensiun

Urutan ketiga anak tersebut berdasarkan usia ayahnya dari usia termuda adalah ...

- Adi, Beti, Candra
- Beti, Candra, Adi
- Candra, Adi, Beti
- Beti, Adi, Candra
- Candra, Beti, Adi

Jawaban : C

Pembahasan :

- pernyataan ke-4 Tahun ini ayah Adi memasuki masa pensiun, maka usia ayah Adi = 60 tahun
- pernyataan ke-1 usia ayah Adi = 3 kali usia Adi, maka usia = 20 tahun, diketahui usia Adi, Beti, dan Candra sama.
- pernyataan ke-2 usia ibu Beti = 3 kali usia Beti = 60 tahun, usia ibu Beti 3 tahun lebih muda dari ayah Beti, maka usia Ayah Beti = 63 tahun.
- pernyataan ke-3 Tiga tahun lalu, (usia Candra - 3): (usia Ayah Candra -3) = (usia Adi - 3) : (usia ayah Adi - 3), berarti usia Ayah Candra sama dengan usia Ayah Adi.

58. Alva yang tinggal di Jakarta dan Bryan yang tinggal di Surabaya bersama berkunjung ke Lombok tempat tinggal Chiara. Alva berangkat naik kereta api dari Jakarta pukul 5.40 WIB sampai Surabaya pukul 18.20 WIB untuk bertemu bryan. Mereka berdua naik pesawat menuju Lombok berangkat pukul 20.10 WIB dari Surabaya sampai

Lombok pukul 22.40 WITA. Lama total perjalanan Alva adalah...

- 13 jam
- 14 jam 10 menit
- 15 jam 10 menit
- 16 jam
- 16 jam 10 menit

Jawaban : B

Pembahasan :

Dari Jakarta ke Surabaya

$$= 18.20 \text{ WIB} - 05.40 \text{ WIB}$$

$$= 12 \text{ jam } 40 \text{ menit}$$

Dari Surabaya ke Lombok

$$= 22.40 \text{ WITA} - 20.10 \text{ WIB}$$

$$= 21.40 \text{ WIB} - 20.10 \text{ WIB}$$

$$= 1 \text{ jam } 30 \text{ menit}$$

Total waktu perjalanan Alva adalah

$$= 12 \text{ jam } 40 \text{ menit} + 1 \text{ jam } 30 \text{ menit}$$

$$= 14 \text{ jam } 10 \text{ menit}$$

59. Nilai yang paling mendekati bentuk pecahan berikut :

$$\frac{2^n \cdot 2^{n+2}}{(2^{n+2})^2 - 2^2 \cdot 2^{2n}} \text{ adalah ...}$$

- 0,25
- 0,33
- 0,50
- 1,33
- 1,50

Jawaban : B

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \frac{2^n \cdot 2^{n+2}}{(2^{n+2})^2 - 2^2 \cdot 2^{2n}} \\ &= \frac{2^{(2n+2)}}{2^{(2n+2)+2} - 2^{(2n+2)}} \\ &= \frac{2^{(2n+2)}}{2^{2(2n+2)} - 2^{(2n+2)}} \end{aligned}$$

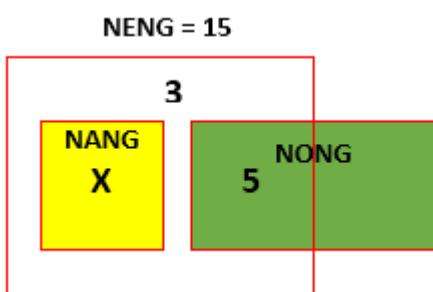
$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^{(2n+2)}}{3 \cdot 2^{(2n+2)}} \\
 &= \frac{1}{3} \\
 &= 0,33
 \end{aligned}$$

60. Setiap NANG adalah NENG. Ada lima NENG yang juga NONG. Tidak ada NANG yang NONG. Jika banyaknya NENG adalah 15 dan tiga di antaranya tidak NANG dan tidak NONG, maka banyaknya NANG adalah ...
- A. 3
 - B. 5
 - C. 7
 - D. 10
 - E. 12

Jawaban : C

Pembahasan :

Untuk mempermudah penyelesaian permasalahan ini, sebaiknya kita gunakan ilustrasi gambar seperti berikut ini :



Dari ilustrasi gambar : X menyatakan jumlah NANG.

Maka kita peroleh persamaan :

$$x + 5 + 3 = 15 \leftrightarrow x = 7$$



PEMBAHASAN USM STIS 2017

Pembahasan USM STIS 2017

1. Jika $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$ dan $\frac{z}{y} = \frac{4}{5}$, maka $\frac{x}{z}$ adalah ...
- A. $\frac{8}{15}$
 B. $\frac{6}{8}$
 C. $\frac{5}{6}$
 D. $\frac{6}{5}$
 E. $\frac{15}{8}$

Pembahasan :

Jika $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$; $\frac{z}{y} = \frac{4}{5}$, maka $\frac{x}{z} = \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{8}$

Jawaban : E

2. $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{1}{4}} = \dots$
- A. $7 + 3\sqrt{2}$
 B. $7 + 2\sqrt{2}$
 C. $5 + 3\sqrt{2}$
 D. $5 + 2\sqrt{2}$
 E. $2 + 3$

Pembahasan :

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{256}\right)^{-\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} + 3 + 2^2 = 7 + 2\sqrt{2}$$

Jawaban : B

3. Diketahui pecahan $\frac{x}{y}$. Jika x dikurangi 1 dan y ditambah 4, maka hasilnya adalah $\frac{1}{6}$

jika x ditambah 1 dan y ditambah 3, maka hasilnya adalah ...

- A. $\frac{1}{5}$
 B. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{2}{5}$
 D. $\frac{1}{2}$
 E. $\frac{3}{5}$

Pembahasan :

$$x - 1 = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

$$y + 4 = 6 \Leftrightarrow y = 2$$

$$\therefore \frac{x+1}{y+3} = \frac{3}{5}$$

Jawaban : E

4. Penyelesaian pertidaksamaan $|2x + 4| \geq |x + 5|$ adalah
- A. $x \leq -3$ atau $x \geq 1$
 B. $-3 \leq x \leq 1$
 C. $x \leq -1$ atau $x \geq 3$
 D. $-1 \leq x \leq 3$
 E. $x \geq -3$

Pembahasan :

$$\begin{aligned} |2x + 4| &\geq |x + 5| \\ \Leftrightarrow (2x + 4)^2 &\geq (x + 5)^2 \\ \Leftrightarrow (2x + 4)^2 - (x + 5)^2 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \{(2x + 4) \geq (x + 5)\} \{(2x + 4) &- (x + 5)\} \geq 0 \\ \Leftrightarrow (3x + 9)(x - 1) &\geq 0 \end{aligned}$$

Diperoleh $x = -3$; $x = 1$

Karena tandanya \geq , maka penyelesaian PtNM diatas adalah $x \leq -3$ atau $x \geq 1$.

Jawaban : A

5. Jika $f'(x)$ turunan pertama fungsi $f(x) = 3x^2(1 - 2x)^5$, maka adalah
- A. 36
 B. 30
 C. 9
 D. -24
 E. -36

Pembahasan :

$$f(x) = 3x^2(1 - 2x)^5$$

Untuk mendapatkan turunan pertama fungsinya, gunakan rumus $f' = u'v + uv'$; dengan

$$u = 3x^2 \text{ dan } v = (1 - 2x)^5.$$

Sehingga $u' = 6x$ dan $v' = 5(1 - 2x)^4(-2) = -10(1 - 2x)^4$

Note : turunan dari Δ^n adalah $n\Delta^{n-1} \cdot \Delta'$

Tinggal masukkan ke rumus, jadi

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6x(1 - 2x)^5 \\ &+ 3x^2 \cdot -10(1 - 2x)^4 \end{aligned}$$

$$f'(1) = 6(-1) - 30(1) = -36$$

Jawaban : E

6. Diketahui $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Jika $f'(a) = f''(a)$, maka nilai a adalah ...
A. -1
B. $-\frac{1}{2}$
C. 0
D. $\frac{1}{2}$
E. 1

Pembahasan :

$$f(x) = \sqrt{2x-1} = (2x-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{(2x-1)\sqrt{2x-1}}$$

Karena $f'(a) = f''(a)$, maka

$$\frac{1}{\sqrt{2a-1}} = -\frac{1}{(2a-1)\sqrt{2a-1}}$$

$$\leftrightarrow (2a-1)\sqrt{2a-1} = -\sqrt{2a-1}$$

$$\leftrightarrow (2a-1)^{\frac{3}{2}} = -(2a-1)^{\frac{1}{2}}$$

$\leftrightarrow (2a-1)^3 = 2a-1$ kedua ruas dikuadratkan supaya menghindari nilai 0 di dalam akar agar kedua ruas sama, haruslah $2a-1 = 1$, sehingga diperoleh $a = 1$

Jawaban : E

7. Jika $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, maka pernyataan yang benar adalah ...

- A. grafik $f'(x)$ sejajar sumbu x
B. grafik $f'(x)$ naik
C. grafik $f'(x)$ turun
D. grafik $f''(x)$ naik
E. grafik $f'(x)$ turun

Pembahasan :

$f(x) = 2x^2 + 3x + 5$; $f'(x) = 4x + 3$. Dari $f'(x) = 4x + 3$, dapat dilihat bahwa koefisien x nya beranda positif, jadi gradien garis itu naik, sebaliknya jika bertanda negatif maka gradien garis itu turun.

Jawaban : B

8. Luas lingkaran dengan persamaan $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ adalah

-
A. 5π
B. 9π
C. 12π
D. 16π
E. 25π

Pembahasan :

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

Ingat bahwa pusat dan jari-jari

lingkaran dengan persamaan $x^2 +$

$$y^2 + 2Ax + 2By + c = 0$$

adalah $P(-A, -B)$ dan $r =$

$$\sqrt{A^2 + B^2 - c}$$

dari persamaan lingkaran di atas,

$$\text{diperoleh } r = \sqrt{2^2 + (-3)^2 - 12} =$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$L = \pi r^2 = 25\pi$$

Jawaban : E

9. Persamaan grafik di samping adalah

-
A. $y = x^2 - 2x + 2$
B. $y = x^2 + 2x + 1$
C. $y = x^2 - 2x + 1$
D. $y = x^2 - 2x$
E. $y = x^2 + 2x$

Pembahasan :

Konsep :

Dari gambar, grafik tidak memotong sumbu x, yang berarti $D < 0$ dan kurva memotong sumbu y di titik $(0,2)$ sehingga nilai c pada $y = ax^2 + bx + c = 2$

Jawaban : A

10. Jika $8^m = 27$, maka $2(4^m) - 2(2^m) =$

-
A. 6
B. 8
C. 12
D. 16
E. 21

Pembahasan :

$$a^{mn} = (a^n)^m$$

$$\begin{aligned}
 8^m &= 27 \leftrightarrow (2^m)^3 = 27 \\
 \leftrightarrow 2^m &= 3 \\
 2(4^m) - 2(2^m) &= 2(2^m)^2 - 2(2^m) \\
 &= 2(9 - 3) = 12
 \end{aligned}$$

Jawaban : C

11. $\frac{(5\log_{10}2)-(5\log_2)2}{5\log\sqrt{20}} =$

- A. $\frac{1}{2}$
- B. 1
- C. 2
- D. 4
- E. 5

Pembahasan :

$$\begin{aligned}
 &\frac{(\log_5 10)^2 - (\log_5 2)^2}{\log_5 \sqrt{20}} \\
 &= \frac{(\log_5 10 \cdot 2)(\log_5 10/2)}{1/2 \log_5 20} \\
 &= \frac{\log_5 20 \cdot \log_5 5}{\frac{1}{2} \cdot \log_5 20} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{2}} \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

Jawaban : C

12. Jika penyelesaian dari persamaan $2^{x^2+5x+11} = 32^{2x+1}$ adalah A dan B, maka $A + B =$
- A. -7
 - B. -5
 - C. -1
 - D. 5
 - E. 7

Pembahasan :

$$\begin{aligned}
 2^{x^2+5x+11} &= 32^{2x+1} \text{ memiliki} \\
 \text{penyelesaian A dan B ; } A + B ? \\
 \leftrightarrow 2^{x^2+5x+11} &= 2^{10x+5} \\
 \leftrightarrow x^2 - 5x + 6 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Sehingga } A + B = -\left(-\frac{5}{1}\right) = 5$$

Jawaban : D

13. Jika diketahui $a \log_{81} - 2 a \log_{27} + a \log_{27} + a \log_{243} = 6$, maka nilai a adalah
- A. 2

- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

Pembahasan :

$$\begin{aligned}
 a \log_{81} - 2 a \log_{27} + a \log_{27} \\
 + a \log_{243} &= 6 \\
 \leftrightarrow \log_a 81 - \log_a 27 + \log_a 243 &= 6 \\
 \leftrightarrow \log_a 3^4 \cdot \frac{3^5}{3^3} &= \log_a a^6 \\
 \leftrightarrow \log_a 3^6 &= \log_a a^6 \\
 \text{Sehingga } a &= 3
 \end{aligned}$$

Jawaban : B

14. Bilangan bulat terdekat yang tidak lebih besar dari nilai pecahan berikut adalah

$$\frac{1}{\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}}$$

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 14
- E. 15

Pembahasan :

Konsep :

Nilai dari $\frac{1}{a}$ akan maksimum jika penyebutnya (a) minimum (sekecil mungkin), dan sebaliknya supaya minimum, maka yang di bawah (penyebut) harus maksimum.

Kita ambil penyebutnya adalah $\frac{1}{72} + \frac{1}{72} + \frac{1}{72} + \frac{1}{72} + \frac{1}{72} + \frac{1}{72}$. Sehingga penyebutnya $\frac{6}{72} = \frac{1}{12}$. Jadi nilai minimum dari $\frac{1}{72} + \frac{1}{73} + \frac{1}{74} + \frac{1}{75} + \frac{1}{76} + \frac{1}{77}$ adalah $\frac{1}{\frac{1}{12}} = 12$

Jawaban : B

15. Nilai x yang memenuhi persamaan $(\sqrt[3]{4})^x = 2^{x^2} (\sqrt[3]{2})^{-8}$ adalah

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{3}{4}$

- C. $\frac{4}{3}$
D. $-\frac{4}{3}$
E. -2

Pembahasan :

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{4})^x &= 2^{x^2} (\sqrt[3]{2})^{-8} \\ \Leftrightarrow 2^{\frac{2x}{3}} &= 2^{x^2 \frac{8}{3}} \\ \Leftrightarrow 2x &= 3x^2 - 8 \\ \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow (3x + 4)(x - 2) &= 0 \\ \text{Diperoleh } x = -\frac{4}{3} : x = 2 & \end{aligned}$$

Jawaban : D

16. Diketahui perbandingan jumlah penduduk perempuan dan laki-laki di desa A dan desa B masing-masing 6 : 5 dan 4 : 3. Jika diketahui jumlah penduduk laki-laki di desa A sebanyak 100 jiwa, dan jumlah penduduk perempuan di desa B sebanyak 80 jiwa, maka jumlah penduduk desa A dan desa B adalah

- A. 160 jiwa
B. 180 jiwa
C. 190 jiwa
D. 360 jiwa
E. 380 jiwa

Pembahasan :

Jumlah penduduk desa A adalah $120 + 100 = 220$ jiwa

Jumlah penduduk desa B adalah $80 + 60 = 140$ jiwa

Jadi, totalnya adalah 360 jiwa

Jawaban : D

17. $\sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} = ...$
- A. $2\sqrt{3}$
B. $\sqrt{10}$
C. $2\sqrt{2}$
D. $\sqrt{11}$
E. $2 + 2\sqrt{2}$

Pembahasan :

$$\text{Misalkan } \sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} = p$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow p^2 &= 6 + 2\sqrt{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} \\ \Leftrightarrow p^2 &= 6 + 2\sqrt{4} = 10 \\ \Leftrightarrow p &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

Jawaban : B

18. Jika $P = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, maka $-P^4 + 2P^3 - 3P^2 + 4I = ...$

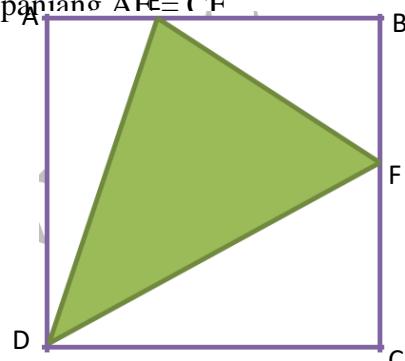
- A. P
B. 2P
C. 3P
D. I
E. 2I

Pembahasan :

Menggunakan pola

Jawaban : B

19. Persegi ABCD memiliki sisi 1 dm, dengan panjang $AE = CF$.



Jika luas segitiga $DEF = \frac{7}{16} \text{ dm}^2$, maka panjang DE adalah dm.

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
C. $\frac{3}{4}\sqrt{2}$
D. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
E. $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

Pembahasan :

Misalkan $AE = CF = x \text{ dm}$. Dari gambar, kita dapat menyimpulkan bahwa

$$\begin{aligned} L_{\Delta ADE} + L_{\Delta DEF} + L_{\Delta BFE} + L_{\Delta CDF} &= L_{\text{persegi}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\leftrightarrow \frac{1}{2}(1)(x) + \frac{7}{16} + \frac{1}{2}(1-x)(1-x) + \\
 &\frac{1}{2}(1)(x) = 1 \\
 &\leftrightarrow \frac{2x+1-2x+x^2}{2} = \frac{9}{16} \\
 &\leftrightarrow 1+x^2 = \frac{9}{8} \\
 &\leftrightarrow x^2 = \frac{1}{8}
 \end{aligned}$$

Perhatikan ΔADE :

$$\begin{aligned}
 DE^2 &= AE^2 + AD^2 \\
 \leftrightarrow DE^2 &= \frac{1}{8} + 1 = \frac{9}{8} \\
 \leftrightarrow DE &= \sqrt{\frac{9}{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{4}\sqrt{2} \text{ dm}
 \end{aligned}$$

Jawaban : C

20. Diketahui ruang contoh S serta kejadian A, B, dan C berikut:

S = {mobil, bis, kereta api, sepeda, perahu, pesawat terbang, sepeda motor}

A = {bis, kereta api, pesawat terbang}

B = {kereta api, mobil, perahu}

C = {sepeda}

Himpunan $(A^c \cup B) \cap (A^c \cap C^c)$ adalah

- A. {sepeda motor, mobil, perahu, kereta api}
- B. {kereta api, mobil, perahu}
- C. {sepeda motor, mobil, perahu}
- D. {mobil, perahu}
- E. {sepeda motor}

Pembahasan :

A^c artinya semua anggota himpunan A yang tidak ada di S. Irisan / interseksi (\cap) artinya diambil anggota yang sama saja dari dua himpunan/lebih.

Jawaban : C

21. Suatu persegi panjang memiliki perbandingan panjang dan lebar 5 : 4. Jika panjangnya ditambah 20%, sementara lebarnya dikurangi 20%, maka luas persegi panjang adalah ...

A. tetap

- B. bertambah 40%
- C. berkurang 40%
- D. bertambah 4%
- E. berkurang 4%

Pembahasan :

$$\frac{p}{l} = \frac{5}{4}$$

Biar mudah, misalkan saja $p = 25$ dan $l = 20$. Panjangnya bertambah 20%, berarti panjangnya sekarang $120\% \times 25 = 30$.

Lebarnya berkurang 20%, berarti lebarnya sekarang $80\% \times 20 = 16$

Luas semula = $25 \times 20 = 500$

Luas sekarang = $30 \times 16 = 480$

Besar pengurangan luas = $\frac{500-480}{500} \times 100\% = \frac{20}{500} \times 100\% = 4\%$

Jawaban : E

22. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2x & x+2y \end{bmatrix}$. Jika $AB = C$, maka $x - y = \dots$

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. 4

Pembahasan :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2x & x+2y \end{bmatrix}$$

Baris pertama sudah pasti benar hasilnya angka, jadi kita hanya fokuskan pada garis kedua.

$$2 = 2x \leftrightarrow x = 1$$

$$3 = x + 2y \leftrightarrow y = 1$$

$$\therefore x - y = 1 - 1 = 0$$

Jawaban : A

23. Jika diketahui persamaan $3 + \frac{1}{x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}} = \frac{65}{18}$, maka nilai xyz adalah ...

- A. $\frac{11}{17}$
- B. $\frac{17}{15}$
- C. $\frac{4}{7}$
- D. $\frac{7}{4}$
- E. $\frac{11}{17}$

Pembahasan :

$$a - \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$$
$$3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{65}{18} = 3 + \frac{11}{8}$$

Disimpulkan bahwa $\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{11}{8} \leftrightarrow$
 $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{18}{11} = 1 + \frac{7}{11}$. Sehingga
 $x = 1$
 $y + \frac{1}{z} = \frac{11}{7} = 1 + \frac{4}{7}$. Sehingga $y = 1$
 $\frac{1}{z} = \frac{4}{7} \leftrightarrow z = \frac{7}{4}$
 $\therefore xyz = \frac{7}{4}$

Jawaban : D

24. $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} = \dots$

- A. $5\frac{2}{6}$
- B. $5\frac{3}{6}$
- C. $5\frac{5}{6}$
- D. $6\frac{3}{6}$
- E. $6\frac{5}{6}$

Pembahasan :

$$\begin{aligned}\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{\sqrt{729}} + \sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{64}}} + \sqrt[4]{\sqrt{256}} \\ = 3^{-1} + 3 + 2^{-1} + 2 \\ = 5 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\ = 5 + \frac{5}{6} = 5\frac{5}{6}\end{aligned}$$

Jawaban : C

25. Dalam suatu seminar 40% pesertanya adalah laki-laki. Dari seluruh peserta perempuan 16 orang diantaranya tidak mengenakan batik, dan $\frac{2}{3}$ peserta perempuan mengenakan batik. Jumlah peserta seminar seluruhnya adalah
- A. 32 orang
 - B. 48 orang
 - C. 64 orang
 - D. 80 orang
 - E. 100 orang

Pembahasan :

Jika 40% cowok, berarti 60%-nya cewek.

Dari peserta cewek, yang mengenakan batik ada $\frac{2}{3}$ nya, berarti yang tidak memakai batik $\frac{1}{3}$ dari seluruh peserta cewek.

Dari soal, diketahui $\frac{1}{3}$ nya itu 16 orang. Sehingga jumlah peserta cewek ada $3 \times 16 = 48$ dan lakinya ada $\frac{40}{60} \times 48 = 32$

Jadi, jumlah peserta seminar seluruhnya ada $48 + 32 = 80$ orang.

Jawaban : D

26. Jika $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x-1}{3x+1}$, maka nilai a yang memenuhi $f(1-a) = 1$ adalah

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Pembahasan :

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3x-1}{3x+1} \leftrightarrow f(x) = \frac{\frac{3}{x}-1}{\frac{3}{x}+1}$$

$$= \frac{3x-1}{3x+1}$$

$$\begin{aligned}f(1-a) &= 1. \text{ Berarti} \\ \frac{3-(1-a)}{3+(1-a)} &= 1 \leftrightarrow \frac{2+a}{4-a} = 1 \\ \leftrightarrow 2+a &= 4-a \\ \leftrightarrow 2a &= 2 \\ \leftrightarrow a &= 1\end{aligned}$$

Jawaban : D

27. Nilai maksimum dari $z = 3x + 5y$ yang memenuhi syarat $x + 2y \leq 10$; $x + y \leq 6$, $x \geq 0$; $y \geq 0$ adalah

- A. 16
- B. 25
- C. 26
- D. 30
- E. 35

Pembahasan :

Fungsi objektif $z = 3x + 5y$

Titik potong garis $x + 2y = 10$ terhadap sumbu y adalah di (0,5),

sedangkan terhadap sumbu x ada di (10,0).

Titik potong garis $x + y = 6$ terhadap sumbu y adalah di (0,6), sedangkan terhadap sumbu x ada di (6,0).

Dengan menyelesaikan SPLDV tsb, diperoleh $x = 2; y = 4$

Uji keempat titik pojok :

$$(0,0) \rightarrow z = 0$$

$$(6,0) \rightarrow z = 3(6) + 5(0) = 18$$

$$(2,4) \rightarrow z = 3(2) + 5(4) = 26$$

(maks)

$$(0,5) \rightarrow z = 3(0) + 5(5) = 25$$

Jawaban : C

28. Jika $f(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -1 \\ x, & x > -1 \end{cases}$ dan $g(x) = \begin{cases} 2, & x < 0 \\ -x(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ maka daerah hasil untuk $(f + g)(x)$ adalah

- A. $(-\infty, 0]$
- B. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$
- C. $(-\infty, 0] \cup (1, 2)$
- D. $[0, +\infty)$
- E. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

Pembahasan :

Jawaban :

29. Putri berbelanja di Koperasi Mahasiswa (Kopma). Ia membeli 4 buku tulis dan 3 buah pensil dengan harga Rp. 55.000,-. Nurul juga berbelanja 2 buah buku tulis dan 4 buah pensil di Kopma dengan harga Rp. 40.000,-. Jika Nash memiliki uang Rp. 100.000,- untuk membeli 3 buku tulis dan 3 buah pensil di tempat yang sama, maka uang kembalian yang diterima Nash adalah

- A. Rp. 40.000,-
- B. Rp. 45.000,-
- C. Rp. 50.000,-
- D. Rp. 55.000,-
- E. Rp. 60.000,-

Pembahasan :

Cukup jelas, mungkin yang perlu ditekankan disini adalah uang kembaliannya, bukan total harga

Jawaban : D

30. Seorang penjahit memiliki 30 m kain yang dapat dibuat baju atau celana. Sebuah celana memerlukan 1,5 m kain dan sebuah baju memerlukan 1 m kain. Penjahit tersebut hanya mampu menjahit celana maksimum 10 potong. Jika keuntungan penjualan sebuah celana dan baju masing-masing Rp. 9.000,- dan Rp. 7.500,-, maka keuntungan maksimum yang dapat diperoleh penjahit tersebut adalah

- A. Rp. 90.000,-
- B. Rp. 165.000,-
- C. Rp. 202.500,-
- D. Rp. 225.000,-
- E. Rp. 240.000,-

Pembahasan :

Misal

Banyak celana : x

Banyak baju : y

Pertidaksamaan yang terbentuk

$$1,5x + y \leq 30$$

$$x \leq 10$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Dari pertidaksamaan di atas, diperoleh titik penyelesaian di (10,15)

Fungsi objektif $z = 9000x + 7500y$

Titik pojok :

$$(0,0) \rightarrow z = 0$$

$$(10,0) \rightarrow z = 9000(10) + 7500(0) = 90000$$

$$(10,15) \rightarrow z = 9000(10) + 7500(15) = 202500$$

$$(0,30) \rightarrow z = 9000(0) + 7500(30) = 225000(\text{maks})$$

Jawaban : D

31. Terdapat 4 jenis barang dengan harga terendah Rp. 120.000,- dan harga tertinggi Rp. 400.000,-. Rata-rata harga keempat barang tersebut yang mungkin adalah ...

- A. Rp. 350.000,-
- B. Rp. 335.000,-
- C. Rp. 325.000,-
- D. Rp. 185.000,-
- E. Rp. 180.000,-

Pembahasan :

Ada 4 barang, harga terendahnya Rp. 120.000,- dan harga tertingginya Rp. 400.000,-

Misalkan 2 barang yang lainnya harganya sama, yaitu Rp. 120.000,- atau Rp. 400.000,-

Untuk Rp. 120.000,- ; rata-ratanya $\bar{x} = \frac{120+120+120+400}{4} = 190$ (dalam rupiah)

Untuk Rp. 400.000,- ; rata-ratanya $\bar{x} = \frac{120+400+400+400}{4} = 330$ (dalam rupiah)

Ini berarti, rata-ratanya berada di $190000 \leq \bar{x} \leq 330000$. Opsi D terpenuhi untuk interval tsb.

Jawaban : D

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{\frac{2}{2}}{2 + \frac{2}{\frac{2}{2}}} \right) = \dots$$

- A. $\frac{3}{8}$
- B. 2
- C. $\frac{8}{3}$
- D. 3
- E. ∞

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{\frac{2}{2}}{2 + \frac{2}{\frac{2}{2}}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{\frac{2}{2}}{2 + \frac{2x}{2x+2}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{\frac{2}{2}}{\frac{6x+4}{2x+2}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{4x+4}{6x+4} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{16x+12}{6x+4} \right) = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Jawaban : C

$$33. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x-1}}{1-\sqrt[3]{1-x}} = \dots$$

- A. $\frac{3}{2}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. 0

- D. $-\frac{2}{3}$
- E. $-\frac{3}{2}$

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x-1}}{1-\sqrt[3]{1-x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\frac{1}{3}(1-x)^{-\frac{2}{3}}} \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Jawaban : E

$$34. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-5x-6)\sin 2(x-2)}{(x^2-x-2)} = \dots$$

- A. -8
- B. -5
- C. -2
- D. $\frac{3}{4}$
- E. 5

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-5x-6)\sin 2(x-2)}{(x^2-x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-6)\sin 2(x-2)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+6)\sin 2(x-2)}{(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x-6) \sin \frac{2(x-2)}{(x-2)} \\ &= -4 \cdot 2 = -8 \end{aligned}$$

Jawaban : A

$$35. \text{ Jika } \int_1^2 (1-2f(x))dx = 5 \text{ dan } \int_2^4 (f(x) - \frac{x}{2})dx = 6, \text{ maka } \int_1^4 (f(x) + 1)dx = \dots$$

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12
- E. 14

Pembahasan :

$$\begin{aligned} & \int_1^2 (1-2f(x))dx = 5 \\ & \leftrightarrow \int_1^2 dx - 2 \int_1^2 f(x) dx = 5 \\ & \leftrightarrow 1 - 2 \int_1^2 f(x) dx = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = -2 \\
&\int_2^4 \left(f(x) - \frac{x}{2}\right) dx = 6 \\
&\leftrightarrow \int_2^4 \left(f(x) dx - \int_2^4 \frac{x}{2} dx\right) = 6 \\
&\leftrightarrow \int_2^4 f(x) dx - 3 = 6 \\
&\leftrightarrow \int_2^4 f(x) dx = 9 \\
&\therefore \int_1^4 (f(x) + 1) dx = \int_1^2 f(x) dx + \\
&\quad \int_2^4 dx + \int_2^4 (f(x) dx) + \int_2^4 dx = \\
&\quad -2 + 1 + 9 + 2 = 10
\end{aligned}$$

Jawaban : B

36. Umur Anto 4 tahun lebih tua dari Budi. Pada saat ini umur Budi dua kali lipat umur Cici. Tiga tahun yang lalu umur Cic setengah dari umur Desi. Dua tahun lagi Budi dan Desi akan menikah, dan pada saat itu umur Anto 30 tahun. Selisih umur Desi dan umur Budi pada saat menikah nanti adalah

- A. Budi empat tahun lebih tua dari Desi
- B. Budi dua tahun lebih tua dari Desi.
- C. Budi dan Desi usianya sama saat menikah
- D. Desi lima tahun lebih muda dari Budi
- E. Desi tiga tahun lebih muda dari Budi.

Pembahasan :

Dengan memisalkan umur Anto, Budi, Cici, dan Desi di masa sekarang sebagai a, b, c, d , diperoleh sistem persamaan

$$a = b + 4$$

$$b = 2c$$

$$c - 3 = \frac{1}{2}(d - 3)$$

Jika dua tahun lagi Budi dan Desi akan menikah maka umur Anto pada saat itu 30 tahun. Berarti, umur Anto saat ini $a = 28$.

Dengan demikian, $b = 24; c = 12; d = 21$

Umur Budi dan Desi saat menikah nanti berturut-turut 26 tahun dan 23 tahun. Jadi umur Desi tiga tahun lebih muda dari Budi.

Jawaban : E

37. Berat badan Agung dua kali berat badan Beta. Berat badan Beta 60% dari berat badan Cici. Deri mempunyai berat badan 50% dari berat badan Edi. Berat badan Edi 190% dari berat badan Agung. Yang mempunyai berat badan paling ringan adalah

- A. Agung
- B. Beta
- C. Cici
- D. Deri
- E. Edi

Pembahasan :

$$a = 2b$$

$$b = 0,6c$$

$$d = 0,5e$$

$$e = 1,9a$$

$a = 2b$ masuk ke $e = 1,9a$, jadi

$$e = 3,8b$$

$$c = \frac{b}{0,6} = \frac{5}{3}b$$

$$d = 0,5(3,8b) = 1,9b$$

Maka dapat disimpulkan yang mempunyai berat badan paling ringan adalah Beta.

Jawaban : B

38. Nilai dari $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ adalah

- A. ∞
- B. 2
- C. 1
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{1}{4}$

Pembahasan :

$$\begin{aligned}
&\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \\
&\quad \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \\
&\quad \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{4}{3} \right) \left(\frac{5}{4} \right) \cdots \left(\frac{n}{n-1} \right) \\
&\quad \left(\frac{n+1}{n} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{2} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \cdots \left(\frac{n-2}{n-1} \right) \\
&\quad \left(\frac{n-1}{n} \right) \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{2} \right) \left(\frac{1}{n} \right) \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right) \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Jawaban : D

39. $\int 7x(3-x)^5 dx = \dots$

- A. $\frac{1}{6}x(3-x)^6 + \frac{1}{42}(3-x)^7 + c$
- B. $-\frac{1}{6}x(3-x)^6 - \frac{1}{42}(3-x)^7 + c$
- C. $-\frac{1}{6}x(3-x)^6 + \frac{1}{6}(3-x)^7 + c$
- D. $\frac{7}{6}x(3-x)^6 - \frac{1}{6}(3-x)^7 + c$
- E. $-\frac{7}{6}x(3-x)^6 - \frac{1}{6}(3-x)^7 + c$

Pembahasan :

Cara standar : Integral Parsial
Cara cepat : kita dapat menggunakan cara tabulasi, yaitu bagian kiri diturunkan, bagian kanan diintegralkan, lalu masing-masing dikalikan secara silang-seling (plus minus)

$$\begin{aligned}
&(3-x)^5 \\
&- \frac{1}{6}(3-x)^6 \\
&- \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}(3-x)^7 \\
&\therefore \int 7x(3-x)^5 dx \\
&\quad = -\frac{7}{6}x(3-x)^6 \\
&\quad - \frac{1}{6}(3-x)^7 + c
\end{aligned}$$

Jawaban : E

40. $\int (2x-4) \sqrt[3]{(6+4x-x^2)^5} dx = \dots$

- A. $\frac{3}{8}(x^2-4x)\left(6x+2x^2-\frac{1}{3}x^3\right) + c$
- B. $-\frac{3}{8}(x^2-4x)\left(6x+2x^2-\frac{1}{3}x^3\right) + c$
- C. $\frac{3}{8}(6+4x-x^2)^{8/3} + c$
- D. $-\frac{3}{8}(6+4x-x^2)^{8/3} + c$

E. $-\frac{8}{3}(6+4x-x^2)^{8/3} + c$

Pembahasan :

$$\int (2x-4) \sqrt[3]{(6+4x-x^2)^5} dx$$

Jika menjumpai bentuk integral semacam ini, misalkan yang di dalam akar kemudian turunkan. Pasti nanti ada hubungannya dengan unsur di luar akar.

Misal $y = 6+4x-x^2 \leftrightarrow dy = (4-2x)dx$

Supaya menjadi seperti yang di luar akar, haruslah $-dy = (2x-4)dx$

Sehingga integral hasil permisalannya

$$\begin{aligned}
\int -y^{\frac{5}{3}} dy &= -\frac{3}{8}y^{\frac{8}{3}} + c \\
&= -\frac{3}{8}(6+4x-x^2)^{\frac{8}{3}} + c
\end{aligned}$$

Jawaban : D

41. Bowo ingin membeli ponsel dengan harga 2 kali ponsel yang ingin dibeli Chacha. Chacha sudah memiliki uang Rp. 1.500.000,- dan akan menabung Rp. 30.000,- per minggu. Sementara Bowo sudah memiliki uang Rp. 1.000.000,- dan akan memulai menabung Rp. 100.000,- per minggu. Jika mereka membeli ponsel dalam waktu yang sama, maka harga ponsel yang dibeli Chacha adalah

- A. Rp. 2.700.000,-
- B. Rp. 3.000.000,-
- C. Rp. 3.300.000,-
- D. Rp. 3.400.000,-
- E. Rp. 3.600.000,-

Pembahasan :

Misalkan harga ponsel yang akan dibeli Bowo = b dan harga posen yang akan dibeli Chacha = c

Misalkan juga banyaknya minggu yang dilalui agar mereka dapat membeli ponsel yang diinginkannya adalah n . Ini merupakan aplikasi barisan aritmatika dengan kondisi $b = 2c$

$$\begin{aligned}
&\leftrightarrow 1000 + (n-1)100 \\
&\quad = 2(1500) \\
&\quad + (n-1)30 \\
&\leftrightarrow 900 + 100n = 2(1470 + 30n) \\
&\leftrightarrow 450 + 50n = 1470 + 30n \\
&\leftrightarrow 20n = 1020 \\
&\leftrightarrow n = 51 \\
&\therefore \text{Harga ponsel yang akan dibeli Budi} \\
&= 1000 + 5000 = 6000 \text{ (dalam ribuan)}
\end{aligned}$$

Harga ponsel yang akan dibeli Chacha $= \frac{1}{2}(6000) = 3000$ (dalam ribuan)

Jawaban : B

42. Suatu partikel bergerak lurus dengan kecepatan $v = 3t + 2$ satuan jarak/detik. Jika pergerakan dimulai dari detik $t = 2$, maka jarak tempuh pergerakan partikel setelah 4 detik bergerak adalah ... satuan jarak.

- A. 22
B. 28
C. 48
D. 52
E. 56

Pembahasan :

Ingat bahwa persamaan kecepatan terhadap waktu jika diintegralkan maka akan menghasilkan persamaan jarak terhadap waktu. Sehingga

$$r = \int v dt = \int (3t + 2) = \frac{3}{2}t^2 + 2t$$

Untuk $t = 2$

$$r = \frac{3}{2}(2)^2 + 2(2) = 10 \text{ satuan jarak}$$

Untuk $t = 4$

$$r = \frac{3}{2}(4)^2 + 2(4) = 32 \text{ satuan jarak.}$$

Jadi, jarak tempuh partikel dari $t = 2$ s/d $t = 4$ adalah $32 - 10 = 22$ satuan jarak.

Jawaban : A

43. Garis g melewati pusat lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$ dan tegak lurus terhadap garis $3x + 4y + 5 = 0$. Persamaan garis g adalah

- A. $3y + 4x - 20 = 0$
B. $3y - 4x + 20 = 0$

- C. $3y - 4x - 20 = 0$
D. $4x - 3y + 20 = 0$
E. $4x - 3y - 20 = 0$

Pembahasan :

Syarat garis yang tegak lurus

$$m_{\text{diketahui}} \times m_{\text{ditanyakan}} = -1$$

Dari garis $3x + 4y + 5 = 0, m = -\frac{3}{4}$

Sehingga, m yang dipakai adalah $\frac{4}{3}$
Dari persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 4 = 0$ didapat pusatnya di $P(2, -4)$. Jadi, persamaan garis g yang melewati pusat lingkaran itu dengan gradien garisnya $\frac{4}{3}$ adalah

$$\begin{aligned}
y + 4 &= \frac{4}{3}(x - 2) \\
\leftrightarrow 3y + 12 &= 4x - 8 \\
\leftrightarrow 4x - 3y - 20 &= 0
\end{aligned}$$

Jawaban : B & E

44. Diketahui system persamaan $\frac{5}{x-2} + \frac{2}{y-3} = 8$ dan $\frac{4}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 10$.

Penyelesaian system persamaan linier tersebut adalah

- A. $x = \frac{2}{5}, y = 2$
B. $x = 2, y = \frac{5}{2}$
C. $x = \frac{5}{2}, y = 2$
D. $x = 2, y = \frac{2}{5}$
E. $x = 2, y = 2$

Pembahasan :

$$\begin{cases} \frac{5}{x-2} + \frac{2}{y-3} = 8 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 10 \end{cases}$$

Karena sudah ada yang sama jadi langsung dijumlahkan

$$\frac{9}{x-2} = 18$$

$$\begin{aligned}
 &\leftrightarrow 2x - 4 = 1 \\
 &\leftrightarrow x = \frac{5}{2} \\
 &\frac{5}{2} + \frac{2}{y-3} = 8 \\
 &\leftrightarrow 10 + \frac{2}{y-3} = 8 \\
 &\leftrightarrow \frac{2}{y-3} = -2 \\
 &\leftrightarrow 3 - y = 1 \\
 &\leftrightarrow y = 2
 \end{aligned}$$

Jawaban : C

45. Berikut ini adalah data jumlah penduduk menurut kelompok umur di suatu wilayah.

Kelompok Umur	Jumlah penduduk
0 – 4	2
5 – 9	3
10 – 14	5
15 – 19	6
20 – 24	...
25 – 29	1

Jika diketahui rata-rata umur penduduk di wilayah tersebut adalah 14 tahun, maka jumlah penduduk kelompok umur 20 – 24 tahun adalah

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

Pembahasan :

Gunakan rumus $\bar{x} = \bar{x}_s + \sum \frac{f_i d_i}{f}$; yang dicetak tebal adalah \bar{x}_s nya (rataan sementara)

NB : \bar{x}_s boleh dipilih sembarang dari x_i yang tersedia.

$$\begin{aligned}
 d_i &= x_i - \bar{x}_s \\
 14 &= 2 + \frac{180+20n}{17+n}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{34 + 2n + 180 + 20n}{17 + n}$$

Kelompok Umur	Jumlah penduduk	Nilai Tengah (x_i)	Simpangan (d_i)	$f_i d_i$
0 – 4	2	2	0	0
5 – 9	3	7	5	15
10 – 14	5	12	10	50
15 – 19	6	17	15	90
20 – 24	n	22	20	20n
25 – 29	1	27	25	25
Jumlah	$17 + n$			$\sum f_i d_i$

$$\leftrightarrow 238 + 14n = 22n + 214$$

$$\leftrightarrow 8n = 24$$

$$\leftrightarrow n = 3$$

Jawaban : B

46. Rata-rata nilai ujian kelas A, kelas B, dan gabungan kedua kelas tersebut berturut-turut adalah \bar{x}_A , \bar{x}_B dan \bar{x}_{gab} . Jika $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 10:9$ dan $\bar{x}_A : \bar{x}_B = 85:81$, maka perbandingan banyaknya siswa kelas A dan B adalah

- A. 3 : 4
- B. 3 : 5
- C. 4 : 5
- D. 8 : 9
- E. 9 : 10

Pembahasan :

$$\bar{x}_{gab} = \frac{n_A \cdot \bar{x}_A + n_B \cdot \bar{x}_B}{n_A + n_B}$$

Soal ini angka dan pertanyaannya persis seperti di USM STIS 2016.

Jawaban : C

47. Dari suatu kotak yang terdapat 4 bola merah dan 3 bola biru, dilakukan pengambilan dua bola tanpa pengembalian. Peluang terambil satu bola merah dan satu bola biru adalah

- A. $\frac{1}{5}$
- B. $\frac{2}{7}$

- C. $\frac{3}{10}$
 D. $\frac{4}{7}$
 E. $\frac{10}{21}$

Pembahasan :

Misal A adalah kejadian terambil satu bola merah dalam kotak dan B adalah kejadian terambil satu bola biru dalam kotak. Ini merupakan peluang kejadian bersyarat, sehingga

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = P(A) \times P(B) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

Jawaban : B

48. Dari 100 orang, 40 orang memelihara kucing, 42 orang memelihara ayam, dan 35 orang memelihara keduanya. Jika satu orang dipilih secara acak, maka peluang ia tidak memelihara kucing maupun ayam adalah
- A. 0,18
 B. 0,22
 C. 0,25
 D. 0,53
 E. 0,65

Pembahasan :

$$n(S) = 100$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \\ &\quad - n(A \cap B) \\ &= 40 + 42 - 35 \\ &= 47 \end{aligned}$$

Berarti, yang tidak memelihara kucing maupun ayam ada $100 - 47 = 53$

$$\text{Peluangnya } \frac{53}{100} = 0,53$$

Jawaban : D

49. Diketahui rata-rata pendapatan 40 karyawan suatu perusahaan adalah 35 ribu rupiah per jam dengan median 48 ribu rupiah per jam dan simpangan baku 10 ribu per jam. Jika semua pendapatan karyawan dikalikan dua kemudian dikurangi 15 ribu rupiah, maka pernyataan yang benar adalah

- A. rata-rata pendapatan karyawan menjadi 70 ribu rupiah per jam.
 B. simpangan baku pendapatan karyawan menjadi 20 ribu rupiah per jam.

- C. rata-rata pendapatan karyawan menjadi 65 ribu rupiah per jam.
 D. simpangan baku pendapatan karyawan menjadi 5 ribu rupiah per jam.
 E. median pendapatan karyawan 48 ribu rupiah per jam.

Pembahasan :

Jawaban :

50. Suatu sekolah menengah membentuk tim yang terdiri dari 4 anak kelas I, 5 anak kelas II, dan 6 anak kelas III. Kemudian akan ditentukan ketua, wakil ketua, sekretaris tim. Jika kelas asal ketua tim harus lebih tinggi dari kelas asal wakil ketua dan sekretaris, maka banyaknya kemungkinan susunan tim yang terbentuk adalah ...
- A. 120
 B. 216
 C. 231
 D. 432
 E. 492

Pembahasan :

Jika kelas III yang menjadi ketua, banyak caranya ada $6 \cdot 9 \cdot 8 = 432$

Jika kelas II yang menjadi ketua, banyak caranya ada $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Totalnya ada $432 + 60 = 492$ cara

Jawaban : E

51. Peluang seorang mahasiswa lulus mata kuliah statistika adalah 0,7 dan lulus mata kuliah kalkulus 0,6 serta peluang lulus keduanya 0,55. Peluang seorang mahasiswa tidak lulus kedua mata kuliah tersebut adalah

- A. 0,12
 B. 0,25
 C. 0,35
 D. 0,45
 E. 0,75

Pembahasan :

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ &\quad - P(A \cap B) \\ &= 0,7 + 0,6 - 0,55 = 0,75 \\ \text{Sehingga } P(A \cup B)^c &= 1 - 0,75 = 0,25 \\ \text{Jawaban : B} \end{aligned}$$

52. Ingkaran pernyataan "Pada hari Senin sampai Jumat mahasiswa STIS wajib mengenakan sepatu hitam dan kaos kaki putih" adalah
- A. "Selain hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam dan kaos kaki putih".
- B. "Selain hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam atau kaos kaki putih".
- C. "Selain hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS wajib mengenakan sepatu hitam dan tidak wajib mengenakan kaos kaki putih".
- D. "Pada hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam atau tidak wajib mengenakan kaos kaki putih".
- E. "Pada hari Senin sampai Jumat, mahasiswa STIS tidak wajib mengenakan sepatu hitam dan tidak wajib mengenakan kaos kaki putih".

Pembahasan :

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Jawaban : D

53. Nilai suatu mata pelajaran dari 25 siswa mengikuti deret aritmetika dengan nilai tertinggi 97 dan nilai rata-rata 68. Nilai terendah siswa adalah
- A. 28
B. 37
C. 39
D. 43
E. 45

Pembahasan :

$$\text{Jumlah nilai } 25 \text{ siswa}, S_{25} = 25 \cdot 68 = 1700; U_{25} = 97$$

$$S_{25} = \frac{25}{2}(a + 97)$$

$$\leftrightarrow 3400 = 25(a + 97)$$

$$\leftrightarrow 3400 - 2425 = 25a$$

$$\leftrightarrow 975 = 25a$$

$$\leftrightarrow a = 39$$

Jawaban : C

54. Diketahui barisan tak hingga $\left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^2 x}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^4 x}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^6 x}, \dots$ jika

$x = \frac{\pi}{4}$, maka hasil perkalian semua suku barisan tak hingga tersebut adalah

- A. 0
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$
D. 1
E. ∞

Pembahasan :

$$\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^2 x} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^4 x} \times \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos^6 x} \times \dots = \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\cos^2 x+\cos^4 x+\cos^6 x+\dots}$$

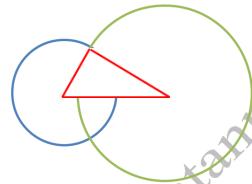
Operasikan yang ada di pangkat,

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x} = \csc^2 x$$

Untuk $x = \frac{\pi}{4}, S_{\infty} = \csc^2 \frac{\pi}{4} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2$

Jadi, $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

55. Persamaan lingkaran $x^2 + y^2 - 9 = 0$ dan $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ masing-masing berpusat di titik A dan B. Jika titik C merupakan salah satu titik potong kedua lingkaran tersebut, maka luas segitiga ABC adalah



- A. 6 satuan luas
B. 7,5 satuan luas
C. 10 satuan luas
D. 12 satuan luas
E. 15 satuan luas

Pembahasan :

Lingkaran $x^2 + y^2 - 9 = 0$ berpusat di A(0,0) dengan $r_1 = 3$

Lingkaran $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ berpusat di B(5,0) dengan $r_2 = \sqrt{5^2 - 9} = \sqrt{16} = 4$

Titik C adalah salah satu titik potong kedua lingkaran tersebut, berarti \overline{AC} dan \overline{BC} adalah jari-jari lingkaran.

$$\overline{AC} = 3; \overline{BC} = 4$$

Gunakan sifat sudut keliling lingkaran. Jika menghadap diameter lingkaran maka sudutnya siku-siku. Jadi, $\angle BCA = 90^\circ$ sehingga disimpulkan ΔABC adalah segitiga siku-siku, dengan \overline{AB} sebagai hipotenusa.

$$L\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ satuan luas.}$$

Jawaban : A

56. Suatu kotak kardus tanpa tutup akan dibuat dari karton berbentuk persegi yang mempunyai sisi 12 cm. pembuatan kotak dilakukan dengan cara memotong persegi-persegi yang ukurannya sama dari keempat sudutnya, kemudian melipat sisinya ke atas. Ukuran sisi yang persegi yang dipotong agar diperoleh kotak kardus dengan volume terbesar adalah ...

- A. 2 cm
- B. 3 cm
- C. 4 cm
- D. 5 cm
- E. 6 cm

Pembahasan :

Dengan memotong persegi-persegi di keempat sudutnya dengan ukuran yang sama (misalkan ukurannya x) kemudian melipatnya, maka panjang sisi alas kardusnya (berbentuk persegi) adalah $(12 - 2x)$ cm dan tinggi kardusnya x cm.

$$\begin{aligned}V &= L_{\text{alas}} \times t \\&= (12 - 2x)^2 \cdot x\end{aligned}$$

Masukkan syarat maksimum, yakni :

$$V' = 0$$

$$\begin{aligned}\leftrightarrow 2(12 - 2x)(-2)x &+ (12 - 2x)^2(1) \\&= 0\end{aligned}$$

$$\leftrightarrow (12 - 2x)^2 = 4x(12 - 2x)$$

$$\leftrightarrow 12 - 2x = 4x$$

$$\leftrightarrow 6x = 12$$

$$\leftrightarrow x = 2$$

Jawaban : A

57. Dani memiliki 2 kakak kembar, Dini dan Dono. Usia Dani a tahun, dan usia kakaknya b tahun, dengan a dan b bilangan bulat. Jika perkalian usia

ketiganya adalah 320, maka jumlah usia ketiganya adalah

- A. 23
- B. 20
- C. 24
- D. 21
- E. 25

Pembahasan :

$$ab^2 = 320$$

Jika a dan b bilangan bulat, maka $a = 5$; $b = 8$. Sehingga $a + b + b = 5 + 8 + 8 = 21$

Jawaban : D

58. Kota K terletak 10 km di sebelah utara kota P, sedangkan kota O terletak di sebelah timur kota P sejauh 10 km. Kota N terletak 20 km di sebelah selatan kota O. Kota L terletak 10 km di sebelah selatan kota M yang berjarak 10 km di sebelah timur kota N. Jika Amin berangkat dari kota P dengan mengendarai sepeda motor pada pukul 08.15 menuju kota L dengan kecepatan 60 km/jam, maka Amin sampai di kota L pada pukul

- A. 09.05
- B. 09.10
- C. 09.15
- D. 09.25
- E. 09.35

Pembahasan :

$$\text{Jarak kota } P \text{ ke } L = 10 + 20 + 10 + 10 = 50 \text{ km}$$

$$v = 60 \text{ km/jam}; t = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \text{ jam} = 50 \text{ menit}$$

50 menit dari 08.15, yaitu 09.05

Jawaban : A

59. Jumlah kelereng Tio dua buah lebih banyak dari kelereng Boni. Jika Tio memberikan tiga buah kelerengnya kepada Boni, maka selisih kelereng mereka sekarang adalah

- A. 1
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 8

Pembahasan :

Cara termudah adalah dengan memaksimalkan kelereng Tio

sebanyak 5 buah dan kelereng Boni 3 buah. Jika Tio memberikan tiga buah kelerengnya kepada Boni, maka banyaknya kelereng Tio dan Boni sekarang berturut-turut adalah 2 dan 6 buah.

Jadi, selisihnya 4

Jawaban : C

60. "Jika ibu libur, maka adik senang"

"Jika adik senang, maka adik tersenyum"

Kesimpulan dari pernyataan tersebut adalah

A. Jika ibu tidak libur, maka adik tidak senang.

B. Jika adik tersenyum maka ibu libur

C. Ibu tidak libur dan adik tidak senang.

D. Ibu libur dan adik tersenyum.

E. Jika adik tidak tersenyum, maka ibu tidak libur.

Pembahasan :

Kesimpulannya dalam bentuk logika adalah $p \rightarrow q$ (silogisma)

$p \rightarrow q$ ekuivalen dengan kontaposisinya, yaitu $\sim q \rightarrow \sim p$.

Jawaban : E

PREDIKSI PAKET I

Paket 1

1. Suatu keluarga memiliki lima orang anak. Anak termuda berumur p tahun dan yang tertua berumur $3p$ tahun. Tiga anak yang lain berturut-turut berumur $p+2$, $2p-2$, dan $3p-5$. Bila rata-rata umur mereka adalah 19 tahun, maka umur anak keempat adalah ... tahun

- A. 11
- B. 12
- C. 24
- D. 25

2. Tabel berikut menunjukkan distribusi frekuensi tinggi badan siswa :

Tinggi Badan (cm)	Frekuensi
151-155	5
156-160	20
161-165	p
166-170	26
171-180	7

Median dari data tersebut adalah 163,5 , maka nilai p adalah ...

- A. 30
- B. 40
- C. 50
- D. 60

3. Jumlah pangkat tiga akar-akar persamaan $x^2 + x - a = 0$ sama dengan jumlah kuadrat akar-akar persamaan $x^2 - 3x + a = 0$, maka nilai a adalah ...

- A. -10
- B. -11
- C. 10
- D. 11

4. Andi adalah seorang pengusaha *face shield*, biaya yang harus dikeluarkan setiap bulannya untuk memproduksi x *face shield* dinyatakan dengan $f(x)=x^2 + 10.000x + 2500$. Jika harga setiap *face shield* adalah Rp 20.000 maka keuntungan maksimum yang diperoleh Andi adalah ...

- A. 25.002.500
- B. 25.250.000
- C. 22.250.000
- D. 25.200.250

5. Himpunan penyelesaian dari $|2x + 5| \leq x + 5$ adalah ...

- A. $\frac{-10}{3} \leq x \leq \frac{10}{3}$
- B. $\frac{-10}{3} \leq x \leq 0$
- C. $0 \leq x \leq \frac{10}{3}$
- D. $0 \leq x \leq \frac{5}{3}$

6. Diketahui bahwa $\log 2 + \log (x+1) > \log (x-3)$, maka nilai x yang memenuhi adalah ...

- A. $x > -1$
- B. $x > 2$
- C. $x > 3$
- D. $x > -5$

7. Jika $f \circ g (x) = x^2 + 4x - 3$ dan $g(x) = x + 2$, maka nilai $f^{-1} (x)$ adalah ...

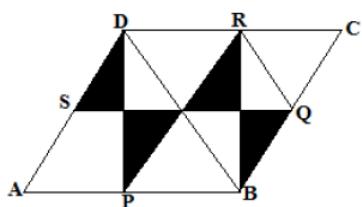
- A. $\sqrt{y+6}$
- B. $2 + \sqrt{y+7}$
- C. $2 + \sqrt{y+6}$
- D. $\sqrt{y+7}$

8. Jika $f(x) = 2^{-x}$, maka untuk setiap x berlaku $f(x) - f(x+1) = \dots$
- E. $\frac{1}{2}f(x)$
 F. $\frac{1}{3}f(x)$
 G. $2f(x)$
 H. $3f(x)$
9. Pada persamaan $1 + {}^2\log x = {}^2\log(3+2^{x+1})$, nilai x yang memenuhi adalah ...
 A. ${}^3\log 2$
 B. ${}^2\log 3$
 C. $\log 3$
 D. $\log 2$
10. Nilai dari ${}^{2,75}\log 3 \cdot {}^3\log \frac{5}{2} \cdot {}^{2,5}\log 7$ adalah ...
 A. $\log 7$
 B. $\log 2,5$
 C. ${}^{2,75}\log 7$
 D. ${}^{2,75}\log 2,5$
11. Hitunglah integral $\int 3x^2(x^3 + 5)^9 dx$...
 A. $\frac{1}{10}(x^3 + 5)^{10} + C$
 B. $\frac{1}{3}(x^3 + 5)^{10} + C$
 C. $(x^3 + 5)^{10} + C$
 D. $\frac{1}{5}(x^3 + 5)^{10} + C$
12. Nilai dari $\int_{-3}^3 x^2 - 2x - 3 dx$ adalah ...
 A. 0
 B. 3
 C. $\frac{1}{3}$
 D. -3
13. Persamaan garis singgung untuk kurva $y_1 = -x^2 + 2x + 3$ yang sejajar dengan garis $y_2 = 3 - 4x$ adalah ...
- A. $y = -4x + 14$
 B. $y = -3x + 12$
 C. $y = -4x + 12$
 D. $y = -3x + 10$
14. Gradien garis singgung di sebarang titik (x,y) ditentukan oleh persamaan $m = 2x + 4$. Jika kurva melalui titik $(1,2)$, maka persamaan kurva tersebut adalah ...
 A. $y = x^2 + 4x - 3$
 B. $y = x^2 + 4x - 2$
 C. $y = x^2 + 4x + 3$
 D. $y = x^2 + 4x - 2$
15. Jika tiga bilangan x , y , dan z membentuk barisan geometri, maka $\frac{x+y}{x+2y+z} = \dots$
 A. $\frac{1}{y+z}$
 B. $\frac{z}{y+z}$
 C. $\frac{1}{y-z}$
 D. $\frac{y}{y+z}$
16. Himpunan bilangan ${}^5\log 3 + {}^5\log 9 + {}^5\log 27 + {}^5\log 81 + \dots$ akan membentuk ...
 A. Deret aritmatika dengan beda ${}^5\log 3$
 B. Deret geometri dengan beda ${}^5\log 3$
 C. Deret aritmatika dengan beda 3
 D. Bukan deret baik geometri maupun aritmatika
17. Diketahui $\tan x = \frac{1}{2}$, $\tan y = \frac{1}{5}$, dan $\tan z = \frac{1}{8}$. Maka, nilai $\tan(x+y+z)$ adalah ...
 A. 1
 B. $\frac{1}{2}$
 C. 2
 D. $\frac{3}{2}$

18. Jika $\tan x = \frac{1}{2}$, maka nilai dari $2 \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \cos(\pi - x)$ adalah ...

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$
- B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$
- C. 1
- D. 0

19. Perhatikan gambar berikut!



ABCD adalah belah ketupat. P, Q, R, S masing-masing titik tengah sisi belah ketupat, dan $BD = AB$. Jika luas belah ketupat $4L \text{ cm}^2$, maka luas daerah yang diarsir adalah...

- A. L
- B. $2L$
- C. $3L$
- D. $4L$

20. Perhatikan gambar berikut!



Seperti terlihat ada gambar berikut, terdapat 1 lingkaran besar dan 2 lingkaran kecil yang berjari-jari sama. Kedua lingkaran kecil bersinggungan tepat di titik pusat lingkaran besar. Apabila luas daerah yang diarsir berada dalam lingkaran besar sama dengan luas daerah yang di lingkaran besar, maka

perbandingan jari-jari lingkaran kecil dan besar adalah...

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- D. $\sqrt{2}$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x^2} = \dots$$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{-x} = \dots$$

- A. 1
- B. 0
- C. e^5
- D. e

23. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \ln(x^2 + 1)!$

- A. $\frac{2x}{x^2+1}$
- B. $\frac{x}{x^2+1}$
- C. $\frac{2x}{x+1}$
- D. $\frac{x}{x+1}$

24. Nilai maksimum dari fungsi $f(x) = {}^2\log(1+x) + {}^2\log(3-x)$ adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

25. Misalkan diketahui :

$S = \{\text{jeruk, mangga, apel, pisang, melon, semangka, alpukat, lemon}\}$ yang

menyatakan jenis buah-buahan dan kejadian-kejadian;

$X = \{\text{jeruk, alpukat, manga, semangka, apel}\}$

$Y = \{\text{pisang, apel, melon}\}$

$Z = \{\text{lemon}\}$

Maka $(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z)$ adalah...

- A. $\{\text{melon}\}$
- B. $\{\text{lemon}\}$
- C. $\{\text{pisang, lemon, apel}\}$
- D. $\{\text{semangka, lemon, melon}\}$

26. Himpunan daerah asal dari invers fungsi

$y = \frac{2x+5}{x-2}$, untuk $x \in \mathbb{R}, x \neq 2$, adalah ...

- A. $\{y | y \neq 5, y \in \mathbb{R}\}$
- B. $\{y | y \neq 3, y \in \mathbb{R}\}$
- C. $\{y | y \neq 2, y \in \mathbb{R}\}$
- D. $\{y | y \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$

27. X dan Y adalah dua kejadian yang saling

lepas (saling asing), dimana $P(X) = \frac{1}{3}$ dan $P(X^c \cap Y^c) = \frac{1}{5}$. Nilai $P(Y)$ adalah ...

- A. 2
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. 1

28. Suatu survei pemerintah terhadap optimalisasi pembangunan jalan raya di Provinsi X dikelompokkan menjadi tiga kategori, yaitu puas, tidak puas, dan kurang puas berdasarkan indikator tertentu. Responden survei tersebut adalah 173 orang yang tersebar di Provinsi X dengan hasil 37 orang puas, 33 orang kurang puas, dan sisanya tidak

puas. Berapakah peluang pemerintah untuk mendapat persetujuan pembangunan optimalisasi jalan raya selanjutnya?

- A. 0,214
- B. 0,224
- C. 0,114
- D. 0,144

29. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$ dimana $AB=C$. Maka, $B = \dots$

- A. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$
- B. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
- C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$
- D. $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

30. Determinan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

31. Diketahui dua vektor yaitu $\bar{p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ dan

$\bar{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$. Besar sudut antara kedua vektor tersebut adalah ...

- A. 45°
- B. 90°
- C. 120°
- D. 135°

32. Dua buah vektor $\bar{p} = \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix}$ dan $\bar{q} = \begin{vmatrix} 1 \\ 7 \end{vmatrix}$, maka $|\bar{p} - \bar{q}|$ adalah ...

- A. $\sqrt{25}$
- B. $\sqrt{5}$
- C. $\sqrt{144}$
- D. $\sqrt{12}$

33. Diketahui sistem persamaan :

$$9^{x-2y+1} = 27^{2x-y}$$

$$2^{x+y+1} = 4^{2x-y-4}$$

Nilai $x^2 + y^2 = \dots$

- A. 5
- B. 5,5
- C. 6
- D. 6,5

34. Bagilah bilangan 120 menjadi dua bagian sehingga seperempat dari bilangan yang pertama 11 lebih besar dan sepertiga bilangan yang kedua. Kedua bilangan tersebut adalah ...

- A. 68,4 dan 35,6
- B. 64,4 dan 35,6
- C. 68,4 dan 39,6
- D. 60,5 dan 31,6

35. Luas daerah parkir tempat wisata 160 m^2 dengan daya tampung maksimum 20 kendaraan. Biaya parkir untuk sebuah mobil pribadi Rp 1.000/jam dan untuk sebuah bus pariwisata Rp 2.000/jam. Jika untuk parkir sebuah mobil pribadi dibutuhkan luas 4 m^2 dan untuk sebuah bus pariwisata 20 m^2 , dan dalam 1 jam tidak ada kendaraan yang pergi dan

datang, maka hasil maksimum yang diperoleh dari tempat parkir itu adalah ...

- A. 25.000
- B. 20.000
- C. 15.000
- D. 30.000

36. Apabila jumlah 2 buah bilangan riil tak negatif x dan y lebih kecil dan sama dengan 10. Jika $y - 8$ tidak lebih kecil dari $2x$, maka nilai maksimum dari $3x + y$ adalah...

- C. 21
- D. 22
- E. 23
- F. 24

37. Jika titik (p, q) dicerminkan terhadap sumbu y, kemudian dilanjutkan dengan transformasi sesuai matriks $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ menghasilkan titik $(1, -8)$, maka nilai $p + q = \dots$

- A. -1
- B. 1
- C. -2
- D. 2

38. Suatu fungsi kuadrat dalam y habis dibagi $(y + 2)$, jika dibagi dengan $(y - 1)$ sisanya 6, jika dibagi dengan $(y - 2)$ sisanya 12. Fungsi tersebut adalah...

- A. $y^2 + 3y - 2$
- B. $y^2 + 3y + 2$
- C. $-y^2 + 3y + 2$
- D. $-y^2 + 3y - 2$

39. Jika $f(x)$ dibagi $(x - 2)$ sisanya 24, sedangkan jika $f(x)$ dibagi dengan $(2x -$

- 3) sisanya 20. Jika $f(x)$ dibagi dengan $(x - 2)(2x - 3)$ sisanya adalah ...
- A. $8x + 8$
B. $8x - 8$
C. $-8x + 8$
D. $-8x - 8$
40. Sepuluh orang pegawai BPS yang sedang ditugaskan di suatu daerah akan ditempatkan di 4 kota. Masing-masing kota akan menerima 2, 3, 4, dan 1 orang pegawai. Banyaknya susunan penempatan pegawai yang mungkin adalah...
- A. 12500
B. 12600
C. 12700
D. 12800

Pembahasan Paket 1

1. Jawab : D. 25

$$\frac{p+p+2+2p-2+3p-5+3p}{5} = 19$$

$$10p - 5 = 19 \times 5$$

$$10p - 5 = 95$$

$$10p = 100$$

$$p = 10$$

$$\text{Jadi, } 3p - 5 = 25$$

2. Jawab : B. 40

$$163,5 = 160,5 + \left[\frac{\frac{2}{4}(58+k)-25}{k} \times 5 \right]$$

$$163,5 = 160,5 + \left[\frac{(58+k)-50}{2k} \times 5 \right]$$

$$3 = \frac{(58+k)-50}{2k} \times 5$$

$$p = 40$$

3. Jawab : A. -10

Misal a dan b adalah akar-akar dari persamaan $x^2 - 3x + a = 0$, maka :

$$a + b = 3$$

$$ab = a$$

Misal c dan d adalah akar-akar dari persamaan $x^2 + x - a = 0$, maka :

$$c + d = -1$$

$$cd = -a$$

Sehingga :

$$a^2 + b^2 = c^3 + d^3$$

$$(a+b)^2 - 2ab = (c+d)^3 - 3cd(c+d)$$

$$(3)^2 - 2(a) = (-1)^3 - 3(-a)(-1)$$

$$9 - 2a = -1 - 3a$$

$$a = -10$$

4. Jawab : 25.002.500

$$f(x) = x^2 + 10.000x + 2500$$

$$h(x) = 20.000x$$

Jika fungsi keuntungan dinyatakan dalam

$u(x)$, maka :

$$u(x) = g(x) - f(x)$$

$$u(x) = 20.000x - (x^2 + 10.000x + 2500)$$

$$u(x) = -x^2 - 10.000x - 2500$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-D}{4a}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-(b^2-4ac)}{4a}$$

$$\begin{aligned} \text{Keuntungan maksimum} &= \\ \frac{-(10.000^2-4(1)(-2500))}{4(1-)} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Keuntungan maksimum} &= \\ \frac{-(10.000^2-4(1)(-2500))}{4(-1)} &= \end{aligned}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = 25.002.500$$

5. Jawab : B. $\frac{-10}{3} \leq x \leq 0$

$$|2x + 5| \leq x + 5$$

$$-(2x+5) \leq x + 5 \leq (2x+5)$$

$$-2x-5 \leq x + 5 \leq (2x+5)$$

- $-2x-5 \leq x + 5$

$$-3x \leq 10$$

$$x \geq \frac{-10}{3}$$

- $x + 5 \leq 2x+5$

$$x \leq 0$$

$$\text{Sehingga : } \frac{-10}{3} \leq x \leq 0$$

6. Jawab : C. $x > 3$

$$\log 2 + \log (x+1) > \log (x-3)$$

$$\text{Syarat : } x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$$

$$\log 2 + \log (x+1) - \log (x-3) > 0$$

$$x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$$

$$\log \frac{2(x+1)}{(x-3)} > 0$$

$$\log \frac{2(x+1)}{(x-3)} > \log 1$$

$$\frac{2(x+1)}{(x-3)} > 1$$

$$2(x+1) > x-3$$

$$x > -5$$

Sehingga, irisan dari $x > -5$ serta syarat-syarat berupa $x > -1$ dan $x > 3$ adalah $x > 3$.

7. Jawab : D. $\sqrt{y+7}$

$$f \circ g(x) = x^2 + 4x - 3 \text{ dan } g(x) = x + 2$$

$$f(x+2) = x^2 + 4x - 3$$

$$\text{Misal : } x+2 = y \rightarrow x = y-2$$

$$f(y) = (y-2)^2 + 4(y-2) - 3$$

$$f(y) = y^2 - 4y + 4 + 4y - 8 - 3$$

$$f(y) = y^2 - 7$$

$$f(x) = x^2 - 7$$

$$y = x^2 - 7$$

$$y + 7 = x^2$$

$$x = \sqrt{y+7}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{y+7}$$

8. Jawab : A. $\frac{1}{2}f(x)$

$$f(x) - f(x+1)$$

$$2^{-x} - 2^{-(x+1)}$$

$$2^{-x} - 2^{-x} \cdot 2^{-1}$$

$$2^{-x} (1-2^{-1})$$

$$2^{-x} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}f(x)$$

9. Jawab : B. ${}^2\log 3$

$$1 + {}^2\log x = {}^2\log {}^2\log (3+2^{x+1})$$

$${}^2\log 2 + \log x = {}^2\log {}^2\log (3+2^{x+1})$$

$${}^2\log 2x = {}^2\log {}^2\log (3+2^{x+1})$$

$$2x = {}^2\log (3+2^{x+1})$$

$${}^2\log 2^{2x} = {}^2\log (3+2^{x+1})$$

$$2^{2x} = 3+2^{x+1}$$

$$2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 3 = 0$$

$$(2^x) - 2(2^x) - 3 = 0$$

$$(2^x) - 3)(2^x + 1) = 0$$

$$(2^x) = 3 \text{ atau } (2^x) = -1 \quad \text{Sehingga, } 2^x = 3 \rightarrow {}^2\log 3$$

10. Jawab : C. ${}^{2,75}\log 7$

Ingat sifat logaritma :

$${}^a\log b \cdot {}^b\log c \cdot {}^c\log d = {}^a\log d$$

Sehingga :

$${}^{2,75}\log 3 \cdot {}^3\log \frac{5}{2} \cdot {}^{2,5}\log 7 = {}^{2,75}\log 7$$

11. Jawab : A. $\frac{1}{10}(x^3 + 5)^{10} + C$

$$\text{Misal } u = x^3 + 5 \text{ maka } du = 3x^2$$

$$\int 3x^2(x^3 + 5)^9 dx = \int u^9 du$$

$$= \frac{1}{10} u^{10} + C$$

$$= \frac{1}{10} (x^3 + 5)^{10} + C$$

12. Jawab : B. 0

$$\int_{-3}^3 x^2 - 2x - 3$$

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x \Big|_{-3}^3$$

$$\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - 3(3) - \frac{1}{3}(-3)^3 + (-3)^2 + 3(-3)$$

$$0$$

13. Jawab : C. $y = -4x + 12$

$$y_1 = -x^2 + 2x + 3 \rightarrow m_1 = -2x + 2$$

$$y_2 = 3 - 4x \rightarrow m_2 = -4$$

$$m_1 = m_2$$

$$-2x + 2 = -4$$

$$x = 3$$

$$y_1 = -(3)^2 + 2(3) + 3 = 0$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -4(x - 3)$$

$$y = -4x + 12$$

14. Jawab : A. $y = x^2 + 4x - 3$

$$m = 2x + 4$$

$$y = \int 2x + 4 \rightarrow y = x^2 + 4x + C$$

Kurva melalui (1,2), sehingga :

$$2 = (1)^2 + 4(1) + C$$

$$2 = 1 + 4 + C$$

$$-3 = C$$

Sehingga, persamaan kurva adalah $y = x^2 + 4x - 3$

$$15. \text{ Jawab : D. } \frac{y}{y+z}$$

$$U_n = ar^{(n-1)}$$

$$y = xr \text{ dan } z = xr^2 = yr \rightarrow r = \frac{z}{y}$$

$$\frac{x+y}{x+2y+z} = \frac{x+xr}{x+2xr+xr^2} = \frac{1+r}{1+2r+r^2} = \frac{1+r}{(1+r)^2} =$$

$$\frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+\frac{z}{y}} = \frac{y}{y+z}$$

16. Jawab : A. Deret aritmatika dengan beda ${}^5\log 3$

$$b = U_n - U_{n-1}$$

$$b = {}^5\log 9 - {}^5\log 3 \quad b = {}^5\log 81 - {}^5\log 27$$

$$b = {}^5\log \frac{9}{3} = {}^5\log 3 \quad b = {}^5\log \frac{81}{27} = {}^5\log 3$$

Sehingga, deret tersebut adalah deret aritmatika dengan beda ${}^5\log 3$

17. Jawab : A. 1

$$\tan(x+y+z) = \frac{\tan x + \tan(y+z)}{1 - \tan x \tan(y+z)} = \frac{\tan x + \frac{\tan y + \tan z}{1 - \tan y \tan z}}{1 - \tan x \frac{\tan y + \tan z}{1 - \tan y \tan z}}$$

substitusi nilai $\tan x = \frac{1}{2}$, $\tan y = \frac{1}{5}$, dan

$$\tan z = \frac{1}{8}, \text{ sehingga } \tan(x+y+z) = 1$$

18. Jawab : B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\tan x = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ dan } \cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

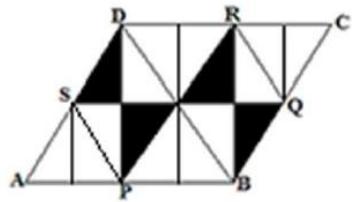
$$2 \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \cos(\pi - x)$$

$$2 \sin x + \cos x - \cos x$$

$$2 \sin x = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

19. Jawab : A. L

$$L_{ABCD} = 4L$$



Sehingga, luas terarsir adalah $\frac{4}{16} L_{ABCD} = \frac{4}{16} (4L) = L$

20. Jawab : C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Misal :

$$\text{Luas arsiran dalam} = L_{AD}$$

$$\text{Luas arsiran luar} = L_{AL}$$

$$\text{Daerah tidak terarsir} = A$$

$$L_{AD} - 2A = 2L_{AL} - 2A$$

$$\pi r_{AD}^2 = \pi r_{AL}^2$$

$$r_{AD}^2 = r_{AL}^2$$

$$\left(\frac{r_{AL}}{r_{AD}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{r_{AL}}{r_{AD}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

21. Jawab : D. 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{2x^2} = 4$$

22. Jawab : C. e^5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^{\left(\frac{-x}{5}\right)5} = e^5$$

23. Jawab : A. $\frac{2x}{x^2+1}$

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1} (2x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

24. Jawab : B.2

$$f(x) = {}^2\log(1+x) + {}^2\log(3-x)$$

$$f(x) = {}^2\log(1+x)(3-x) \dots \dots (1)$$

Akan mencapai maksimum jika $f'(x) = 0$

$$\frac{d(1+x)(3-x)}{dx} = 0$$

$$\frac{d(-x^2+2x+3)}{dx} = 0$$

$$-2x + 2 = 0$$

$$x = 1$$

Substitusi ke persamaan (1)

$$y = \log_2 4$$

$$y = 2$$

25. Jawab : B. {lemon}

$$(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z)$$

$$X^c = \{\text{pisang, lemon, melon}\}$$

$$Y = \{\text{pisang, apel, melon}\}$$

$$Z = \{\text{lemon}\}$$

$$X^c \cup Y = \{\text{pisang, lemon, melon, apel}\}$$

$$X^c \cap Z = \{\text{lemon}\}$$

$$(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z) = \{\text{lemon}\}$$

26. Jawab : C. $\{y | y \neq 2, y \in \mathbb{R}\}$

$$y = \frac{2x+5}{x-2}, x \in \mathbb{R}, x \neq 2$$

$$xy - 2y = 2x + 5$$

$$xy - 2x = 2y + 5$$

$$x(y - 2) = 2y + 5$$

$$x = \frac{2y+5}{y-2} \text{ sehingga } y \neq 2 \text{ dan } y \in \mathbb{R}$$

27. Jawab : C. 0

$$P(X) = \frac{1}{3} \text{ dan } P(X^c \cap Y^c) = \frac{1}{5}$$

Karena kejadian X dan Y saling lepas, maka $P(X \cap Y) = 0$

28. Jawab : A. 0,214

$$\text{Peluang} = \frac{\text{Jumlah orang puas}}{\text{Jumlah responden}} = \frac{37}{173} = 0,214$$

29. Jawab : D. $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

$$AB = C$$

$$B = A^{-1}C$$

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

30. Jawab : B. 2

Dengan menggunakan cara sarrus

31. Jawab : D. 135

$$\cos \theta = \frac{\bar{p} \cdot \bar{q}}{|\bar{p}| |\bar{q}|}$$

$$\cos \theta = \frac{-15}{\sqrt{50} \sqrt{9}}$$

$$\cos \theta = -\frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$\theta = 135^\circ$$

32. Jawab : B. $\sqrt{5}$

$$\bar{p} - \bar{q} = \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 \\ 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$|\bar{p} - \bar{q}| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

33. Jawab : A. 5

- $9^{x-2y+1} = 27^{2x-y}$

$$3^{2(x-2y+1)} = 3^{3(2x-y)}$$

$$2x - 4y + 2 = 6x - 3y$$

$$4x + y - 2 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

- $2^{x+y+1} = 4^{2x-y-4}$

$$2^{x+y+1} = 2^{2(2x-y-4)}$$

$$x + y + 1 = 4x - 2y - 8$$

$$3x - 3y - 9 = 0$$

$$x - y - 3 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

- Penjumlahan (1) dan (2)

menunjukkan : $x = 1$ dan $y = -2$

Sehingga, $x^2 + y^2 = 5$

34. Jawab : B. 64,4 dan 35,6

Misal : bilangan pertama=x dan bilangan kedua=y, maka :

$$x + y = 120 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{4}x = \frac{1}{3}y + 11 \rightarrow x = \frac{4}{3}y + 44 \dots\dots\dots(2)$$

Substitusi (2) ke (1)

$$\frac{4}{3}y + 44 + y = 120$$

$$\frac{7}{3}y = 76 \rightarrow y = 35,6 \text{ dan } x = 64,4$$

35. Jawab : A. 25.000

Misal : x=mobil pribadi dan y=bus

pariwisata

$$x + y \leq 20$$

$$4x + 20y \leq 160 ; x, y \geq 0$$

Titik potongnya :

$$4(20 - y) + 20y = 160$$

$$80 - 4y + 20y = 160$$

$$16y = 80$$

$$y = 5 \text{ maka } x = 15$$

uji pojok :

$$(0,8) \rightarrow z = 16.000$$

$$(15,5) \rightarrow z = 25.000$$

$$(20,0) \rightarrow z = 20.000$$

36. Jawab : B. 22

$$x + y \leq 10$$

$$y - 8 \geq 2x$$

titik potong :

$$2x - y = 8 \dots\dots (1)$$

$$x + y = 10 \dots\dots (2)$$

$$\text{Substitusi (1) dan (2)} \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$$

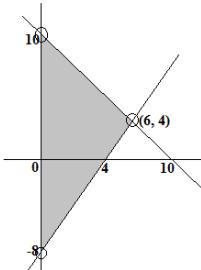
dan $y = 4$ Sehingga,

$$\text{Untuk } (0,10) \rightarrow 3(0) + 10 = 10$$

$$\text{Untuk } (0, -8) \rightarrow 3(0) - 8 = -8$$

$$\text{Untuk } (6, 4) \rightarrow 3(6) + 4 = 22$$

37. Jawab : A. -1



$$(p,q) \xrightarrow{\text{sumbu } y} (p',q') \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow (1, -8)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Sehingga, $(p,q) = (2,-3)$ dan $p + q = -1$

38. Jawab : B. $y^2 + 3y + 2$

Misal $f(y) = ay^2 + by + c$

$$\begin{aligned} \text{Habis dibagi } (y+2) \quad f(-2) &= 4a - 2b + c \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Dibagi } (y-1) \rightarrow f(1) = a + b + c = 6$$

$$\text{Dibagi } (y-2) \rightarrow f(2) = 4a + 2b + c = 12$$

Dengan cara eliminasi dan substitusi, didapatkan nilai

$$a = 1 ; b = 3 ; c = 2$$

$$\therefore f(y) = y^2 + 3y + 2$$

39. Jawab : A. $8x + 8$

$$x = 2 \rightarrow 2p + q = 24$$

$$x = 3/2 \rightarrow (3/2)p + q = 20$$

Eliminasi (1) dan (2) :

$$\frac{1}{2}p = 4$$

$p = 8$ dan $q = 8$ maka sisa pembagian $(x - 2)(2x - 3)$ adalah $8x + 8$

40. Jawab : B. 12600

$$C_2^{10} C_3^8 C_4^5 C_1^1 = 12600$$

PREDIKSI PAKET II

Paket 2

1. Suatu keluarga memiliki lima orang anak. Anak termuda berumur p tahun dan yang tertua berumur $4p$ tahun. Tiga anak yang lain berturut-turut berumur $p+2$, $2p-2$, dan $2p$. Bila rata-rata umur mereka adalah 10 tahun, maka umur anak ketiga adalah ... tahun
 - A. 5
 - B. 7
 - C. 8
 - D. 10
2. Tabel berikut menunjukkan distribusi frekuensi berat badan 40 siswa :

Tinggi Badan (cm)	Frekuensi
47 – 49	3
50 – 52	11
53 – 55	13
56 – 58	7
59 – 61	6

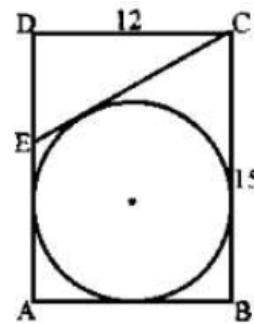
Jangkauan dan simpangan kuartil dari berat badan siswa tersebut adalah ...

- A. 14 dan 5
 - B. 14 dan 7
 - C. 12 dan 5
 - D. 12 dan 7
3. Persamaan kuadrat $x^2 + (m-2)x + 9 = 0$, akar-akarnya nyata. Nilai m yang memenuhi adalah...
 - A. $m \leq -4$ atau $m \geq 8$
 - B. $m \leq -8$ atau $m \geq 4$
 - C. $-4 \leq m \leq 8$
 - D. $-8 \leq m \leq 4$
4. Bu Rani adalah seorang petani garam, biaya yang harus dikeluarkan setiap bulannya untuk memproduksi x garam dinyatakan dengan $f(x) = x^2 + 100x + 50$. Jika harga setiap kg garam adalah Rp 5.000 maka keuntungan maksimum yang diperoleh Bu Rani adalah ...
 - A. 6.001.000
 - B. 6.002.000
 - C. 6.000.000
 - D. 6.500.000

5. Himpunan penyelesaian dari $|4x + 5| \leq x + 4$ adalah ...
- A. $x \geq \frac{-1}{4}$
B. $x \geq \frac{-1}{5}$
C. $\frac{-1}{3} \leq x \leq \frac{9}{5}$
D. $x \geq \frac{-1}{3}$
6. Diketahui bahwa $\log(2x-2) - \log(x+1) > \log 20$, maka nilai x yang memenuhi adalah ...
- A. $x > -1$
B. $x > 2$
C. $x > 1$
D. $x > \frac{37}{39}$
7. Diketahui sebuah fungsi komposisi $(f \circ g)(x) = x^2 + 4x - 3$ dan $g(x) = x + 3$. Jika $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ maka $f(\det A)$ adalah ...
- A. 6
B. -6
C. -2
D. 2
8. Dari fungsi kuadrat $y = f(x)$ diketahui fungsi $y = f(x - a)$ mencapai nilai minimum untuk $x=r$. Dapat ditarik kesimpulan bahwa fungsi $y = f(x + a)$ mencapai nilai minimum untuk ...
- A. $x = r + 2a$
B. $x = r + a$
C. $x = r - a$
D. $x = r - 2a$
9. Jika ${}^x \log w = \frac{1}{2}$ dan ${}^{xy} \log w = \frac{2}{5}$ maka nilai ${}^y \log w$ adalah ...
- A. 8
B. 6
C. 4
D. 2
10. Nilai dari ${}^{1,35} \log \frac{3,5}{2} \cdot {}^{1,75} \log \frac{7}{2} \cdot {}^{3,5} \log 7$ adalah ...
- A. $\log 7$
B. $\log 3,5$
C. ${}^{1,35} \log 7$
D. ${}^{1,75} \log 7$

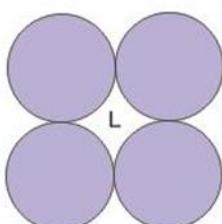
11. Hitunglah integral $\int x \cos x \, dx \dots$
- A. $-x \sin x + \cos x + C$
B. $x \sin x + \cos x + C$
C. $x \cos x + \sin x + C$
D. $-x \cos x + \sin x + C$
12. Nilai dari $\int_0^{\ln 3} 5e^x \, dx$ adalah ...
- A. 10
B. -10
C. 15
D. -15
13. Suatu garis yang melalui titik (0,0) membagi persegi panjang dengan titik-titik sudut (1,0),(5,0),(1,12) dan (5,12) menjadi dua bagian yang sama luas. Gradien garis tersebut adalah...
- A. $\frac{1}{2}$
B. 1
C. 2
D. $\frac{1}{3}$
14. Gradien garis singgung di sebarang titik (x,y) ditentukan oleh persamaan $m = x^2 + 4x - 3$. Jika kurva melalui titik (2,4), maka persamaan kurva tersebut adalah ...
- A. $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x - \frac{2}{3}$
B. $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + \frac{2}{3}$
C. $y = x^2 + 4x + 3$
D. $y = x^2 + 4x - 2$
15. Jika $x-50, x-14, x-5$ adalah tiga suku pertama dari deret geometri tak hingga, maka jumlah semua suku-sukunya adalah ...
- A. 64
B. -64
C. 46
D. -46
16. Himpunan bilangan ${}^3\log 2 + {}^3\log 4 + {}^3\log 64 + {}^3\log 128 + \dots$ akan membentuk ...
- A. Deret aritmatika dengan beda ${}^3\log 4$
B. Deret geometri dengan beda ${}^4\log 3$
C. Deret aritmatika dengan beda ${}^3\log 2$

- D. Bukan deret baik geometri maupun aritmatika
17. Diketahui $\tan x = \frac{1}{4}$, $\tan y = \frac{1}{5}$, dan $\tan z = \frac{1}{6}$. Maka, nilai $\tan(x+y+z)$ adalah ...
- A. $\frac{70}{105}$
 B. $\frac{71}{105}$
 C. $\frac{72}{105}$
 D. $\frac{73}{105}$
18. Jika $\tan x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, maka nilai dari $3 \sin x + \sin(x+\frac{\pi}{2}) + \cos(\pi-x)$ adalah ...
- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
 C. $\sqrt{3}$
 D. 0
19. Perhatikan gambar berikut!



Diketahui terdapat lingkaran yang menyentuh sisi-sisi persegi panjang dengan ukuran 12×15 seperti pada gambar. Jika garis CE menyentuh lingkaran. Maka Panjang DE ...

- A. $3\sqrt{2}$
 B. 4
 C. 5
 D. $4\sqrt{3}$
20. Perhatikan gambar berikut!



Berapa persenkah luas L Dari luas salah satu lingkaran tersebut? (luas masing-masing dari keempat lingkaran tersebut bernilai sama besar), nilai $\pi = 3,14$!

- A. 25 %
- B. 26 %
- C. 27 %
- D. 28 %

21. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{2\sqrt{x^2-3}-4\sqrt{3}} = \dots$

- A. $-2\sqrt{3}$
- B. $2\sqrt{3}$
- C. $\sqrt{3}$
- D. $-\sqrt{3}$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2+x}{\sin x} = \dots$

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. -2

23. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \frac{x^3+2x^2-1}{x+5}$!

- A. $\frac{2x^3+17x^2+20x+1}{(x+5)^2}$
- B. $\frac{2x^3+17x^2-20x-1}{(x+5)^2}$
- C. $\frac{x^3+17x^2+20x+1}{(x+5)^2}$
- D. $\frac{x^3+17x^2-20x-1}{(x+5)^2}$

24. Titik belok fungsi $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 10$ adalah . . .

- A. (2, 8)
- B. (-2, 8)
- C. (2, -4)
- D. (2, 4)

25. Misalkan diketahui :

$S = \{\text{Bali, Surabaya, Malang, Manado, Makassar, Solo, Lombok, Aceh}\}$ yang menyatakan kota-kota yang berpotensi untuk dijadikan pusat industri dan kejadian-kejadian;

$X = \{\text{Bali, Lombok, Surabaya, Solo, Malang}\}$

$Y = \{\text{Manado, Malang, Makassar}\}$

$$Z = \{\text{Aceh}\}$$

Maka $(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z)$ adalah...

- A. {Makassar}
- B. {Aceh}
- C. {Manado, Aceh, Malang}
- D. {Solo, Aceh, Makassar}

26. Himpunan daerah asal fungsi $y = \frac{37}{40}x^2 + 5$ adalah ...

- A. $\{y | y \neq 40, x \in \mathbb{R}\}$
- B. $\{y | y \neq 37, x \in \mathbb{R}\}$
- C. $\{y | y \geq 5, x \in \mathbb{R}\}$
- D. $\{y | y \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}\}$

27. X dan Y adalah dua kejadian yang saling lepas (saling asing), dimana $P(X) = \frac{1}{135}$ dan

$P(X^c \cap Y^c) = \frac{1}{278}$. Nilai $P(Y)$ adalah ...

- A. 2
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 0
- D. 1

28. Disediakan 1275 kartu. Kemudian kartu itu diberi tanda, 1 buah kartu diberi angka "1", 2 buah kartu diberi angka "2", 3 buah kartu diberi angka "3", dan seterusnya sampai 50 kartu diberi angka "50". Kemudian kartu tersebut dimasukkan dalam sebuah kotak. Berapa buah kartu minimal yang harus diambil agar dapat dipastikan terdapat sekurang-kurangnya 10 buah kartu dengan tanda angka yang sama ?

- A. 415
- B. 413
- C. 417
- D. 416

29. Apabila p dan q memenuhi persamaan matriks $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ maka $p + q$?

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

30. Determinan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ adalah ...

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

31. Jika vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} membentuk sudut 60° , $|\vec{a}| = 4$ dan $|\vec{b}| = 10$, maka $\vec{a}(\vec{b} + \vec{a})$ sama dengan . . .

A. 33

B. 34

C. 35

D. 36

32. Dua buah vektor $\bar{p} = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$ dan $\bar{q} = \begin{vmatrix} 5 \\ 6 \end{vmatrix}$, maka $|\bar{p} - \bar{q}|$ adalah . . .

A. $2\sqrt{3}$

B. $-2\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. $-\sqrt{3}$

33. Diketahui sistem persamaan :

$$25^{x-2y+1} = 125^{2x-y}$$

$$6^{x+y+1} = 36^{2x-y-4}$$

Nilai $x^2 - y^2 = \dots$

A. 3

B. -3

C. 5

D. -5

34. Jika $3^{a-2b} = \frac{1}{27}$ dan $2^{a-b} = 4$, maka nilai $\frac{a}{b}$ adalah . . .

A. $\frac{7}{5}$

B. $\frac{5}{7}$

C. 5

D. 7

35. Pada sebuah pusat perbelanjaan, Anjani membeli 4 gantungan kunci, 2 jepit dan 3 karet rambut dengan harga Rp 26.000. Bethany membeli 3 gantungan kunci, 3 jepit, dan 1 karet rambut dengan harga Rp 21.500. Cimi membeli 3 gantungan kunci dan 1 karet rambut dengan harga Rp 12.500. Jika Daishy membeli 2 jepit dan 2 karet rambut, maka ia harus membayar . . .

- A. 10.000
- B. 20.000
- C. 15.000
- D. 30.000

36. Berapa banyak diagonal yang bisa ditarik dalam pentagon?

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 9

37. Titik P (a,b) dicerminkan terhadap sumbu x bayangannya dicerminkan pula terhadap sumbu y, maka bayangan terakhir titik P merupakan..

- A. Pencerminan titik P terhadap garis $y = x$
- B. Pencerminan titik P terhadap garis $y = -x$
- C. Pencerminan titik P terhadap sumbu $-y$
- D. Perputaran titik P dengan pusat titik O(0,0) sebesar π radian berlawanan arah putaran jam

38. Suatu polinomial $f(x)$ bila dibagi dengan $(x-2)$ sisanya adalah 5, dan bila dibagi dengan $(x-3)$ sisanya adalah 7. Sisa pembagian bila $f(x)$ dibagi dengan $(x-2)(x-3)$ adalah

- A. $2x + 1$
- B. $x + 1$
- C. $2x - 2$
- D. $x - 2$

39. Nilai $m+n$ yang mengakibatkan $x^4 - 6ax^3 + 8a^2x^2 - ma^3x + na$ habis dibagi oleh $(x - a)^2$ adalah...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

40. Andi, Ani, Alea, dan Amora membentuk band yang terdiri dari 4 instrumen. Jika masing-masing anak bisa bermain keempat instrumen tersebut, berapa pengaturan yang berbeda yang mungkin...

- A. 23
- B. 24
- C. 25
- D. 26

berumur p tahun dan yang tertua berumur $2p+2$ tahun. Tiga anak yang lain berturut-turut berumur $p+2$, $2p-2$, dan $2p$

$$\frac{p+p+2+2p-2+2p+4p}{5} = 10$$

$$10p = 5 \times 10$$

$$10p = 50$$

$$p = 5$$

$$\text{Jadi, } 2p - 2 = 8$$

2. Jawab : A. 14 dan 5

$$\text{Jangkauan data} = 61 - 47 = 14$$

$$Q_3 = 55,5 + \left[\frac{\frac{3}{4}(40)-27}{7} \times 3 \right] \\ = 56,8$$

$$Q_1 = 49,9 + \left[\frac{\frac{1}{4}(40)-3}{11} \times 3 \right] \\ = 51,8$$

$$\text{Sehingga, simpangan kuartil} = Q_3 - Q_1 \\ = 5$$

3. Jawab : A. $m \leq -4$ atau $m \geq 8$

Syarat akar-akarnya nyata adalah $D \geq 0$

$$D = b^2 - 4ac \\ = (m-2)^2 - 4(1)(9) \\ = m^2 - 4m + 4 - 36 \\ = m^2 - 4m - 32 \\ \rightarrow m^2 - 4m - 32 \geq 0$$

Dengan garis bilangan didapatkan $m \leq -4$ atau $m \geq 8$

4. Jawab : B. 6.002.000

$$f(x) = x^2 + 100x + 500$$

$$h(x) = 5000x$$

Jika fungsi keuntungan dinyatakan dalam $u(x)$, maka :

$$u(x) = g(x) - f(x)$$

$$u(x) = 5.000x - (x^2 + 100x + 500)$$

$$u(x) = -x^2 + 4900x - 500$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-D}{4a}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-(4900^2 - 4(-1)(-500))}{4(-1)}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = 6.002.000$$

5. Jawab : D. $x \geq \frac{-1}{3}$

$$|4x + 5| \leq x + 4$$

$$-(4x+5) \leq x + 4 \leq (4x+5)$$

$$-4x-5 \leq x + 4 \leq (4x+5)$$

- $-4x-5 \leq x + 4$

$$-5x \leq 9$$

$$x \geq \frac{-9}{5}$$

- $x + 4 \leq 4x+5$

$$-3x \leq 1$$

$$x \geq \frac{-1}{3}$$

$$\text{Sehingga : } x \geq \frac{-1}{3}$$

6. Jawab : C. $x > 1$

$$\log(2x-2) - \log(x+1) > \log 20$$

$$\text{Syarat : } 2x - 2 > 0 \rightarrow x > 1$$

$$\log(2x-2) - \log(x+1) + \log 20 > 0$$

$$x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$$

$$\log \frac{20(2x-2)}{(x+1)} > 0$$

$$\log \frac{20(2x-2)}{(x+1)} > \log 1$$

$$\frac{20(2x-2)}{(x+1)} > 1$$

$$40x - 40 > x - 3$$

$$x > \frac{37}{39}$$

Sehingga, irisan dari $x > \frac{37}{39}$ serta syarat-syarat berupa $x > 1$ dan $x > -3$ adalah $x > 1$.

7. Jawab : B. -6

$$y = x + 3 \rightarrow x = y - 3$$

$$f(x-3) = (x-3)^2 + 4(x-3) - 3$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 6$$

$$\det(A) = 2$$

$$\text{Maka, } f(2) = -6$$

8. Jawab : D. $x = r - 2a$

(cukup jelas)

9. Jawab : D. 2

$${}^x \log w = \frac{1}{2} \rightarrow {}^w \log x = 2$$

$${}^{xy} \log w = \frac{2}{5} \rightarrow {}^w \log xy = \frac{5}{2}$$

$${}^w \log xy = {}^w \log x + {}^w \log y = \frac{5}{2}$$

$$2 + {}^w \log y = \frac{5}{2}$$

$${}^w \log y = \frac{1}{2} \rightarrow {}^y \log w = 2$$

10. Jawab : C. ${}^{1,35} \log 7$

Ingat sifat logaritma :

$${}^a \log b + {}^b \log c + {}^c \log d = {}^a \log d$$

Sehingga :

$${}^{1,35} \log \frac{3,5}{2} + {}^{1,75} \log \frac{7}{2} + {}^{3,5} \log 7 = {}^{1,35} \log 7$$

11. Jawab : B. $x \sin x + \cos x + C$

$$\int x \cos x \, dx$$

$$u = x ; du = dx ; dv = \cos x \, dx$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int x \cos x \, dx = x \sin x - \int \sin x \, dx$$

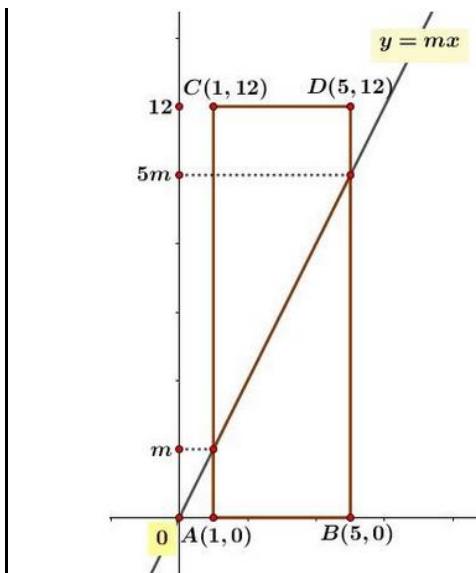
$$x \sin x + \cos x + C$$

12. Jawab : A. 10

$$\int_0^{\ln 3} 5e^x \, dx$$

$$5e^x \Big|_0^{\ln 3} = 5(e^{\ln 3} - e^0) = 5(3 - 1) = 10$$

13. Jawab : C. 2



Persegi panjang yang terbentuk luasnya adalah $4 \times 12 = 48$ satuan luas dan luas trapesium adalah setengah luas persegi panjang yaitu 24 satuan luas.

$$24 = \frac{1}{2} \text{ jumlah garis sejajar } x \text{ t}$$

$$24 = 12(m+5m)(5-1)$$

$$24 = 2(6m)$$

$$24 = 12m$$

$$m = 2$$

$$14. \text{ Jawab : A. } y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x - \frac{2}{3}$$

$$m = x^2 + 4x - 3$$

$$y = \int x^2 + 4x - 3 \rightarrow y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + C$$

Kurva melalui (2,4), sehingga :

$$\frac{1}{3}(2)^3 + 2(2)^2 - 3(2) + C = 4$$

$$C = -\frac{2}{3}$$

Sehingga, persamaan kurva adalah $y =$

$$\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x - \frac{2}{3}$$

15. Jawab : B. -64

Dalam deret geometri berlaku:

$$(U_2)^2 = U_1 \cdot U_3$$

$$(x-14)^2 = (x-50)(x-5)$$

$$x^2 - 28x + 196 = x^2 - 55x + 250$$

$$27x = 54$$

$$x = 2$$

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{(x-14)}{(x-50)} = \frac{(2-14)}{(2-50)} = 1/4$$

$$U_1 = a = x - 50 = 2 - 50 = -48$$

Jumlah semua suku-sukunya :

$$S_{\infty} = \frac{a}{(1-r)} = -64$$

16. Jawab : C. Deret aritmatika dengan beda ${}^3\log 2$

$${}^3\log 2 + {}^3\log 4 + {}^3\log 64 + {}^3\log 128 + \dots$$

$$b = U_n - U_{n-1}$$

$$b = {}^3\log 4 - {}^3\log 2 \quad b = {}^3\log 128 - {}^3\log 64$$

$$b = {}^3\log \frac{4}{2} = {}^3\log 2 \quad b = {}^3\log \frac{128}{64} = {}^3\log 2$$

Sehingga, deret tersebut adalah deret aritmatika dengan beda ${}^3\log 2$

17. Jawab : D. $\frac{73}{105}$

$$\begin{aligned} \tan(x+y+z) &= \frac{\tan x + \tan(y+z)}{1 - \tan x \tan(y+z)} = \\ &\frac{\tan x + \frac{\tan y + \tan z}{1 - \tan y \tan z}}{1 - \tan x \frac{\tan y + \tan z}{1 - \tan y \tan z}} \end{aligned}$$

substitusi nilai $\tan x = \frac{1}{4}$, $\tan y = \frac{1}{5}$, dan

$$\tan z = \frac{1}{6}$$
, sehingga $\tan(x+y+z) = \frac{73}{105}$

18. Jawab : C. $\sqrt{3}$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ dan } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$3 \sin x + \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \cos(\pi - x)$$

$$3 \sin x + \cos x - \cos x$$

$$3 \sin x = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

19. Jawab : C. 5

$$\text{Garis CH} = \text{CG} = 9$$

Lalu garis EF dan EH menyinggung lingkaran, sehingga $HE = EF$

Misalkan $HE = a$

$$DE = DF - EF = 9 - a$$

$$CE = CH + HE = 9 + a$$

$$EC^2 = ED^2 + DC^2$$

$$(9 + x)^2 = (9 - x)^2 + 12^2$$

$$x = 4 \rightarrow DE = 9 - 4 = 5$$

20. Jawab : C. 27%

$$\text{Luas L} = 4r^2 - \pi r^2$$

$$= r^2(4 - \pi)$$

$$= 0,86 r^2$$

$$\text{Luas lingkaran} = 3,14 r^2$$

$$\text{Maka luas L} = \frac{0,86 r^2}{3,14 r^2} = 0,27 = 27 \%$$

21. Jawab : A. $-2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{2\sqrt{x^2+3}-4\sqrt{3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{2\sqrt{x^2+3}-4\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{x^2+3}+4\sqrt{3}}{2\sqrt{x^2+3}+4\sqrt{3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(9-x^2)(2\sqrt{x^2+3}+4\sqrt{3})}{4(x^2+3)-16 \cdot 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(9-x^2)(2\sqrt{x^2+3}+4\sqrt{3})}{4x^2-36} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2\sqrt{x^2+3}+4\sqrt{3})}{-4} \\ &= \frac{2\sqrt{12+4\sqrt{3}}}{-4} = -2\sqrt{3} \end{aligned}$$

22. Jawab : C. 1

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2+x}{\sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\sin x} + \frac{x}{\sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 2x \cdot \frac{2x^2}{\sin x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \\ &= 2(0)(1) + 1 = 1 \end{aligned}$$

23. Jawab : A. $\frac{2x^3+17x^2+20x+1}{(x+5)^2}$

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x + 5}$$

$$f'(x) = \frac{u'v - u v'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2+4x)(x+5)-(x^3+2x^2-1)(1)}{(x+5)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3+17x^2+20x+1}{(x+5)^2}$$

24. Jawab : B. (-2,8)

$$\begin{aligned}y &= x^3 + 6x^2 + 9x + 10 \\y' &= 3x^2 + 12x + 9\end{aligned}$$

$$y'' = 6x + 12$$

Titik belok saat $y'' = 0$

$$6x + 12 = 0$$

$$6x = -12$$

$$x = -2$$

$$\begin{aligned}y &= (-2)^3 + 6(-2)^2 + 9(-2) + 10 \\&= -8 + 24 - 18 + 10 \\&= 8\end{aligned}$$

Jadi, titik belok $(-2, 8)$

25. Jawab : B. {Aceh}

$(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z)$ jeruk=bali,
manga=Surabaya, apel=malang,
pisang=manado, melon=Makassar,
semangka=solo, alpukat=Lombok,
lemon = aceh

$$X^c = \{\text{Manado, Aceh, Makassar}\}$$

$$Y = \{\text{Manado, Malang, Makassar}\}$$

$$Z = \{\text{Aceh}\}$$

$$X^c \cup Y = \{\text{Manado, Aceh, Makassar, Malang}\}$$

$$X^c \cap Z = \{\text{Aceh}\}$$

$$(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z) = \{\text{Aceh}\}$$

26. Jawab : C. $\{y | y \geq 5, x \in \mathbf{R}\}$

(cukup jelas)

27. Jawab : C. 0

$$P(X) = \frac{1}{135} \text{ dan } P(X^c \cap Y^c) = \frac{1}{278}$$

Karena kejadian X dan Y saling lepas,
maka $P(X \cap Y) = 0$

28. Jawab : A. 215

Pertama dicari semua kemungkinan jumlah kartu yang sama kurang dari 10. Perhatikan bahwa untuk angka 1-9 tidak mungkin memiliki 10 kartu yang sama, dan untuk lainnya(10-50) bisa memiliki 10 atau lebih kartu yang sama. Jadi jumlahnya ada $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + (9 \cdot 41) = 414$.

Nah, untuk mendapat minimal 10 kartu yang sama, kita tinggal ambil 1 kartu lagi, berapapun yang diambil pasti akan ada minimal 1 set 10 kartu yang sama.

Jadi jawabannya ada $414 + 1 = 415$

29. Jawab : C. 2

$$A \cdot B = C$$

$$B = A^{-1} C$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi, $x + y = 1 + 1 = 2$

30. Jawab : A. 0

Dengan menggunakan cara sarrus

31. Jawab : D. 36

$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ \\&= 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \\&= 20 \\ \vec{a} (\vec{b} + \vec{a}) &= \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{a} \\&= 20 + |\vec{a}| |\vec{a}| \cos 0 \\&= 20 + 4 \cdot 4 \cdot 1 \\&= 36\end{aligned}$$

32. Jawab : B. $2\sqrt{3}$

$$\bar{p} - \bar{q} = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 \\ 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$|\bar{p} - \bar{q}| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{3}$$

33. Jawab : B. -3

- $25^{x-2y+1} = 125^{2x-y}$
 $5^{2(x-2y+1)} = 5^{3(2x-y)}$
 $2x - 4y + 2 = 6x - 3y$
 $4x + y - 2 = 0 \dots\dots\dots(1)$
- $6^{x+y+1} = 36^{2x-y-4}$
 $6^{x+y+1} = 6^{2(2x-y-4)}$
 $x + y + 1 = 4x - 2y - 8$
 $3x - 3y - 9 = 0$
 $x - y - 3 = 0 \dots\dots\dots(2)$
- Penjumlahan (1) dan (2)
menunjukkan : $x = 1$ dan $y = -2$

Sehingga, $x^2 - y^2 = -3$

34. Jawab : A. $\frac{7}{5}$

$$3^{a-2b} = \frac{1}{27}$$

$$3^{a-2b} = \frac{1}{3^3}$$

$$3^{a-2b} = 3^{-3}$$

$$a - 2b = -3 \dots\dots(1)$$

$$2^{a-b} = 4$$

$$2^{a-b} = 2^2$$

$$a - b = 2 \dots\dots\dots(2)$$

Eliminasi (1) dan (2), sehingga :

$$b=5 \text{ dan } a=7$$

$$\text{Jadi } \frac{a}{b} = \frac{7}{5}$$

35. Jawab : A. 10.000

Misalkan :

Gantungan kunci = x

Jepit = y

Karet rambut = z

Sehingga kita memiliki bentuk

$$4x + 2y + 3z = 26.000 \dots\dots\dots(1)$$

$$3x + 3y + z = 21.500 \dots\dots\dots(2)$$

$$3x + z = 12.500 \dots\dots\dots(3)$$

Dari persamaan (2) dan (3) kita substitusikan $z = 12.500 - 3x$ ke persamaan (2) $3x + 3y + z = 21.500$

$$3x + 3y + (12.500 - 3x) = 21.500$$

$$3y = 21.500 - 12.500$$

$$3y = 9.000 \rightarrow y = 3.000$$

Selanjutnya substitusi nilai $y = 3.000$ ke persamaan (1), sehingga

$$4x + 2y + 3z = 26.000$$

$$4x + 2(3.000) + 3z = 26.000$$

$$4x + 3z = 20.000 \dots\dots\dots(4)$$

Substitusi persamaan (3) ke (4)

$$4x + 3z = 20.000$$

$$4x + 3(12.500 - 3x) = 20.000$$

$$-5x = -17.500$$

$$x = 3.500$$

Substitusi $x = 3.500$ ke persamaan (3)

$$z = 12.500 - 3x$$

$$z = 12.500 - 3(3.500)$$

$$z = 2.000$$

Daisy membeli 2 jepit dan 2 ikat rambut maka ia harus membayar sebesar :

$$2y + 2z = 2(3.000) + 2(2.000)$$

$$2y + 2z = 10.000$$

36. Jawab : B. 5

Sebuah pentagon memiliki 5 sisi. Kita mendapatkan diagonal dengan menggabungkan simpul berpasangan. Jumlah total sisi dan diagonal:

$$\begin{aligned}
 &= 5 \times 2 \\
 &= 5 \times 2 \times 1 \\
 &= 5 \times 2 \\
 &= 10 = 5
 \end{aligned}$$

Ini termasuk 5 sisi juga.

$$\Rightarrow \text{Diagonal} = 10 - 5$$

Oleh karena itu jumlah diagonal,
 $= 10 - 5 = 5$

37. Jawab : D. Perputaran titik P dengan pusat titik O(0,0) sebesar π radian berlawanan perputaran jarum jam

$$\leftrightarrow T_1 = \text{pencerminan thp sb-x} \\
 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 T_2 &= \text{pencerminan thp sb-y} \\
 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow T = T_2 \circ T_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \\
 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ = matriks transformasi perputaran titik P dengan pusat titik O(0,0) sebesar π radian berlawanan perputaran jarum jam

38. Jawab : A. $2x + 1$

Menggunakan teorema sisa biasa.

$$f(2) = 5 \rightarrow 2a+b=5$$

$$f(3) = 7 \rightarrow 3a+b=7$$

$$a=2$$

$$b=1$$

Sehingga, sisanya adalah $2x+1$

39. Jawab : A. 1

Karena merupakan faktor, maka sisa pembagian sama dengan 0.

Menggunakan metode Horner:

$$\begin{array}{r|ccccc}
 x=a & 1 & -6a & 8a^2 & -ma^3 & na^4 \\
 & & -5a^2 & 3a^3 & (3-m)a^4 & \\
 \hline
 & 1 & -5a^2 & 3a^2 & (3-m)a^3 & (3-m+n)a^4=0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|ccccc}
 x=a & 1 & -5a & 3a^2 & (3-m)a^3 & \\
 & a & -4a^2 & & -a^3 & \\
 \hline
 & 1 & -4a & -a^2 & (2-m)a^3=0 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \triangleright (2-m)a^3=0 &\rightarrow 2-m=0 \text{ atau } a^3=0 \\
 m=2 & \quad a=0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \triangleright (3-m+n)a^4 &\rightarrow 3-m+n=0 \text{ atau } a^4=0 \\
 3-2+n &= 0 \quad a=0 \\
 n &= -1
 \end{aligned}$$

$$\text{Sehingga } m+n=2+(-1)=1$$

40. Jawab : B. 24

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$



PREDIKSI PAKET III

Paket 3

1. Nilai rata-rata dari 20 bilangan adalah 10,2. Jika nilai rata-rata dari 9 bilangan tersebut adalah 8. Maka rata-rata sebelas bilangan lainnya adalah ...
 - E. 10
 - F. 11
 - G. 12
 - H. 13
2. Tabel berikut menunjukkan distribusi frekuensi nilai siswa :

Nilai	Frekuensi
5	5
6	8
7	12
8	9
9	6

Jika siswa yang dinyatakan lulus adalah siswa dengan nilai 0,5 lebihnya dari nilai rata-rata, maka banyak siswa yang lulus adalah ...

- A. 27
- B. 15
- C. 40
- D. 6
3. Bilangan bulat x terkecil yang memenuhi pertidaksamaan di bawah ini
$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} > 100$$
 adalah ...
 - A. 10202
 - B. 10001
 - C. 10201
 - D. 10002
4. Pak Beni memiliki sebuah perkebunan nanas, biaya yang harus dikeluarkan setiap bulannya untuk membeli x kilogram pupuk dinyatakan dengan $f(x) = x^2 + 5.000x - 10.000$. Jika harga setiap kilogram pupuk adalah Rp 8000 maka keuntungan maksimum yang diperoleh Andi adalah ...
 - A. 9.010.000
 - B. 9.020.000
 - C. 9.030.000

- D. 9.040.000
5. Yang termasuk pada himpunan penyelesaian dari $\frac{|x+1|}{|x-1|} \geq 1$ adalah . . .
- $\{x | x < -1, 0 \leq x \leq 1, x > 1\}$
 - $\{x | x > -1, 0 \leq x \leq 1, x > 1\}$
 - $\{x | x < -1, 0 \leq x \leq 1, x < 1\}$
 - $\{x | x > -1, 0 \leq x \leq 1, x < 1\}$
6. Diketahui bahwa $\log(x^2 - 2x - 3) + \log(x+1) \leq \log(x-3)$, maka nilai x yang memenuhi adalah . . .
- $x \leq -1$
 - $x \geq -1$
 - $-1 < x \leq 0$
 - $-1 < x < 0$
7. Jika diketahui: $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ dengan $g(x) = \frac{1}{x-2}$, maka $f(x-3) = \dots$
- $\sqrt{x^2 + 1}$
 - $\sqrt{x^2 + 3}$
 - $\sqrt{x^2 - 6x + 10}$
 - $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$
8. Diketahui $f(x) = \frac{px+q}{x+2}$, $q \neq 0$ jika $f^{-1}(q) = -1$, maka $f^{-1}(2q)$ adalah . . .
- $-\frac{1}{2}$
 - $-\frac{3}{2}$
 - 2
 - 1
9. $\log_x \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \cdot \log_y \frac{1}{\sqrt[3]{z}} \cdot \log_z \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \dots$
- $-\frac{1}{9}$
 - $\frac{1}{9}$
 - 9
 - 9
10. Nilai dari ${}^{0,7}\log 0,5 \cdot {}^{1/2}\log \frac{5}{2} \cdot {}^{2,5}\log 10$ adalah . . .
- $\log 10$
 - $\log 2,5$

C. ${}^{0,7}\log 10$

D. ${}^{2,75}\log 2,5$

11. Hitunglah integral $\int_0^1 3x^2(x^3 + x)^9 \, dx \dots$

A. $\frac{1}{10}2^{10}$

B. 2^{10}

C. $\frac{1}{10}$

D. $-\frac{1}{10}2^{10}$

12. $\int \sin^2 x \cdot \cos x \, dx = \dots$

A. $2 \sin x \cos x + c$

B. $\frac{1}{3} \cos^3 x + c$

C. $\frac{1}{3} \sin^3 x + c$

D. $2 \sin^3 x + c$

13. Gradien garis singgung untuk kurva $y_1 = -x^2 + 2x + 3$ di titik absis 5 adalah ...

A. -6

B. -7

C. -8

D. -9

14. Gradien garis singgung di sebarang titik (x,y) ditentukan oleh persamaan $m = 7x + 4$. Jika kurva melalui titik $(1,2)$, maka persamaan kurva tersebut adalah ...

A. $y = \frac{7}{2}x^2 + 4x - \frac{11}{2}$

B. $y = \frac{7}{2}x^2 + 4x + \frac{10}{2}$

C. $y = x^2 + 4x - \frac{11}{2}$

D. $y = x^2 + 4x + \frac{11}{2}$

15. Jumlah 3 bilangan genap berurutan adalah 78. Bilangan terkecil dari ketiga bilangan tersebut adalah ...

A. 24

B. 25

C. 26

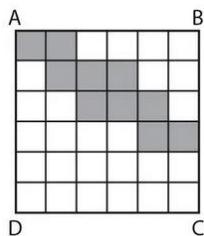
D. 27

16. Himpunan bilangan ${}^7\log 3 + {}^7\log 9 + {}^7\log 27 + {}^7\log 81 + \dots$ akan membentuk ...

A. Deret aritmatika dengan beda ${}^7\log 3$

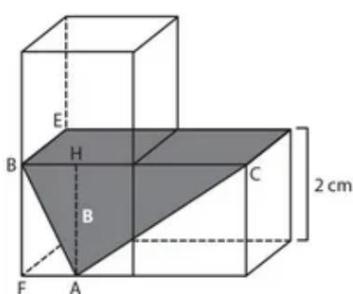
- B. Deret geometri dengan beda $7\log 3$
- C. Deret aritmatika dengan beda 3
- D. Bukan deret baik geometri maupun aritmatika
17. Diketahui $\tan x = 1$, $\tan y = -1$, dan $\tan z = 0$. Maka, nilai $\tan(x+y+z)$ adalah ...
- A. 0
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. 1
18. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi BC= 36 cm, besar sudut A= 120^0 dan sudut B= 30^0 . Luas segitiga ABC= . . . cm^2
- A. $432\sqrt{3}$
- B. $108\sqrt{3}$
- C. $324\sqrt{3}$
- D. $126\sqrt{3}$

19. Perhatikan gambar berikut!



Perbandingan keliling berwarna gelap dengan keliling bidang ABCD adalahh ...

- A. 6 : 5
- B. 5 : 6
- C. 10 : 36
- D. 36 : 10
20. Perhatikan gambar berikut!



Volume ruang dalam tiga kubus tersebut tapi di luar prisma pejal B adalah... cm^3

- A. 16
- B. 15
- C. 14

D. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x^2 + 2x} = \dots$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D. $\frac{3}{2}$

22. $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 3x}] = \dots$

A. 2

B. 2,5

C. 3

D. 3,5

23. Tentukan turunan pertama dari $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{x}}$!

A. $\frac{2x}{x^2+1}$

B. $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

C. $\frac{x}{x+1}$

D. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

24. Diketahui keliling suatu persegi panjang $(2x + 20)$ cm dan lebarnya $(8 - x)$ cm. Agar luas persegi panjang maksimum maka panjangnya adalah ...

A. 2

B. 3

C. 9

D. 4

25. Misalkan diketahui :

$S = \{ \text{lengkuas, jahe, kunyit, kunci, merica, ketumbar, pala, cengkeh} \}$ yang menyatakan jenis rempah-rempah dan kejadian-kejadian;

$X = \{ \text{lengkuas, pala, jahe, ketumbar, kunyit} \}$

$Y = \{ \text{kunci, kunyit, merica} \}$

$Z = \{ \text{cengkeh} \}$

Maka $(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z)$ adalah...

A. $\{ \text{merica} \}$

B. $\{ \text{cengkeh} \}$

- C. {kunci, cengkeh, kunyit}
D. {ketumbar, cengkeh, merica}
26. Himpunan daerah asal dari fungsi $y = \frac{2x+5}{x-2}$ adalah ...
- A. $\{(x,y) | x \neq 5, y \in \mathbb{R}\}$
B. $\{(x,y) | x \neq 3, y \in \mathbb{R}\}$
C. $\{(x,y) | x \neq 2, y \in \mathbb{R}\}$
D. $\{(x,y) | x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$
27. X dan Y adalah dua kejadian yang saling lepas (saling asing), dimana $P(X) = \frac{1}{17}$ dan $P(X^c \cap Y^c) = \frac{1}{12}$. Nilai $P(Y)$ adalah ...
- A. 2
B. $\frac{1}{2}$
C. 0
D. 1
28. Banyak kata yang dapat disusun dari huruf-huruf pada kata “STATISTIK” adalah ...
- A. 15.000
B. 15.100
C. 15.110
D. 15.120
29. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$ dimana $AB=C$. Maka, $B = \dots$
- A. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$
B. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$
D. $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$
30. Determinan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ adalah ...
- A. 0
B. $\frac{1}{2}$
C. -1
D. 1

31. Diketahui dua vektor yaitu $\bar{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ dan $\bar{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$. Besar sudut antara kedua vektor tersebut

adalah ...

A. $\frac{3}{2}\pi$

B. 2π

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

32. Dua buah vektor $\bar{p} = \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ dan $\bar{q} = \begin{vmatrix} 5 \\ 7 \end{vmatrix}$, maka $|\bar{p} - \bar{q}|$ adalah ...

A. $\sqrt{25}$

B. $\sqrt{10}$

C. $\sqrt{15}$

D. $\sqrt{12}$

33. Tentukan nilai dari $2012^2 - 2011^2 + 2010^2 - 2009^2 + \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2 =$

A. 2.025.078

B. 2.025.077

C. 2.025.079

D. 2.025.080

34. Rata-rata usia tiga sekawan yang telah lama bersahabat adalah 25 tahun, sedangkan median usianya adalah 18 tahun, dan jangkauan (range) usianya 15 tahun. Usia dari tiga sekawan yang paling tua adalah ...

A. 35

B. 36

C. 37

D. 38

35. Pada suatu hari di Polstat STIS, $\frac{1}{10}$ mahasiswa tidak masuk dan $\frac{1}{5}$ dari mahasiswa yang masuk melakukan kuliah di laboratorium komputer. Jika jumlah mahasiswa Polstat STIS yang melakukan kuliah di kelas reguler ada sebanyak 1800, maka jumlah mahasiswa Polstat STIS ada ...

A. 2500

B. 2750

C. 3200

D. 3600

36. 23. Banyaknya segitiga tumpul dengan sisi bilangan asli yang memiliki sisi-sisi terpanjang 10 adalah . . . (Catatan : dua segitiga kongruen dianggap sama)
- A. 21
 - B. 12
 - C. 18
 - D. 23
37. Jika garis $x - 2y = 7$ diputar sejauh 90° terhadap titik (2,4) berlawanan arah jarum jam , maka persamaan bayangannya adalah . . .
- A. $2x + y = -21$
 - B. $2x + y = 21$
 - C. $-x - y = 21$
 - D. $y - x = 21$
38. Suku banyak berderajat tiga $P(x)=x^3 + 2x^2 + px + q$ habis dibagi dengan $x^2 - 4x + 3$ mempunyai sisa $4x+2$ maka nilai q adalah . . .
- A. 21
 - B. 22
 - C. 20
 - D. 19
39. Jika $C(n,k)$ menyatakan banyaknya kombinasi k dari n elemen dan $C(n,3)=2n$, maka $C(2n,7)$ adalah . . .
- A. 120
 - B. 100
 - C. 110
 - D. 90
40. Sepuluh orang pegawai BPS yang sedang ditugaskan di suatu daerah akan ditempatkan di 2 kota. Masing-masing kota akan menerima 4 dan 6 orang pegawai. Banyaknya susunan penempatan pegawai yang mungkin adalah...
- A. 200
 - B. 210
 - C. 220
 - D. 230

Pembahasan Paket 3

1. Jawab : C. 12

$$\frac{9(8)+11(x)}{20} = 10,2$$

$$72 + 11x = 204$$

$$11x = 132$$

$$x = 12$$

Jadi, rata-rata sebelas bilangan lainnya adalah 12

2. Jawab : B. 15

$$\text{Mean} = \frac{5(5)+6(8)+7(12)+8(9)+9(6)}{40} = \frac{283}{40} =$$

$$7,07$$

Nilai yang lulus > 7,07 + 0,5

Nilai yang lulus > 7,12

Sehingga jumlah anak yang lulus ada 15

3. Jawab : A. 10202

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{\sqrt{2} - \sqrt{1}} = \sqrt{2} - \sqrt{1}$$

4. Dan ini berlaku juga untuk pecahan-pecahan yang lain. Sehingga barisan bisa ditulis menjadi

$$(\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{x} - \sqrt{x-1}) > 100$$

Dengan kaidah pencoretan, maka hanya tersisa $(\sqrt{x} - \sqrt{1}) > 100$. Supaya aturan tersebut terpenuhi, maka \sqrt{x} haruslah lebih dari 101. Maka nilai x minimal yang mungkin adalah $(101)^2 + 1 = 10202$.

4. Jawab : D. 9.040.000

$$x^2 + 5.000x - 10.000$$

$$h(x) = 8.000x$$

Jika fungsi keuntungan dinyatakan dalam $u(x)$, maka :

$$u(x) = g(x) - f(x)$$

$$u(x) = 8.000x - (x^2 + 5.000x - 10.000)$$

$$u(x) = -x^2 + 3.000x + 10.000$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-D}{4a}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = \frac{-(3.000^2 - 4(-1)(10.000))}{4(-1)}$$

$$\text{Keuntungan maksimum} = 9.040.000$$

5. Jawab : A. $\{x | x < -1, 0 \leq x \leq 1, x > 1\}$

$$\frac{|x+1|}{|x-1|} \geq 1$$

$$\frac{|x+1|}{|x-1|} - 1 \geq 0$$

$$\frac{|x+1| - |x-1|}{|x-1|} \geq 0$$

Setelah didapat persamaan tersebut, maka dicari batas-batasnya.

$$|x+1| \begin{cases} (x+1); x \geq -1 \\ -(x+1); x < -1 \end{cases}$$

$$|x-1| \begin{cases} (x-1); x \geq 1 \\ -(x-1); x < 1 \end{cases}$$

Dari sana diperoleh batas-batas yaitu;

➤ Untuk $x < -1$

$$\frac{-(x+1) - [-(x-1)]}{-(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{2}{1-x} \geq 0$$

Daerah penyelesaiannya $0 \leq x < 1$

➤ Untuk $x \geq 1$

$$\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{2}{x-1} \geq 0$$

Daerah penyelesaiannya $x > 1$

Jadi Himpunan Penyelesaiannya adalah $\{x \mid x < -1, 0 \leq x < 1, x > 1\}$

6. Jawab : C. $-1 < x \leq 0$

$$\log(x^2 - 2x - 3) + \log(x+1) \leq \log(x-3)$$

Syarat : $x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$

$$\log \frac{(x^2-2x-3)(x+1)}{(x-3)} \leq 0$$

$$x^2 -$$

$$2x - 3 > 0 \rightarrow$$

$$\log \frac{(x-3)(x+1)(x+1)}{(x-3)} \leq 0$$

$$x > -1 \vee x > 3$$

$$\log(x+1)(x+1) \leq \log 1$$

$$x - 3 >$$

$$0 \rightarrow x > 3$$

$$x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$x^2 + 2x \leq 0$$

$$x(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 0$$

Sehingga, irisan dari hasil operasi hitung dan syarat-syaratnya adalah $-1 < x \leq 0$.

7. Jawab : C. $\sqrt{x^2 - 6x + 10}$

$$g(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 5}{(x-2)^2}}$$

$$f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \sqrt{\frac{(x-2)^2 + 1}{(x-2)^2}}$$

$$f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \sqrt{1 + \frac{1}{(x-2)^2}}$$

$$\text{misal : } \frac{1}{x-2} = a$$

$$\text{maka : } f(a) = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$f(x-3) = \sqrt{(x-3)^2 + 1}$$

$$= \sqrt{x^2 - 6x + 10}$$

8. Jawab : B. $-\frac{3}{2}$

$$f(x) = \frac{px + q}{x + 2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x + q}{x - p}$$

$$f^{-1}(q) = -1$$

$$\frac{-2(q) + q}{(q) - p} = -1$$

$$-q - p = q$$

$$p = 0$$

sehingga

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x + q}{x - (0)} = \frac{-2x - q}{x}$$

Menentukan $f^{-1}(2q)$

$$f^{-1}(2q) = \frac{-2(2q) + q}{2q} = \frac{3q}{2q} = -\frac{3}{2}$$

9. Jawab : A. $-\frac{1}{9}$

$$\log_x \frac{1}{\sqrt[y]{z}} \cdot \log_y \frac{1}{\sqrt[3]{z}} \cdot \log_z \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$= \log_x \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot \log_y \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \log_z \frac{1}{\sqrt[3]{z}}$$

$$= \frac{-2}{3} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{3}$$

$$= -\frac{1}{9}$$

10. Jawab : C. ${}^{0,7}\log 10$

Ingat sifat logaritma :

$${}^a\log b \cdot {}^b\log c \cdot {}^c\log d = {}^a\log d$$

Sehingga :

$${}^{0,7}\log 0,5 \cdot {}^{1/2}\log \frac{5}{2} \cdot {}^{2,5}\log 10 = {}^{0,7}\log 10$$

11. Jawab : A. $\frac{1}{10} 2^{10}$

Misal $u = x^3 + x$ maka $du = 3x^2$

$$\begin{aligned}\int 3x^2(x^3 + x)^9 \, dx &= \int u^9 \, du \\&= \frac{1}{10} u^{10} \\&= \frac{1}{10}(x^3 + x)^{10} \\&\int_0^1 3x^2(x^3 + x)^9 \, dx = \frac{1}{10} 2^{10}\end{aligned}$$

12. Jawab : C. $\frac{1}{3} \sin^3 x + c$

Misal $u = \sin x$, $du = \cos x \, dx$

$$\begin{aligned}\int \sin^2 x \cdot \cos x \, dx &= \int u^2 du \\&= \frac{1}{1+2} u^{2+1} + c \\&= \frac{1}{3} u^3 + c \\&= \frac{1}{3} \sin^3 x + c\end{aligned}$$

13. Jawab : C. -8

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 3 \rightarrow m = -2x + 2 \\m &= -2(5) + 2 = -8\end{aligned}$$

14. Jawab : A. $y = \frac{7}{2}x^2 + 4x - \frac{11}{2}$

$$m = 7x + 4$$

$$y = \int 7x + 4 \rightarrow y = \frac{7}{2}x^2 + 4x + C$$

Kurva melalui $(1,2)$, sehingga :

$$2 = \frac{7}{2}(1)^2 + 4(1) + C$$

$$2 = \frac{7}{2} + 4 + C$$

$$-\frac{11}{2} = C$$

Sehingga, persamaan kurva adalah $y = \frac{7}{2}x^2 + 4x - \frac{11}{2}$

15. Jawab : A. 24

Penjumlahan 3 bilangan genap berurutan yang akan menghasilkan 78 hanya angka 24, 26, 28. Jadi, bilangan terkecil nya adalah 24.

16. Jawab : A. Deret aritmatika dengan beda $7\log 3$

$$b = U_n - U_{n-1}$$

$$\begin{aligned}b &= 7\log 9 - 7\log 3 \\b &= 7\log \frac{9}{3} = 7\log 3\end{aligned}$$

$$b = 7\log \frac{81}{27} = 7\log 3$$

Sehingga, deret tersebut adalah deret aritmatika dengan beda $7\log 3$

17. Jawab : A. 1

$$\begin{aligned}\tan(x+y+z) &= \frac{\tan x + \tan(y+z)}{1 - \tan x \tan(y+z)} = \\&\frac{\tan x + \frac{\tan y + \tan z}{1 - \tan y \tan z}}{1 - \tan x \frac{\tan y + \tan z}{1 - \tan y \tan z}}\end{aligned}$$

substitusi nilai $\tan x = 1$, $\tan y = -1$, dan $\tan z = 0$, sehingga $\tan(x+y+z) = 0$

18. Jawab : B. $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$

$$\text{udut } C = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \leftrightarrow \frac{36}{\sin 120} = \frac{b}{\sin 30} \leftrightarrow \frac{36}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{2}}$$

$$\leftrightarrow b = \frac{36}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{36\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3}$$

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 12\sqrt{3}$$

$$\cdot \sin 30^\circ = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

19. Jawab : B. 5 : 6

Ingatlah, keliling bangun didapatkan hanya dengan menambahkan sisi-sisi yang membatasi bangun, bukan sisi bagian dalam. Pada bidang ini, kita hanya perlu menghitung jumlah sisi-sisi yang ada, maka:

$$K_{\text{gelap}} = 20$$

$$K_{ABCD} = 24$$

$$K_{\text{gelap}} : K_{ABCD} = 20 : 24 = 5 : 6$$

20. Jawab : A. 16

$$\text{Volume} = 3 \times 2^3 = 24$$

Lalu, mari kita hitung volume bangun prisma B. Kita mengetahui bahwa alas prisma adalah segitiga ABC, dengan alas BC sepanjang $2 \times 2 = 4\text{cm}$ dan tinggi AH sepanjang 2 cm. Sementara itu, tinggi prisma adalah BE sepanjang 2cm, maka:

$$\begin{aligned} VB &= (\frac{1}{2} \times 4 \times 2) \times 2 \\ &= 4 \times 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V \text{ sisa} &= 24 - 8 \\ &= 16 \end{aligned}$$

21. Jawab : A. 1/2

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x^2 + 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+2} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

22. Jawab : B. 2,5

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 3x}] &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 3x}}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 3x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2 + 2x - (x^2 - 3x)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 3x}} \right] = 2,5 \end{aligned}$$

23. Jawab : B. $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{x}} = 1-2\sqrt{x} \\ f'(x) &= -2\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

24. Jawab : C. 9

$$K = (2x + 20)$$

$$K = 2(p+l)$$

$$l = (8-x)$$

$$2x+20 = 2p + (16-2x)$$

$$2p = 4x+4$$

$$p = 2x+2$$

$$L=p.l$$

$$L = (2x+2)(8-x)$$

$$= 14x - 2x^2 + 16$$

Agar luas maksimum maka, $L'(x)=0$

$$L'(x) = 14 - 4x = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$\text{Sehingga, panjang} = 2\left(\frac{7}{2}\right) + 2 = 9$$

25. Jawab : B. {cengkeh}

$$(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z)$$

$$X^c = \{\text{kunci, cengkeh, merica}\}$$

$$Y = \{\text{kunci, kunyit, merica}\}$$

$$Z = \{\text{cengkeh}\}$$

$$X^c \cup Y = \{\text{kunci, cengkeh, meica, kunyit}\}$$

$$X^c \cap Z = \{\text{cengkeh}\}$$

$$(X^c \cup Y) \cap (X^c \cap Z) = \{\text{cengkeh}\}$$

26. Jawab : C. $\{(x,y) | x \neq 2, y \in \mathbb{R}\}$

Cukup jelas

27. Jawab : C. 0

$$P(X) = \frac{1}{17} \text{ dan } P(X^c \cap Y^c) = \frac{1}{12}$$

Karena kejadian X dan Y saling lepas, maka $P(X \cap Y) = 0$

28. Jawab : D. 15.120

$$\text{Permutasi unsur yang sama} = \frac{9!}{2!3!2!} = 15.120$$

29. Jawab : A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$AB = C$$

$$B = A^{-1}C$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

30. Jawab : A. 0

Dengan menggunakan cara sarrus

31. Jawab : D. π

$$\bar{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\cos \theta = \frac{\bar{p} \cdot \bar{q}}{|\bar{p}| |\bar{q}|}$$

$$\cos \theta = \frac{0}{|\bar{p}| |\bar{q}|}$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\theta = \pi$$

32. Jawab : B. 10

$$\bar{p} - \bar{q} = \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 \\ 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$|\bar{p} - \bar{q}| = \sqrt{6+4} = \sqrt{10}$$

33. Jawab : A. 2.025.078

Untuk menyelesaikan soal ini kita hanya perlu mengelompokkannya.

$$\begin{aligned} & (2012^2 - 2011^2) + (2010^2 - 2009^2) + \dots + (4 \\ & = (2012+2011)(2012- \\ & 2011) + \dots + (2+1)(2-1) \\ & = 2.025.078 \end{aligned}$$

34. Jawab : B. 36

Berturut-turut usia tiga sekawan mulai dari termuda x, y, dan z.

$$\text{Rata-rata} = \frac{x+y+z}{3} = 25 \quad \dots \dots (1)$$

$$\text{Median} = y = 18 \quad \dots \dots (2)$$

$$\text{Jangkauan} = z - x = 15 \rightarrow z = x + 15 \quad \dots \dots (3)$$

Substitusi (2) dan (3) ke (1), sehingga :

$$x = 21 \text{ dan } z = 36$$

35. Jawab : A. 2500

$$\text{Siswa masuk} = \frac{9}{10}x$$

$$\text{Siswa di kelas regular} = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{10}x = \frac{36}{50}x$$

$$\text{Maka, } \frac{36}{50}x = 1800$$

$$x = 2500$$

36. Jawab : B. 12

Misalkan sisi-sisi segitiga adalah a, b dan 10. Ketaksamaan segitiga, $a + b > 10$.

Karena segitiga tumpul maka $a^2 + b^2 < 10^2$. Pasangan (a, b) bilangan asli yang memenuhi kedua ketaksamaan tersebut

$$\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y} = k \quad \text{adalah} \quad (2,9),$$

(3,8), (3,9), (4,7),
(4,8), (4,9), (5,6), (5,7), (5,8), (6,6), (6,7)
dan (7,7).

Sehingga banyaknya pasangan (a, b) bilangan asli yang memenuhi ada 12.

37. Jawab : B. $2x + y = 21$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-y \\ x-2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-y \\ x+2 \end{pmatrix}$$

Jadi, $x' = 6 - y \Rightarrow y = 6 - x'$ dan $y' = x \Rightarrow$

$$+2 \quad x = y' - 2$$

Substitusikan pada persamaan garis

$$(y' - 2) - 2(6 - x') = 7$$

$$y' - 2 - 12 + 2x' = 7$$

$$2x' + y' = 7 + 2 + 12$$

$$2x' + y' = 21$$

38. Jawab : C. 20

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + px + q$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

Dengan cara algoritma pembagian didapatkan bahwa sisa pembagiannya adalah $(p+21)x + (q-18)$, dengan menyamakan dengan sisa yang awal maka diperoleh :

$$q-18=2$$

$$q=20$$

40. Jawab : B. 210**39. Jawab : A. 120**

$$\begin{aligned}C_3^n &= 2n \\ \Rightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} &= 2n \\ \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3!(n-3)!} &= 2n \\ \Rightarrow (n-1)(n-2) &= 12 \\ \Rightarrow n^2 - 3n + 2 - 12 &= 0 \\ \Rightarrow n^2 - 3n - 10 &= 0 \\ \Rightarrow (n-5)(n+2) &= 0 \\ \Rightarrow n = 5 \vee n &= -2\end{aligned}$$

Dari hasil n diatas yang memenuhi adalah $n = 5$, maka

$$C_7^{2n} = C_7^{10} = \frac{10!}{7!(10-7)!} = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

KUPAS TUNTAS PREDIKSI

USM STIS

[2021]

Menjadi pegawai negeri sipil merupakan harapan bagi sebagian masyarakat Indonesia. Salah satu cara untuk menjadi pegawai negeri sipil adalah dengan melanjutkan pendidikan di sekolah ikatan dinas. Salah satunya adalah Politeknik Statistika STIS yang merupakan sekolah ikatan dinas di Indonesia, khususnya untuk bidang statistika. Seleksi Penerimaan kompetisi untuk memperebutkan kursi mahasiswa di Politeknik Statistika STIS. Bukan hal mudah untuk dapat menembus Seleksi Penerimaan Mahasiswa Baru Politeknik Statistika STIS. Belum lagi persaingan yang ketat di antara semua peserta yang tersebar hampir di seluruh wilayah Indonesia. Oleh karena itu, semua peserta akan berjuang semaksimal mungkin untuk dapat diterima di Politeknik Statistika STIS.

Buku Fokus Persiapan Masuk STIS 2021 ini berisi soal SPMB Politeknik Statistika STIS dan disertai dengan pembahasannya yang lengkap, detail, dan mudah dipahami. Selain itu, dilengkapi pula dengan paket prediksi soal SPMB Politeknik Statistika STIS, yang bertujuan untuk mengetahui sejauh mana kesiapan peserta sebelum mengikuti soal SPMB Politeknik Statistika STIS

**Selamat belajar dan raihlah kesempatan untuk masuk
Politeknik Statistika STIS!**