

Voortentamen Inleiding Logica

25 oktober 2002

Opgave 1. Leid met natuurlijke deductie (ND) af:

- (a) $(p \vee q) \rightarrow r \vdash \neg r \rightarrow \neg q$,
(7 punten)
- (b) $p \wedge \neg q \vdash q \rightarrow r$,
(7 punten)
- (c) $\neg p \wedge \neg q \vdash \neg(p \vee q)$.
(7 punten)

Opgave 2. Onderzoek met een waarheidstafel de geldigheid van:

$$p \vee (p \rightarrow q), \neg q \models p \vee q$$

(7 punten)

Opgave 3.

- (a) Gegeven is dat $\phi \models \psi$ en dat ϕ een tautologie is. Volgt dan dat ook ψ een tautologie is? Motiveer uw antwoord.
(4 punten)
- (b) Geef een formule ϕ zodat zowel $\phi \equiv \phi \wedge p$ als $\phi \equiv \phi \wedge \neg p$ gelden.
(4 punten)

Opgave 4.

- (a) Geef het criterium om te bepalen of een conjunctieve normaalvorm (CNV) een tautologie is.
(4 punten)
- (b) Bepaal een CNV voor de formule $(p \wedge (\neg q \rightarrow r)) \vee \neg p$. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.
(8 punten)
- (c) Bepaal met het criterium uit (a) of de formule uit (b) een tautologie is.
(4 punten)

Opgave 5. Gegeven is het Kripke-model $\mathcal{M} = (W, R, L)$ met

$$\begin{aligned} W &= \{a_1, a_2, a_3\} \\ R &= \{(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_2, a_3), (a_3, a_3)\} \\ L(p) &= \{a_2\} \end{aligned}$$

- (a) Teken het model.
(2 punten)
- (b) Ga voor elk van de werelden a_1, a_2, a_3 na of geldt: $\mathcal{M}, a_i \Vdash \Diamond p \rightarrow p$.
(6 punten)
- (c) Geldt $\mathcal{M} \models \Diamond p \rightarrow p$?
(4 punten)
- (d) Geldt $\mathcal{M} \models \Box p \rightarrow p$?
(6 punten)

(Motiveer uw antwoorden.)

Opgave 6.

- (a) Gegeven is de boolse functie $h(x, y, z)$ van drie variabelen x, y, z die 1 is als precies twee van de variabelen de waarde 1 hebben, en die 0 is in alle andere gevallen. Geef een gereduceerde OBDD voor h met variabelen ordening $[x, y, z]$. Doe dit met behulp van de regels C1-3 vanuit een BDT voor h .
(10 punten)

Gegeven is de boolse functie $f(x, y)$ die 1 is als hoogstens één van de variabelen x, y de waarde 1 heeft, en die 0 is in alle andere gevallen.

Verder is gegeven de boolse functie $g(z, w)$ die 1 is als precies één van de variabelen z, w de waarde 1 heeft, en die 0 is in alle andere gevallen.

- (b) Geef BDD's voor f en g .
(5 punten)
- (c) Gebruik de in (b) gevonden BDD's om een BDD te construeren voor de boolse functie

$$f(x, y) \cdot \overline{g(z, w)}$$

(5 punten)

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.