

## Tentamen Kansrekening I voor BWI

29 januari 2004, 10.30-12.30

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven. Er zijn 45 punten te behalen. Geef een toelichting bij de antwoorden!

**1.** Johan is lid van een sportclub en van een studievereniging. Zowel bij de sportclub als bij de studievereniging zal in februari een loterij georganiseerd worden. Bij beide loterijen zijn  $n$  loten te koop en zal er op de dag van de trekking één willekeurig lot getrokken worden, de eigenaar van zo'n getrokken lot wint 10 euro. Johan wil twee loten kopen en vraagt zich af of hij twee loten bij de loterij van de sportclub zal kopen of dat hij bij beide loterijen één lot zal kopen. Laat  $X$  het bedrag zijn dat hij wint als hij twee loten bij de loterij van de sportclub koopt en  $Y$  het bedrag dat hij wint als hij één lot bij de sportclub en één lot bij de studievereniging koopt.

(a) (3 punten) Wat is de kansmassafunctie van  $X$ ?

(b) (3 punten) Wat is de kansmassafunctie van  $Y$ ?

(c) (4 punten) Bereken  $E(X)$  en  $E(Y)$ . Maakt het uit wat Johan doet?

**2.** Ik heb twee pakketten met ieder 24 krokusbollen gekocht. Deze bollen zijn uiterlijk niet van elkaar te onderscheiden. Op de verpakking van pakket A staat dat de bollen in dit pakket zullen uitgroeien tot 8 witte, 8 gele en 8 paarse krokussen. Voor pakket B zijn de aantallen anders: de bollen van dit pakket zullen uitgroeien tot 6 witte, 6 gele en 12 paarse krokussen. Ik kies een willekeurig pakket (dat wil zeggen dat ieder pakket kans  $\frac{1}{2}$  heeft om gekozen te worden). Uit dat pakket kies ik 3 willekeurige bollen en plant die in mijn tuin.

(a) (3 punten) Wat is de kans dat uit deze 3 bollen alledrie paarse krokussen komen?

(b) (3 punten) Laat  $G$  de gebeurtenis zijn dat alledrie de krokussen verschillende kleuren hebben. Bereken de kans op  $G$ .

(c) (4 punten) Laat  $A$  de gebeurtenis zijn dat ik pakket A heb gekozen. Bereken  $P(A|G)$ , in woorden: de kans dat ik pakket A heb gekozen gegeven dat alledrie de krokussen een verschillende kleur hebben.

**3.** (5 punten) We gooien vier keer achter elkaar met een eerlijke munt. We noemen de gebeurtenis dat er bij de eerste worp "kop" gegoooid wordt  $A$ , de gebeurtenis dat er bij deze vier worpen in totaal precies twee keer "kop" gegoooid wordt noemen we  $B$ . Zijn  $A$  en  $B$  onafhankelijk?

4. (10 punten) Amsterdam Airlines vliegt vanmiddag van Amsterdam naar Parijs met een vliegtuig dat ruimte heeft voor 30 passagiers. De vliegtuigmaatschappij heeft besloten om 33 plaatsbewijzen te verkopen omdat er vaak passagiers niet op komen dagen. Door deze overboekingsstrategie moet Amsterdam Airlines misschien mensen wegsturen die wel geboekt hebben. Uit ervaring is bekend dat de kans dat iemand niet komt opdagen gelijk is aan 0,15 en dat alle passagiers onafhankelijk van elkaar de beslissing nemen om al dan niet mee te willen reizen. Laat  $Z$  het aantal mensen zijn dat wel op komt dagen, maar niet mee kan met deze vlucht. Bereken de verwachting en de variantie van  $Z$ .

5. (10 punten) Een verzekeringsmaatschappij heeft 20.000 polishouders. We schrijven  $X_i$  voor het bedrag dat in 2004 door de  $i$ de polishouder geclaimd zal worden (waarbij  $i \in \{1, 2, \dots, 20.000\}$ ). De stochasten  $X_1, X_2, \dots, X_{20.000}$  zijn onafhankelijk van elkaar en voor  $i \in \{1, 2, \dots, 20.000\}$  geldt dat  $E(X_i) = 75$  euro en  $\text{Var}(X_i) = 140.000$  euro. Geef met behulp van de ongelijkheid van Chebyshev een bovengrens voor de kans dat het totale bedrag dat in 2004 geclaimd zal worden minstens 1.700.000 euro is.