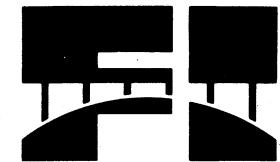




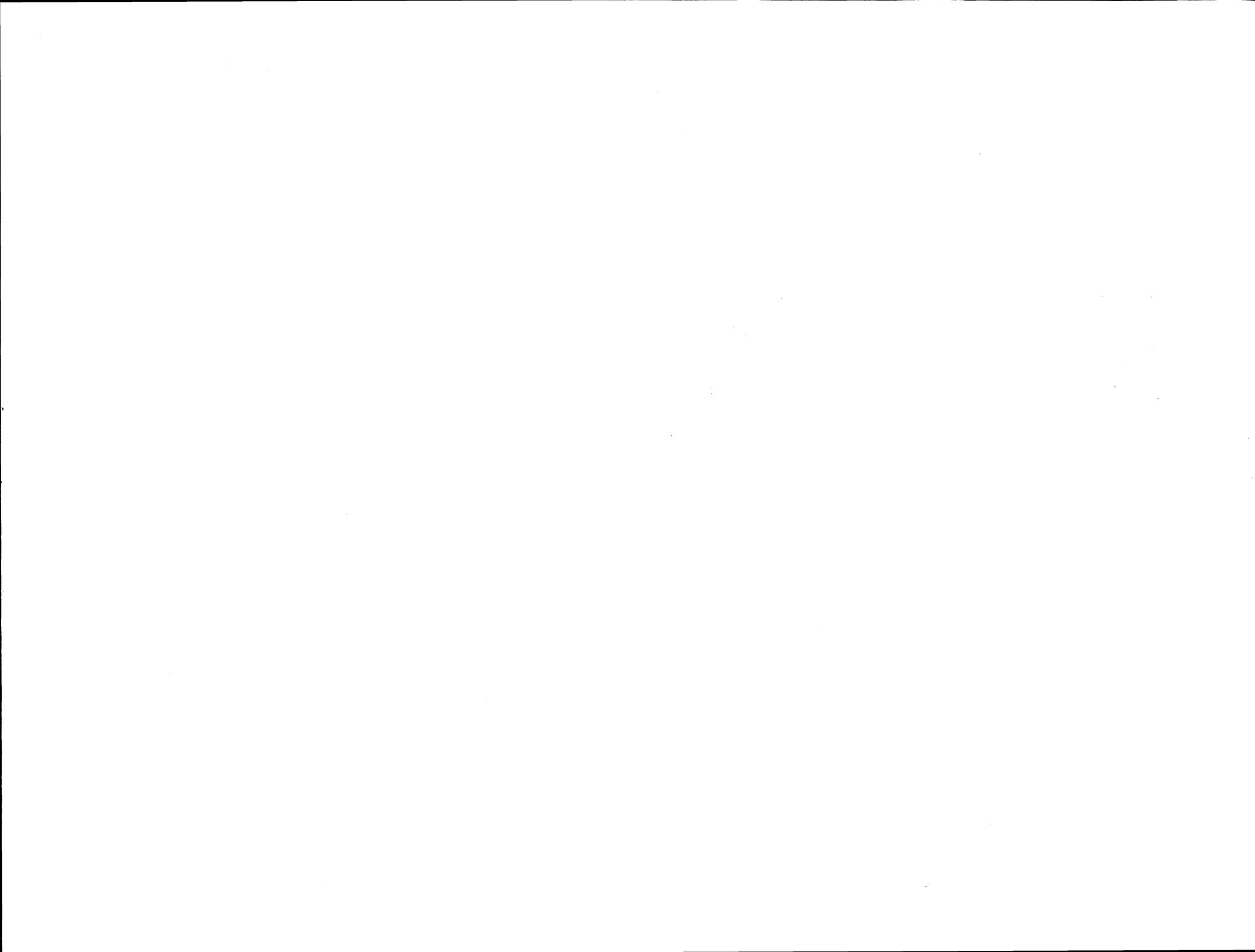
FACULTAD DE INGENIERÍA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



Gilberto Sotelo Avila

**APUNTES DE
HIDRÁULICA II**



I N D I C E

	Página
1. ASPECTOS GENERALES	
1.1 Características generales del flujo en un canal	1
1.2 Tipos de flujo	2
1.3 Geometría de las Secciones	7
1.4 Ecuaciones para flujo unidimensional permanente	8
1.4.1 Ecuación de continuidad	9
1.4.2 Ecuación de energía	9
1.4.3 Ecuación de la cantidad de movimiento ...	10
1.5 Distribución de velocidades en la sección de un canal	11
1.6 Distribución de presiones en una sección	14
2. FLUJO UNIFORME	
2.1 Introducción	26
2.2 Fórmula de Chezy	26
2.3 Flujo laminar a superficie libre	28
2.4 Flujo turbulento a superficie libre	30
2.5 Fórmulas usuales para canales con flujo turbulento	32
2.6 La fórmula de Manning - Strickler	43
2.7 Cálculo del flujo uniforme	53
2.8 Canales de sección compuesta	56
2.9 Conductos cerrados parcialmente llenos	67
2.10 Diseño de la sección más conveniente	72
2.10.1 Planteo del problema	72
2.10.2 Canales revestidos	73
2.10.3 Canales no revestidos	87
3. ENERGIA ESPECIFICA Y REGIMEN CRITICO	
3.1 Introducción	101
3.2 Energía específica	101
3.3 Regimen crítico	103
3.3.1 Condición de estado crítico (Gasto constante)	110
3.3.2 Condición para gasto máximo (E_0 constante)	111
3.3.3 Cálculo del tirante crítico	115
3.3.4 Pendiente crítica	120
3.3.4 Velocidad crítica y velocidad de la onda	127
4. SALTO HIDRAULICO	130
4.1 Aspectos generales	130
4.2 La función "momentum"	135
4.3 Longitud del salto	138
4.4 Ecuaciones del salto para diferentes formas de sección	139
4.4.1 Ecuación general	139
4.4.2 Sección rectangular	140
4.4.3 Sección trapecial	141
4.4.4 Sección circular	146
4.4.5 Sección hendidura	149
4.4.5.1 Flujo a superficie libre antes y después del salto	153
4.4.5.2 Flujo a presión después del salto	153
4.5 Compuerta con descarga sumergida	171
4.6 Salto en canales rectangulares con pendiente ...	178
5. FLUJO VARIADO	182
5.1 Ecuación dinámica	182
5.2 Características y clasificación de los perfiles de flujo	185
5.3 Sección de control	191
5.4 Síntesis de perfiles compuestos	195
5.5 Métodos de integración de la ecuación dinámica ..	202
5.5.1 Integración gráfica	202
5.5.2 Integración directa	208
5.6 Métodos de incrementos finitos en canales prismáticos	219
5.6.1 Método para el cálculo de la longitud del tramo	219
5.6.2 Método gráfico	235
5.7 Método de incrementos finitos en canales naturales	253
5.7.1 Ríos de sección amarilla	253
5.7.2 Ríos de sección compuesta	260
5.7.3 Método de Grimm	274
5.7.4 Método de Escoffier	277
5.7.5 Bifurcación de un río alrededor de una isla	278
5.8 Capacidad de conducción de un canal	279
6. TRANSICIONES EN CANALES	289
6.1 Introducción	289
6.2 Aforadores	291

6.3	Expansiones y contracciones	302
6.3.1	Introducción	302
6.3.2	Cambios de sección en régimen subcrítico	303
6.3.3	Cambios de sección en régimen supercrítico	330
6.4	Cambios de dirección horizontal	360
6.4.1	Aspectos generales	360
6.4.2	Curvas en régimen subcrítico	363
6.4.3	Curvas en régimen supercrítico	382
6.4.4	Teoría del gasto unitario constante	396
6.5	Cambios de dirección vertical	403
6.6	Obstrucciones	408
6.6.1	Aspectos generales	408
6.6.2	Umbrales de fondo	409
6.6.3	Pilas de puente	411
6.6.4	Hilera de pilas cilíndricas	427
6.6.5	Rejillas	427
6.7	Bifurcaciones	428
6.7.1	Aspectos generales	428
6.7.2	Comportamiento general	428
6.7.3	Pérdidas de energía	432
 FLUJO ESPECIALMENTE VARIADO		
7.1	Aspectos generales	441
7.2	Flujo de gasto creciente	443
7.2.1	Ecuación dinámica	443
7.2.2	Análisis de los perfiles de flujo	446
7.2.3	Integración directa para un canal rectangular, horizontal y sin fricción	451
7.3	Flujo con gasto decreciente	473
7.3.1	Aspectos generales	473
7.3.2	Ecuación dinámica	474
7.3.3	Análisis de los perfiles de flujo	475
7.3.4	Integración numérica	477
7.3.5	El vertedor lateral	478
7.3.6	Flujo sobre una reja de fondo	494

APUNTES DE

HIDRAULICA II

Gilberto Sotelo Avila

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA
DEPARTAMENTO DE HIDRAULICA**

fuerza tendiente a distorsionar esta intercara, la cual siempre constituirá una frontera sobre la cual el ingeniero tiene un control parcial.

De acuerdo con su origen, un canal puede ser natural o artificial. Dentro de los primeros se incluyen todos los cursos de agua que existen en forma natural sobre la tierra, tales como arroyos, ríos, etc. Dentro de los canales artificiales se incluyen todos los construidos por el hombre, tales como canales de navegación, canales de fuerza, canales de riego, obras de excedencias, etc.

Si el canal se construye con una sección transversal y pendiente de planilla constante, se denomina canal prismático. De no satisfacerse estas condiciones, el canal es no prismático, como es el caso de los canales naturales.

Si el canal es natural (y en algunos casos artificial), se presenta una nueva dificultad cuando el escurrimiento se relaciona con el transporte de sedimentos; es decir, cuando el río, en su recorrido de las montañas al valle, lleva consigo cuerpos sólidos más o menos grandes (arena, grava y hasta grandes piedras) que modifican constantemente la forma de las fronteras sólidas e impiden una definición todavía más exacta de la rugosidad de la pared. Este escurrimiento tan complejo se estudia con detenimiento en la hidráulica fluvial que, por si sola, forma una disciplina fuera de los alcances de este libro, en cuyo contenido se supondrá que en los canales no cambia la forma de su frontera.

1.2 Tipos de flujo

La clasificación del flujo en un canal sigue las formas generales indicadas en el capítulo 3 del Vol. 1 con la adición del espacio como un criterio más, teniendo principalmente interés los tipos de flujo, que se indican a continuación, sobre la base de que en todos los casos el flujo es unidimensional.

- a) Flujo permanente y no permanente. Esta clasificación obedece a la uti

CAPITULO I. ASPECTOS GENERALES

1.1 Características generales del flujo en un canal

El flujo de un fluido en un canal se caracteriza por la exposición de una superficie libre a la presión atmosférica. Por esta razón, el fluido respectivo es siempre un líquido, casi siempre agua.

Los problemas conectados con el flujo en canales representan una alta -- proporción del trabajo del ingeniero hidráulico y la aparente simplicidad resultante de la superficie libre es irreal debido al incremento en la complejidad de dicho flujo en comparación con el de un conducto a presión. El agua que fluye en un canal se ve afectada — por todas las fuerzas que intervienen en el flujo dentro de un tubo, con la adición de las fuerzas de gravedad y de tensión superficial que son la consecuencia directa de la superficie libre. En realidad la superficie libre se debe considerar como una intercara entre dos fluidos, el superior un gas usualmente estacionario (o en movimiento) y el inferior un líquido en movimiento. Las fuerzas de gravedad y tensión superficial resistirán cualquier —

lización del tiempo como un criterio. El flujo es permanente si el tirante permanece constante en cualquier instante o en un lapso especificado. Lo contrario acontece si el flujo es no permanente. El caso más común de flujo permanente es aquel de un canal en que el gasto es constante en cualquier sección transversal del mismo; otros casos de flujo permanente — ocurren cuando existen aportes o salidas de agua (que no varían con el tiempo) a lo largo de todo el canal o en tramos del mismo; por ejemplo, los vertedores de canal lateral, las cunetas y bordillos en carreteras y los sistemas de drenaje en zonas de riego. El caso más común de flujo no permanente se presenta en los canales donde transita una onda de traslación o — una avenida.

b) Flujo uniforme y variado. Esta clasificación obedece a la utilización del espacio como un criterio.

El flujo uniforme se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal. Con una superficie libre, esto implica que la sección transversal y el tirante permanecen también constantes (fig 1.1). Como consecuencia de la definición, en flujo uniforme la pendiente S_f de la línea de energía de fricción, la pendiente S_a de la superficie libre del agua y la pendiente geométrica S_0 del canal son iguales: — $S_f = S_a = S_0 = S$. El hecho de que la velocidad media permanezca constante, se refiere estrictamente al hecho de que el flujo posea una velocidad constante en cada punto de la sección transversal a lo largo del canal; es decir, que la distribución de velocidades de cada sección no se altera. El tirante correspondiente al flujo uniforme se conoce como tirante normal.

Las características de un flujo uniforme se pueden satisfacer únicamente — si el canal es prismático, esto es, el flujo uniforme solo puede ocurrir en canales artificiales, pero no en los naturales. Si la velocidad se incrementa a valores muy grandes (más de — 6m(seg), se produce arrastre de aire adquiriendo el flujo un carácter no permanente y pulsátorio, por lo cual un flujo muy rápido no puede ser uniforme. Incidentalmente, a velocidades excepcionales (aproximadamente 30m(seg) el incremento de área hidráulica por el aire-

arrastrado llega a ser hasta de un 50 por ciento.

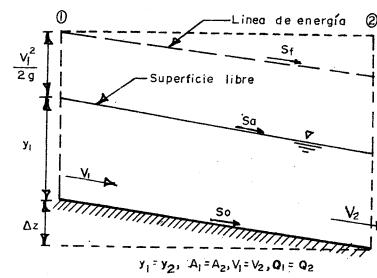


Fig 1.1 Flujo Uniforme

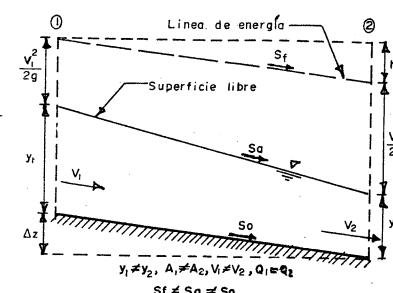


Fig 1.2 Flujo variado permanente

Teóricamente es posible que un flujo uniforme pueda ser permanente o no permanente. En el flujo uniforme permanente el tirante no cambia con el tiempo y es el tipo fundamental del flujo tratado en la hidráulica de canales. El flujo uniforme no permanente requeriría que la superficie libre fluctuara de un instante a otro pero siempre — permaneciendo paralela a la plantilla del canal, lo cual obviamente es difícil que ocurra en la práctica. Por lo mismo, el flujo uniforme es casi siempre permanente.

El flujo es variado si la velocidad media cambia a lo largo del canal y, por lo mismo, posee características opuestas a las del flujo uniforme, tal como se muestra en la fig. 1.2. Los cambios de velocidad se pueden producir por una variación en la sección del canal, por un cambio en la pendiente o por una estructura hidráulica tal como un vertedor o compuerta interpuesta en la línea de flujo. Debido a estos efectos, el flujo uniforme es un estado ideal que difícilmente se logra. Sin embargo, en la mayoría de los casos (y sobre todo en canales rectos y largos de sección transversal y pendiente de plantilla constante), se alcanza un flujo casi uniforme, de tal manera que la suposición es razonable especialmente porque simplifica el análisis.

El flujo variado sí puede ser permanente y no permanente y toda vez que no existe flujo no permanente uniforme, el no permanente tiene que ser necesariamente variado.

El flujo variado se puede a su vez clasificar en gradual, rápida y espacialmente variado. El flujo gradualmente variado es aquel en que el tirante cambia en forma gradual a lo largo del canal. En el flujo rápidamente variado acontece lo contrario, como es el caso del salto hidráulico. En el flujo espacialmente variado cambian además las características hidráulicas a lo largo del canal o de un tramo del mismo. En resumen, la clasificación es como sigue :



El tratamiento de los problemas que se presentan en la primera parte de este libro corresponde únicamente a flujos permanentes.

c) Flujo laminar y turbulento. El comportamiento del flujo en un canal — está gobernado principalmente por los efectos de las fuerzas viscosas y de gravedad con relación a las fuerzas de inercia internas del flujo. La tensión superficial del agua sobre la superficie puede afectar el comportamiento del flujo en el caso de tirante o secciones transversales pequeñas, pero no juega un papel importante en la mayoría de los problemas de canales. Con relación al efecto de la viscosidad, el flujo puede ser laminar, de tran-

sición o turbulento en forma semejante al flujo en conductos forzados y la importancia de la fuerza viscosa se mide a través del número de Reynolds definido en este caso como

$$Re = \frac{V R_h}{\nu} \quad (1.1)$$

donde

R_h radio hidráulico de la sección, en m

V velocidad media en la misma, en m/seg

ν viscosidad cinemática del agua, en m/seg²

En los canales se han comprobado resultados semejantes a los de los tubos por lo que respecta a este criterio de clasificación. Para propósitos prácticos, en el caso de un canal se tiene:

Flujo laminar para $Re < 500$ a 600

Flujo de transición para $500 < Re < 2000$

Flujo turbulento para $Re > 2000$

Las discrepancias de estos valores de Re respecto de los tubos es aparente, dado que para estos últimos Re se definió usando el diámetro D en lugar del radio hidráulico como en la ec. 1.1 y en un tubo se tiene que $D = 4 R_h$.

En la mayoría de los canales el flujo laminar ocurre muy raramente debido a las dimensiones relativamente grandes de los mismos y a la baja viscosidad cinemática del agua. La única ocurrencia de este flujo se presenta cuando escurre el agua en láminas muy delgadas sobre el terreno, como es el caso del flujo de agua de lluvia sobre cubiertas y superficies pavimentadas, donde el tirante es pequeño.

En el caso de canales naturales, la rugosidad de la frontera es normalmente tan grande que ni siquiera ocurre el flujo de transición.

Por lo que se refiere a la preponderancia de las fuerzas de gravedad, —

existe también otra clasificación de los flujos que será presentada en el capítulo 3.

1.3 Geometría de las Secciones

El término sección normal de un canal usado en este libro se refiere a la sección considerada normal a la plantilla. Por el contrario, la sección vertical de un canal se toma sobre el plano vertical que pasa por el punto más bajo de la sección. Si el canal es prácticamente horizontal, ambos conceptos coinciden.

La sección de un canal natural es generalmente de forma muy irregular y variando constantemente de un lugar a otro. Los canales artificiales usualmente se diseñan con formas geométricas regulares siendo las más comunes la trapezoidal, la rectangular, la triangular y la circular. La parabólica se usa como una aproximación de secciones en canales naturales. En túneles que funcionan a superficie libre es frecuente encontrar la forma de herradura.

La selección de una forma determinada de sección depende del tipo de canal por construir, así la trapezoidal es muy común en canales no revestidos, la rectangular en canales revestidos con materiales estables: concreto, mampostería, madera, etc. la triangular en canales pequeños y en las cunetas de carreteras y la circular en alcantarillas, colectores y túneles. Existen formas compuestas con las anteriores que encuentran utilidad en grandes alcantarillas y colectores y que permiten el paso del hombre a su interior.

Los elementos geométricos más importantes de una sección son los siguientes:

Tirante. Se puede interpretar de dos maneras distintas de acuerdo con el tipo de sección que se considera. Para la sección normal de un canal, es el tirante normal a la dirección del flujo o sea la altura de la sección. Para la sección vertical, el ti-

rante y es la distancia vertical del punto más bajo de la sección hasta la superficie libre (fig. 1.3). Entre ambas, existe la relación

$$d = y \cos \theta \quad (1.2)$$

donde θ es el ángulo de la plantilla del canal respecto de la horizontal.

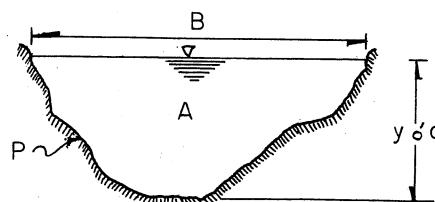


Fig. 1.3 Sección de un canal

El perímetro mojado P es el perímetro de la sección (normal o vertical) en contacto con una frontera rígida, esto es, no incluye la superficie libre.

El radio hidráulico R_h de una sección (normal o vertical) es la relación del área hidráulica al perímetro mojado.

$$R_h = \frac{A}{P} \quad (1.3)$$

El tirante hidráulico es la relación del área hidráulica al ancho de la superficie libre en cualquiera de las formas siguientes:

$$D = \frac{A_n}{B_n} \quad \text{para la sección normal} \quad (1.4 a)$$

$$Y = \frac{A_v}{B_v} \quad \text{para la sección vertical} \quad (1.4 b)$$

1.4 Ecuaciones para flujo unidimensional permanente

En el capítulo 4 del Vol. 1 se derivaron en forma general las ecuaciones fundamentales de la Hidráulica haciendo la particularización para el flujo unidimensional permanente. Se presenta aquí un resumen de dichas ecuaciones.

1.4.1 Ecuación de continuidad

La ecuación diferencial de continuidad para un flujo unidimensional permanente es la ec 4.6a del vol 1 :

$$\frac{\partial (\rho VA)}{\partial s} = 0 \quad (1.5)$$

donde

ρ densidad del líquido, en kg seg²/m⁴

V velocidad media en la sección, en m/seg

A área hidráulica de la sección, en m²

s coordenada curvilínea que sigue el eje del canal, en m

Sí, además, el flujo es incompresible

$$\frac{\partial (VA)}{\partial s} = 0 \quad (1.6)$$

cuya integración entre dos secciones 1 y 2 conduce a :

$$VA = \text{constante}$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (1.7)$$

1.4.2 Ecuación de energía

La ecuación diferencial de energía para un flujo unidimensional permanente e incompresible resulta de la ec(4.18)del vol 1.

$$\frac{d}{ds} \left(z + \frac{P}{\gamma} + \infty \frac{V^2}{2g} + h_r \right) = 0 \quad (1.8)$$

donde

s coordenada curvilínea siguiendo el eje del canal sobre la plantilla.

z carga de posición medida desde el plano de referencia hasta la -- plantilla de la sección, en m.

$\frac{P}{\gamma}$ carga de presión sobre la plantilla de la sección, en m.

g aceleración de gravedad, en m/seg².

h_r pérdida interna de energía, en m.

V velocidad media en la sección, en m/seg.

∞ coeficiente de Coriolis para corregir el efecto de la distribución irregular de velocidades en la sección.

La integración de la ec 1.8 entre dos secciones 1 y 2 conduce a :

$$z + \frac{P}{\gamma} + \infty \frac{V^2}{2g} + h_r = \text{constante} \quad (1.9.a)$$

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \infty_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \infty_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r \quad (1.9.b)$$

donde $\sum_1^2 h_r$ representa la pérdida interna de energía entre las dos secciones.

1.4.3 Ecuación de la cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento para dos secciones 1 y 2 de un flujo unidimensional permanente e incompresible resulta de la ec 4.32 del Vol 1 donde se elimina el último término

$$\vec{F}_p + \vec{F}_e + \vec{F}_c = \rho [Q \beta \vec{V}]_2 - \rho [Q \beta \vec{V}]_1 \quad (1.10)$$

donde

\vec{F}_p fuerza resultante debida a las presiones, en kg.

\vec{F}_e fuerza resultante debida a la acción del esfuerzo cortante generado sobre las paredes del canal, en kg.

\vec{F}_c fuerza de cuerpo debida al peso propio, en kg.

Q gasto en la sección, en m³/seg.

\vec{V}_1 vector de velocidad media en la sección, en m/seg.

β coeficiente de Boussinesq para corregir el efecto de la distribución irregular de las velocidades en la sección.

Las fuerzas \vec{F}_p , \vec{F}_e son las acciones que desde el exterior se aplican al volumen de control limitado por las secciones 1 y 2 y las paredes del canal.

1.5 Distribución de velocidades en la sección de un canal

La presencia de la superficie libre y de curvas a lo largo de un canal, la forma de la sección, la rugosidad superficial, el gasto y la acción de corrientes secundarias en el plano de la sección transversal afectan la distribución de velocidades en la sección de un canal. La fig 1.4 ilustra el aspecto general de la distribución de velocidades en la sección transversal típica de un río natural. Dicha distribución se presenta en base a las curvas que unen puntos de igual velocidad. Estas curvas normalmente se interpolan a partir de los datos de mediciones con molinetes, obtenidas en diferentes puntos de la sección transversal.

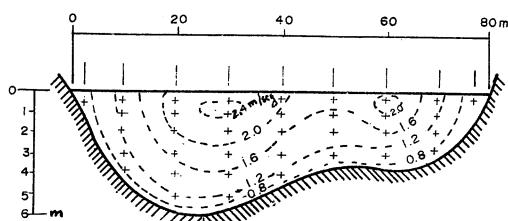


Fig 1.4 Aspectos de la distribución de velocidades en la sección transversal de un río.

En la fig 1.4 se observa que la velocidad mínima ocurre en la proximidad de la pared y que existe un incremento de la velocidad hacia la superficie libre. — El punto de velocidad máxima queda ligeramente abajo de la superficie libre, lo cual — se atribuye al movimiento circulatorio secundario inducido por la proximidad de los lados. Por ello podría considerarse que en canales anchos y de poco tirante, la velocidad máxima se localiza al nivel de la superficie libre.

En la fig 1.4 se observa que la zona donde ocurre la máxima velocidad — se localiza prácticamente sobre la vertical que tiene mayor profundidad y a una distan-

cía de 0.05 a 0.25 del tirante desde la superficie libre hacia abajo. La fig 1.5 ilustra la forma de la distribución sobre una vertical y en ella se observa que la velocidad media se localiza a una profundidad aproximada de 0.6 del tirante y es aproximadamente el promedio de la velocidad a 0.2 y 0.8 del tirante o bien entre 0.8 y 0.95 de la velocidad superficial. En un canal ancho, con gran velocidad y poco tirante o bien en un canal liso, la velocidad máxima se puede encontrar con frecuencia sobre la superficie libre. La rugosidad de un canal aumenta la curvatura de la curva de distribución de velocidades sobre una vertical y la máxima se presente abajo de la superficie libre. En una curva aumenta bastante la velocidad en el lado exterior por la acción de la fuerza centrífuga.

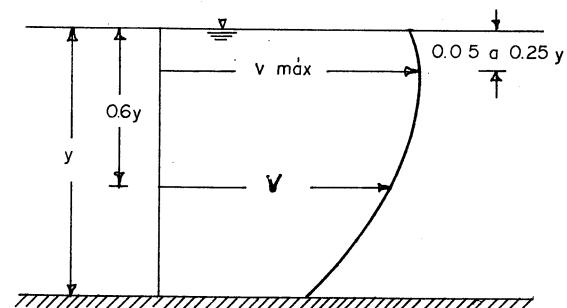


Fig 1.5 Distribución de velocidades sobre una vertical en la sección de un canal.

En canales muy anchos la distribución de velocidades en la región central de la sección es prácticamente la misma que la que ocurre en un canal rectangular de ancho infinito, esto es, los bordos del canal prácticamente no afectan al flujo y si el ancho del canal es mayor de 5 a 10 veces el tirante, el canal se puede considerar como un flujo de tipo bidimensional. El método de aforo en un canal ha sido ya explicado en el capítulo 4 del Vol 1.

Como resultado de la distribución no uniforme de las velocidades de un canal, se ha determinado experimentalmente que el coeficiente α varía entre 1.03 y 1.36. En la misma forma, el coeficiente β varía aproximadamente entre 1.01 y 1.12. Para mayores detalles acerca de estos coeficientes, el lector se puede referir al capítulo 4 del Vol 1.

Para fines prácticos, se presentan a continuación algunos valores de —

α y β propuestos por Kolupaila.

Canales	Valores de α			Valores de β		
	mín.	medio	máx.	mín.	medio	máx.
Canales regulares, acueductos, vertedores	1.10	1.15	1.20	1.03	1.05	1.07
Ríos naturales y torrentes	1.15	1.30	1.50	1.05	1.10	1.17
Ríos bajo una cubierta de hielo	1.20	1.50	2.00	1.07	1.17	1.33
Ríos de valle con cauce de inundación	1.50	1.75	2.00	1.17	1.25	1.33

Para valores aproximados se pueden usar las siguientes expresiones

$$\alpha = 1 + 3 \epsilon^2 - 2 \epsilon^3 \quad (1.11.a)$$

$$\beta = 1 + \epsilon^2 \quad (1.11.b)$$

donde $\epsilon = (v_{\text{máx}}/V) - 1$, donde $v_{\text{máx}}$ es la velocidad máxima y V la media. Algunos valores de $v_{\text{máx}}/V$ fueron obtenidos por Rehbock (ref. 1) como sigue:

Material en el canal	$v_{\text{máx}}/V$
Cemento	1.2
Madera en dueñas	1.2
Grava fina	1.3
Grava gruesa	1.41
Roca con grandes cantos	2.5 a 1.92
Grava con pasto y arbustos	2.17 a 1.33
Grava gruesa y piedras	1.72 a 1.43
Grava	1.61 a 1.33
Limo y arena	1.54 a 1.21
Madera, concreto y ladrillo	1.43 a 1.09

Según Bazin: $\alpha = 1 + \frac{210}{C^2}$

donde C es el factor de fricción de Chezy (Cap 2).

$\alpha \approx \beta \approx 1$ y, a menos que se indique lo contrario, así se considerará en lo que sigue.

1.6 Distribución de presiones en una sección

Considérese un canal de eje recto de ancho unitario y ángulo θ de inclinación respecto de la horizontal (fig 1.6). El peso del elemento sombreado de espesor ds es igual a: $\gamma y' \cos \theta ds$, y la componente normal a la plantilla es: $\gamma y' \cos^2 \theta ds$.

Por lo tanto, la presión en el punto D es

$$p' = \frac{\gamma y' \cos^2 \theta ds}{ds} = \gamma y' \cos^2 \theta$$

y la correspondiente carga de presión se puede expresar en cualquiera de las dos formas siguientes

$$h' = y' \cos^2 \theta \quad (1.12.a)$$

$$h' = d' \cos \theta \quad (1.12.b)$$

donde $d' = y' \cos \theta$ es la distancia desde la superficie libre al punto, medida en dirección normal a la plantilla. De la geometría del canal se deduce que la ec (1.12.b) es igualmente aplicable en flujo uniforme y variado, en cambio la ec (1.12.a) sólo tiene aplicación en flujo uniforme pero no variado, especialmente cuando θ es grande.

Las ecs (1.12) determinan la ley hidrostática con que varía la distribución de presiones cuando el flujo es paralelo, como en la fig 1.6. De esta manera, la carga de presión en el punto B sobre la plantilla del canal se obtendrá a partir de cualquiera de las dos ecuaciones siguientes:

$$(\frac{P}{\gamma})_B = y \cos^2 \theta$$

$$(\frac{P}{\gamma})_B = d \cos \theta$$

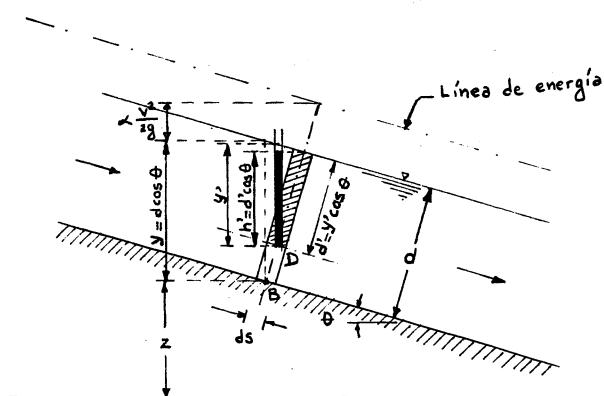


Fig. 1.6 Distribución de presiones para flujo paralelo en canales de gran pendiente.

Se considera que un canal o un río tienen una gran pendiente cuando $\operatorname{sen} \theta = 0.01$, lo cual equivale a que $\cos^2 \theta = 0.9999$. Por tanto, en la mayoría de los casos se podrá considerar a la pendiente suficientemente pequeña para que $\cos^2 \theta \approx 1$ y que la distancia y pueda considerarse igual al tirante d de la sección normal a la planilla; esto equivaldrá a una distribución hidrostática de presiones como en el caso de un depósito con agua en reposo. Sin embargo, habrá casos excepcionales, tales como los canales de descarga de vertedores, donde $\cos^2 \theta \neq 1$ y una distribución de presiones distinta a la hidrostática.

Para el caso de una distribución hidrostática de presiones en la sección de un canal de pendiente pequeña y flujo paralelo, la energía total en la sección se podrá calcular de la ecuación siguiente:

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

y en el caso general de un canal de gran pendiente, la energía total en la sección se podrá determinar con cualquiera de las dos ecuaciones siguientes:

$$H = z + y \cos^2 \theta + d \frac{V^2}{2g} \quad (1.13a)$$

$$H = z + d \cos \theta + d \frac{V^2}{2g} \quad (1.13b)$$

según que el tratamiento sea con base en el tirante y o d de la sección vertical o de la sección normal (fig 1.6). La ec. (1.13 b) será también válida para el flujo variado.

Cuando el flujo en el canal no sea con líneas de corriente paralelas será necesario hacer correcciones a las ecuaciones anteriores con el fin de tomar en cuenta la componente normal de la aceleración debida a la curvatura de las líneas de corriente y que tiene efecto sobre la distribución de presiones en cada sección al incluir la fuerza centrífuga que aparece.

En el caso de conductos a presión es común considerar que la energía del flujo es constante para cualquier punto dentro del campo. Ello equivale a aceptar que el flujo es irrotacional y que la distribución de velocidades en dirección normal a una línea de corriente sigue la ley: $v = c/r$, donde c es una constante de proporcionalidad y r el radio de curvatura de la línea de corriente (capítulo 10 del Vol. I).

En el caso de conducciones a superficie libre donde las líneas de corriente pueden tener curvatura apreciable, es necesario corregir la carga de presión considerada en la ec (1.13b) por medio de la ec 4.34 (Vol 1).

Supóngase, por ejemplo, un flujo bidimensional donde la curvatura de las líneas de corriente produce componentes de la aceleración normales a la dirección del flujo. La distribución de presiones sobre la sección normal se desvía de la hidrostática considerada en la ec (1.13b). El flujo curvilíneo puede ser cóncavo o convexo (figs. 1.7.a y b, respectivamente). En ambos casos la distribución de presiones no lineal se representa por la línea AB' en lugar de la distribución recta AB que ocurriría si el flujo fuera paralelo. En flujo cóncavo, las fuerzas céntricas son descendentes aumentando la acción de la gravedad de tal modo que la presión resultante es mayor que la hidrostática resultante de un flujo paralelo.

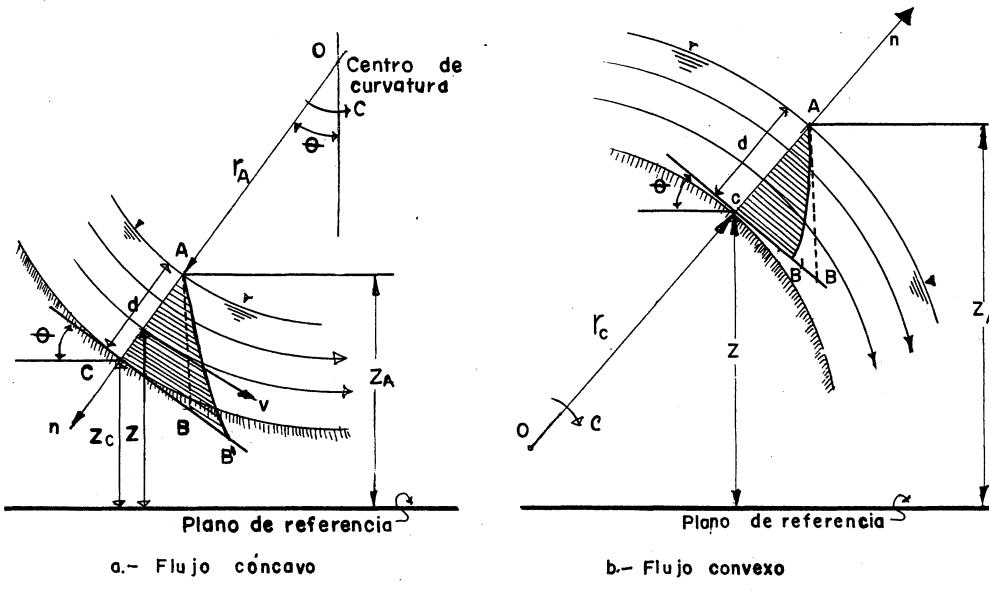


Fig. 1.7 Distribución de presiones en flujo curvilíneo en canales de gran pendiente

Considerando el flujo cóncavo de la fig. 1.7a, se puede suponer que la velocidad v sobre cualquier línea de corriente en la sección AC se distribuye de acuerdo con la ley: $v = c/r$, donde c es una constante (ver Cap 3, del Vol 1) y r el radio local de la línea de corriente en cada punto. Esto equivaldría a un flujo rotacional donde la única componente de rotación, normal al plano del flujo, sería $\partial v / \partial r = c$, constante para todas las líneas de corriente. La velocidad media es

$$V = \frac{1}{d} \int v \, dr = \frac{c}{d} \int_{r_A}^{r_C} r \, dr = \frac{c}{2d} (r_C^2 - r_A^2) \quad (1.14)$$

La ec(4.9b) del Vol 1 sería entonces

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\gamma} + z \right) = \frac{c^2}{g} r$$

Puesto que $dn = dr$, la integral de la ecuación anterior entre el punto A y otro cualquiera de radio r y altura z sería :

$$\frac{p}{\gamma} = - \left[z \right]_{z_A}^z + \frac{c^2}{g} \left[\frac{r^2}{2} \right]_{r_A}^r$$

o bien, la presión en un punto cualquiera de la sección es

$$\frac{p}{\gamma} = z_A - z + \frac{c^2}{g} \frac{(r^2 - r_A^2)}{2}$$

Sustituyendo ahora a c en términos de V de la ec (1.14) y simplificando, resulta

$$\frac{p}{\gamma} = z_A - z + \frac{2 V^2 d^2 (r_C^2 - r_A^2)}{g (r_C^2 - r_A^2)^2} \quad (1.15)$$

Para el punto C, con $z_A - z_C = d \cos \theta$, la carga de presión es

$$\left(\frac{p}{\gamma} \right)_C = d \cos \theta + \frac{2 V^2 d^2}{g (r_C^2 - r_A^2)}$$

pero, con

$$\frac{r_C^2 - r_A^2}{2} = \frac{(r_C + r_A)(r_C - r_A)}{2} = r_m d$$

donde $r_m = (r_C + r_A)/2$ es el radio medio local de las líneas de corriente, la carga de presión en el fondo vale

$$(\frac{p}{g})_C = d \cos \theta + \frac{V^2}{r_m g} \quad (1.16)$$

Por un desarrollo análogo para el flujo convexo, se demuestra que el último término de la ec (1.16) tiene signo negativo.

Por simplicidad, es costumbre suponer que el radio medio r_m se puede confundir con el radio del fondo $r_C = R$, de tal manera que la energía del flujo en la sección normal a un canal de fuerte curvatura vertical será:

$$H = z_C + d \cos \theta + \frac{V^2 d}{Rg} + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (1.17)$$

donde el término $\pm V^2 d/Rg$ corrige el efecto de la curvatura de las líneas de corriente sobre la carga de presión y tiene signo positivo cuando el flujo es cóncavo y negativo cuando el flujo es convexo.

Problema 1.1 La fig. 1.8 muestra las condiciones generales del flujo en un río entre dos secciones del mismo. Conocidas A_1 y A_2 , la pérdida de energía h_f y el desnivel Δz de la superficie libre del agua, encontrar una ecuación para calcular el gasto.

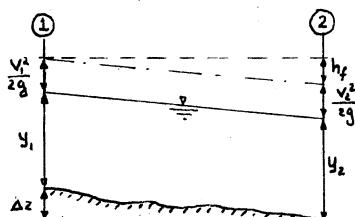


Fig 1.8 Tramo de un río en el problema 1.1

Solución. De la ecuación de la energía (1.9)

resulta:

$$\Delta z + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

De la ecuación de continuidad:

$$V_1 = A_2 V_2 / A_1, \text{ se tiene que:}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{A_2^2}{A_1^2} \frac{V_2^2}{2g}$$

que substituida en la ecuación de energía, resulta:

$$\Delta z + y_1 + \frac{A_2^2}{A_1^2} \frac{V_2^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

y con $\Delta y = \Delta z + y_1 - y_2$, al despejar a V_2 y multiplicar por A_2 se obtiene

$$Q = A_2 \sqrt{\frac{2g (\Delta y - h_f)}{1 - (A_2/A_1)^2}}$$

A través de esta ecuación sería posible determinar en forma aproximada — el gasto de una gran avenida en un río si se puede obtener Δy a partir de las huellas dejadas por el agua en las orillas.

Problema 1.2. La celeridad de una onda elemental sobre la superficie libre de un canal se puede determinar a partir de las ecuaciones de continuidad y de la energía. Determinar la ecuación que permite calcular dicha celeridad.

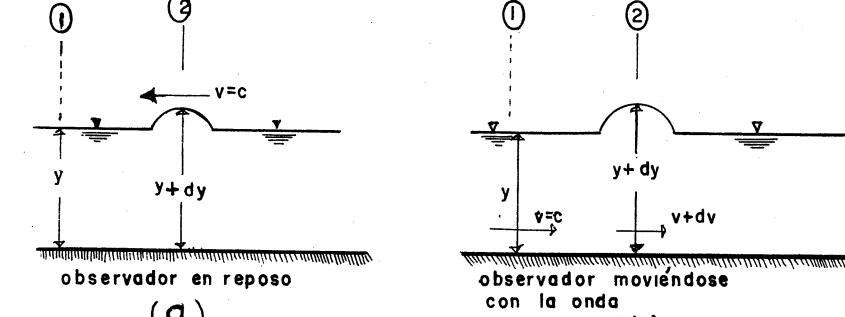
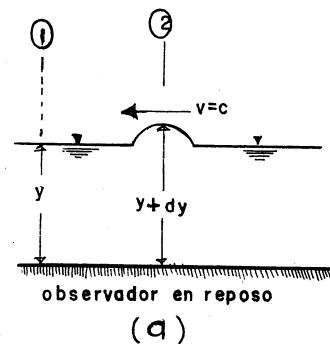


Fig. 1.9 Onda superficial elemental

Solución.

Aparentemente el flujo es no permanente, sin embargo, de la observación de las figs. 1.9 se concluye que las condiciones no cambian con el tiempo.

De la ecuación de continuidad 1.6 se obtiene

$$V \frac{dA}{ds} + A \frac{dV}{ds} = 0$$

Supuesto un ancho unitario en el canal: $A = y$, $dA = dy$. Por lo tanto,
de la ecuación anterior

$$V dy + y dV = 0$$

$$dV = -V \frac{dy}{y} \quad (a)$$

En la misma forma, de la ecuación de la energía 1.8 con $z = \text{const}$, ---
 $p/\gamma = y$, $\gamma = 1$ y $h_f = 0$, se obtiene

$$dy + d\left(-\frac{V^2}{2g}\right) = 0$$

$$dy + \frac{V}{g} dV = 0 \quad (b)$$

Sustituyendo la ec(a)en la(b)

$$dy - \frac{V^2}{gy} dy = 0$$

y con $V = c$

$$c = \sqrt{gy} \quad (c)$$

ecuación que permite obtener la celeridad de una onda elemental cuya altura dy es pequeña en comparación del tirante. Para un canal de cualquier forma, se puede sustituir y por su tirante hidráulico Y

$$c = \sqrt{gY} \quad (d)$$

Problema 1.3. En la fig. 1.10 se muestra un vertedor de cresta ancha de forma rectangular que tiene un umbral de altura w y una longitud de cresta b . Utilizando la ecuación de la cantidad de movimiento, derivar una expresión para el gasto que vierte sobre la plataforma haciendo las siguientes hipótesis: a) despreciar las fuerzas de fricción F_f y F_f'' ; b) de acuerdo con los resultados de un experimento, aceptar que $y_2 = (y_1 - w)/2$ y que el empuje debido a las presiones sobre la cara vertical del umbral es igual a la que resulta de la presión hidrostática medida a partir de la superficie libre aguas arriba; c) suponer-

flujo paralelo y distribución hidrostática de presiones.

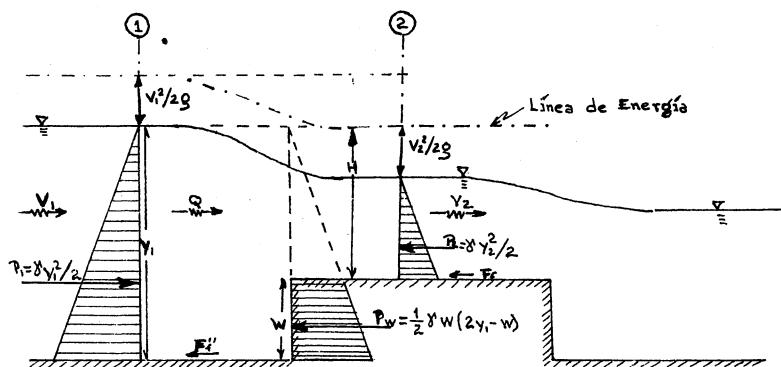


Fig 1.10 Vertedor de cresta ancha del problema 1.3

Solución

Se considera el volumen de control limitado por las secciones 1 y 2, el piso del canal, la pared vertical del umbral y la superficie libre del agua. Las fuerzas horizontales (por unidad de ancho) sobre las superficies verticales que limitan al volumen de control se pueden calcular de acuerdo con las hipótesis propuestas y son como sigue:

$$P_1 = \frac{\gamma}{2} y_1^2$$

$$P_2 = \frac{\gamma}{2} y_2^2$$

$$P_w = \frac{\gamma}{2} [(y_1 - w) + y_1] \quad w = \frac{1}{2} \gamma w (2y_1 - w)$$

Por tanto, según la ecuación de la cantidad de movimiento, resulta:

$$\frac{1}{2} \gamma y_1^2 - \frac{1}{2} \gamma y_2^2 - \frac{1}{2} \gamma w (2y_1 - w) = \frac{\gamma q}{g} (V_1 - V_2)$$

donde $q = Q/b$ es el gasto por unidad de ancho del vertedor.

Por otra parte, de la ecuación de continuidad se tiene que: $V_1 = q/y_1$, $V_2 = q/y_2$ que al substituir en la ecuación anterior, resulta:

$$\frac{1}{2} \gamma y_1^2 - \frac{1}{2} \gamma y_2^2 - \frac{1}{2} \gamma w (2y_1 - w) = \frac{\gamma q^2}{g} \left(\frac{y_1 - y_2}{y_1 y_2} \right)$$

o bien, al simplificar se tiene que

$$\frac{y_1 y_2}{y_1 - y_2} \left[y_1^2 - y_2^2 - w(2y_1 - w) \right] = \frac{2q^2}{g}$$

De acuerdo con la segunda hipótesis, se tiene que $w = y_1 - 2y_2$, lo cual,

substituido en la ecuación anterior, resulta:

$$\frac{y_1 y_2}{y_1 - y_2} \left[y_1^2 - y_2^2 - (y_1 - 2y_2)(y_1 + y_2) \right] = \frac{2q^2}{g}$$

que al simplificar se obtiene:

$$\frac{3y_1 y_2}{y_1 - y_2} = \frac{2q^2}{g}$$

Substituyendo nuevamente $y_2 = (y_1 - w)/2$, resulta:

$$\frac{3y_1(y_1 - w)^3}{4(y_1 + w)} = \frac{2q^2}{g}$$

y con $H = y_1 - w$

$$q = \sqrt{\frac{3}{16}} \sqrt{2g} \left(\frac{y_1}{y_1 + w} \right)^{1/2} H^{3/2}$$

siendo el gasto total :

$$Q = q b = 0.433 \sqrt{2g} \left(\frac{y_1}{y_1 + w} \right)^{1/2} b H^{3/2} = C b H^{3/2}$$

Si $h=0$; $C = 1.918$ y si $h \rightarrow \infty$ ($y_1 \rightarrow \infty$), $C = 1.36$.

De observaciones experimentales se ha encontrado que C varía de ----

1.685 a 1.48 (Capítulo 7 del Vol. I).

Problema 1.4. Al pie del cimacio de la fig 1.11 se tiene un deflector de 18.30 m de radio. El deflector descarga libremente y sirve para cambiar la dirección del flujo de la inclinación de la espalda del cimacio a la horizontal y descargar a la atmósfera entre muros divisores separados por una distancia de 24.40 m. Para un gasto de $1600 \text{ m}^3/\text{seg}$, la superficie del agua en la sección vertical OB se encuentra en la elev 2.6 m.

Calcular las presiones hidráulicas que actúan sobre el muro divisor en la sección OC, con base en la ec 1.15 y la suposición de que el flujo arrastra aire de tal -

manera que la densidad de la mezcla agua - aire se puede estimar por la fórmula de Dou-

ma,

$$U = 10 \sqrt{\frac{0.2 V^2}{g R_h}} - 1$$

donde

U porcentaje en volumen del aire arrastrado

V velocidad del flujo, en m / seg

R_h radio hidráulico, en m (ref 2)

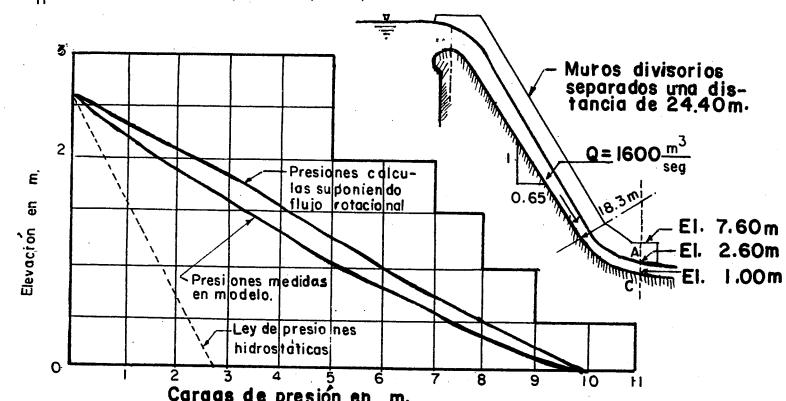


Fig. 1.11 Geometría de la estructura y resultados del problema 1.4

Solución:

La velocidad media en la sección vale

$$V = \frac{1600}{24.4 \times 2.6} = 25.2 \text{ m / seg}$$

Suponiendo que $R_h = y = 2.6 \text{ m}$, el porcentaje en volumen de aire arrastrado es

$$U = 10 \sqrt{\frac{0.2 \times (25.2)^2}{9.8 \times 2.6}} - 1 = 20 \text{ por ciento}$$

Por esta razón, el peso específico de la mezcla γ' m resulta :

$$\frac{\gamma_m}{\gamma} = 0.8$$

De la ec. 1.15, con $z_A = 2.6 \text{ m}$, $r_A = 18.30 - 2.60 = 15.70 \text{ m}$, y

$r_c = 18.30 \text{ m}$ se tiene :

$$\therefore \frac{p}{\gamma} = 2.6 - z + \frac{2(25.2)^2 (2.6)^2 [r^2 - (15.70)^2]}{9.8 [(18.30)^2 - (15.70)^2]^{2}}$$

y la carga de presión en metros de columna de agua es

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{\gamma_m}{\gamma} \left[2.6 + 0.1121 (r^2 - 246.49) - z \right]$$

en la cual $r = 18.30 - z$, y $\gamma_m/\gamma = 0.8$

En la siguiente tabla se presentan los cálculos correspondientes y en la fig 1.11 los resultados en forma gráfica. Estos comparados con los obtenidos en un modelo hidráulico presentan una buena concordancia.

z	r	r^2	$r^2 - 246.49$	p/γ en m
0	18.30	334.89	88.40	10.01
0.5	17.80	316.84	70.35	7.99
1.0	17.30	299.29	52.80	6.01
1.5	16.80	282.24	35.75	4.09
2.0	16.30	265.69	19.20	2.20
2.6	15.70	246.49	0.0	0

Aparentemente los resultados anteriores corresponden a una distribución de presiones sobre la vertical, sin embargo, debido a las propiedades de la presión, esta tiene la misma intensidad en todas direcciones y dichos resultados corresponden también a la distribución de presiones sobre el muro divisorio.

CAPITULO 2 FLUJO UNIFORME

2.1 Introducción

El flujo uniforme raramente ocurre en la naturaleza debido a que los canales naturales son usualmente no prismáticos. Aún en canales prismáticos, la ocurrencia de flujo uniforme es relativamente poco frecuente debido a la existencia de controles tales como vertedores, compuertas deslizantes, etc., los cuales dictan una relación tirante-gasto diferente de la apropiada a un flujo uniforme.

Sin embargo, el flujo uniforme es una condición de importancia básica que debe ser considerado en todos los problemas de diseño de canales. Por ejemplo, si se propone instalar ciertos controles en un canal de riego, es necesario comparar su relación gasto-tirante con la de flujo uniforme y el carácter conjunto del flujo en el canal - dependerá de la forma que resulte de dicha comparación. En un canal con cierta pendien-

te y rugosidad y que debe conducir cierto gasto, la condición de flujo uniforme es el criterio que gobierna el área de la sección transversal mínima requerida, o aún cuando existe otro criterio que determine las dimensiones de la sección, estas no podrán ser menores que dicha sección mínima.

Las fuerzas que actúan sobre el agua fluyendo en un canal, en adición a la tensión superficial y de gravedad asociadas particularmente con la superficie libre, son: las fuerzas de resistencia desarrolladas en las fronteras sólidas y la superficie libre, las fuerzas de inercia internas debidas a la naturaleza casi siempre turbulenta del flujo, la presión normal a las paredes y plantilla (particularmente en regiones donde cambia la geometría del canal) y ocasionalmente fuerzas debidas al movimiento del sedimento. La interacción mutua de estas fuerzas dà lugar a la complejidad del flujo a superficie libre y únicamente a base de simplificaciones y generalizaciones es posible un entendimiento de su mecánica.

Para que ocurra un flujo uniforme es necesario que exista un balance entre la componente del peso en la dirección del flujo y la fuerza de resistencia. Para alcanzar o alejarse de este equilibrio es necesaria la presencia de flujos variados, antes y/o después del uniforme. El flujo uniforme en un canal puede ser laminar o turbulento, pero las dimensiones relativamente grandes de la mayoría de los canales combinadas con la baja viscosidad del agua, hacen que el flujo laminar sea poco común en la práctica. Aunque la velocidad media en un canal sea suficientemente baja para permitir el flujo laminar, factores secundarios (como los disturbios del viento) usualmente producen velocidades locales o corrientes que exceden grandemente la velocidad límite laminar para los tirantes de poca magnitud. La única ocurrencia genuina de flujo laminar a superficie libre es la que se presenta en el drenaje del agua de lluvia sobre cubiertas y pavimentos de carretera debido a que el tirante es pequeño.

En el caso de ríos, la rugosidad de la frontera es normalmente tan grande que aún el flujo turbulento hidráulicamente liso observado en tubos, raramente ocurre.

2.2 Fórmula de Chezy

La fórmula de fricción desarrollada por Chezy en 1775 fué obtenida originalmente para su aplicación en canales y su validez se restringe al flujo uniforme.

Supóngase un canal de sección cualquiera como se ilustra en la fig 2.1, donde el flujo es uniforme. Puesto que el tirante y la velocidad media permanecen constantes, la aceleración del agua al pasar de una sección a otra (y como consecuencia la fuerza de inercia) vale cero. De ese modo, al establecer la ecuación de equilibrio dinámico del prisma de longitud Δx entre dos secciones normales, se tendría que la componente del peso en la dirección del escurrimiento debe ser igual a la fuerza de fricción producida en el fondo y evaluada a través del esfuerzo tangencial medio τ_0 sobre la frontera. Es decir, se debe cumplir que:

$$\gamma A \Delta x \sin \theta = \tau_0 P \Delta x$$

donde A es el área hidráulica y P el perímetro mojado de la sección.

Si se hace $\frac{A}{P} = R_h$, radio hidráulico de la sección; $\sin \theta = S$, pendiente geométrica del canal y a su vez también pendiente de fricción, se puede escribir

$$\tau_0 = \gamma R_h S \quad (2.1.a)$$

Definida la velocidad de fricción (Apéndice B del Vol 1) como sigue:

$$v_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$$

la ecuación (2.1.a) también es:

$$v_* = \sqrt{g R_h S} \quad (2.1.b)$$

Como en los tubos, se puede aquí suponer que el esfuerzo tangencial τ_0 se expresa por la ecuación :

$$\tau_0 = \frac{f}{g} V^2 F(R_e, \frac{\epsilon}{R_h})$$

donde ϵ es la rugosidad absoluta de la pared. (Apéndice B del Vol 1)

Por tanto, se obtiene:

$$f R_h S = \frac{f}{g} V^2 F(R_e, \frac{\epsilon}{R_h}) \quad (2.2)$$

o sea

$$V = \sqrt{\frac{g}{F}} \sqrt{R_h S} \quad (2.3.a)$$

$$V = C \sqrt{R_h S} \quad (2.3.b)$$

que es la fórmula de Chezy, idéntica a la encontrada para tubos. C es un coeficiente de fricción que es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa del canal.

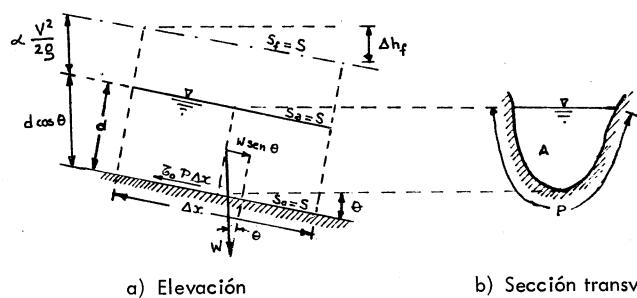


Fig 2.1. Equilibrio de un prisma líquido en flujo uniforme.

La ec (2.3.b) también se escribe como sigue:

$$S = \frac{8g}{C^2} \frac{1}{4 R_h} \frac{V^2}{2g} = \frac{f}{4 R_h} \frac{V^2}{2g} \quad (2.4)$$

donde

$$f = \frac{8g}{C^2} \quad (2.5)$$

La ec (2.4) es la fórmula de Darcy-Weisbach aplicable a canales y es idéntica a la de tubos con la única salvedad de que se ha escrito en términos del radio hidráulico y no del diámetro, como es común hacerlo.

Estos resultados parecen indicar una completa analogía en el problema de fricción entre canales y tubos, siendo suficiente que en las fórmulas obtenidas para estos últimos se utilice $a/4 R_h$ en lugar del diámetro. El radio hidráulico tomaría en cuenta el efecto de forma en la sección del canal. Sin embargo, para llegar a estas conclusiones se ha tenido que aceptar la existencia de un esfuerzo tangencial medio sobre toda la pared, el cual es dependiente de R_h como única magnitud que toma en cuenta la forma de la sección (ec 2.1.a). Las últimas investigaciones sobre el tema parecen encaminarse a corregir los errores involucrados en esta consideración.

2.3 Flujo laminar a superficie libre

En un conducto abierto, el flujo laminar se presenta para números de Reynolds inferiores a 500. A través de las ecuaciones del movimiento derivadas en el Capítulo 4 del Vol 1, se puede obtener la ley de distribución de velocidades para este tipo de flujo, el cual se considera además permanente e incompresible.

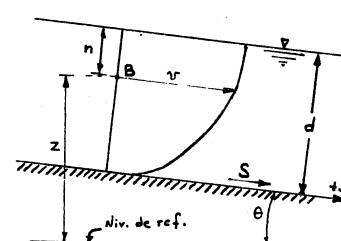


Fig 2.2. Distribución de velocidades en un flujo laminar.

Con referencia a la fig 2.2, se considera este tipo de flujo en un canal muy ancho que lo aproxima al flujo bidimensional.

De acuerdo con la ec (1.12b), la presión en un punto B sobre la sección transversal es

$$\frac{p}{\gamma} = n \cos \theta$$

y debido a que el flujo es uniforme, dicha presión no cambia de una sección a otra; esto es: $\partial p / \partial x = 0$; por la misma razón $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$. Además, con $\partial z / \partial x = S$, al aplicar la ec (4.9a) del Vol 1, resulta que :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \zeta}{\partial n} - g \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t}$$

y con $\zeta = -\mu \frac{\partial v}{\partial n}$ y $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$, se tiene: $-\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} - g S = 0$

o bien, integrando resulta que :

$$\frac{\partial v}{\partial n} = -\frac{\rho g}{\mu} S n + C_1$$

La constante de integración C_1 se obtiene de la condición de frontera -- que para $n = 0$, $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$; esto es, la velocidad es máxima sobre la superficie libre. -

Por tanto, $C_1 = 0$. Integrando nuevamente, se obtiene:

$$v = -\frac{\delta}{2\mu} S n^2 + C_2$$

Para $n = d$, $v = 0$, y entonces

$$C_2 = -\frac{\delta}{2\mu} S d^2$$

La solución final resulta:

$$v = \frac{\delta}{2\mu} S (d^2 - n^2) \quad (2.6)$$

La ec (2.6) representa una ley parabólica de distribución de velocidades-muy semejante a la de los conductos forzados. En esta ecuación S corresponde a la pendiente por fricción que, en el caso de flujo uniforme, es igual a la del fondo. Para $n = 0$, se obtiene la velocidad máxima: $v_{\max} = \delta S d^2 / 2\mu$.

La velocidad media resulta:

$$V = \frac{1}{A} \iint_A v dA = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{\delta}{2\mu} S (d^2 - n^2) dn$$

Al efectuar la integración y tomar límites, se tiene:

$$V = \frac{\delta S d^2}{3\mu} = \frac{2}{3} v_{\max} \quad (2.7)$$

Un cálculo sencillo muestra que la velocidad media se localiza a $0.42d$ desde la plantilla.

Esto es, nuevamente en el flujo laminar en canales, la pérdida de energía es proporcional a la primera potencia de la velocidad. Si se despeja S de la ec (2.7) y se sustituye en la ec (2.4), resulta:

$$\frac{3\mu}{\gamma d^2} V = \frac{f}{4 R_h} \frac{V^2}{2g}$$

Despejando a f y tomando en consideración la ec (2.5), se tiene que:

$$f = \frac{8g}{C^2} = \frac{24}{R_e} \quad (2.8)$$

donde

$$R_e = \frac{V R_h}{\gamma}$$

Igual que en un tubo, el flujo laminar en un canal rectangular muy ancho depende exclusivamente del número de Reynolds. Se han hecho desarrollos semejantes para otras formas de sección concluyendo que el coeficiente f queda expresado por una ecuación general semejante a (2.8)

$$f = \frac{8g}{C^2} = \frac{K}{R_e} \quad (2.9)$$

donde K depende de la forma de la sección.

La ec (2.8) ha sido verificada experimentalmente en canales lisos y en la ref 2 se presentan los resultados obtenidos en la Universidad de Minnesota para canales muy anchos. En canales triangulares con ángulos centrales variando entre 30° y 150° se ha encontrado una buena concordancia para $K = 14$ en la ec (2.9). Sin embargo, en el caso de canales rugosos, se ha encontrado que K es generalmente más grande que en canales lisos, variando dentro del rango 33 y 60 (ref 2).

2.4 Flujo turbulento a superficie libre

Con base en la ley universal de distribución de velocidades (Apéndice B del Vol 1) Keulegan (ref 3) derivó ecuaciones teóricas para determinar la velocidad ---

media en canales lisos y rugosos de gran ancho con flujo turbulento uniforme. Dichas ecuaciones son:

$$\text{Canales lisos } V = v_* (A_l + 5.75 \log \frac{v_* R_h}{\nu})$$

$$\text{Canales rugosos } V = v_* (A_r + 5.75 \log \frac{v_* R_h}{\nu})$$

donde

v_* velocidad de fricción (ec 2.1.b)

A_l, A_r cantidades variables de acuerdo con la rugosidad

Con resultados de ensayos de Bazin y del propio Keulegan, éste obtuvo los siguientes valores:

canales lisos $A_l = 3.25$

canales de rugosidad ondulada $A_r = 1.3$

canales de madera $A_r = -3$

canales rugosos $A_r = 3.23 \text{ a } 16.92$ (medio 6.25)

Con base en resultados de distintos autores, Iwagaki hizo un estudio más profundo y encontró que la resistencia al flujo turbulento en un canal es mayor que en un tubo (de igual rugosidad y radio hidráulico) a medida que aumenta el número de Froude ($F_r = V / \sqrt{g y}$) en el primero, lo cual se atribuye a la inestabilidad de la superficie libre del canal que crece con dicho número. En la ref 2 se presentan los valores de C_l y C_r contra los de F_r obtenidos por dicho autor.

Hasta ahora no se ha realizado una investigación experimental exhaustiva del factor de fricción C , tal como la efectuada para f en el caso de tubos, no sólo debido a las variables adicionales en el caso de los canales, sino también al rango tan amplio de magnitudes y tipos de rugosidad encontradas en la práctica y también a la dificultad de obtener en el laboratorio un flujo uniforme permanente completamente desarrollado.

Hasta la fecha de publicación del libro de Chow (1959), se había verifi-

cado parcialmente que el factor de fricción C ó f en canales se podría obtener de las fórmulas para conductos forzados, modificando simplemente el número de Reynolds para referirlo al radio hidráulico ($D = 4 R_h$). Schmidt y Chow (refs 1 y 2) presentan en sus libros los resultados de diferentes investigadores para confirmar lo anterior, siendo sus conclusiones más importantes las siguientes:

- Zona laminar. En canales lisos, el factor f sigue las ecuaciones generales (2.8) y (2.9). Se verifica la ec (2.8) para sección rectangular muy ancha y que $K = 14$ en la sección triangular. En canales rugosos el factor f sigue la ley dada por la ec (2.9) pero K adquiere valores mayores que los obtenidos para canales lisos, variando entre 33 y 60 de acuerdo con la forma de la sección y la rugosidad.
- Zona de transición. Como en los tubos, el estado de flujo cambia de laminar a turbulento a medida que aumenta el número de Reynolds, con una zona de transición cuyos límites no están bien definidos. El límite inferior depende de la forma de la sección y varía entre 500 y 600. El superior puede llegar hasta 2500.
- En la zona turbulenta los resultados experimentales siguen aproximadamente la ecuación de Blasius (ec 8.11 del Vol 1) que, con $D = 4 R_h$ en el número de Reynolds, es:

$$f = \frac{8g}{C^2} = \frac{0.223}{R_e^{1/4}} \quad (2.10)$$

la cual vale para $R_e \leq 2.5 \times 10^4$ y también la de Prandtl - von Kármán que con las mismas transformaciones es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{C}{\sqrt{8g}} = 2 \log (R_e \sqrt{f}) + 0.4 \quad (2.11)$$

válida hasta $R_e = 2.5 \times 10^4$. Después se observa un ascenso más o menos brusco a medida que aumenta el número de Reynolds para después tender a la horizontal en el estado de turbulencia plenamente desarrollada. En canales lisos la forma de la sección no tiene una influencia importante sobre f . Lo contrario acontece en canales rugosos, debido posiblemente a la formación de corrientes secundarias, cuya intensidad cambia con la forma de la sec-

ción y para los cuales f es independiente de R_e y sólo dependiente de la forma de la sección.

Investigaciones realizadas posteriormente permitieron observar que por el efecto de la superficie libre y la interdependencia entre el radio hidráulico, gasto y pendiente, la relación $f - R_e$ en un canal no sigue exactamente los resultados obtenidos para los tubos (ref 5).

A partir de la ley de distribución universal de velocidades de von Kármán, Keulegan había derivado ya una ecuación diferente de la (2.11) para canales rectangulares muy anchos que es

$$\frac{I}{\sqrt{f}} = \frac{C}{\sqrt{8g}} = 2.03 \log (R_e \sqrt{f}) + 0.14 \quad (2.12)$$

Por lo que respecta a la zona de transición, en la ref 6 se sugiere la aplicación de la fórmula de Colebrook y White válida para tubos, con coeficientes ligeramente modificados:

$$\frac{I}{\sqrt{f}} = \frac{C}{\sqrt{8g}} = 2 \log \left(\frac{12 R_h}{\epsilon} + \frac{Re \sqrt{f}}{0.6375} \right) \quad (2.13)$$

usando para la rugosidad absoluta ϵ los valores dados en la tabla 2.1. En el caso de canales rugosos y plena turbulencia, esta ecuación se simplifica a la obtenida por Nikuradse para tubos, aplicada ahora a canales:

$$\frac{I}{\sqrt{f}} = \frac{C}{\sqrt{8g}} = 2 \log \left(\frac{12 R_h}{\epsilon} \right) \quad (2.14)$$

Tabla 2.1. Valores de ϵ en mm para superficies de mampostería y concreto

Concreto en construcción monolítica, colado sobre moldes metálicos impregnados de aceite, sin irregularidades superficiales	0.15
Superficies de cemento muy liso con juntas terminadas a mano	0.3
Concreto colado en moldes metálicos aceitados, con juntas cuidadosamente terminadas	0.48
Acueductos y tubos de madera o de concreto colado en formas de acero o precolados. Superficies alisadas. Tubos de barro vitrificado	0.6

Concreto en construcción monolítica colado en formas rugosas o superficies terminadas con gunita	1.5
Longitudes cortas de tubos de concreto de pequeña diámetro sin acabado especial en las juntas	2.4
Concreto en tubos precolados con mortero en las juntas. Canales rectos - en tierra	3.0
Conductos de concreto rugoso	4.2
Mampostería mal acabada	6.0
Gunita no tratada	0.3

Con ensayos en canales rectangulares de relaciones de aspecto y/b (tirante/ancho de plantilla) variando entre 0.025 y 0.144, Tracy y Lester (ref 7), en 1961, concluyeron una pequeña modificación a la constante aditiva de la ec (2.12) proponiendo el valor - 0.08.

E. O. Macagno (ref 8), en 1965, demostró que si se usa la ley logarítmica de Prandtl como una aproximación a la distribución de velocidades en canales de formas diferentes, es necesario cambiar tanto la constante aditiva como la multiplicativa.

Shih y Grigg (ref 9) en 1967 realizaron experimentos en canales de características similares a los de Tracy y Lester y concluyeron que los efectos de forma no quedan plenamente reflejados por el radio hidráulico, especialmente para relaciones de aspecto (y/b) muy grandes. Simultáneamente, Unger (ref 10) llegó a conclusiones semejantes y observó la necesidad de utilizar coeficientes de forma de la sección del canal que influiera en la magnitud de la rugosidad.

Con base en los resultados de Tracy y Lester y de Shih y Grigg, N. Narayana (ref 11) concluyó que el radio hidráulico de la sección es muy útil, pero que para reflejar el efecto de forma es necesario otro parámetro lineal que es P/R_h (perímetro mojado/radio hidráulico). Para canales rectangulares lisos dicho autor presenta una modificación a la ec (2.11) que es:

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = \frac{C'}{\sqrt{8g}} = 2 \log R_e \sqrt{f'} + 0.4 \quad (2.15)$$

donde f' es un factor de fricción modificado que Narayana hace depender de P/R_h ; sin embargo, obsérvese que en el caso de canales rectangulares es equivalente a que dependa de la relación tirante/ancho. En la fig 2.3 se presenta la variación de f/f' con y/b , determinada por el autor de este libro a partir de los resultados de Narayana. En esta figura, f es el factor de fricción de la ec (2.11) y f' de la ec (2.15) Narayana sugiere determinar dependencias similares para otras formas de sección.

Finalmente ha sido E. Blau en 1969 (ref 12) quien parece haber dado la explicación más convincente al uso de factores de fricción modificados dependientes de la relación de aspecto. En efecto, para la derivación de la fórmula de Chezy (ec 2.3b), se

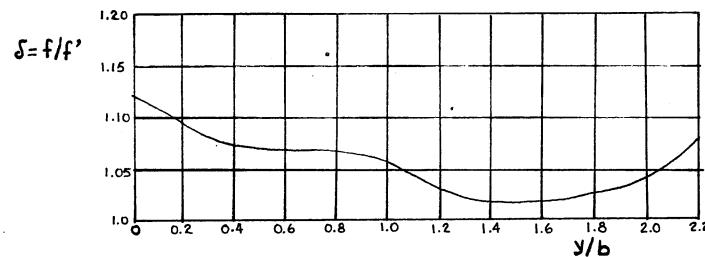


Fig 2.3 Variación de f/f' con la relación de aspecto para canales rectangulares lisos.

acepta la existencia de un esfuerzo tangencial medio τ_0 sobre la frontera que no depende de la forma de la sección del canal y que coincide con el procedimiento de derivación seguido en los tubos. Esto no parece correcto en el caso de canales por la distribución tan irregular que pueda tener τ sobre la pared de las muchas formas de sección, y que para seguir utilizando la fórmula de Chezy, sería necesario hacer una corrección a dicha consideración haciendo que el esfuerzo tangencial medio verdadero sea :

$$\tau'_0 = \delta \tau_0 \quad (2.16)$$

donde

δ factor de corrección que depende de la forma y relación de aspecto de la sección del canal

τ_0 esfuerzo tangencial medio usado en la derivación de la fórmula de Chezy y expresado por la ec (2.1a).

Esto implica una corrección en la fórmula de Chezy y que al seguir nuevamente su desarrollo sería

$$V = C \sqrt{\delta R_h S} = C' \sqrt{R_h S} \quad (2.17)$$

donde

$$C' = C \sqrt{\delta}$$

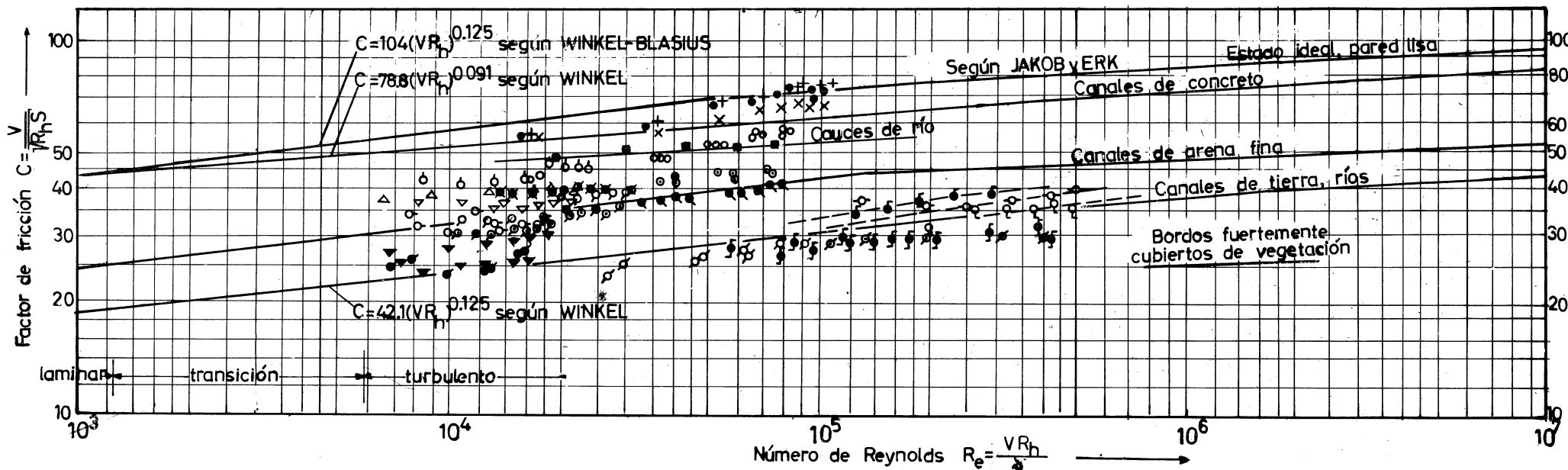
o bien, de esta ecuación y de la (2.5) resulta:

$$\delta = \left(\frac{C'}{C} \right)^2 = \frac{f}{f'} \quad (2.18)$$

que es la misma relación obtenida por Narayana y presentada en la fig 2.3.

En la ref 12, Blau presenta los resultados obtenidos por Zschiesche en 1952 sobre mediciones realizadas en ríos y modelos de diferentes rugosidades y formas de sección. Las figs 2.4a y b presentan dichos resultados (con algunas modificaciones hechas por el autor) a través de la dependencia entre el factor de fricción C de Chezy y el número de Reynolds, haciendo una comparación con las fórmulas empíricas de diferentes autores.

De acuerdo con las investigaciones de distribución de esfuerzo cortante, Blau pudo obtener el valor de δ para canales rectangulares en función de y/b que permite corregir los valores de Zschiesche. Sus resultados se presentan en las figs 2.5a, b, y c para canales rectangulares de un metro de ancho de plantilla y diferentes rugosidades. De la fig 2.5a se observan discrepancias hasta de 12 por ciento respecto de los resultados presentados por Narayana (fig 2.3).



○ Semiesfera, $d=28\text{mm}$. Var.1
 △ " " , $d=50\text{mm}$, Var.1
 ▽ " " , $d=83\text{mm}$. Var.1
 ▼ " " , $d=83\text{mm}$. Var.2, Esferas sobre
 ○ Esferas, $d=83\text{mm}$. Var.1 Lücke
 ◆ " " $d=83\text{mm}$. Var.2
 $S=0.001, b=0.25\text{m}$.

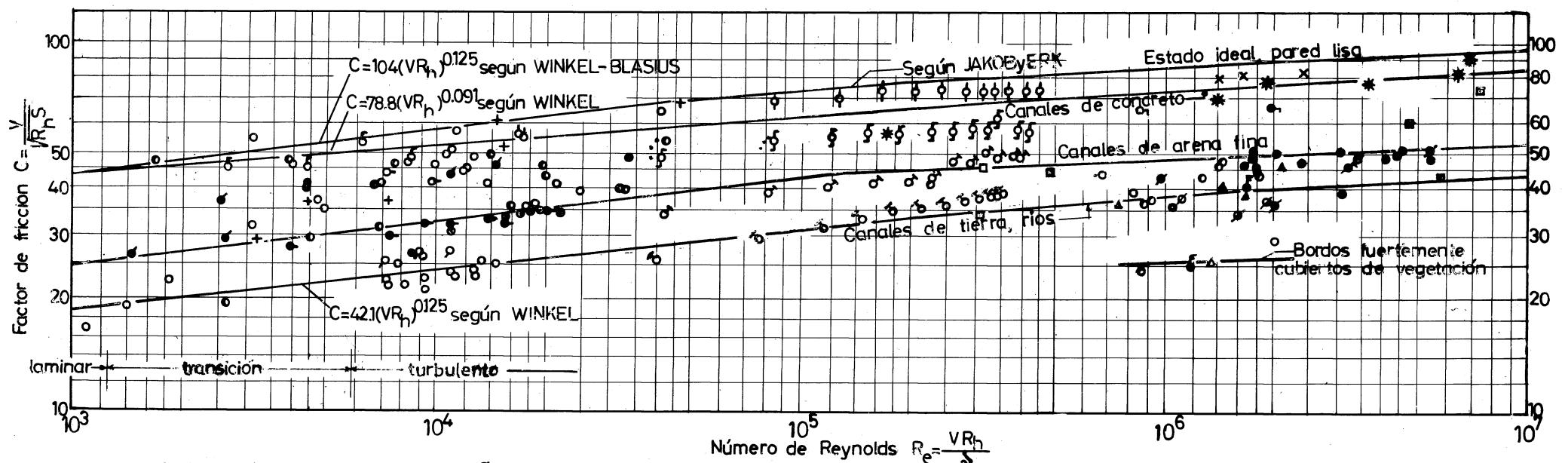
○ Costillas curvas, Var.1
 △ " " , Var.2
 ★ Placas transversales
 $S=0.002, b=0.25\text{m}$
 ■ Tramos curvos en
 cauces de río
 $S=0.000833$

× Prueba v. 17.3.66
 ● " " 22.3.66
 + " " 24.3.66
 ○ " " 13-19.4.66
 ○ " " 28.4-4.5.66
 " " 175-26.5.66

Perfil trapezoidal
 $b=0.4\text{m} 1:1$
 plantilla lisa
 plantilla rugosa
 $3 < d < 4\text{mm}$
 plantilla rugosa
 $3 < d < 4\text{mm}$
 como antes, pero en
 la plantilla $d=25\text{mm}$

● Piedra irregular 55-80mm
 Canal de concreto
 ○ " " 80-100 " con plantilla ru-
 gosa $b=1\text{m}$
 ○ " " 150 y más mm Canal trapezoidal
 ○ " " 125- mm $b=0.4\text{m}$ taludes
 ○ " " 35-80 " 2 y 3 Plantilla y
 80-120 " taludes rugosos

Fig.2.4.b. Factores de fricción C en función del número de Reynolds (según Blau)



- | | | | |
|---|--|------------------------------------|------------------------------|
| ○ Elba en Rothensee Haselhorster Arena 018mm ² | ○ Modelo Hopseidet, Canal de concreto sin rugosidad especial | ○ Elba en Hämerten | ○ Memel, Pagulbinen y Splitt |
| + Hengstey en Marquardt, liso | Grava 6-10mm (4.5x2.25cm) $R=0.005\%$ | △ Weser | ○ Saone Racossny |
| — " " " , rugoso | 10-15 " (" ") " " | ▲ Aler | - Heire |
| ○ Havel en Merquardt (concreto) | ○ Havel en Grütz Modelo I | * Wien en Viena, canal de concreto | ○ Seine, Paris, Poissy |
| ○ Murquardt | II. $S=0.001$ | ■ Ruhr (naturaleza) | ○ Rhein, Holland |
| ● 1:3000 } carbon de piedra | diámetro del grano 3mm $dm=0.56\text{mm}$ | ○ Trostberg Tachersting | ○ Cemento liso (Bazin Nr.2) |
| ● 1:2500 } | ○ Elva | * Cavour (canal concreto liso) | ○ Tabique (Bazin Nr.3) |
| ○ Elba | | ○ W.Jnnerk Concreto | ○ Grava fina (Bazin Nr.4) |
| | | | ○ Grava gruesa (Bazin Nr.5) |
| | | | Duela de madera (Bazin Nr.5) |

Fig 2.4.a. Factor de fricción C en función del número de Reynolds, según Zschiesche

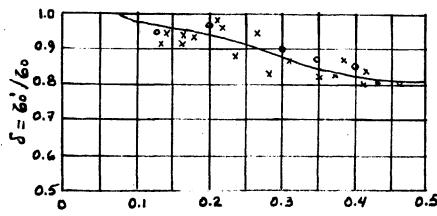


Fig 2.5a $\delta = f(y/b)$ para canales rectangulares de cemento liso, $b = 1\text{ m}$

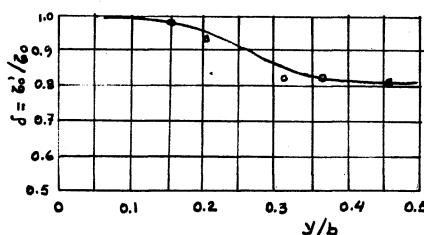


Fig 2.5b $\delta = f(y/b)$ para canales rectangulares de concreto, $b = 1\text{ m}$, rugosidad $1.5 \leq \epsilon \leq 4\text{ mm}$.

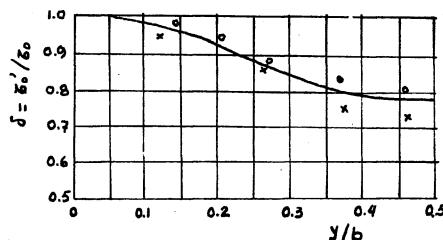


Fig 2.5c $\delta = f(y/b)$ para canales rectangulares de concreto, $b = 1\text{ m}$, rugosidad $\epsilon = 28\text{ mm}$

Para aclaración en el uso de estos resultados se presenta a continuación-

un problema.

Problema 2.1 Determinar el gasto que transporta en flujo uniforme un canal rectangular de concreto de 6m de ancho, tirante de 3 m, pendiente de plantilla $S = 0.001$, con agua a la temperatura de 13°C .

Solución Se tiene que la relación $y/b = 3/6 = 0.5$ y de la fig 2.5a, $\delta = 0.81$. -

Además, $R_h = (6 \times 3) / (6 + 2 \times 3) = 1.5\text{ m}$ y de la ec (2.17) resulta que:

$$V = C \sqrt{0.81 \times 1.5 \times 0.001} = 0.0348 C$$

Debido a que la solución es por tanteos, de la fig 2.4 se estima $C = 80$ y

por lo tanto, $V = 2.78\text{ m/seg}$. Para agua a 13°C , $\nu = 1.20 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{seg}$. El número de Reynolds es:

$$Re = \frac{V R_h}{\nu} = \frac{2.78 \times 1.5 \times 10^6}{1.2} = 3.47 \times 10^6$$

por lo tanto, de la fig 2.4 b, para canal de concreto liso resulta $C = 79$ dentro de la zona de flujo turbulento, existiendo entonces un valor más correcto para V que es

$$V = 0.0348 \times 79 = 2.75\text{ m/seg}$$

y el número de Reynolds vale ahora $Re = 3.44 \times 10^6$, que nuevamente conduce a $C = 79$, quedando así hecho el ajuste. El gasto vale entonces :

$$Q = VA = 2.75 \times 3 \times 6 = 49.5\text{ m}^3/\text{seg}$$

Con fines comparativas se hará a continuación el cálculo del gasto utilizando la ec (2.13). Para ello se elige $\epsilon = 1.5\text{ mm}$ de la tabla 2.1. Así mismo, en forma tentativa con $Re = 3.44 \times 10^6$, y con

$$f = \frac{8g}{C^2} = \frac{8 \times 9.8}{(79)^2} = 0.01255$$

de la ec (2.13) se obtiene.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{12 \times 1.5}{0.0015} + \frac{3.44 \times 10^6 \sqrt{0.01255}}{0.6375} \right) = 11.58$$

resultando entonces que f y C valen:

$$f = 0.00745$$

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} = \sqrt{\frac{8 \times 9.8}{0.00745}} = 102.5$$

Con nuevo ajuste resulta

$$V = 102.5 \sqrt{1.5 \times 0.001} = 3.97\text{ m/seg}$$

$$Re = \frac{3.97 \times 1.5 \times 10^6}{1.2} = 4.96 \times 10^6$$

$$\frac{1}{f} = 2 \log \left(\frac{12 \times 1.5}{0.0015} + \frac{4.96 \times 10^6 \sqrt{0.00745}}{0.6375} \right) = 11.67$$

Resultando entonces que:

$$f = 0.0073, C = 103.5$$

$$V = 103.5 \sqrt{1.5 \times 0.001} = 4.01 \text{ m/seg}$$

$$Q = 4.01 \times 18 = 72.7 \text{ m}^3/\text{seg}$$

que es 45 por ciento mayor que el obtenido con los resultados de Blau.

En el caso de canales trapeziales, Blau encontró buena concordancia con los resultados de la fig 2.4 sin necesidad del factor correctivo δ , debido a que para esta forma de sección, el esfuerzo cortante se distribuye más uniformemente sobre el perímetro mojado (inciso 2.10.3).

2.5 Fórmulas usuales para canales con flujo turbulento

La mayor parte de los problemas que se presentan en la práctica son con flujo turbulento y por esta razón se han desarrollado varias fórmulas para calcular las pérdidas por fricción en canales con ese flujo.

Todos los esfuerzos han sido encaminados a valuar el coeficiente C de Chezy en la ec 2.3b, de acuerdo con distintas fórmulas. Las más conocidas se presentan en la tabla 2.2.

2.6 La fórmula de Manning – Strickler

De las fórmulas presentadas en la tabla 2.2, la de Manning-Strickler es quizá la más conocida en la mayoría de los países occidentales y por esta razón merece aquí una serie de aclaraciones adicionales.

Su origen es completamente distinto de la ec (2.14) y es deseable hacer una comparación entre ellas para encontrar si existe diferencia en los resultados proporcionados por ambas. Su presentación gráfica se muestra en la fig 2.6 (ref 13) sobre papel logarítmico, la cual se puede aproximar a una recta de pendiente 1:3 con una ecuación del tipo:

$$f = k_1 \left(\frac{\epsilon}{R_h} \right)^{1/3} \quad (2.19)$$

Tabla 2.2. Fórmulas usuales para el cálculo del factor de fricción C de Chezy. En estas fórmulas, R_h radio hidráulico en m, S pendiente hidráulica.

Autor	Fórmula	Observaciones
Ganguillet y Kutter	$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{S}}{1 + (23 + \frac{0.00155}{S}) - \frac{n}{R_h}}$	Se aconseja para canales naturales para los cuales — igualmente conduce a resultados satisfactorios. Es — compleja y tiene la desventaja de que ocurren cambios grandes en C para cambios pequeños en n, donde n es un coeficiente que depende de la rugosidad del canal según tabla 2.3.
Kutter	$C = \frac{100 \sqrt{R_h}}{m + \sqrt{R_h}}$	Es una simplificación de la de Ganguillet y Kutter y por tanto más sencilla. m es un coeficiente de rugosidad según la tabla 2.3.
Bazin	$C = \frac{87}{1 + \frac{B}{\sqrt{R_h}}}$	Está basada en una buena cantidad de experiencias y es relativamente sencilla. B es un coeficiente de rugosidad según la tabla 2.3.
Kozeny	$C = 20 \log Y + N_c$	Es análoga a la de los tubos y fue obtenida con base en los resultados experimentales de von Misses y Bazin. Y es el firante hidráulico en m y Nc un coeficiente — de rugosidad según la tabla 2.3.
Martínez	$C = 17.7 \log \frac{R_h}{d} + 13.6$	Fue obtenida a partir de muchas mediciones en ríos de la Unión Soviética. d es el diámetro del grano del material en el fondo del río en m y vale para $0.15 \leq R_h \leq 2.25$ m, $0.00004 \leq S \leq 0.0039$ y $0.004 \leq d \leq 0.25$ m (ref 12).
Manning – Strickler	$C = \frac{R_h^{1/6}}{n}$	Fue obtenida a partir de siete fórmulas diferentes basadas en ensayos de Bazin y posteriormente verificada — por observaciones. Es una de las más utilizadas por su sencillez. n es un coeficiente de rugosidad según la — tabla 2.4.
Pavlovski	$C = \frac{R_h}{n}$	Considera que el exponente en la fórmula de Manning no es una constante sino que varía con la forma del canal y la rugosidad como sigue $Z = 1.5 n$ para $R_h = 1$ m y $Z = 1.3\sqrt{n}$ para $R_h > 1$ m.

Tabla 2.3 Factores de rugosidad para las fórmulas de la tabla 2.2

		Ganguillet y Kutter	Kutter	Bozín	Kozeny Nc
I	Secciones cerradas parcialmente llenas				
Fierro fundido nuevo		n	m	B	0.06
Fierro fundido usado		0.012	0.20	0.25	0.12
Fierro colado		0.012	0.20	0.20	
Barro virificado nuevo		0.017	0.30 - 0.35	0.25	
Barro virificado usado		0.017 - 0.020	0.30 - 0.35	0.20 - 0.25	0.22
Tubos de alcantarillado		0.011 - 0.013	0.20 - 0.25		
Túneles de concreto pulido					
II	Secciones abiertas				
Madera cepillada		0.010	0.15 - 0.20	0.06	
Madera de acabado rugoso			0.30 - 0.35		
Mampostería de ladrillo bien acabada		0.013	0.25	0.16	70 - 76
Cemento pulido			0.20 - 0.25	0.10 - 0.16	84 - 90
Concreto pulido		0.012	0.20	0.11 - 0.22	
Concreto rugoso		0.017	0.65	0.45	58 - 62
Piedra brasa bien acabada		0.017	0.65	0.45	60 - 70
En tierra arroyos y ríos		0.025	1.75	1.4 - 1.6	
En tierra con material grueso y plantas		0.035	2.0 - 2.5	1.75	
Con cantos rodados		0.04 - 0.05	3.5 - 5.0	hasta 3.5	
Con gran rugosidad de fondo y maleza tupida		hasta 0.09			
Roca comodada				36 - 50	
Roca a volteo				28 - 36	
	gruesa (10 a 15 cm)			32 - 38	
	media (5 a 10 cm)			38 - 42	
	fina (2 a 3 cm)			42 - 46	
Cantos rodados	(15 a 20 cm)			28 - 32	

- 45 -

- 46 -

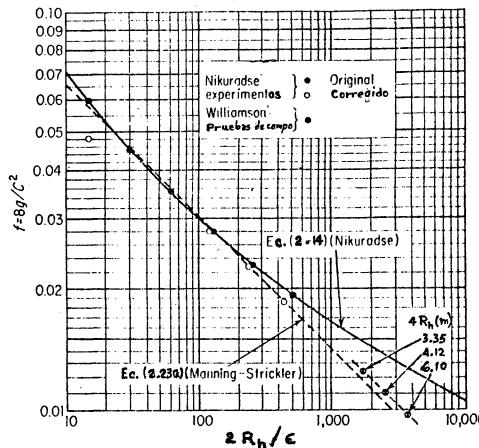


Fig 2.6. Factor de fricción para el flujo turbulento en canales

o bien, de la ec (2.5)

$$C = k_2 \left(\frac{R_h}{\epsilon} \right)^{1/6} \quad (2.20)$$

donde, $k_2 = (8 g / k_1)^{1/2}$, que confirma la ecuación de Manning y permite concluir que

$$n = k_2 \epsilon^{1/6} \quad (2.21)$$

En efecto, Strickler en 1923 había ya obtenido la ecuación

$$n = 0.0134 \epsilon^{1/6} \quad (2.22)$$

Por otra parte, Williamson (ref 14) demostró experimentalmente que los resultados de Nikuradse se aproximan bastante a la ecuación

$$f = \frac{8g}{C^2} = 0.113 \left(\frac{\epsilon}{R_h} \right)^{1/3} \quad (2.23a)$$

o bien

$$C = \frac{R_h^{1/6}}{0.038 \epsilon^{1/6}} \quad (2.23b)$$

esto es,

$$n = 0.01195 \epsilon^{1/6} \quad (2.24)$$

que es prácticamente la misma obtenida por Strickler (ec 2.22).

En ambas ecuaciones ϵ se mide en mm . Cuando se trata de ríos con cauce de grava, ϵ se puede sustituir por el tamaño medio del material d₇₅,

Si la fórmula de Manning se sustituye en la de Chezy (ec 2.3 b), resulta la expresión más conocida siguiente

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \quad (2.25)$$

La ecuación de Manning no es aplicable a la zona de transición a medios que se acepte que n depende de R_e . La frontera de transición está dada por el criterio

$$4 < \frac{v_* \epsilon}{\sqrt{g}} < 100$$

Henderson concluye que existe una buena correspondencia entre la ec (2.14) y la fórmula de Manning y que esta última es adecuada para flujo permanente turbulento en canales rugosos, si bien existe un rango de tamaños intermedios en canales, para el cual la ec (2.14) es igualmente adecuada dentro de límites de seguridad normalmente aceptables.

La selección de un valor de n significa realmente estimar la resistencia al flujo en un canal dado. No es raro que el ingeniero piense que un canal tiene un único valor de n para cada rugosidad. En realidad, el valor de n es muy variable y depende de un gran número de factores. Su conocimiento básico es de gran utilidad para las diferentes condiciones de diseño. Los factores que ejercen mayor influencia sobre el coeficiente de rugosidad tanto en canales naturales como artificiales se detallan en la ref 2 y aquí se hace un breve resumen de los mismos.

a) **Rugosidad superficial.** Queda representada por el tamaño y forma de los granos del material sobre el perímetro mojado, y a menudo se considera el único factor en la se-

lección de n . Una misma sección puede contener diferentes rugosidades, generalmente con gravas gruesas en el fondo y finas en las orillas.

b) **Vegetación.** Se puede considerar como una rugosidad superficial que también reduce la capacidad del canal y retarda el flujo. Su acción depende del tipo, altura, densidad, distribución, etc.

c) **Irregularidad del canal.** Comprende las irregularidades en el perímetro mojado y las variaciones en sección transversal, tamaño y forma a lo largo del canal.

d) **Alineación del canal.** Las curvas con radios grandes proporcionan valores de n relativamente bajos, mientras que las agudas con varios meandros incrementan a n . Scobey sugiere que el valor de n se aumente en 0.001 por cada 20° de curvatura.

e) **Sedimentación y erosión.** Generalmente, la sedimentación puede cambiar de un canal muy irregular a uno relativamente uniforme y reducir n , mientras la erosión produce lo contrario, esto es, modifica la irregularidad del canal y la rugosidad superficial.

f) **Obstrucciones.** La presencia de pilas de puente, rejillas, etc., tienden a incrementar a n en una magnitud que depende de su tamaño, forma, número y distribución.

g) **Tirante y gasto.** En la mayoría de los ríos, n disminuye al aumentar el tirante y el gasto. Cuando el tirante disminuye, emergen las irregularidades del fondo del canal y tienen un efecto más pronunciado. Los cambios de tirante están íntimamente relacionados con el gasto.

En la tabla 2.4 se presenta una lista de valores de n para canales de varias clases y que ha sido propuesta por Chow. En ella se muestran valores mínimo, normal y máximo, de mucha utilidad como guía para una selección rápida de n . En la ref 2 Chow presenta una serie de fotografías de canales, útiles para una selección más cuidadosa del valor de n .

En ocasiones, la sección de un canal puede tener porciones del períme-

Tabla 2.4. Factor de fricción, n , (de Manning)

Tipo y descripción del canal	Mínimo	Normal	Máximo
A. CONDUCTOS CERRADOS DESCARGANDO PARCIALMENTE LLENOS			
A.1 Metales			
a) Latón liso	0.009	0.010	0.013
b) Acero	0.010	0.012	0.014
1. Soldado	0.013	0.016	0.017
2. Ramachato			
c) Fierro fundido	0.010	0.013	0.014
1. Pintado	0.011	0.014	0.016
2. Normal			
d) Hierro forjado	0.012	0.014	0.015
1. Negro	0.013	0.016	0.017
2. Galvanizado			
e) Metal corrugado	0.017	0.019	0.021
1. Drenaje	0.021	0.024	0.030
2. Drenaje pluvial			
A.2 No metales			
a) Lluvia	0.008	0.009	0.010
b) Vidrio	0.009	0.010	0.013
c) Cemento	0.010	0.011	0.013
1. Liso	0.011	0.013	0.015
2. Mortero			
d) Concreto			
1. Alcantarillado recto y libre de escombros	0.010	0.011	0.013
2. Alcantarillado con curvas, conexiones y algunos escobros	0.011	0.013	0.014
3. Acabado	0.011	0.012	0.014
4. Drenajes rectos con ventanas de inspección, entradas, etc.	0.013	0.015	0.017
5. No acabados, en cimbra de acero	0.012	0.013	0.014
6. No acabados, en cimbra de madera lisa	0.012	0.014	0.016
7. No acabados en cimbra de madera bruta	0.015	0.017	0.020
8. Duela	0.010	0.012	0.014
9. Laminada y tratada	0.015	0.017	0.020
f) Arcilla			
1. Tubos de barro cocido común	0.011	0.013	0.017
2. Tubos de albarán vitrificado	0.011	0.014	0.017
3. Tubos de albarán vitrificado con ventanas de inspección	0.013	0.015	0.017
C. CANALES EXCAVADOS O DRAGADOS EN			
a) Tierra, recto y uniforme			
1. Limpio recientemente terminado	0.016	0.020	0.024
2. Limpio, después de intemperizado	0.018	0.022	0.025
3. Grava, sección uniforme y limpia	0.022	0.025	0.030
4. Con poco pasto y poca hierba	0.022	0.027	0.033
b) Tierra, con curvas y en régimen lento			
1. Sin vegetación	0.023	0.025	0.030
2. Pasto y algo de hierba	0.025	0.030	0.033
3. Hierba densa o plantas acuáticas			
4. Plantilla de tierra y mampostería en los lados	0.028	0.030	0.035
5. Plantilla rocosa y hierba en los bordos			
6. Plantilla empadriado y bordos limpios	0.025	0.035	0.040
c) Excavado o dragado en línea recta			
1. Sin vegetación	0.030	0.040	0.050
2. Pocos arbustos en los bordos	0.026	0.028	0.033
	0.035	0.050	0.060
D. CAUCES NATURALES			
D.1 Arroyos (ancho de la superficie libre del agua en avenidas < 30 m)			
d) Cortes en rocas			
1. Lisos y uniformes	0.025	0.035	0.040
2. Astillado e irregular	0.035	0.040	0.050
e) Canales abandonados, hierbas y arbustos sin limpiar			
1. Hierba densa, tan alta como 1 tramo	0.050	0.080	0.120
2. Fondo limpio, arbustos en los taludes			
3. Igual al anterior con máximo escurreimiento	0.040	0.050	0.080
4. Denso de arbustos, altos niveles de escurreimiento	0.045	0.070	0.110
D.2 Cauces con vegetación			
a) Corrientes en planicie:			
1. Limpio, rectos, sin deslaves ni remans profundos	0.025	0.030	0.033
2. Igual al anterior pero más rocosos y con hierba	0.030	0.035	0.040
3. Limpio, curvo, algunas irregularidades en el fondo	0.033	0.040	0.045
4. Igual al anterior, algo de hierba y roca	0.035	0.045	0.050
5. Igual al anterior pero menor profundidad y secciones poco eficientes	0.035	0.045	0.050
6. Igual que el 4 pero más rocas			
7. Tramos irregulares con hierba y estancos profundos	0.035	0.045	0.050
8. Tramos con mucha hierba, estancos profundos, o cauces de avenidas con raíces y plantas subacuáticas			
b) Corrientes de montañas, sin vegetación en el cauce:			
1. Taludes, árboles y arbustos a lo largo de las márgenes que quedan sumergidas en las avenidas	0.075	0.100	0.150
1. Fondo de: grava, boleo y algunos cantos rodados			
2. Fondo de: boleo y grandes rocas	0.040	0.050	0.070

- 49 -

- 50 -

4. Tubo vitrificado para drenes con juntas abiertas	0.014	0.016	0.018
1. De vitricta	0.011	0.013	0.015
2. Acabados con mortero de cemento	0.012	0.015	0.017
h) Drenajes sanitarios cubiertos de lama con curvas y conexiones	0.012	0.013	0.016
i) Drenaje con fondo liso	0.016	0.019	0.020
j) Acabados de cemento rugoso	0.018	0.025	0.030
B. CANALES RECUBIERTOS O EN RELENO			
B.1 Metales			
a) Superficies de acero lisas	0.011	0.012	0.014
1. No pintadas	0.012	0.013	0.017
2. Pintadas	0.021	0.025	0.030
b) Corrugadas			
B.2 No metales			
a) Cemento	0.010	0.011	0.013
1. Superficie lisa	0.011	0.013	0.015
2. En mortero			
b) Madera			
1. Plana, no tratada	0.010	0.012	0.014
2. Plana, creosotada	0.011	0.012	0.015
3. Rústica	0.011	0.013	0.015
4. Tablones y tejamaniil	0.012	0.018	0.020
5. Cubierta con tela	0.010	0.014	0.017
c) Concreto			
1. Acabado con llana metálica	0.011	0.013	0.015
2. Acabado con llana de madera	0.013	0.015	0.016
3. Acabado con grava en el fondo	0.015	0.017	0.020
4. Sin acabar	0.014	0.017	0.020
5. Guniteado, buena sección	0.016	0.019	0.023
6. Guniteado, sección ondulada	0.018	0.022	0.025
7. Sobre roca bien excavada	0.017	0.020	
8. Sobre roca, excavado irregular	0.022	0.027	
d) Plancha de concreto, acabado con llana y taludes de:			
1. Mampostería cuidada sobre mortero	0.015	0.017	0.020
2. Mampostería burda sobre mortero	0.017	0.020	0.024

3. Mampostería junteada y aplastada con mortero de cemento

4. Mampostería junteada con mortero de cemento

5. Mampostería seca a volante

e) Fondo de grava con taludes de:

1. Concreto cimbrado

2. Mampostería sobre mortero

3. Mampostería seca a volante

f) Ladillo

1. Vitricta

2. Con mortero de cemento

g) Mampostería

1. Junteada con mortero

2. Seca

h) Piedra labrada

i) Asfalto

1. Liso

2. Rugoso

j) Cubierta vegetal

d) Cortes en rocas

1. Lisos y uniformes

2. Astillado e irregular

hierbas y arbustos sin limpiar

1. Hierba densa, tan alta como 1 tramo

2. Fondo limpio, arbustos en los taludes

3. Igual al anterior con máximo escurreimiento

4. Denso de arbustos, altos niveles de escurreimiento

D. CAUCES NATURALES

D.1 Arroyos (ancho de la superficie libre del agua en avenidas < 30 m)

a) Corrientes en planicie:

1. Limpio, rectos, sin deslaves ni remans profundos

2. Igual al anterior pero más rocosos y con hierba

3. Limpio, curvo, algunas irregularidades en el fondo

4. Igual al anterior, algo de hierba y roca

5. Igual al anterior pero menor profundidad y secciones poco eficientes

6. Igual que el 4 pero más rocas

7. Tramos irregulares con hierba y estancos profundos

8. Tramos con mucha hierba, estancos profundos, o cauces de avenidas con raíces y plantas subacuáticas

b) Corrientes de montañas, sin vegetación en el cauce:

1. Hierba densa y arbustos a lo largo de las márgenes que quedan sumergidas en las avenidas

1. Fondo de: grava, boleo y algunos cantos rodados

2. Fondo de: boleo y grandes rocas

D.2 Planicies de avenida

a) Pastura sin arbustos	
1. Pasto bajo	0.035
2. Pasto alto	0.030
b) Áreas cultivadas	0.035
1. Sin cosecha	0.050
2. Cosecha en tierra labrada y pradera	0.020
3. Cosecha de campo	0.040
c) Arbustos	0.025
1. Arbustos diseminados y mucha hierba	0.045
2. Pocos arbustos y árboles, en invierno	0.030
3. Pocos arbustos y árboles, en verano	0.035
4. Mediana a densa población de arbustos, en invierno	0.040
5. Mediana a densa población de arbustos, en verano	0.045
d) Árboles	0.025
1. Población densa de sauce, en verano, rectos	0.110
2. Terrenos talados con troncos muertos	0.030
3. Igual al anterior pero con troncos rotos	0.030
4. Árboles de sombra y avenidas debajo de las ramas	0.050
5. Igual al anterior, pero las avencidas alcanzan a las ramas	0.080
e) Ríos (ancho de la superficie libre del agua en avenidas >30 m). La n es menor que los arroyos de igual descripción porque los bordes ofrecen menor resistencia.	0.080
f) Secciones regulares sin cantos rodados ni arbustos	0.100
g) Secciones rugosas e irregulares	0.120
	0.160
	0.060
	0.035
	0.025
	0.035
	0.0100

tro mojado con rugosidades distintas, lo que implica diferentes valores de n para cada porción. En este caso se puede seguir aplicando la fórmula de Manning si se calcula un valor de n equivalente y representativo de todo el perímetro mojado de la sección. Para ello existen diferentes criterios. Se puede suponer que cada porción $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ del perímetro mojado, con coeficientes de rugosidad $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$, actúa sobre una porción del área hidráulica A_1, A_2, A_3, \dots . Horton y Einstein suponen que cada parte del área tiene la misma velocidad media de la sección completa, esto es, $V_1 = V_2 = \dots = V_n = V$ y que entonces el coeficiente de rugosidad equivalente se puede obtener de la ecuación :

$$n = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (P_i n_i^{1.5})}{P} \right]^{2/3} = \frac{(P_1 n_1^{1.5} + P_2 n_2^{1.5} + \dots + P_n n_n^{1.5})^{2/3}}{P^{2/3}} \quad (2.26)$$

Pavloski, Mühlhofer y Banks suponen que la fuerza total resistente al flujo es igual a la suma de las mismas fuerzas desarrolladas sobre cada porción del perímetro y que:

$$n = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (P_i n_i)^2}{P^{1/2}} \right]^{1/2} = \frac{(P_1 n_1^2 + P_2 n_2^2 + \dots + P_n n_n^2)^{1/2}}{P^{1/2}} \quad (2.27)$$

Lotter supone que el gasto total del flujo es igual a la suma de los gastos de las porciones de área y que:

$$n = \frac{P R_h^{5/3}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i R_{hi}^{5/3}}{n_i} \right)} = \frac{P R_h^{5/3}}{\frac{P_1 R_{h1}^{5/3}}{n_1} + \frac{P_2 R_{h2}^{5/3}}{n_2} + \dots + \frac{P_n R_{hn}^{5/3}}{n_n}} \quad (2.28)$$

donde $R_{h1}, R_{h2}, \dots, R_{hn}$ son los radios hidráulicos de las porciones de área y para las secciones sencillas se puede aceptar que:

$$R_{h1} = R_{h2} = \dots = R_{hn} = R_h$$

Hasta ahora no existen resultados que indiquen mayor precisión de un

criterio respecto al otro.

2.7 Cálculo del flujo uniforme

Como en las tuberías, en el cálculo de canales con flujo uniforme se pue den presentar problemas de revisión o de diseño. Los problemas de revisión consisten en calcular el gasto a través de una sección de geometría, rugosidad y pendiente conocidas. Los problemas de diseño consisten en calcular la geometría de la sección dada la pendiente y el gasto que circula, o bien, dada la geometría y el gasto, calcular la pendiente necesaria.

Cualquiera que sea el tipo de problema, son dos las ecuaciones que permiten el diseño del canal: la ecuación de continuidad

$$Q = A V \quad (2.29)$$

y la fórmula de Chezy para la fricción

$$V = C R_h^{1/2} S^{1/2} \quad (2.30)$$

El gasto se expresa entonces en la forma

$$Q = A V = C A R_h^{1/2} S^{1/2} = K S^{1/2} \quad (2.31)$$

donde el término

$$K = C A R_h^{1/2} \quad (2.32)$$

se conoce como "factor de conducción" de la sección del canal y es una medida de la capacidad de transporte al depender directamente del gasto.

Si se usa la fórmula de Manning, $C = R_h^{1/6} n^{1/2}$ y

$$K = \frac{A R_h^{2/3}}{n} \quad (2.33.a)$$

La expresión

$$Z_n = A R_h^{2/3} = n K \quad (2.33.b)$$

se conoce como el módulo de sección para el cálculo de flujo uniforme y de la ec (2.32) -

también se expresa como sigue:

$$A R_h^{2/3} = \frac{n Q}{\sqrt{S}} \quad (2.34)$$

El segundo término de la ec (2.34) depende de $n Q$ y S , pero el primero exclusivamente de la geometría de la sección. Esto demuestra que para una combinación particular de $n Q$ y S hay un tirante único y_n llamado normal, con el cual se establece el flujo uniforme, siempre que el módulo de sección sea función continua y creciente del tirante y . La condición recíproca también se cumple, es decir, dados y_n , n y S hay un único gasto Q con el cual se establece el flujo uniforme y que se conoce como gasto normal.

Con el fin de tener una relación sin dimensiones, es conveniente dividir ambos miembros de la ec (2.34) entre una dimensión característica de la sección que pue de ser el ancho de plantilla b si la sección es trapezoidal o rectangular, o bien el diámetro D si la sección es circular o herradura trabajando parcialmente llena. La dimensión ca racterística debe tener como exponente a $8/3$ para obtener efectivamente una relación — sin dimensiones. Así, de la ec (2.34) para las secciones rectangulares y trapezoidal se tie ne:

$$\frac{A R_h^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{n Q}{b^{8/3} S^{1/2}} \quad (2.35)$$

para las secciones circular o herradura :

$$\frac{A R_h^{2/3}}{D^{8/3}} = \frac{n Q}{D^{8/3} S^{1/2}} \quad (2.36)$$

Con el fin de simplificar los cálculos, en la fig 2.7 se presentan las curvas que relacionan cualquiera de los dos términos de las ecs 2.35 y 2.36 con los valores y/b o y/D para las distintas secciones indicadas. En estas curvas, k representa la desig nación del talud para la sección trapezoidal.

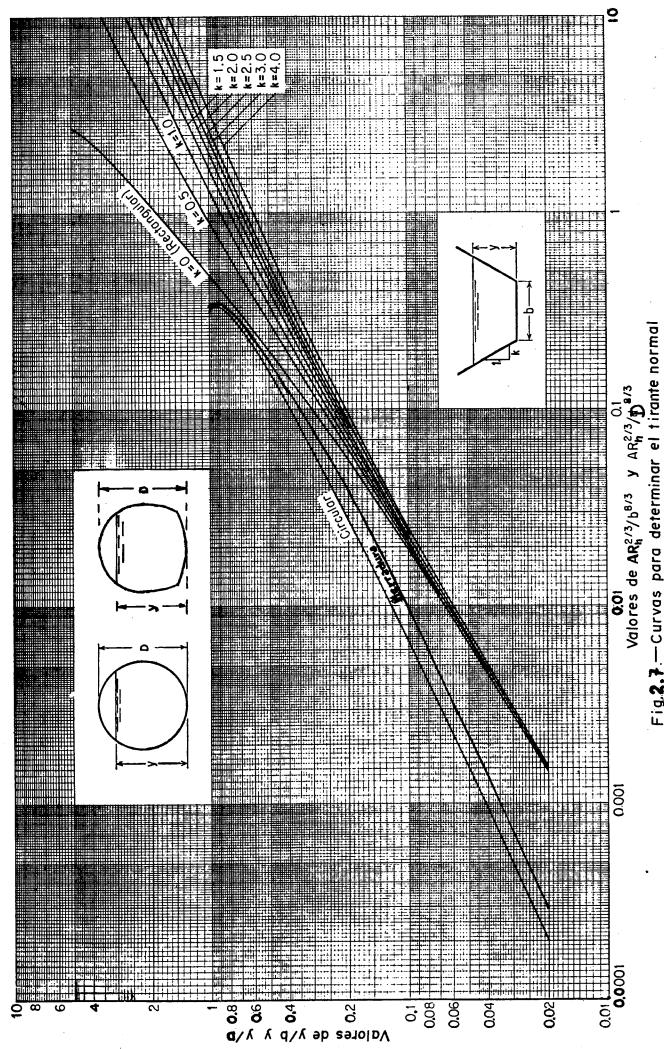


Fig. 2.7.—Curvas para determinar el tirante normal

En ciertos problemas, resulta conveniente tener una precisión mayor que la dada por la fig 2.7. Para secciones circular y herradura se recomienda utilizar las tablas 2.5 y 2.6, donde se muestran las propiedades geométricas más importantes de ambas secciones.

2.8 Canales de sección compuesta

En ocasiones, la sección transversal de un canal puede estar compuesta - de varias subsecciones de forma y rugosidad distinta. Por ejemplo, la sección de un canal aluvial o de la rectificación de un río en una ciudad, ambos expuestos a avenidas, consisten comúnmente de un canal principal, generalmente menos rugoso y más profundo y por lo mismo con velocidad media más alta, y los laterales.

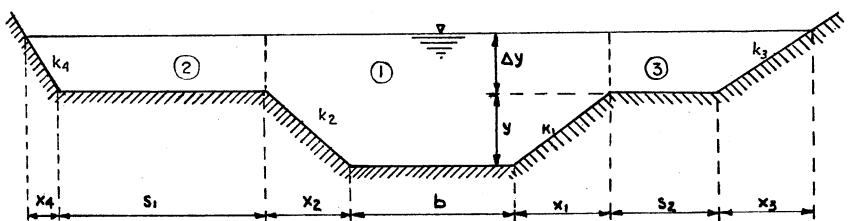


Fig 2.8 Canal de sección compuesta

El cálculo de una sección compuesta se realiza aplicando separadamente la fórmula de Manning para cada subsección y obteniendo la velocidad media de la misma y el gasto correspondiente. La suma de estos gastos proporciona el total.

Si A_1, A_2, \dots, A_n representan las áreas de cada subsección, de la ec (2.31), las velocidades medias respectivas son

$$V_1 = \frac{K_1}{A_1} s_1^{1/2}, V_2 = \frac{K_2}{A_2} s_2^{1/2}, \dots, V_n = \frac{K_n}{A_n} s_n^{1/2}$$

donde K_1, K_2, \dots, K_n son los factores de conducción de las subsecciones y S la pen-

Tabla 2.5. Elementos geométricos en canales de sección circular.

D diámetro
y tirante R_h radio hidráulico
g aceleración de gravedad Q gasto cuando el tirante y es el crítico

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{R_h}{D}$	$\frac{A/R_h^2}{D^3}$	$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{5/2}}$	$\frac{E_{min}}{D}$	$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{R_h}{D}$	$\frac{A/R_h^2}{D^3}$	$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{5/2}}$	$\frac{E_{min}}{D}$	$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{R_h}{D}$	$\frac{A/R_h^2}{D^3}$	$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{5/2}}$	$\frac{E_{min}}{D}$
0.01	0.0013	0.0056	0.1990	0.0001	0.0003	0.31	0.2074	0.1755	0.0650	0.0081	0.4221	0.66	0.5499	0.2859	0.2107	0.4158	0.9302
0.02	0.0037	0.0132	0.1991	0.0001	0.0007	0.32	0.2167	0.1801	0.0630	0.1044	0.4361	0.67	0.5594	0.2917	0.2160	0.4309	0.9674
0.03	0.0069	0.0197	0.1995	0.0001	0.0010	0.33	0.2260	0.1848	0.0736	0.1107	0.4502	0.68	0.5687	0.2955	0.2510	0.4437	0.9849
0.04	0.0105	0.0262	0.1999	0.0001	0.0017	0.33	0.2355	0.1891	0.0776	0.1177	0.4643	0.69	0.5785	0.2950	0.2510	0.4556	1.0029
0.05	0.0147	0.0327	0.1998	0.0001	0.0027	0.35	0.2450	0.1935	0.0820	0.1241	0.4784	0.70	0.5872	0.2992	0.2608	0.4694	1.0209
0.06	0.0192	0.0389	0.1992	0.0001	0.0039	0.36	0.2546	0.1978	0.0864	0.1310	0.4924	0.71	0.5964	0.2973	0.2655	0.4831	1.0386
0.07	0.0242	0.0451	0.1991	0.0001	0.0053	0.37	0.2642	0.2020	0.0909	0.1381	0.5068	0.72	0.6054	0.2984	0.2702	0.4934	1.0477
0.08	0.0294	0.0513	0.1990	0.0001	0.0069	0.37	0.2739	0.2061	0.0955	0.1453	0.5211	0.73	0.6143	0.2995	0.2751	0.5100	1.0579
0.09	0.0350	0.0574	0.1992	0.0001	0.0087	0.38	0.2836	0.2102	0.1020	0.1528	0.5354	0.74	0.6231	0.3006	0.2794	0.5248	1.0692
0.10	0.0410	0.0635	0.1995	0.0001	0.0107	0.39	0.2934	0.2142	0.1050	0.1603	0.5497	0.75	0.6318	0.3017	0.2810	0.5392	1.0748
0.11	0.0470	0.0695	0.1979	0.0001	0.0129	0.40	0.2934	0.2181	0.1100	0.1682	0.5644	0.76	0.6404	0.3025	0.2888	0.5510	1.0849
0.12	0.0534	0.0754	0.1975	0.0001	0.0151	0.41	0.3032	0.2216	0.1147	0.1761	0.5806	0.77	0.6502	0.3032	0.2950	0.5650	1.0955
0.13	0.0600	0.0813	0.1973	0.0001	0.0175	0.42	0.3132	0.2220	0.1196	0.1844	0.5931	0.78	0.6673	0.3037	0.2969	0.5767	1.1067
0.14	0.0668	0.0871	0.1971	0.0001	0.0191	0.42	0.3232	0.2257	0.1196	0.1927	0.6067	0.79	0.6855	0.3010	0.3008	0.6011	1.1177
0.15	0.0739	0.0930	0.1970	0.0001	0.0218	0.43	0.3328	0.2294	0.1245	0.2011	0.6223	0.80	0.6736	0.3012	0.3015	0.6177	1.1220
0.16	0.0811	0.0986	0.1973	0.0001	0.0245	0.45	0.3428	0.2331	0.1298	0.2098	0.6369	0.85	0.6894	0.3014	0.3082	0.6443	1.1349
0.17	0.0885	0.1042	0.1975	0.0001	0.0270	0.46	0.3527	0.2366	0.1348	0.2098	0.6514	0.81	0.6983	0.3013	0.3118	0.6524	1.1455
0.18	0.0961	0.1074	0.1974	0.0001	0.0300	0.47	0.3627	0.2400	0.1401	0.2186	0.6657	0.82	0.6893	0.3014	0.3161	0.6670	1.1553
0.19	0.1039	0.1132	0.1975	0.0001	0.0329	0.48	0.3727	0.2434	0.1452	0.2276	0.6865	0.83	0.6969	0.3011	0.3164	0.6807	1.1676
0.20	0.1118	0.1206	0.1976	0.0001	0.0359	0.49	0.3827	0.2467	0.1505	0.2366	0.7043	0.84	0.7043	0.3018	0.3192	0.6988	1.1785
0.21	0.1199	0.1250	0.1975	0.0001	0.0390	0.50	0.3927	0.2500	0.1558	0.2459	0.7244	0.85	0.7115	0.3033	0.3212	0.7098	1.1893
0.22	0.1281	0.1312	0.1973	0.0001	0.0421	0.51	0.4027	0.2531	0.1610	0.2553	0.7414	0.86	0.7186	0.3026	0.3210	0.7307	1.1977
0.23	0.1365	0.1364	0.1974	0.0001	0.0453	0.52	0.4127	0.2561	0.1664	0.2650	0.7525	0.87	0.7251	0.3017	0.3294	0.7402	1.2052
0.24	0.1449	0.1416	0.1975	0.0001	0.0487	0.53	0.4227	0.2581	0.1715	0.2748	0.7717	0.88	0.7320	0.3093	0.3346	0.7751	1.2142
0.25	0.1535	0.1465	0.1977	0.0001	0.0521	0.54	0.4327	0.2620	0.1772	0.2838	0.7870	0.89	0.7496	0.3096	0.3407	0.8016	1.2240
0.26	0.1623	0.1516	0.1974	0.0001	0.0557	0.55	0.4426	0.2649	0.1825	0.2949	0.8049	0.90	0.7574	0.3145	0.3524	0.8285	1.2324
0.27	0.1711	0.1566	0.1975	0.0001	0.0593	0.56	0.4526	0.2676	0.1878	0.3051	0.8279	0.91	0.7704	0.3263	0.3736	0.8596	1.2555
0.28	0.1800	0.1614	0.1976	0.0001	0.0630	0.57	0.4625	0.2703	0.1928	0.3133	0.8503	0.92	0.7814	0.3214	0.3815	0.8817	1.2666
0.29	0.1890	0.1662	0.1971	0.0001	0.0667	0.58	0.4723	0.2735	0.1987	0.3235	0.8793	0.93	0.7913	0.3250	0.3922	0.9025	1.2759
0.30	0.1982	0.1700	0.1970	0.0001	0.0704	0.59	0.4822	0.2753	0.2041	0.3373	0.9037	0.94	0.7982	0.3286	0.3933	0.9247	1.2847

Tabla 2.6 Elementos geométricos en canales de sección de herradura.

D Diámetro de la herradura
y tirante R_h Radio hidráulico
g aceleración de gravedad Q gasto cuando el tirante y es el crítico.
E_{min} energía específica mínima

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{R_h}{D}$	$\frac{A R_h^{2/3}}{D^3}$	$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{5/2}}$	$\frac{E_{min}}{D}$	$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{R_h}{D}$	$\frac{A R_h^{2/3}}{D^3}$	$\frac{Q}{\sqrt{g} D^{5/2}}$	$\frac{E_{min}}{D}$
0.01	0.0019	0.0066	0.00087	0.0002	0.0133	0.51	0.4466	0.2602	0.1820	0.2963	0.2983
0.02	0.0037	0.0132	0.0030	0.0005	0.0267	0.52	0.4566	0.2630	0.1859	0.3065	0.3087
0.03	0.0069	0.0197	0.0040	0.0014	0.0400	0.53	0.4666	0.2657	0.1929	0.3188	0.3188
0.04	0.0105	0.0262	0.0043	0.0025	0.0540	0.54	0.4766	0.2683	0.1986	0.3306	0.3306
0.05	0.0147	0.0327	0.0048	0.0035	0.0597	0.55	0.4865	0.2707	0.2038	0.3400	0.3400
0.06	0.0192	0.0389	0.0053	0.0045	0.0648	0.56	0.4965	0.2733	0.2090	0.3509	0.3509
0.07	0.0242	0.0451	0.0060	0.0055	0.0701	0.57	0.5064	0.2757	0.2142	0.3606	0.3606
0.08	0.0294	0.0513	0.0068	0.0060	0.0759	0.58	0.5163	0.2781	0.2197	0.3731	0.3731
0.09	0.0350	0.0574	0.0076	0.0071	0.0816	0.59	0.5261	0.2804	0.2252	0.3895	0.3895
0.10	0.0410	0.0635	0.0084	0.0087	0.0871	0.60	0.5360	0.2821	0.2301	0.3951	0.3951
0.11	0.0470	0.0695	0.0092	0.0107	0.0927	0.61	0.5457	0.2844	0.2360	0.4079	0.4079
0.12	0.0534	0.0754	0.0100	0.0129	0.0981	0.62	0.5555	0.2864	0.2414	0.4199	0.4199
0.13	0.0600	0.0813	0.0108	0.0151	0.1034	0.63	0.5651	0.2884	0.2467	0.4321	0.4321
0.14	0.0668	0.0871	0.0117	0.0175	0.1087	0.64	0.5751	0.2904	0.2510	0.4445	0.4445
0.15	0.0739	0.0930	0.0126	0.0201	0.1141	0.65	0.5850	0.2920	0.2559	0.4562	0.4562
0.16	0.0811	0.0986	0.0135	0.0227	0.1195	0.66	0.5958	0.2937	0.2607	0.4672	0.4672
0.17	0.0885	0.1042	0.0144	0.0253	0.1250	0.67	0.6063	0.2953	0.2656	0.4780	0.4780
0.18	0.0961	0.1100	0.0153	0.0280	0.1304	0.68	0.6162	0.2971	0.2707	0.4892	0.4892
0.19	0.1039	0.1156	0.0162	0.0306	0.1359	0.69	0.6261	0.2989	0.2756	0.5003	0.5003
0.20	0.1118	0.1206	0.0171	0.0333	0.1411	0.70	0.6361	0.3006	0.2808	0.5124	0.5124
0.21	0.1199	0.1250	0.0180	0.0360	0.1466	0.71	0.6460	0.3024	0.2857	0.5244	0.5244
0.22	0.1281	0.1312	0.0189	0.0386	0.1521	0.72	0.6559	0.3041	0.2905	0.5363	0.5363
0.23	0.1365	0.1364	0.0199	0.0414	0.1576	0.73	0.6658	0.3058	0.2954	0.5482	0.5482
0.24	0.1449	0.1416	0.0217	0.0442	0.1631	0.74	0.6757	0.3075	0.3003	0.5603	0.5603
0.25	0.1535	0.1465	0.0237	0.0470	0.1686	0.75	0.6856	0.3092	0.3052	0.5721	0.5721
0.26	0.1623	0.1516	0.0264	0.0507	0.1742	0.76	0.6955	0.3109	0.3101	0.5838	0.5838
0.27	0.1711	0.1566	0.0291	0.0543	0.1797	0.77	0.7054	0.3126	0.3157	0.5957	0.5957
0.28	0.1800	0.1614	0.0318	0.0576	0.1852	0.78	0.7153	0.3143	0.3201	1.0050	1.0050
0.29	0.1890	0.1662	0.0351	0.0602	0.1907	0.79					

diente general del canal.

El gasto total será

$$Q = VA = \sum_{i=1}^n V_i A_i = \sum_{i=1}^n K_i S^{1/2}$$

$$Q = \left(\sum_{i=1}^n K_i \right) S^{1/2} \quad (2.37)$$

y la velocidad media de toda la sección

$$V = \frac{\left[\sum_{i=1}^n K_i \right] S^{1/2}}{A}$$

Los coeficientes de distribución de velocidades α y β de la sección total se pueden calcular a partir de las velocidades medias en cada subsección.

De su definición

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{A} \iint_A \left(\frac{V}{\nabla} \right)^3 dA \approx \frac{1}{A} \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i K_i^3 / A_i^2)}{\left(\sum_{i=1}^n K_i \right)^3 / A^3} \\ \alpha &\approx A^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i K_i^3 / A_i^2)}{\left(\sum_{i=1}^n K_i \right)^3} \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

En la misma forma,

$$\beta \approx A \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\beta_i K_i^2 / A_i)}{\left(\sum_{i=1}^n K_i \right)^2} \right] \quad (2.39)$$

En el cálculo del perímetro mojado de la sección central o de las laterales normalmente no se incluye Δy debido a que sobre la intercara entre ambas se tiene un esfuerzo cortante más pequeño que en el caso de la frontera sólida del canal.

Problema 2.2 Un canal rectangular de cemento pulido y ancho de plantilla $b = 2 m$ tiene una pendiente $S = 0.000126$. b) Calcular el gasto que conduce para un tirante $y = 1.50 m$. b) Calcular el gasto para $y = 0.50 m$ y $S = 0.008$. Utilizar la fórmula de Manning Strickler en ambos casos.

Solución a. El área, perímetro y radio hidráulico son

$$A = 2 \times 1.5 = 3 m^2$$

$$P = 2 + 2 \times 1.5 = 5 m$$

$$R_h = \frac{3}{5} = 0.6 m$$

De la fórmula de Manning, para $n = 0.011$, la velocidad vale

$$V = \frac{1}{0.011} (0.6)^{2/3} (0.000126)^{1/2} = 0.726 m/seg$$

y el gasto

$$Q = 3 \times 0.726 = 2.178 m^3/seg$$

Solución b. Haciendo cálculos análogos, se obtiene:

$$A = 2 \times 0.5 = 1 m^2$$

$$P = 2 + 2 \times 0.5 = 3 m$$

$$R_h = \frac{1}{3} = 0.33 m$$

$$V = \frac{1}{0.011} (0.33)^{2/3} (0.008)^{1/2} = 3.909 m/seg$$

$$Q = 1 \times 3.909 = 3.909 m^3/seg$$

Problema 2.3 Calcular el gasto en un canal de sección trapezoidal con $b = 2 m$ de ancho de plantilla, $y = 1.20 m$ de tirante, taludes $k = 2$, pendiente $S = 0.000667$ y cuyas paredes están construidas de concreto rugoso bien acabado. Utilizar las fórmulas de Kutter, Bazin, Kozeny y Manning-Strickler para comparar resultados.

Solución. Los elementos geométricos de la sección son:

$$A = (2 + 2 \times 1.2) 1.2 = 5.28 \text{ m}^2$$

$$P = 2 + 2 \sqrt{1 + 2^2} 1.2 = 7.367 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{5.28}{7.367} = 0.717 ; R_h^{1/2} = 0.847$$

$$R_h^{1/6} = (0.717)^{1/6} = 0.946$$

$$S^{1/2} = (0.000667)^{1/2} = 0.02583$$

a) De la tabla 2.3, para la fórmula de Kutter, $m = 0.65$

$$C = \frac{100 \times 0.847}{0.65 + 0.847} = 56.58$$

De la fórmula de Chezy (ec 2.3.b)

$$V = 56.58 \times 0.847 \times 0.02583 = 1.238 \text{ m/seg}$$

$$Q = 5.28 \times 1.238 = 6.536 \text{ m}^3/\text{seg}$$

b) Para la fórmula de Bazin, (de la tabla 2.3) $B = 0.45$

$$C = \frac{87}{1 + \frac{0.45}{0.847}} = 56.81$$

$$V = \frac{56.81}{56.58} \times 1.238 = 1.243 \text{ m/seg}$$

$$Q = 5.28 \times 1.243 = 6.554 \text{ m}^3/\text{seg}$$

c) Para la fórmula de Kozeny, de la tabla 2.3 $N_c = 60$. El ancho de la superficie libre en la sección vale

$$B = b + 2 k \quad y = 2 + 2 \times 2 \times 1.2 = 6.80 \text{ m}$$

y el tirante hidráulico

$$Y = \frac{A}{B} = \frac{5.28}{6.8} = 0.776 \text{ m}$$

De la fórmula de Kozeny (tabla 2.2)

$$\theta = 20 \log 0.776 + 60 = -2.2 + 60$$

$$C = 57.8$$

$$V = \frac{57.8}{56.58} \times 1.238 = 1.265 \text{ m/seg}$$

$$Q = 5.28 \times 1.265 = 6.678 \text{ m}^3/\text{seg}$$

d) Para la fórmula de Manning-Strickler, $n = 0.017$ (concreto no terminado)

$$C = \frac{0.946}{0.017} = 55.647$$

$$V = \frac{55.647}{56.58} \times 1.238 = 1.218 \text{ m/seg}$$

$$Q = 5.28 \times 1.218 = 6.429 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Problema 2.4 Una galería circular (fig 2.9) de cemento pulido liso de 2 m de diámetro y 1.50 m de tirante debe conducir un gasto de 2.6 m³/seg. Calcular la pendiente necesaria para que el flujo sea uniforme.

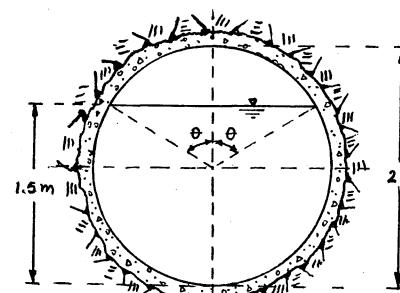


Fig 2.9. Sección del túnel del problema 2.4.

Solución. Se tiene que

$$\cos \theta = \frac{1}{2}, \theta = 60^\circ$$

El área, perímetro y radio hidráulico valen:

$$A = \frac{D^2}{4} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = 2.527 \text{ m}^2$$

$$P = 2\pi \frac{D}{2} \frac{2}{3} = 4.189 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A}{P} = 0.603 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.714$$

La velocidad media

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{2.6}{2.527} = 1.029 \text{ m/seg}$$

Para $n = 0.011$, de la fórmula de Manning la pendiente debe ser:

$$S = \left(\frac{Vn}{R_h^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{1.029 \times 0.011}{0.714} \right)^2 = 0.000251$$

Problema 2.5 En el canal mostrado en la fig 2.10 se desea salvar la barranca mediante un sifón invertido cuya geometría se muestra. Determinar el desnivel Δz necesario para que el gasto circule en la tubería sin producir remanso hacia aguas arriba. La sección del canal es rectangular de 3.00 m de plantilla, su tirante normal $y_n = 1.075$ m y su pendiente $S = 0.001$. El coeficiente de fricción de Manning en el canal es $n = 0.0135$. La longitud total del tubo es de 200 m y este es de concreto bien acabado, siendo $n=0.012$.

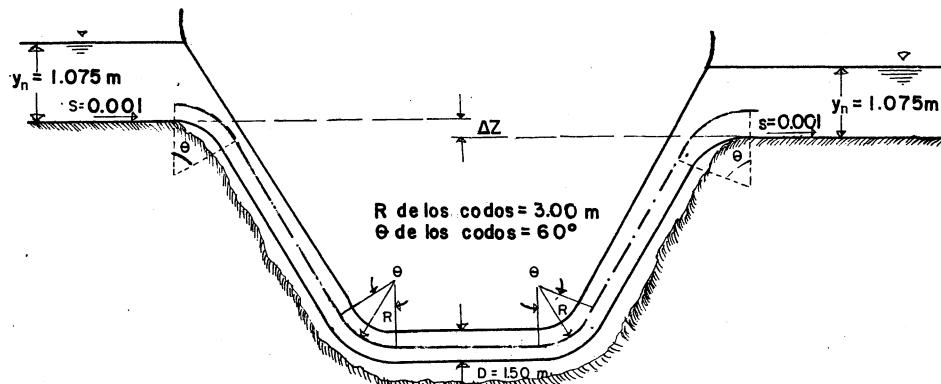


Fig. 2.10 Ilustración del problema 2.5

Solución.

Los elementos geométricos del canal son

$$A = 3.00 \times 1.075 = 3.225 \text{ m}^2$$

$$P = 3.00 + 2 \times 1.075 = 5.15 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{3.225}{5.20} = 0.62 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.727$$

$$S^{1/2} = 0.0316$$

De la fórmula de Manning

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} = \frac{3.225 \times 0.727 \times 0.0316}{0.0135} = 5.488 \text{ m}^3/\text{seg}$$

que es el gasto que debe circular por el sifón.

De la ecuación de la energía antes y después del sifón resulta

$$\Delta z + y_n + \frac{V_n^2}{2g} = y_n + \frac{V_n^2}{2g} + \sum h$$

$$\Delta z = \sum h$$

Esto es, el desnivel Δz debe ser igual a las pérdidas en el sifón. La velocidad y carga de velocidades en el mismo son

$$V = \frac{5.488}{0.785 (1.5)^2} = 3.106 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V^2}{2g} = 0.492 \text{ m}$$

Con $R_h = D/4 = 0.375 \text{ m}$, de la fórmula de Manning la pérdida por fricción en el sifón vale

$$h_f = \left(\frac{V_n}{R_h^{2/3}} \right)^2 L = \left(\frac{3.106 \times 0.012}{(0.375)^{2/3}} \right)^2 200 = 1.027 \text{ m}$$

La pérdida de los cuatro cambios de dirección es

$$h_c = 4 \times 0.24 \frac{60}{90} \times 0.52 = 0.333 \text{ m}$$

y el desnivel vale

$$\Delta z = 1.027 + 0.333 = 1.36 \text{ m}$$

Problema 2.6 Un canal de sección trapezoidal revestido de concreto pulido ($n = 0.015$) -

tiene un ancho de plantilla $b = 2.50 \text{ m}$, taludes $k = 1.5$ y pendiente $S = 0.00075$. ---

Calcular el tirante para que conduzca un gasto $Q = 20 \text{ m}^3/\text{seg}$ en flujo uniforme.

Solución. De los datos se obtiene que:

$$A = (b + ky) y = (2.5 + 1.5 y) y$$

$$P = b + 2 \sqrt{1 + k^2} \quad y = 2.5 + 3.6 y$$

$$\sqrt{S} = \sqrt{0.00075} = 0.0274$$

De la fórmula de Manning

$$Q = 20 = \frac{A}{0.015} R_h^{2/3} \quad 0.0274 = 1.826 A R_h^{2/3}$$

Por lo tanto

$$A R_h^{2/3} = 10.954$$

$$\frac{A R_h^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{10.954}{(2.5)^{8/3}} = 0.951$$

De la fig 2.7, con $k = 1.5$, $y_n/b = 0.76$, por tanto

$$y_n = 0.76 \times 2.5 = 1.90 \text{ m}$$

que sería el tirante normal con la precisión dada por la fig 2.7. Por un procedimiento de tanteos se podría aproximar mejor dicho resultado, como se indica en la siguiente tabla

y (m)	A (m^2)	P (m)	R_h (m)	$R_h^{2/3}$	$A R_h^{2/3}$
1.875	9.961	9.26	1.075	1.05	10.46 ≠ 10.92
1.90	10.165	9.351	1.087	1.057	10.75 ≠ 10.92
1.915	10.288	9.405	1.094	1.062	10.92 = 10.92

Luego entonces el tirante correcto es $y_n = 1.915 \text{ m}$.

Problema 2.7 Un canal trapezoidal excavado en tierra tiene un tirante $y_n = 1.4 \text{ m}$, — talud $k = 2$, pendiente $S = 0.004$ y debe conducir un gasto de $8 \text{ m}^3/\text{seg}$. Calcular su ancho de plantilla.

Solución. Los elementos geométricos son

$$A = (b + ky) \quad y = (b + 2 \times 1.4) \quad 1.4 = (b + 2.8) \quad 1.4$$

$$P = b + 2 \sqrt{1 + k^2} \quad y = b + 2 \sqrt{1 + 4} \quad 1.4 = b + 6.26$$

$$\sqrt{S} = \sqrt{0.0004} = 0.02$$

Para un canal en tierra $n = 0.025$ y de la fórmula de Manning

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} = \frac{0.02}{0.025} A R_h^{2/3} = 0.8 A R_h^{2/3}$$

$$A R_h^{2/3} = \frac{8}{0.8} = 10$$

El procedimiento de solución es por tanteos

b (m)	A (m^2)	P (m)	R_h (m)	$R_h^{2/3}$	$A R_h^{2/3}$
4.0	9.52	10.26	0.928	0.951	9.057 ≠ 10
4.5	10.22	10.76	0.95	0.966	9.875 ≠ 10
4.6	10.36	10.86	0.954	0.969	10.04 ≈ 10

Luego entonces $b = 4.60 \text{ m}$

Problema 2.8 La rectificación de un río que atraviesa una ciudad se piensa realizar mediante un canal cuya sección tiene la forma mostrada en la fig 2.8 con la siguiente geometría $b = 40 \text{ m}$, $k_1 = k_2 = 2$, $k_3 = k_4 = 3$, $y_1 = 2.2 \text{ m}$, y $\Delta y = 1 \text{ m}$. El canal en la época de avenidas debe conducir un gasto máximo $Q = 320 \text{ m}^3/\text{seg}$ con un tirante total $y = 3.20 \text{ m}$ y una pendiente $S = 0.00035$. Calcular el ancho de las ampliaciones laterales $s = s_1 = s_2$ las cuales tendrían un factor de rugosidad $n_2 = 0.035$ y de $n_1 = 0.025$ para la zona central.

Solución. Zona central 1. Los elementos geométricos son

$$A = (40 + 2 \times 2.2) \cdot 2.2 + (40 + 2 \times 2 \times 2.2) \times 1$$

$$A = 97.68 + 48.8 = 146.48 \text{ m}^2$$

$$P = 40 + 2 \sqrt{1 + 2^2} \times 2.2 = 49.839 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{146.48}{49.839} = 2.939 \text{ m}$$

$$(R_h)^{2/3} = 2.052$$

$$\sqrt{S} = \sqrt{0.00035} = 0.0187$$

Luego el gasto que conduce la parte central es

$$Q = \frac{146.48}{0.025} \times 2.052 \times 0.0187 = 224.91 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Por lo tanto, el gasto de las ampliaciones debe ser: $320 - 224.91 = 95.09$

m^3/seg .

Zonas laterales 2

$$\text{Haciendo } s_1 + s_2 = 2s$$

$$A = (2s + 3 \times 1) 1 = 2s + 3$$

Con $R_h \approx 1 \text{ m}$

$$Q = \frac{2s + 3}{0.035} \times 1 \times 0.0187 = 95.09$$

$$s = \left(\frac{95.09 \times 0.035}{0.0187} - 3 \right) \frac{1}{2} = 87.49 \text{ m}$$

Cada ampliación tendrá un ancho de 87.49 m

2.9

Conductos cerrados parcialmente llenos

Las fórmulas de fricción que utilizan exclusivamente el radio hidráulico para caracterizar la forma del perfil, en secciones circulares proporcionan el mismo valor de la velocidad para un llenado parcial a la mitad que para el lleno total, ya que en ambos casos el radio hidráulico posee la misma magnitud $D/4$. Esto se observa en las curvas con líneas de puntos Q/Q_0 y V/V_0 mostradas en la fig 2.11 (sección circular) y en la 2.12 (sección hendidura) donde el subíndice cero, que corresponde a la condición de lleno total, hace los resultados adimensionales.

Dichas curvas muestran valores máximos en el caso de sección circular:

para el gasto con índices de llenado $y/D = 0.938$ y para la velocidad con $y/D = 0.81$. — Es más, la curva adimensional Q/Q_0 muestra que cuando el tirante es mayor que $0.82 D$ se pueden tener dos tirantes distintos para un mismo gasto, uno arriba y otro abajo del valor 0.938 D. Análogamente, la curva adimensional V/V_0 muestra que cuando $y \geq 0.5 D$ se tienen dos tirantes distintos para la misma velocidad, uno arriba y otro abajo del valor 0.81 D. La anterior discusión es válida bajo la suposición de que el factor de fricción, — (en este caso n de Manning) permanece constante para cualquier valor de y/D .

Yarnell-Woodwards y Büllow determinaron experimentalmente un crecimiento constante del gasto hasta llegar a un máximo que corresponde a $y/D = 0.95$. — Straub hizo mediciones en conductos de concreto y determinó un máximo de Q para y/d ligeramente inferior a 1. Estas discrepancias se explican por el hecho de que la resistencia al movimiento actúa no solo en el perímetro mojado sino también sobre la superficie libre del agua a través de la fricción con el aire.

Se han hecho varios intentos de corregir este efecto. Camp (ref 2), utilizando un factor de fricción n variable con y , corrige las curvas de puntos de la fig 2.11- para obtener la verdadera variación $Q - y$ y $V - y$. Sin embargo, se prefiere aquí la ley de variación debida a Kozeny para conductos circulares, quien corrige su fórmula original (ec 8.95 del Vol 1) para conductos a presión, a la forma

$$V = (8.86 \log y + N) \left(\frac{y}{D} \right)^{1/6} \sqrt{SD} \quad (2.40)$$

en el caso de que funcione parcialmente lleno. Los resultados para conductos circulares- se muestran en la fig 2.11 y su extrapolación para conductos hendidura en la fig 2.12.

Cuando el conducto es de Asbesto-Cemento y trabaja parcialmente lleno, se recomienda la fórmula de Ludin

$$V = K_L R_h^{0.65} S^{0.54}$$

en que K_L varía de 134 para $V \leq 0.8 \text{ m/seg}$ y 122 para $V \geq 0.3 \text{ m/seg}$

Subíndice "o" indica condición de lleno total

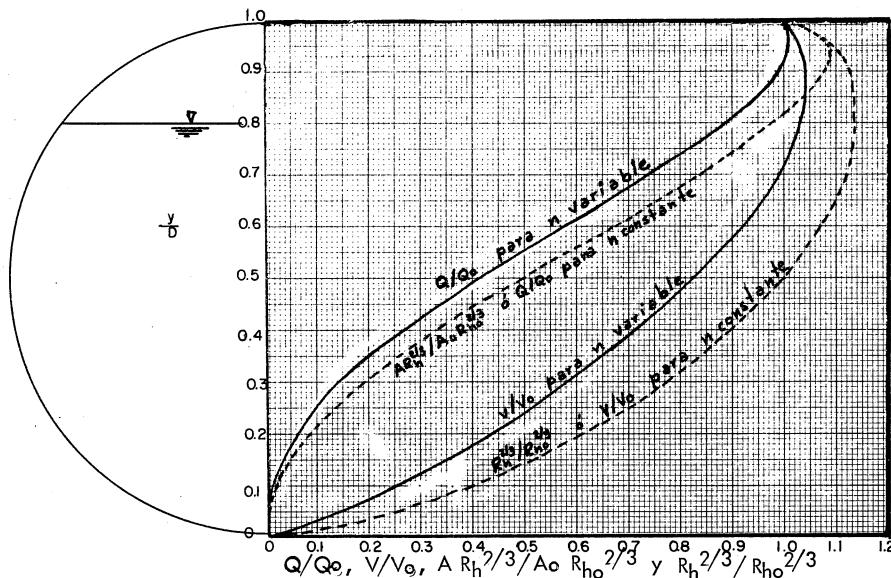
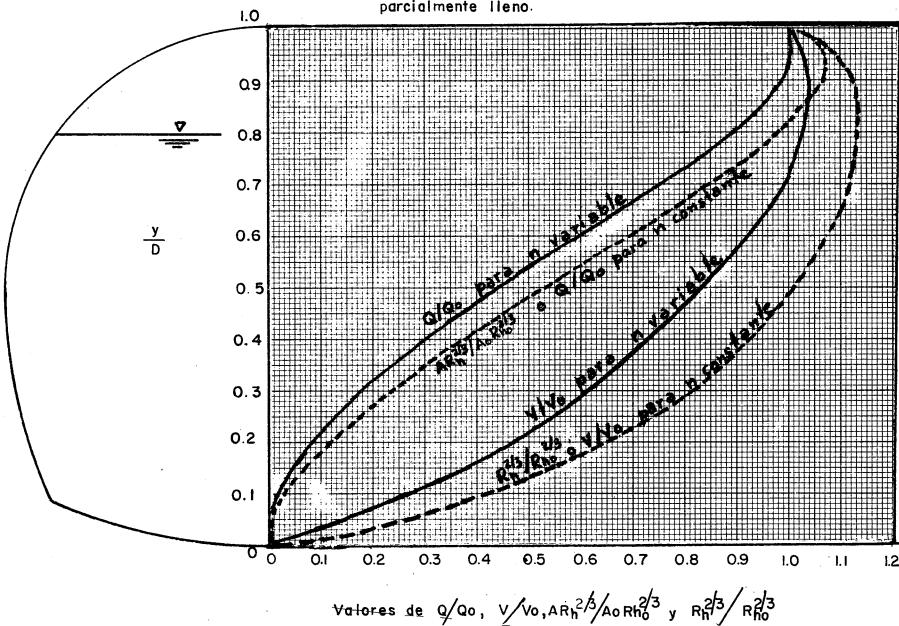


Fig. 2.11 Características del flujo en un conducto circular parcialmente lleno, según Kozeny (ref 15)

Fig. 2.12 Características del flujo en un conducto herradura parcialmente lleno.



Valores de Q/Q_o , V/V_o , $A R_h^{2/3} / A_o R_h^{2/3}$ y $R_h^{2/3} / R_h^{2/3}$

Problema 2.9 Una alcantarilla de concreto de sección circular debe conducir un gasto $Q = 450 \text{ lt/seg}$ con una pendiente $S = 0.001125$. Calcular el diámetro necesario de tal manera que el tirante sea $y = 0.8 D$.

Solución Se elige $n = 0.011$ para la fórmula de Manning. Con $y/d = 0.8$, de la fig 3.11 se obtiene $Q/Q_o = 0.89$ (para n variable), luego el gasto para lleno total es

$$Q_o = \frac{0.45}{0.89} = 0.506 \text{ m}^3/\text{seg}$$

siendo el área y radio hidráulico

$$A_o = 0.7854 D^2$$

$$R_{ho} = \frac{D}{4} = 0.25 D$$

$$R_{ho}^{2/3} = 0.397 D^{2/3}$$

$$S^{1/2} = (0.001125)^{1/2} = 0.0335$$

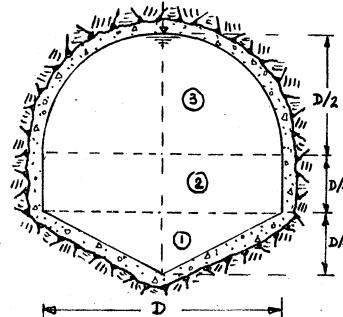
y de la fórmula de Manning para lleno total

$$Q = \frac{0.7854 D^2}{0.011} 0.397 D^{2/3} \times 0.0335 = 0.506 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$D^{8/3} = \frac{0.506 \times 0.011}{0.7854 \times 0.397 \times 0.0335} = 0.532$$

$$D = 0.79 \text{ m}$$

Problema 2.10 Un túnel revestido de concreto bien acabado tiene la forma mostrada en



en la fig 2.13, con pendiente $S = 0.0004$ y diámetro $D = 1.60 \text{ m}$. a) Calcular la velocidad media y el gasto que transporta. b) Determinar el tirante que se establecería si el túnel fuese de sección herradura de diámetro $D = 1.60 \text{ m}$, para el mismo gasto y pendiente.

Fig 2.13. Sección del túnel del problema 2.10.

Solución a. Los elementos geométricos de la sección se calculan descomponiendo la figura en tres partes, como sigue:

$$A = \frac{D^2}{8} + \frac{D^2}{4} + \frac{\pi D^2}{8} \quad D^2 = 0.768 \quad D^2 = 0.768 (1.6)^2 = 1.965 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \left[\sqrt{(D/2)^2 + (D/4)^2} + \frac{D}{4} + \frac{\pi D}{4} \right] = 2 (\sqrt{0.3125} + 0.25 + 0.785) 1.6 = 5.102 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{1.965}{5.102} = 0.385 \text{ m}; 2/3 = 0.529$$

De la fórmula de Manning, para $n = 0.013$ la velocidad media vale

$$V = \frac{0.529 \times \sqrt{0.0004}}{0.013} = 0.814 \text{ m/seg}$$

$$Q = 1.965 \times 0.814 = 1.601 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Solución b De la tabla 2.5 el área y radio hidráulico de la sección herradura completamente llena son:

$$A = 0.8293 \times (1.6)^2 = 2.123 \text{ m}^2$$

$$R_h = 0.2538 \times 1.6 = 0.406 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.406^{2/3} = 0.548$$

El gasto a tubo lleno valdrá:

$$Q_0 = \frac{2.123 \times 0.548 \times 0.02}{0.013} = 1.791 \text{ m}^3/\text{seg}$$

La relación de gasto a lleno parcial a gasto a lleno total es:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1.601}{1.791} = 0.894$$

De la fig 2.12, se obtiene que $y/D = 0.8$, siendo entonces el tirante:

$$y = 0.8 \times 1.6 = 1.28 \text{ m.}$$

2.10 DISEÑO DE LA SECCION MAS CONVENIENTE

2.10.1 Planteo del problema

El problema del diseño de un canal generalmente se presenta teniendo como datos el gasto que debe transportar, la pendiente disponible de acuerdo con la topografía del terreno y la rugosidad de sus paredes. Con estos datos es posible determinar, a partir de la ec. 2.34, un único valor para el módulo de sección $A R_h^{2/3}$. Sin embargo, como se observa en la fig 2.7, el mismo factor se puede satisfacer con distintas formas de la sección, unas más eficientes que otras, lo que implica más de una solución.

Una de las soluciones consistiría en elegir la forma y dimensiones adecuadas que debe tener la sección, de modo que se pueda adaptar a la topografía del terreno donde se va a excavar el canal, y que sea lo más económica posible. Sin embargo, de acuerdo con el material en que se excave el canal, y no existiendo revestimiento, habrá tramos en que la velocidad del agua, erosionen los taludes y la plantilla modificando la sección escogida. Por ello conviene diferenciar entre canales revestidos y canales no revestidos. Los primeros comprenden a los canales que se revisten con un material resistente a la acción erosiva del agua (concreto, mampostería, madera, plástico, etc.), o bien que se excavuen un material de iguales características (cimentación firme, roca sana, etc.). Los segundos comprenden a los canales excavados en un material que resiste a la acción erosiva mientras la velocidad o el esfuerzo tangencial de fricción ejercido por el agua sobre los granos no rebasen a una magnitud, prefijada de acuerdo con las características del material.

Lógicamente, esta diferenciación cambia el criterio de diseño. En el proyecto de un canal revestido se calculan las dimensiones óptimas de la sección que proporcionen máxima eficiencia hidráulica, mínimo costo o ambas. En cambio, en el diseño de un canal no revestido rigen los criterios de velocidad permisible o de esfuerzo tangen-

cial crítico los cuales dependen del tipo de material en que se excava la sección del canal y que determinan también la rugosidad, la velocidad mínima permisible para evitar el depósito (si el agua transporta sedimento), taludes de la sección, pendiente longitudinal, el borde libre y la sección óptima. En ambos casos, la tarea del proyectista será minimizar el costo del canal.

Se describirán a continuación los métodos de cálculo indicados, tanto para los canales revestidos como para los no revestidos.

2.10.2 Canales revestidos

El revestimiento de un canal tiene por objeto prevenir la erosión, evitar las infiltraciones y disminuir la rugosidad de las paredes. Si bien se puede ignorar el criterio de velocidad máxima permisible, el revestimiento se debe diseñar para evitar la tendencia del agua a deslocar los bloques del mismo y colocarlos fuera de posición.

El volumen de excavación y la superficie de revestimiento son los factores más importantes en el costo del canal. El primero depende del área de la sección y la segunda del perímetro mojado. La optimización de estos dos factores reducirá el costo al "mínimo".

La sección de máxima eficiencia hidráulica será la de mínimo perímetro mojado para una área dada ya que en ella se tendrá la mínima resistencia al escurrimiento, así como el mínimo costo de revestimiento (o en su defecto, la mínima superficie de infiltración), aunque no necesariamente la mínima excavación.

Para un gasto dado, la sección hidráulica "óptima" sería aquella para la cual el área es mínima; esto implica que la velocidad sea máxima. Según las fórmulas de Chezy y Manning, esto significaría que el radio hidráulico $R_h = A/P$ fuera el máximo. Para ello será necesario minimizar también el perímetro mojado.

La sección trapezoidal es la más usada en canales. Normalmente el talud

de la sección no se elige arbitrariamente ya que está supeditado al que pueda resistir el material de excavación y en la tabla 2.7 se dan algunas recomendaciones al respecto.

Tabla 2.7 Taludes recomendables en canales construidos en varias clases de material.

Material

Roca sana no estratificada	0 a 0.25
Roca estratificada ligeramente alterada	0.25 a 0.5
Rocas alteradas, tepetate duro	1
Grava angulosa	1
Arcilla densa o tierra con revestimiento de concreto	0.5 a 1.0
Suelo limo-arenoso con grava gruesa	1 a 1.5
Areniscas blandas	1.5 a 2
Limo arcilloso	0.75 a 1
Limo arenoso	1.5 a 2
Material poco estable, arena, tierras arenosas, etc.	2
Arcilla saturada	3

A vía de ejemplo se obtendrán aquí las propiedades geométricas de la sección trapezoidal "óptima", esto es, de área y perímetro mojado mínimos.

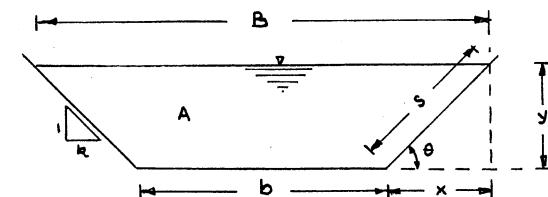


Fig 2.14. Sección Trapezoidal

Con la nomenclatura usada en la fig 2.14, se obtiene que:

$$x = y \cot \theta$$

$$s = \frac{y}{\operatorname{Sen} \theta} \quad (2.41)$$

Por tanto, el área hidráulica, perímetro mojado y radio hidráulico valen:

$$A = by + xy = by + y^2 \cot \theta \quad (2.42)$$

$$P = b + \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta} \quad (2.43)$$

$$R_h = \frac{by + y^2 \cot \theta}{b + \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta}} \quad (2.44)$$

De la ec (2.43), el ancho de plantilla es

$$b = P - \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta}$$

que substituída en la ec (2.42) resulta:

$$A = P y - \frac{2y^2}{\operatorname{Sen} \theta} + y^2 \cot \theta \quad (2.45)$$

Siendo A y θ constantes, para obtener el área y perímetro mojado mínimos será necesario que simultáneamente $dA/dy = 0$ y $dP/dy = 0$. Por tanto, al satisfacer estas condiciones, de la ec. (2.45) resulta:

$$P - \frac{4y}{\operatorname{Sen} \theta} + 2y \cot \theta = 0$$

O bien, substituyendo P de la ec (2.43) se obtiene que:

$$b - \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta} + 2y \cot \theta = 0$$

y al despejar a b resulta:

$$b = 2 \left(\frac{1 - \cos \theta}{\operatorname{Sen} \theta} \right) y \quad (2.46)$$

que es la condición de área y perímetro mojado mínimo. Substituyendo la ec (2.46) en la ec (2.42) se obtiene que

$$\frac{A}{y} = \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta} - y \cot \theta \quad (2.47)$$

Además, de la geometría de la fig 2.14 se puede escribir que

$$\frac{A}{y} = B - y \cot \theta \quad (2.48)$$

Comparando los términos de las ecs (2.47), (2.48) y (2.41) resulta finalmente que

$$B = \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta} = 2s \quad (2.49)$$

Es decir que la sección trapezoidal "óptima" cumple con la condición de que la mitad del ancho de la superficie libre sea igual a la longitud s del lado inclinado.

Un resultado idéntico al anterior se obtiene si se desea calcular las dimensiones de una sección de área dada con el mínimo perímetro mojado.

En el caso de que sea factible elegir el ángulo óptimo, de la ec (2.45) - se pueden establecer las condiciones $dA/d\theta = 0$ y $dP/d\theta$ (y constante) y demostrar que el ángulo óptimo es $\theta = 60^\circ$; esto es, que la sección trapezoidal óptima es la mitad de un exágono regular. Con $\theta = 90^\circ$ en la ec (2.49), se encuentra que $B = 2y$ por lo cual la sección rectangular óptima es la mitad de un cuadrado. Para la triangular es suficiente que el ancho de plantilla sea cero en la sección trapezoidal con $\theta = 60^\circ$ (semíexágono) y para la circular, la mitad de un círculo.

Volviendo a la sección trapezoidal, con las ecs (2.42), (2.43) y (2.44), la ecuación de Manning resulta:

$$\frac{Q_n}{s^{1/2}} = \frac{(by + y^2 \cot \theta)^{5/3}}{\left(b + \frac{2y}{\operatorname{Sen} \theta}\right)^{2/3}}$$

Substituyendo la (ec 2.46) en la anterior se obtiene que

$$\frac{Q_n}{s^{1/2}} = \frac{\left[2\left(\frac{1 - \cos \theta}{\operatorname{Sen} \theta}\right) + \cot \theta\right]^{5/3} y^{8/3}}{\left[2\left(\frac{1 - \cos \theta}{\operatorname{Sen} \theta}\right) + \frac{2}{\operatorname{Sen} \theta}\right]^{2/3}} = \frac{1}{2^{2/3}} \left(\frac{2 - \cos \theta}{\operatorname{Sen} \theta}\right)^{8/3}$$

y al despejar a y se tiene finalmente que:

$$y = 21/4 \left(\frac{\sin \theta}{2 - \cos \theta} \right)^{3/8} \left(\frac{Q_n}{S^{1/2}} \right)^{3/8} \quad (2.50)$$

La ec (2.50) permite calcular el tirante de la sección óptima en función del factor de transporte y del talud permisible en el canal. Obtenido el tirante, la ec — (2.46) proporcionará el ancho de plantilla.

La solución con base en la sección "óptima" es una simplificación del — problema. En la práctica, la economía en el diseño de un canal se complica debido a los siguientes factores:

- a) La resistencia al flujo no es la única consideración importante en el diseño.
- b) El área hidráulica es únicamente el área de paso del agua; el volumen total de excavación debe también incluir bordo libre, bermas, camino de inspección, cunetas, etc., por lo cual un valor mínimo de A no implica necesariamente la excavación total mínima y las dimensiones de la sección del canal pueden variar ampliamente sin que cambie mucho el valor requerido para A.
- c) El costo de la excavación no depende únicamente de la cantidad de material removido. Consideraciones tales como la facilidad de acceso y remoción pueden ser más importantes que el volumen de material excavado.
- d) Si el canal tiene que revestirse, el costo del revestimiento puede ser comparable con el de excavación.
- e) En canales cortos donde la pendiente no queda absolutamente fijada por la topografía local, la pendiente se puede considerar como una variable en los cálculos de economía. Un valor reducido de la pendiente puede requerir un área hidráulica mayor, — aunque menos excavación en cortes laterales.

Por estas razones, únicamente en un sentido muy restringido se puede —

dicir que las secciones hidráulicamente más eficiente representan la elección "óptima" de la sección.

En el diseño de canales revestidos es común utilizar secciones trapeciales que se apartan de la "óptima". El U.S. Bureau of Reclamation recomienda elegir el ancho de plantilla o el tirante de acuerdo con la capacidad del canal. La fig 2.15 muestra una relación de valores promedios, basados en diseños anteriores, según el gasto que va a conducir el canal. Si se elige el ancho de plantilla según la fig 2.15 ello implica que el tirante debe quedar supeditado al cálculo por medio de una fórmula de fricción. El proceso inverso también es válido.

Al elegir la sección transversal de un canal, se deberá verificar que la velocidad no sea inferior a un valor mínimo que evite la sedimentación del material que pudiera transportarse en suspensión. Si el agua es completamente limpia, se acepta que el valor de la velocidad mínima permisible sea entre 0.10 y 0.20 m/seg, con el fin de — evitar el crecimiento de plantas. Si el agua lleva material en suspensión, se acepta un — valor entre 0.60 y 0.90 m/seg.

Con el fin de prevenir las fluctuaciones del nivel de la superficie del — agua por efecto de ondas u otros factores que puedan ocasionar su desbordamiento, es necesario prever un bordo libre cuya magnitud depende de muchos factores. Generalmente oscila entre 5 y 30 por ciento del tirante del canal. En el caso de canales revestidos, se diferencia también entre bordo libre B.L y altura del revestimiento h_r por encima de la — superficie libre del agua. Ambos conceptos quedan explicados en la fig 2.16, donde, — además, se presentan los valores usuales de h_r y B.L recomendados por el U.S. Bureau of Reclamation para distintas capacidades del canal.

Problema 2.11 Un canal de fuerza de sección rectangular debe conducir un gasto ----

$Q = 3 \text{ m}^3/\text{seg}$ con una velocidad $V = 1.2 \text{ m/seg}$. Calcular las dimensiones de la sección

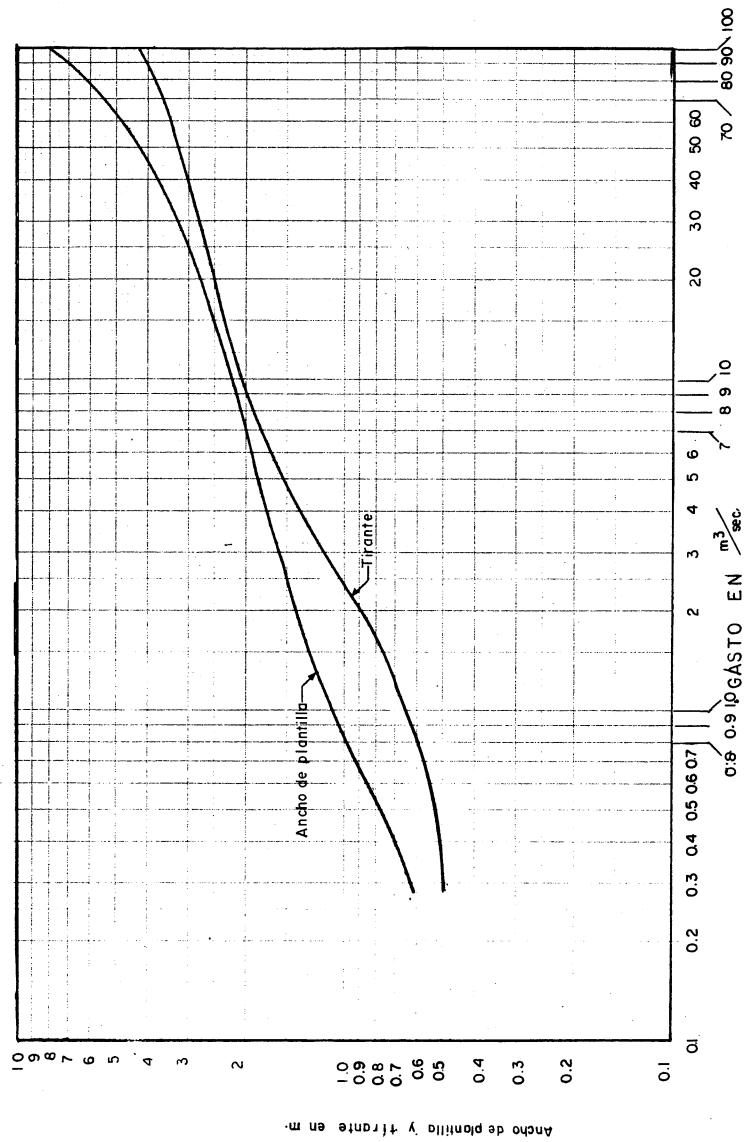


Fig. 2.15 Ancho de plantilla y tirante recomendados para canales revestidos (U.S. Bureau of Reclamation.)

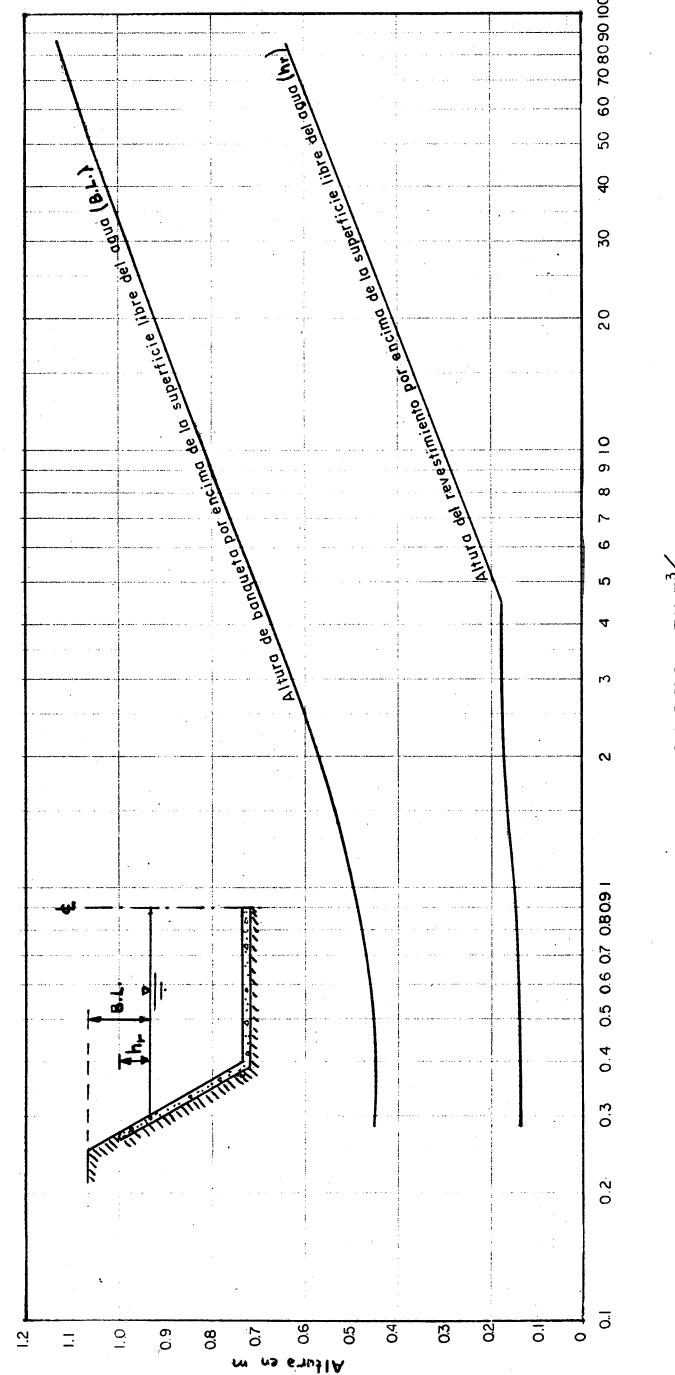


Fig. 2.16 Bordes y altura de banqueta recomendados para canales revestidos.

"óptima" y la pendiente necesaria si se reviste de concreto ($n = 0.017$).

Solución. La sección rectangular más eficiente es aquella que tiene un ancho de plantilla igual al doble del tirante. Sus elementos geométricos son

$$A = b y = 2 y^2$$

$$P = b + 2y = 4y$$

$$R_h = 0.5 y$$

el área necesaria debe ser

$$A = \frac{3}{1.2} = 2.5 \text{ m}^2$$

por lo tanto

$$2 y^2 = 2.5$$

$$y = 1.118 \text{ m}$$

$$b = 2 \times 1.118 = 2.236 \text{ m}$$

$$R_h = 0.559 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.679$$

y de la fórmula de Manning (con $n = 0.017$)

$$S = \left(\frac{V_n}{R_h^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{1.2 \times 0.017}{0.679} \right)^2$$

$$S = 0.0009$$

Problema 2.12 Un canal de fuerza revestido de concreto de sección trapecial, talud — $k = 1.5$, debe conducir un gasto $Q = 50 \text{ m}^3/\text{seg}$ con una pendiente $S = 0.00026$. a) Dimensionar la sección "óptima" y calcular la pendiente necesaria. b) Dimensionar la sección de acuerdo con el criterio del U.S.B.R.

Solución a. Siendo el talud permisible en el canal $k = 1.5$, las funciones dependientes del ángulo θ de inclinación del talud son:

$$\operatorname{Sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{3.25}} = 0.5547$$

$$\operatorname{Cos} \theta = \frac{1.5}{\sqrt{3.25}} = 0.83205$$

Por tanto, con $n = 0.017$, de la ec (2.50) resulta que:

$$y = 2^{1/4} \left(\frac{0.5547}{2 - 0.83205} \right)^{3/8} \left(\frac{50 \times 0.017}{\sqrt{0.00026}} \right)^{3/8} = 3.979 \text{ m}$$

De la ec (2.46) el ancho de plantilla será entonces:

$$b = 2 \left(\frac{1 - 0.83205}{0.5547} \right) 3.979 = 2.409 \text{ m}$$

esto es, un ancho de plantilla menor que el tirante.

El área hidráulica será entonces:

$$A = (2.409 + 1.5 \times 3.979) 3.979 = 33.3277 \text{ m}^2$$

y la velocidad media

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{50}{33.3277} = 1.5 \text{ m/seg}$$

Solución b. De la fig 2.15 el ancho de plantilla recomendable es $b = 4.20 \text{ m}$. Por tanto, el factor de conducción en términos adimensionales vale:

$$\frac{A R_h^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{Q_n}{b^{8/3} S^{1/2}} = \frac{50 \times 0.017}{4.20^{8/3} \sqrt{0.00026}} = 1.148$$

De la fig 2 la relación $y/b = 0.843$, por tanto el tirante sería

$$y = 0.843 \times 4.20 = 3.541 \text{ m}$$

Siendo el área hidráulica:

$$A = (4.20 + 1.5 \times 3.541) 3.541 = 33.6743 \text{ m}^2$$

y la velocidad media

$$V = \frac{50}{33.6743} = 1.485 \text{ m/seg}$$

Esto es, se obtienen valores prácticamente iguales a los "óptimos".

De la fig 2.16, el bordo libre y altura de revestimiento son

$$B_o L = 1.07 \text{ m}$$

$$h_r = 0.56 \text{ m}$$

Problema 2.13 Determinar el diámetro de un canal circular revestido de cemento ($n = 0.0125$) para que conduzca un gasto de $5 \text{ m}^3/\text{seg}$ con una pendiente $S = 0.00161$ de tal manera que se tenga la sección "óptima" ($y = D/2$)

Solución. $A = \frac{\pi}{8} D^2$

$$R_h = \frac{D}{4}$$

$$\sqrt{S} = \sqrt{0.00161} = 0.0401$$

De la fórmula de Manning

$$5 = \frac{1}{0.0125} \frac{\pi}{8} D^2 \frac{D^{2/3}}{4^{2/3}} \times 0.04$$

$$D^{8/3} = \frac{5 \times 0.0125 \times 8 \times 4^{2/3}}{3.14 \times 0.0401} = 9.995$$

$$D = 2.371 \text{ m}$$

y la velocidad es

$$V = \frac{8 \times 5}{3.14 \times (2.371)^2} = 2.265 \text{ m/seg}$$

Problema 2.14. Se desea diseñar la sección de un canal trapezoidal no revestido ($n = 0.03$) para un gasto $Q = 32 \text{ m}^3/\text{seg}$, pendiente longitudinal $S = 0.0004$. El talud del canal es $k = 0.5$, y el bordo libre será $a = 0.2 y$. El canal se va a excavar en la ladera de una montaña que tiene una inclinación $\alpha = 10^\circ$ efectuando cortes con $k_2 = 0.5$ como el mostrado en la fig 2.17 de manera de formar primero una plataforma y después excavar la sección del canal propiamente dicha. La berma existente entre la sección del canal y la montaña sirve para recoger las aguas de lluvia con una cuneta y también para evitar que cualquier

derrumbe que se produzca no caiga directamente al canal. La berma del lado opuesto permite formar la sección y ayuda a evitar las infiltraciones. Puede permitirse que por cualquiera de los lados pase un camino que se usa tanto para la construcción como para el mantenimiento del canal. Diseñar la sección del canal de manera que el volumen de excavación sea el mínimo, haciendo que $c = B + 2m$; esto es, $g + d = 2m$.

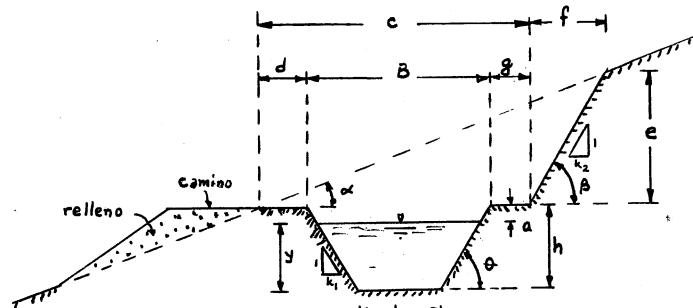


Fig 2.17 Corte transversal de la excavación en el canal del problema 2.14

Solución. Con objeto de hacer comparaciones, se diseñará primero la sección "óptima" sin considerar el resto de la excavación. Para $k_1 = 0.5$, se tiene que

$$\operatorname{Sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{1.25}} = 0.894427$$

$$\operatorname{Cos} \theta = \frac{0.5}{\sqrt{1.25}} = 0.447214$$

Por tanto, de la ec (2.50) resulta que

$$y = 2^{1/4} \left(\frac{0.894427}{2 - 0.447214} \right)^{3/8} \left(\frac{32 \times 0.03}{\sqrt{0.0004}} \right)^{3/8} = 4.129 \text{ m}$$

De la ec (2.46) el ancho de plantilla será entonces:

$$b = 2 \left(\frac{1 - 0.447214}{0.894427} \right) 4.129 = 5.104 \text{ m}$$

Siendo el área hidráulica:

$$A = (5.104 + 0.5 \times 4.129) 4.129 = 29.5987 \text{ m}^2$$

y la velocidad media:

$$V = \frac{32}{29.5987} = 1.081 \text{ m/seg}$$

El bordo libre y la profundidad total h de la sección son:

$$a = 0.2 \times 4.129 = 0.826 \text{ m}$$

$$h = 4.129 + 0.826 = 4.9548 \text{ m}$$

El área total de excavación del canal será entonces

$$A_c = (5.104 + 0.5 \times 4.9548) 4.9548 = 37.5643 \text{ m}^2$$

Se considerarán ahora las condiciones que incluyan el resto de la excavación.

ción.

De acuerdo con la nomenclatura usada en la fig 2.17 el área de excavación a la altura de la plataforma vale:

$$A_p = \frac{c e}{2} \quad (\text{a})$$

La tangente de los ángulos α y β se puede calcular como sigue:

$$\tan \alpha = \frac{e}{c + f} \quad (\text{b})$$

$$\tan \beta = \frac{e}{f} \quad (\text{c})$$

Eliminando e de las dos ecuaciones anteriores, resulta que:

$$f = \frac{c \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha} \quad (\text{d})$$

y al sustituir esta ecuación en la (c) resulta:

$$e = \frac{c \tan \alpha \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha} \quad (\text{e})$$

de las ecs (e) y (a) el área A_p vale:

$$A_p = \frac{\tan \alpha \tan \beta}{2(\tan \beta - \tan \alpha)} c^2 \quad (\text{f})$$

Si el talud $k_2 = 0.5$, $\tan \beta = 1/0.5 = 2$ y, además, $\tan \alpha = \tan 10^\circ$, resulta que:

$$A_p = 0.09669 C^2 \quad (\text{g})$$

Por otra parte, el factor de conducción del canal es:

$$K = \frac{Q n}{S^{1/2}} = \frac{32 \times 0.03}{0.02} = 48 \quad (\text{h})$$

Del valor de K se obtiene el tirante y_n y la profundidad total de excavación $h = y_n + a = 1.2 y_n$. El área de excavación del canal está dada por la ecuación

$$A_c = b h + 0.5 h^2$$

Siendo, además: $B = b + 2 k h = b + h$, entonces:

$$c = B + 5 \text{ m} = b + h + 2 \text{ m}$$

El área total de excavación es igual a: $A_t = A_c + A_p$. Para diferentes valores de b se calculará el tirante normal y_n necesario para transportar el gasto y además el área total de la excavación en cada caso. En la tabla que sigue se presenta un resumen de los cálculos.

b	y_n	h	A_c	c	A_p	A_t
3.40	5.046	6.0552	38.9204	11.4552	12.6875	51.6079
3.60	4.921	5.9052	38.6944	11.5052	12.7985	51.4929
3.80	4.801	5.7612	38.4883	11.5612	12.9234	51.4117
4.00	4.685	5.622	38.2914	11.622	13.0597	51.3511
4.20	4.575	5.490	38.1281	11.69	13.2130	51.3411
4.40	4.469	5.3628	37.9761	11.7628	13.3781	51.3542
4.60	4.367	5.2404	37.8367	11.8404	13.5552	51.3919
4.80	4.270	5.124	37.7229	11.924	13.7472	51.4701
5.00	4.177	5.0124	37.6241	12.0124	13.9518	51.5759

En la tabla se observa que el área total mínima de excavación se obtiene para $b = 4.20 \text{ m}$ con un tirante normal $y_n = 5.49 \text{ m}$ que es distinta que la sección considerada óptima.

2.10.3 Canales no revestidos

La fórmula de flujo uniforme utilizada en el diseño de canales revestidos es insuficiente en el caso de los no revestidos debido a que el diseño es esencialmente un problema de estabilidad de la sección. Si el canal transporta sedimentos o está excavado en material erosionable, es necesario que no ocurra depósito ni erosión, esto es, el canal debe estar en equilibrio con respecto al transporte de sedimentos, de manera que la cantidad total de los mismos que transporta sea a lo largo del canal, o bien, impedir dicho transporte.

Existen fundamentalmente dos tipos de problemas en el diseño de canales erosionables de acuerdo con las condiciones que deben cumplir y para su estabilidad.

- a) Canales transportando agua limpia o material fino en suspensión
- b) Canales transportando material sólido de arrastre sobre el fondo.

Aquí sólo se tratará del diseño de canales erosionables que presentan las características del primer tipo. Los del segundo tipo son objeto de estudio detallado en la hidráulica fluvial.

En el caso de canales transportando agua limpia o con material fino en suspensión las condiciones del canal exigen que no se deposite dicho material y que la capacidad erosiva del flujo sea tal que no erosione el lecho y paredes del canal.

Pueden mencionarse dos métodos que sirven de guía para el diseño de canales en estas condiciones:

- a) Método de la velocidad máxima permisible
 - b) Método de la "fuerza tractiva"
- a) Método de la velocidad máxima permisible. Consiste en limitar la velocidad media a un valor que no cause erosión en las paredes. El límite máximo de esta velocidad es incierto y variable; depende principalmente del tamaño, clase de material de —

las paredes y del tirante de flujo. Sin embargo, el método ha caído en desuso debido a que no toma en cuenta la distribución de velocidades, la cual depende principalmente — de la forma de la sección. Por esta razón, diferentes autores recomiendan el uso del método del esfuerzo tangencial crítico que proporciona resultados más apegados a la realidad. De cualquier manera, se presentan aquí los resultados de Lichtvan-Levediev (ref 16), de — los cuales las velocidades máximas permisibles para suelos no cohesivos y para un rango — amplio en el tamaño medio de material y de tirantes pueden obtenerse de la tabla 2.8 y — para materiales cohesivos de la fig 2.18. El diámetro d_{50} del material corresponde a — aquel para el cual el 50 por ciento del material (en peso) tiene un diámetro menor que éste.

Definida la velocidad máxima permisible, el área de la sección será

$$A = \frac{Q}{V_{\max}}$$

y el radio hidráulico queda determinado de la fórmula de Manning y así mismo el resto de la geometría de la sección. Si es el caso, la sección puede modificarse con el fin de — adaptarla a las necesidades del problema.

Problema 2.15 Determinar el tipo de material que resista la velocidad $V = 1.2 \text{ m/seg}$ — del canal en el problema 2.11, si se quisiera eliminar el revestimiento.

Solución. Para $y = 1.12 \text{ m}$ y material cohesivo, de la tabla se admitiría, por ejemplo, un suelo arcilloso de 1,66 a 2,04, ton/m³ de peso volumétrico seco. Para material no cohesivo, de la fig 2.18 este debería ser grava gruesa con $d_{50} = 15 \text{ mm}$.

b) Método de la "fuerza tractiva". Sirve principalmente para secciones trapeziales y permite conocer el grado de estabilidad de los taludes. Al aumentar la velocidad, un grano en posición estable sobre el talud puede perder ese equilibrio cuando todavía son estables los granos sobre la plantilla. El método consiste en encontrar el esfuerzo tangencial producido por el flujo, que no sobrepase el valor crítico para el material —

TABLA 2.8 VELOCIDADES MEDIAS PERMISIBLES (NO EROVISAS) PARA SUELOS COHESIVOS, en m/seg

Denominación de los suelos	Porcentaje del contenido de partículas	Tirantes medios, en m										Suelos muy compactos, el peso volumétrico del material seco hasta 1.66 - 2.04 ton/m ³	Suelos medianamente compactados, peso volumétrico del material seco, 1.20 a 1.86 ton/m ³	Suelos muy compactos, el peso volumétrico del material seco de 1.66 - 2.04 ton/m ³					
		<0.005	0.005-005	0.4	1.0	2.0	3.0	0.4	1.0	2.0	3.0								
Arcillas y tierras muy arcillosas	30-50	70-50	0.35	0.4	0.45	0.5	0.7	0.85	0.95	1.1	1.0	1.2	1.4	1.5	1.4	1.7	1.9	2.1	
Tierras ligeramente arcillosas	20-30	80-70																	
Suelos de aluvión y arcillas margosas	10-20	90-80	0.35	0.4	0.45	0.5	0.65	0.8	0.9	1.0	0.95	1.2	1.4	1.5	1.4	1.7	1.9	2.1	
Tierras arenosas	5-10	20-40						0.6	0.7	0.8	0.85	0.8	1.0	1.2	1.3	1.1	1.3	1.5	1.7

Según la fig. 2.18 de acuerdo con el tamaño de las fracciones arenosas

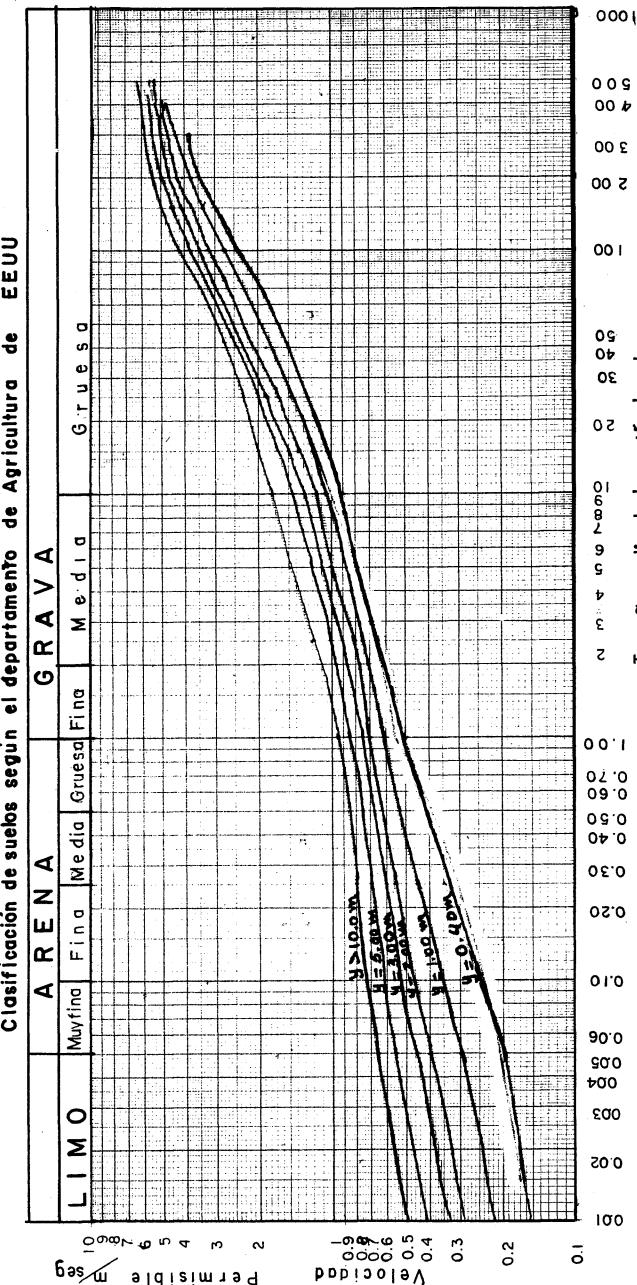


Fig 2.18. Velocidad permisible en materiales no cohesivos.

del fondo.

El valor medio del esfuerzo tangencial producido por el flujo está dado — por la ec (2.1.a), la cual para un canal ancho en que el radio hidráulico puede confundirse con el tirante, es

$$\tau_0 = \gamma y S \quad (2.51)$$

Con excepción de los canales muy anchos, se ha comprobado que dicho esfuerzo no se distribuye uniformemente sobre las paredes, sino como se indica en la fig 2.19 para una sección trapezoidal, $b = 4y$ (según U.S. Bureau of Reclamation).

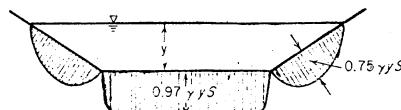


Fig 2.19 Distribución del esfuerzo cortante sobre las paredes de un canal trapezoidal.

Como resultado de estos estudios, en las figs 2.20 y 2.21 se muestran los valores máximos del esfuerzo tangencial de arrastre, tanto en los taludes como en la planilla de canales trapeziales en función del valor medio: $\tau_0 = \gamma y S$.

Por otra parte, sobre las partículas que descansan en los taludes de un canal trapezoidal actúan dos fuerzas: la fuerza tangencial de arrastre a τ_s y la componente del peso en la dirección de la pendiente máxima del talud $W_s \sin \theta$, las cuales hacen que la partícula tienda a moverse. Los símbolos usados son (fig 2.21):

a área efectiva de la partícula, en m^2

τ_s esfuerzo tangencial de arrastre en el talud el canal, en kg/m^2

W_s Peso de la partícula sumergida, en kg

θ ángulo del talud

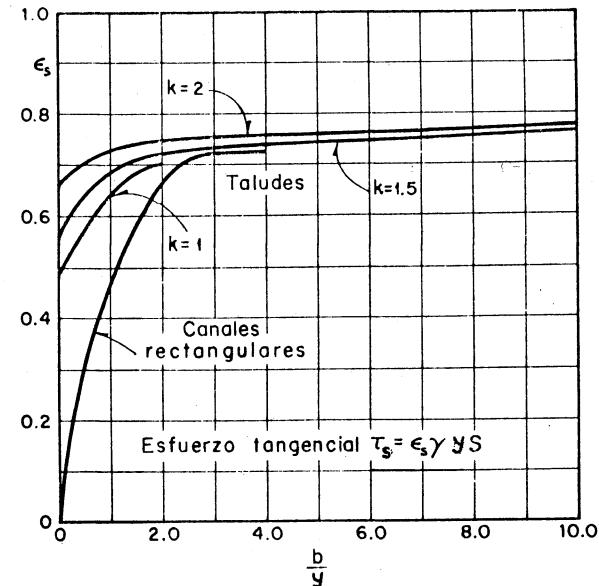


Fig 2.20a Esfuerzo tangencial que la corriente produce sobre los taludes

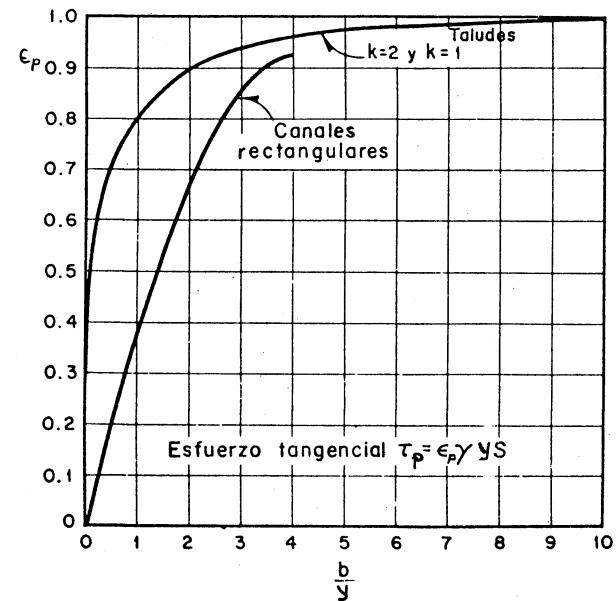


Fig 2.20b Esfuerzo tangencial que la corriente produce en el fondo

La resultante de estas fuerzas, por ser perpendiculares entre sí, es

$$\sqrt{W_s^2 \operatorname{Sen}^2 \theta + a^2 \zeta_s^2}$$

La partícula en estas condiciones está equilibrada por la fuerza de fricción ejercida sobre ella, que es igual al producto de la componente normal al talud correspondiente al peso de la partícula ($W_s \cos \theta$) multiplicada por el coeficiente de fricción interna: $\tan \varphi$ (φ = ángulo de reposo del material). En el caso límite, cuando la partícula está a punto de rodar, se establece el siguiente equilibrio:

$$W_s \cos \theta \tan \varphi = \sqrt{W_s^2 \operatorname{Sen}^2 \theta + a^2 \zeta_s^2}$$

Despejando a ζ_s resulta que:

$$\zeta_s = \frac{W_s}{a} \cos \theta \tan \varphi \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tan}^2 \theta}{\operatorname{tan}^2 \varphi}}$$

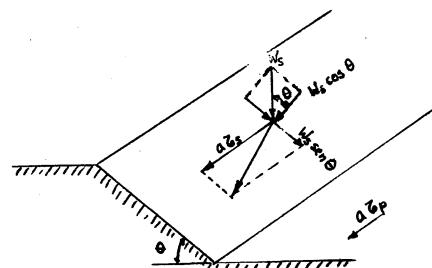


Fig 2.21. Fuerzas actuando sobre una partícula colocada sobre el talud de un canal trapezoidal

En el caso de partículas descansando en la plantilla del canal; $\theta = 0$, la ecuación anterior es:

$$\zeta_p = \frac{W_s}{a} \tan \varphi$$

Llamando K a la relación entre el esfuerzo tangencial crítico en los talud

des ζ_s y el esfuerzo tangencial de arrastre en la plantilla ζ_p , se tiene:

$$K = \frac{\zeta_s}{\zeta_p} = \cos \theta \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tan}^2 \theta}{\operatorname{tan}^2 \varphi}} \quad (2.52 \text{ a})$$

Debido a que:

$$K^2 = \cos^2 \theta - \frac{\operatorname{Sen}^2 \theta}{\operatorname{tan}^2 \varphi} = 1 - \operatorname{Sen}^2 \theta \left(1 + \frac{1}{\operatorname{tan}^2 \varphi}\right) = 1 - \operatorname{sen}^2 \theta \left(\frac{\operatorname{tan}^2 \varphi + 1}{\operatorname{tan}^2 \varphi}\right)$$

también se escribe como sigue:

$$K = \sqrt{1 - \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 \varphi}} \quad (2.52 \text{ b})$$

La ec (2.52) depende sólo del ángulo del talud θ y el ángulo φ de reposo del material. Para materiales cohesivos y materiales no cohesivos finos, la fuerza de cohesión es muy grande en comparación con la fuerza de gravedad y ésta puede ser ignorada. — Para materiales no cohesivos el U.S.B.R., ha preparado las curvas de diseño mostradas en la fig 2.22 que muestra los diferentes valores del ángulo de reposo para materiales no cohesivos mayores de 5 mm de diámetro y para varios grados de redondez. El diámetro considerado d75 es el de una partícula para la cual el 25 por ciento en peso del material tiene un diámetro mayor de éste.

El U.S.B.R. ha estudiado los esfuerzos permisibles en las plantillas de los canales, basándose en el tamaño de la partícula para materiales no cohesivos y en la compacidad y relación de vacíos para algunos materiales cohesivos. Los resultados de estos estudios pueden resumirse en las siguientes recomendaciones:

- a) Para suelos cohesivos los esfuerzos tangenciales críticos recomendados se presentan en la fig 2.23.
- b) Para material grueso no cohesivo el U.S.B.R., recomienda un valor — del esfuerzo permisible en kg/m² igual al diámetro (d75) en mm dividido entre 13.

diente. Se puede entonces seguir un procedimiento de tanteos resumidos en los siguientes pasos:

1. De acuerdo con las características del material, de la fig 2.22 se determina el ángulo ϕ de reposo del mismo y se elige el talud de manera que $\theta \leq \phi$.
2. De la ec (2.52) se calcula el valor de $K = \zeta_s / \zeta_p$.
3. De la fig 2.23 ó 2.24 se determina el esfuerzo tangencial ζ_p permisible sobre la plantilla, de acuerdo con las características del material.
4. Se calcula el valor del esfuerzo tangencial ζ_s máximo permisible en los taludes a partir de la ecuación: $\zeta_s = K \zeta_p$.
5. Puesto que se conoce γ y S , el esfuerzo cortante producido por el flujo, tanto sobre los taludes como en la plantilla quedará determinado por ecuaciones del tipo: $\sigma = \gamma S \epsilon$ y, donde ϵ será función de b/y y k .
6. Se supone una relación b/y y de las figs 2.20a y b se obtiene ϵ quedando las ecuaciones del paso 5 en función únicamente de y .
7. Se igualan ζ_s y ζ_p del paso 6 con los permisibles de los pasos 3 y 4, de donde se despejan los valores de y , se escoge el menor.
8. De la relación y/b supuesta en el paso 6 se despeja y .
9. Con la geometría obtenida se revisa la sección con ayuda de la fórmula de Manning, de tal manera que sea factible la conducción del gasto de diseño.
10. Si el gasto calculado no es el deseado, se escoge un nuevo valor b/y , y se repite el procedimiento a partir del paso 6 hasta satisfacer esta condición.
11. Se proporciona el bordo libre necesario y se ajustan las dimensiones a va

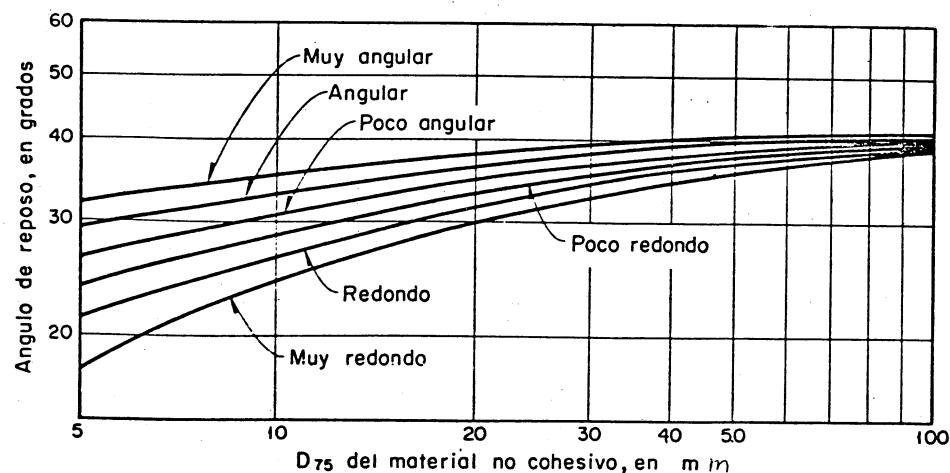


Fig 2.22 Ángulo de reposo de un suelo no cohesivo en función del diámetro de sus partículas

res prácticos.

Problema 2.16 Diseñar la sección de un canal trapezoidal sin revestimiento que conduza un gasto $Q = 60 \text{ m}^3/\text{seg}$ sin que erosione la sección. El canal será excavado en material aluvial grueso poco angular, de tal manera que el 25 por ciento tiene un diámetro mayor de 40 mm. La pendiente de la plantilla es $S = 0.001$.

Solución. 1) De la fig 2.22, $\phi = 37^\circ$, siendo $\cot \phi = 1.327$. Por tanto cualquier valor de θ que sea menor que ϕ sería adecuado. Por ejemplo, para un talud $k = 1.75$ — $\cot \theta = 1.75$, $\cos \theta = 0.8682$.

2) De la ec (2.52) resulta que:

$$k = \frac{\zeta_s}{\zeta_p} = 0.8682 \sqrt{1 - \left(\frac{1.327}{1.75}\right)^2} = 0.566$$

3) El esfuerzo tangencial máximo que resiste un grano de 40 mm sobre la plantilla se obtiene de la ecuación

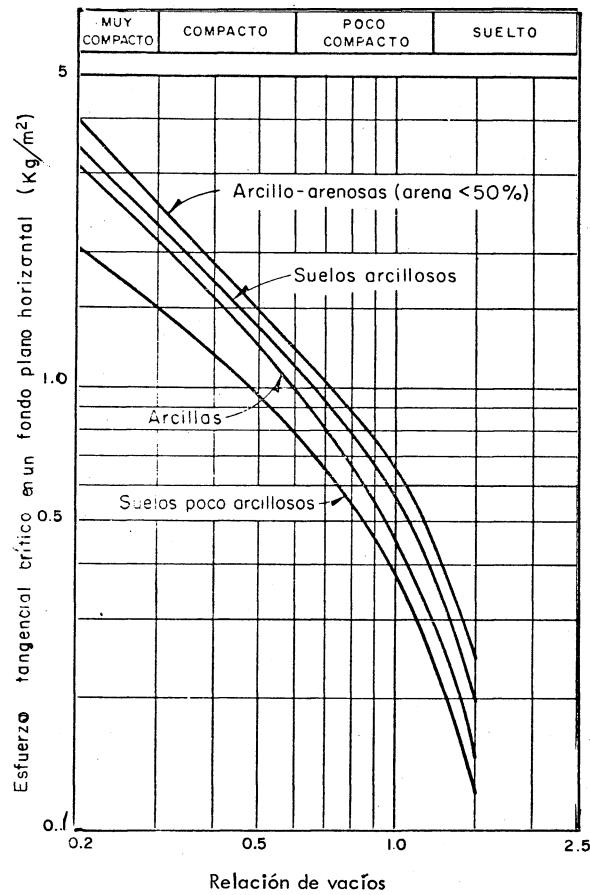


Fig. 2.23 Esfuerzo tangencial crítico necesario para erosionar un suelo cohesivo

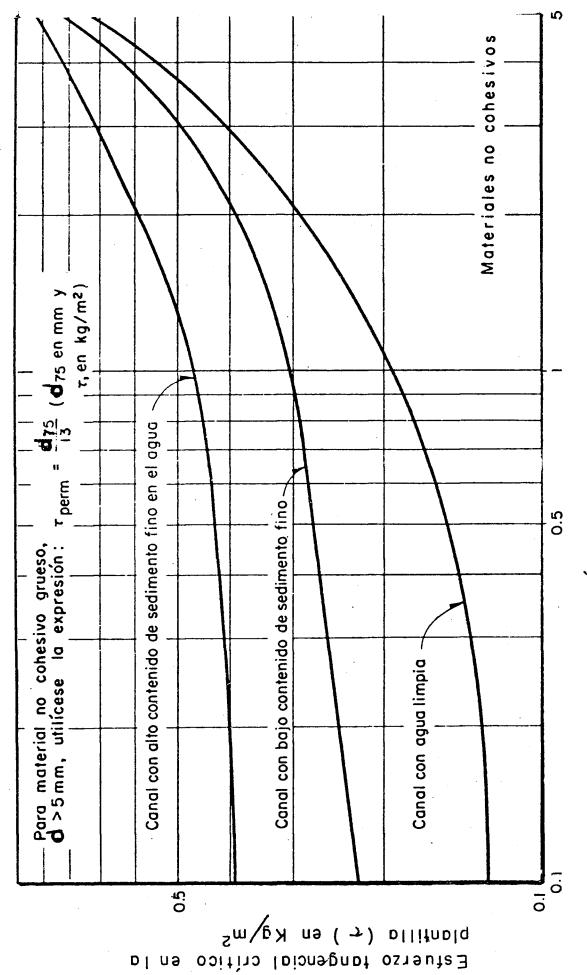


Fig. 2.24 Esfuerzo tangencial crítico necesario para mover las partículas de un suelo no cohesivo, que se encuentran en un fondo plano

$$\zeta_p = \frac{d75}{13} = \frac{40}{13} = 3.077 \text{ kg/m}^2$$

4) El esfuerzo tangencial permisible que ese mismo material resiste sobre el talud es:

$$\zeta_s = K \zeta_p = 0.566 \times 3.077 = 1.742 \text{ kg/m}^2$$

5) El esfuerzo tangencial que el flujo produce sobre el talud o plantilla es:

$$\zeta_s = \gamma s \epsilon_s y = 1000 \times 0.001 \epsilon_s y = \epsilon_s y$$

$$\zeta_p = \gamma s \epsilon_p y = 1000 \times 0.001 \epsilon_p y = \epsilon_p y$$

donde ϵ_s se obtiene de la fig 2.20 a y ϵ_p de la 2.20 b, de acuerdo con b/y y k .

Igualando ζ_p y ζ_s permisibles (de los pasos 3 y 4) con los anteriores, resulta que:

$$y_s = \frac{1.742}{\epsilon_s} \quad (a)$$

$$y_p = \frac{3.077}{\epsilon_p} \quad (b)$$

A continuación se presenta una tabla que resume los tanteos para determinar las dimensiones de la sección según los pasos 6 a 11. El factor de fricción se obtiene de la ecuación de Williamson (2.24) como sigue:

$$n = 0.01195(40)^{1/6} = 0.022$$

y de la ecuación de Manning

$$Q = \frac{A R_h^{2/3} S^{1/2}}{n} = \frac{(0.001)^{1/2}}{0.022} A R_h^{2/3} = 1.4374 A R_h^{2/3}$$

b/y	ϵ_s	ϵ_p	y_s	y_p	y	b	A	P	R_h	$R_h^{2/3}$	Q
1.5	0.72	0.86	2.419	3.578	2.419	3.629	19.0176	13.3803	1.421	1.264	34.56 $\angle 60$
2.0	0.73	0.9	2.386	3.419	2.386	4.772	21.3487	14.39	1.433	1.271	39.00 $\angle 60$
4.0	0.75	0.96	2.323	3.205	2.323	9.292	31.0289	18.656	1.663	1.404	62.61 $\angle 60$
3.8	0.75	0.96	2.323	3.205	2.323	8.827	29.9496	18.191	1.646	1.394	60.02 ≈ 60

Aceptando un bordo libre de 0.3 y = 0.70 m, las dimensiones definitivas de la sección se muestran en la fig 2.25.

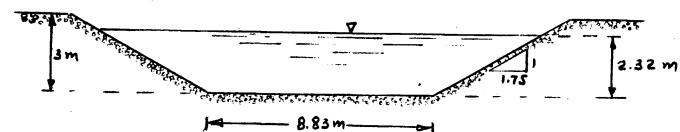


Fig 2.25. Dimensiones definitivas de la sección del canal en el problema 2.16.

cientemente gradual y lisa como para despreciar la pérdida de energía; en ella no existe cambio en el ancho de la plantilla, sino únicamente en su nivel. Conocidas las condiciones en la sección 1 determinar las de la sección 2.

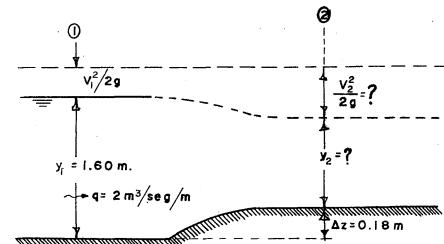


Fig 3.1. Transición en el canal del problema 3.1

CAPITULO 3. ENERGIA ESPECIFICA Y REGIMEN CRITICO

3.1 Introducción

La ecuación de la energía permite resolver con relativa sencillez aquellos problemas de flujo a superficie libre en que se conoce el tirante de las dos secciones extremas del tramo en que se aplica. Este problema es, en esencia, similar al del cálculo del gasto en un tubo a partir de las presiones aguas arriba y en el estrangulamiento de un venturimetro.

Cuando se tiene un cambio de área en un tubo a presión, la ecuación de continuidad permite determinar el cambio en la velocidad y carga de velocidad y de ella el cambio de presión; sin embargo, el mismo problema en un canal se torna más complicado; cuando se desconoce el tirante en alguna de las secciones y tiene que ser calculado a partir de los cambios en la sección transversal, ello conduce a dificultades especiales de mucho interés debido a que el tirante juega un doble papel al influir en las ecuaciones de energía y continuidad simultáneamente. Para mejor aclaración de lo expuesto, se presenta el siguiente problema.

Problema 3.1. La restricción en el canal rectangular mostrado en la fig 3.1 es suficiente

Solución. Siendo el gasto por unidad de ancho $q = 2 \text{ m}^3/\text{seg}/\text{m}$ y $y_1 = 1.60 \text{ m}$, la velocidad y la carga de velocidad serán:

$$V_1 = \frac{q}{y_1} = \frac{2}{1.6} = 1.25 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{(1.25)^2}{19.6} = 0.08 \text{ m}$$

De la ecuación de energía entre las secciones 1 y 2 resulta:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - \Delta z = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

o bien, sustituyendo los valores numéricos, se tiene:

$$y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 1.50 \text{ m}$$

Además, con $V_2 = q/y_2 = 2/y_2$, la ecuación anterior es

$$y_2 + \frac{\frac{4}{2g}}{y_2^2} = 1.5$$

Al hacer operaciones y ordenar los términos, resulta:

$$y_2^3 - 1.5 y_2^2 + 0.204 = 0$$

Del análisis de esta ecuación se deduce que existen tres valores de y_2 , dos de ellos positivos y uno negativo que la satisfacen. Dichos valores son: 1,395m, —0,439m y -0,334m. Desde el punto de vista matemático, cualquiera de los tres resuelve el problema; sin embargo, físicamente debe existir un solo tirante en la sección 2 — que satisfaga las condiciones de la sección aguas arriba. Surge entonces el problema de elegir el tirante correcto de los tres que existen; esto es, la necesidad de un estudio especial de la ecuación de energía que proporcione la solución adecuada y que es el propósito principal de este capítulo.

3.2 Energía Específica

La energía específica en la sección de un canal se define como la energía por kilogramo de agua que fluye a través de la sección, medida con respecto al fondo del canal. Por lo tanto, de la ec 1.13 a, la energía específica vale:

$$E = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (3.1)$$

esto es, equivale a la suma de tirante y carga de velocidad, aceptando que el incremento de presión con la profundidad sigue la ley hidrostática. En el caso de θ pequeño, — $\cos \theta \approx 1$ y para un canal de cualquier forma y área hidráulica A, con $V = Q/A$ la energía específica vale:

$$E = y + \alpha \frac{V^2}{2g} = y + \alpha \frac{Q^2}{2g A^2} \quad (3.2)$$

Suponiendo que Q es constante y A es función del tirante, la energía específica es función únicamente del tirante. En la fig 3.2 se presenta gráficamente la ec 3.2, a través de una curva que tiene dos ramas. En el caso de θ pequeño, y $\alpha = 1$, la rama AC se aproxima asintóticamente al eje horizontal y la rama BC a la línea OD que pasa por el origen y tiene una inclinación de 45° . Si θ es grande se satisfacen —

las mismas condiciones anteriores con la única diferencia que la línea OD no tiene la inclinación de 45° . En cualquier punto P sobre la curva, la abscisa representa la energía específica en la sección y que corresponde al tirante y representado por la abscisa del punto P. Existe una tercera rama de la curva (indicada con línea de puntos) que representa las soluciones negativas sin interés práctico.

La curva muestra que para una determinada energía específica existen dos valores del tirante: y_1 , y_2 , que reciben el nombre de tirantes alternados: el alternado menor y_1 y el mayor y_2 . En el punto C la energía específica es la mínima con la cual puede pasar el gasto Q a través de la sección y para la cual existe un solo valor del tirante, y_c , que recibe el nombre de tirante crítico y al cual corresponde una velocidad llamada crítica. El estado del flujo que se desarrolla con el tirante crítico recibe el nombre de estado o régimen crítico.

Cuando el tirante es mayor que el crítico, la velocidad es menor que la crítica para el gasto dado; y en estas condiciones, el flujo se encuentra en estado o régimen subcrítico. Cuando el tirante es menor que el crítico, la velocidad es mayor que la crítica y el flujo se encuentra en estado o régimen supercrítico. En cada régimen, el tirante y la velocidad adquieren el nombre que corresponda (subcríticos o supercríticos).

Si el gasto cambia a otro valor y se mantiene de todos modos constante, — la curva de energía específica cambia a las posiciones A' B' y A'' B'', según que el gasto sea menor o mayor, respectivamente, que el gasto usado para la construcción de la curva AB.

También se observa que al elegir una energía específica E_0 constante, — el punto C'' indica la última curva E-y que quedaría intersectada por la vertical de abscisa E_0 . Puesto que el gasto Q correspondiente a cada curva E-y crece a medida que estas se desplazan a la derecha, el punto C'' señalará la curva E-y de gasto Q_{\max} que

fluiría con la energía específica E_0 .

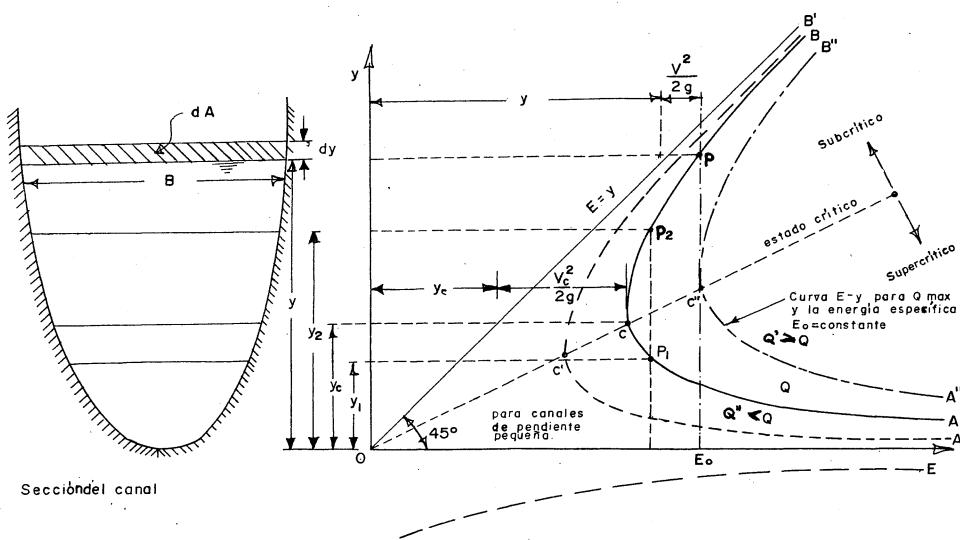


Fig. 3.2 Curvas de energía específica

Con la curva de energía específica para el canal del problema 3.1 es posible aclarar los conceptos antes indicados. La fig. 3.3a muestra nuevamente la constricción y la 3.3b la curva de energía específica correspondiente. Suponiendo que el flujo aguas arriba del escalón (sección 1) tiene una energía específica E_1 mayor que la mínima, las condiciones del flujo quedan representadas por el punto A sobre la rama superior de la curva $E-y$ de la fig. 3.3b, calculada para el gasto unitario q constante. Debido a que no existe cambio en el ancho del canal, q no varía y el punto que representa las condiciones del flujo en la sección 2 debe quedar sobre la misma curva en que se encuentra A. Siendo la energía específica en la sección 2: $E_2 = E_1 - \Delta z$, las soluciones posibles quedarán representadas por los puntos de intersección de la línea $E = E_2$ con la curva $E-y$. Los puntos B y B' proporcionan dos soluciones físicamente posibles que también-

se aplicarían al caso en que el flujo en la sección 1 quedara representado por el punto A' el cual tiene la misma energía específica que el A. Queda por resolver el problema de elegir la solución correcta de las dos reales posibles teniendo como guía valiosa la forma de la curva $E-y$.

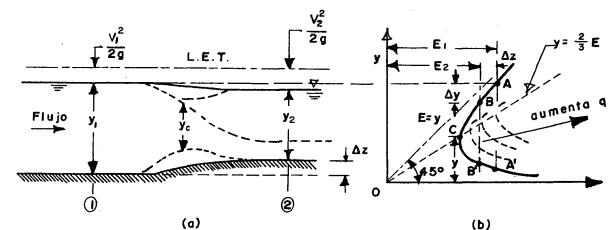


Fig. 3.3. Uso de la curva de energía específica en la transición del problema 3.1

Para encontrar la solución correcta, es necesario elegir el camino adecuado para pasar de A a alguno de los puntos B o B'. Si se pasara de A a B a lo largo de la curva $E-y$ y después de B a B' sobre la vertical, esto implicaría que el gasto q iría cambiando a lo largo de la transición y, como consecuencia, el ancho del canal en forma simultánea. Este cambio en el ancho tomaría la forma de una contracción seguida por una expansión como se muestra en las figs 3.4a y b, donde se ha eliminado el escalón para mayor claridad.

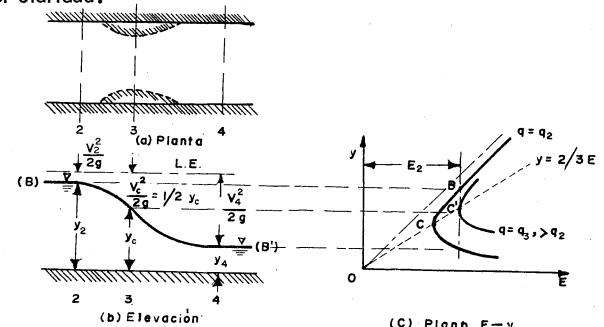


Fig. 3.4 Cambio de un régimen a otro al cambiar el ancho del canal.

Debido a que el ancho permanece constante, el único camino posible de B a B' sería sobre la curva E - y de la fig 3.3b; sin embargo siguiendo dicho camino, — la energía específica tendría que disminuir por debajo de E_2 y después aumentar hasta — este valor. Esto podría acontecer si el nivel de la plantilla se elevara temporalmente, por encima del nivel del escalón, lo suficiente para llegar hasta C, formar el tirante crítico, y después regresar al nivel del escalón como se muestra en la fig 3.3a.

Se concluye que si el ancho del canal no varía y la plantilla no se eleva por arriba del nivel del escalón, el punto B' es inaccesible si el flujo aguas arriba está representado por el punto A. Por un razonamiento análogo se concluye que el punto B es inaccesible si el flujo aguas arriba está representado por el punto A'. El salto de la rama superior a la inferior o viceversa es posible únicamente en el caso de que exista una reducción local, tanto en el ancho como en el nivel de plantilla, dentro de la zona del escalón.

Se observa que para ir de A a B el tirante disminuye, por tanto, la velocidad y carga de velocidad deben aumentar. Debido a que la línea de energía permanece al mismo nivel, la superficie del agua debe descender sobre el escalón (fig 3.3a). — Esta es una conclusión sorprendente toda vez que sería de esperarse una elevación del nivel del agua por la presencia del escalón. Por el contrario, el movimiento de A' a B' — se acompaña de un incremento en el tirante y un ascenso de la superficie libre.

En el caso específico del problema 3.1 es evidente que el régimen en la sección 1 es subcrítico con energía específica de valor:

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1.60 + 0.08 = 1.68 \text{ m}$$

En efecto, para esta energía específica otro valor del tirante que la satisface (para el mismo gasto unitario $q = 2 \text{ m}^3/\text{seg/m}$) vale $y_1 = 0.398 \text{ m}$; esto significa que el punto A de la fig 3.3b representa las condiciones para $y_1 = 1.60 \text{ m}$ y el punto A' las —

condiciones para $y_1 = 0.398 \text{ m}$ siendo el primer punto la condición real del flujo en la — sección 1. El punto B corresponderá entonces a las condiciones de la sección 2.

En el caso de que y_1 fuese 0.398 m , el punto A' representaría las condiciones del flujo en la sección 1 y el B' las de la sección 2.

De acuerdo con los planteamientos que hemos hecho, si Δz es suficientemente grande para hacer que E_2 sea menor que la energía específica mínima (representada por el punto c), no existe solución posible, esto es, los tres valores prescritos de q , E , y Δz no pueden existir simultáneamente en el canal. En esto no hay novedad alguna; — en efecto, al observar la curva de energía específica se concluye que si Δz es muy grande, el gasto q no podrá pasar con la energía específica disponible. Para lograrlo se formará una onda que se trasladará hacia aguas arriba estableciendo un nuevo estado permanente forzando a que q disminuya o que E_1 aumente.

La altura máxima posible en el escalón que evita modificaciones del flujo hacia aguas arriba, es igual a la diferencia entre la energía específica aguas arriba y — la mínima posible (correspondiente al estado crítico). Es importante notar que cuando la altura del escalón corresponde a la crítica y es de corta longitud como en la fig 3.5, el régimen aguas abajo puede ser supercrítico o subcrítico, dependiendo de las condiciones ahí impuestas. De la fig 3.3 se observa que si el punto que representa al flujo se mueve de A a C, después queda libre de volver a la rama de régimen subcrítico de la curva o — de continuar hacia la de supercrítico, según sean las condiciones de aguas abajo. Si hay algún control del lado aguas abajo, la tendencia será hacia el régimen subcrítico; de lo contrario, hacia el supercrítico. La convergencia del flujo hacia el escalón produce un efecto similar después del mismo, tal como se observa en la fig 3.5. Al observar que el mismo principio opera cuando el régimen de aguas arriba es supercrítico, se concluye que cualquiera de los regímenes de flujo del lado aguas arriba puede pasar a cualquiera de los del lado aguas abajo.

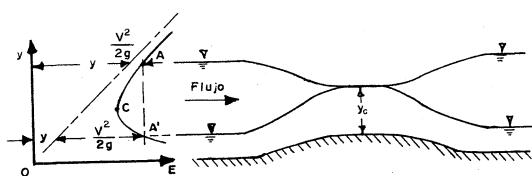


Fig 3.5. Efecto de un escalón corto ascendente y de altura "crítica"

Consideraciones semejantes se aplican en el caso de una reducción en el ancho donde la condición crítica se traza sobre el plano E - y, como se muestra en la fig 3.6; una línea vertical dibujada desde el punto A de aguas arriba, toca en la cresta C' a una curva interior de gasto q superior. El valor de q de esta curva proporciona el ancho-mínimo de la contracción. Nuevamente el flujo aguas abajo puede ser supercrítico o subcrítico.

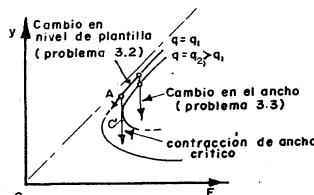


Fig 3.6. Cambios en el ancho y nivel de plantilla trazados sobre la curva E - y.

El problema antes presentado desde luego se puede generalizar también a canales no rectangulares y es de gran interés práctico. A menudo acontece que una contracción local debe introducirse en un canal, por ejemplo para reducir el costo de un puente cuando pasa debajo de un camino o bien para pasar de un canal trapecial a una cantarilla de sección circular debajo de un camino. Resulta entonces esencial conocer cuál debe ser la magnitud tolerable de la contracción para que no haya influencia en las condiciones de aguas arriba. El problema consiste en encontrar la sección más pequeña que sea capaz de sostener el mismo gasto para una energía específica dada. Dicha sección

a aquella que opere en estado crítico.

Una contracción que influya severamente en el flujo de aguas arriba se convierte en un tipo especial de control y se conoce como "estrangulamiento" y el verbo "estrangular" describe la acción de la contracción.

3.3 Régimen Crítico

3.3.1 Condición de estado crítico (Gasto constante)

En las discusiones del subcapítulo anterior se ha demostrado que hay dos posibles tirantes de flujo para cada combinación de valores de la energía específica y del gasto y que la transición de un tirante a otro puede ocurrir únicamente bajo ciertas condiciones especiales. Estos dos tirantes (representados por las dos ramas de la curva E-y, separados por la cresta C) son característicos de dos tipos diferentes de flujo. Un camino lógico para explorar la diferencia entre ellos sería el discutir primero el flujo representado por el punto C que se encuentra en la condición crítica entre los dos regímenes alternativos. La palabra "crítico" se usa para describir este estado de flujo y puede definirse como aquel para el cual la energía específica es la mínima con que puede fluir un gasto Q dado a través de la sección de un canal de forma especificada.

Las propiedades analíticas del régimen crítico se pueden derivar atendiendo a la definición antes dada. Para un gasto constante y suponiendo que α es también constante, la derivada con respecto a y de la ec(3.2) es :

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \alpha \frac{Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dy}$$

El elemento de área dA cerca de la superficie libre (fig 3.2) es igual a B dy; por lo tanto, con $B = dA/dy$, la ecuación anterior es:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \alpha \frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 - \alpha \frac{V^2}{g A/B} \quad (3.3 a)$$

Haciendo $A/B = Y$ (tirante hidráulico de la sección, que en el caso de la rectangular, coincide con el verdadero tirante), la ecuación anterior se transforma a:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - F_r^2 \quad (3.3b)$$

donde $F_r = V/\sqrt{gY/\alpha}$ representa el número de Froude de la sección del canal, — calculado considerando el tirante hidráulico como longitud característica. Puesto que el estado crítico se produce para la energía específica mínima, por el criterio de la primera derivada ($dE/dy = 0$), de la ec (3.3b) se obtiene:

$$F_{rc} = \frac{V_c}{\sqrt{gY_c/\alpha}} = \frac{Q}{A_c \sqrt{gY_c/\alpha}} = 1 \quad (3.4a)$$

o bien

$$\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A_c^3}{B_c} \quad (3.4b)$$

Las ecs (3.4a ó b) imponen las condiciones del estado crítico en un canal de forma cualquiera y permiten calcular el tirante crítico. La primera ecuación indica que el número de Froude para el estado crítico vale 1. La segunda presenta una clara relación entre las condiciones de gasto en la sección contra elementos geométricos de la misma, éstos dependientes únicamente del tirante. Aquí conviene aclarar que si el canal es gran pendiente, para calcular A_c y B_c en la ec (3.4b) es suficiente utilizar d_c cos θ en lugar de y_c (d_c es el tirante crítico normal a la plantilla).

3.3.2 Condición para gasto máximo (E_0 constante)

Consideremos ahora el problema que se plantearía al suponer una energía específica E_0 constante en la fig 3.2 y de encontrar cuál sería la magnitud $Q_{máx}$ — del gasto que podría fluir a través de la sección con dicha energía. Dicha situación quedaría representada por el punto C'' que es el punto de intersección entre la vertical — de abscisa E_0 y la curva $E-y$ correspondiente al gasto $Q_{máx}$.

La ec (3.2) se puede también escribir en la forma siguiente:

$$Q = \sqrt{2g/\alpha} A (E_0 - y)^{1/2} \quad (3.2)$$

En esta ecuación se observa que para $y = 0$, $Q = 0$ y para $y = E_0$, — $Q = 0$ y entre estos dos valores existe un máximo para Q . La gráfica $Q - y$ mostrada en la fig 3.7 representa el lugar geométrico de la ec 3.2. Se observa que existen dos valores de y para cada valor de Q , excepto en el máximo. El criterio para el gasto máximo se — puede obtener nuevamente por derivación, como antes:

$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{2g/\alpha} \left[A \frac{(E_0 - y)^{-1/2}}{2} (-1) + \frac{dA}{dy} (E_0 - y)^{1/2} \right] = 0$$

y recordando que $dA/dy = B$, se obtiene que:

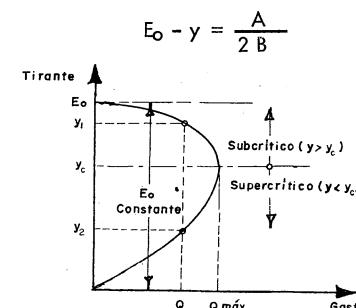


Fig 3.7. Relación Gasto-tirante para energía específica constante.

Por otra parte, de la ec (3.2): $E_0 - y = \sqrt{2g/\alpha} Q^2 / 2gA^2$, y, por lo tanto, de la ecuación anterior resulta:

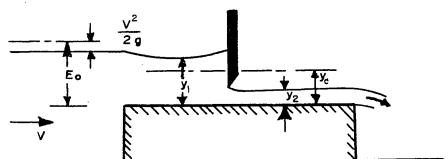
$$\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A^3}{B}$$

la cual es idéntica a la ec (3.4b) y significa que para una energía específica constante — el gasto máximo ocurre para el estado crítico, o sea

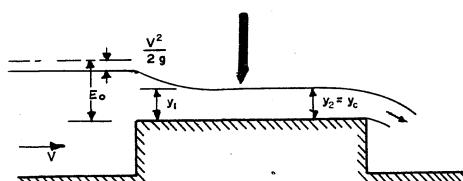
$$\frac{Q^2_{máx}}{g/\alpha} = \frac{A_c^3}{B_c} \quad (3.5)$$

Se ha establecido así otra propiedad importante del estado crítico, no sólo proporciona la energía específica mínima para un gasto unitario dado, sino también el gasto máximo para una energía específica dada. Para este último caso, la energía específica E_0 , es la mínima con la cual puede pasar el gasto máximo a través de la sección.

El concepto de energía específica constante se puede ilustrar con el comportamiento del flujo en la vecindad de una compuerta deslizante situada cerca del punto medio de una porción sobreelevada de la plantilla del canal (fig 3.8a y b). La energía específica E_0 (referida al nivel de la porción sobreelevada) se considera constante.



a) Compuerta parcialmente levantada



b) Compuerta totalmente levantada

Fig 3.8 Compuerta deslizante actuando como control sobre una zona de plantilla sobrelevada

Cuando la compuerta se encuentra cerrada, el tirante y_1 aguas arriba es igual a E_0 , mientras el de aguas abajo y_2 es cero. Si la compuerta se levanta parcialmente una cantidad menor que y_c , el perfil de la superficie adopta la condición — $y_1 > y_c$ y $y_2 < y_c$, como se muestra en la fig 3.8a. Para un levantamiento total

de la compuerta los niveles aguas arriba y aguas abajo deben ser los mismos: $y_1 = y_2 = y_c$ y el gasto debe ser el máximo, creando así las condiciones de flujo de un vertedor de cresta ancha.

Problema 3.2 Las condiciones aguas arriba de una contracción en el ancho de un canal — rectangular son como las indicadas en el problema 3.1. El ancho del canal se contrae gradualmente de 3m a 2,70 m sin existir cambio en la elevación de la plantilla. Determinar el tirante dentro de la contracción.

Solución:

De los resultados del problema 3.1 la energía específica en la sección 1 — vale:

$$E_1 = 1.60 + 0.08 = 1.68 \text{ m}$$

teniendo E_2 este mismo valor debido a que el nivel de plantilla no cambia. Sin embargo, el gasto unitario q_2 es distinto de $2 \text{ m}^3/\text{seg/m}$ de la sección 1 debido al cambio en el ancho del canal. Dicho gasto resulta de la ecuación de continuidad

$$q_2 = 2 \frac{3}{2.70} = 2.222 \text{ m}^3/\text{seg/m}$$

Por lo tanto:

$$E_2 = y_2 + \frac{q_2^2}{2g y_2^2} = y_2 + \frac{0.252}{y_2^2} = 1.68$$

cuyas soluciones son: $y_2 = 1.58 \text{ m}$ ó 0.453 m . De nuevo aquí, solo el valor subcrítico — $y_2 = 1.58 \text{ m}$ es posible. La solución a este problema puede también ser trazada sobre la curva $E-y$ dibujada sobre la fig 3.7. Para este caso se observa que se puede tratar como el de la variación del gasto con la energía específica constante de la fig 3.7. En efecto, si bien el gasto total no varía, la modificación en el ancho origina un cambio del gasto unitario existiendo una curva del tipo de la fig 3.7. Si las condiciones en la sección de aguas arriba corresponden al régimen subcrítico, esto implica que dichas condiciones quedarán representadas por un punto sobre la rama superior de la curva. Para pasar a la

sección 2 con la misma energía específica y un gasto unitario mayor, sería necesario desplazarse sobre la curva hacia la derecha (sin rebasar el máximo) con una reducción del tirante, tal como lo señalan los resultados obtenidos al pasar de 1,60 m a 1,58 m.

3.3.3 Cálculo del tirante crítico

Las condiciones teóricas en que se desarrolla el régimen crítico están dadas por la ec (3.4b). Considerando que $\alpha = 1$ dicha ecuación es:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = \frac{A_c^{3/2}}{B_c^{1/2}} \quad (3.6)$$

La ec (3.6) indica que dada la forma de la sección en un canal y el gasto, existe un tirante crítico único y viceversa. Como un criterio general, dicho tirante queda definido al satisfacer dicha ecuación cualquiera que sea la forma de la sección. Sin embargo, para las secciones más usuales se han desarrollado fórmulas más sencillas, o bien gráficas para un cálculo más rápido del tirante crítico.

Sección rectangular. Para un canal rectangular de ancho de plantilla b , la ec (3.6) se escribe

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = \frac{b^{3/2} y_c^{3/2}}{b^{1/2}}$$

de donde, al hacer $q = Q/b$ (gasto unitario) el tirante crítico vale:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (3.7)$$

Esta ecuación permite el cálculo directo del tirante crítico en una sección rectangular. Sustituyendo en ella $q = V_c y_c$, resulta que

$$\frac{y_c}{2} = \frac{V_c^2}{2g}$$

y de la ec (3.2) se obtiene

$$E_{\min} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2} y_c \quad (3.8)$$

Sección trapezoidal. Para un ancho de plantilla b y talud k , la ec (3.6) resulta:

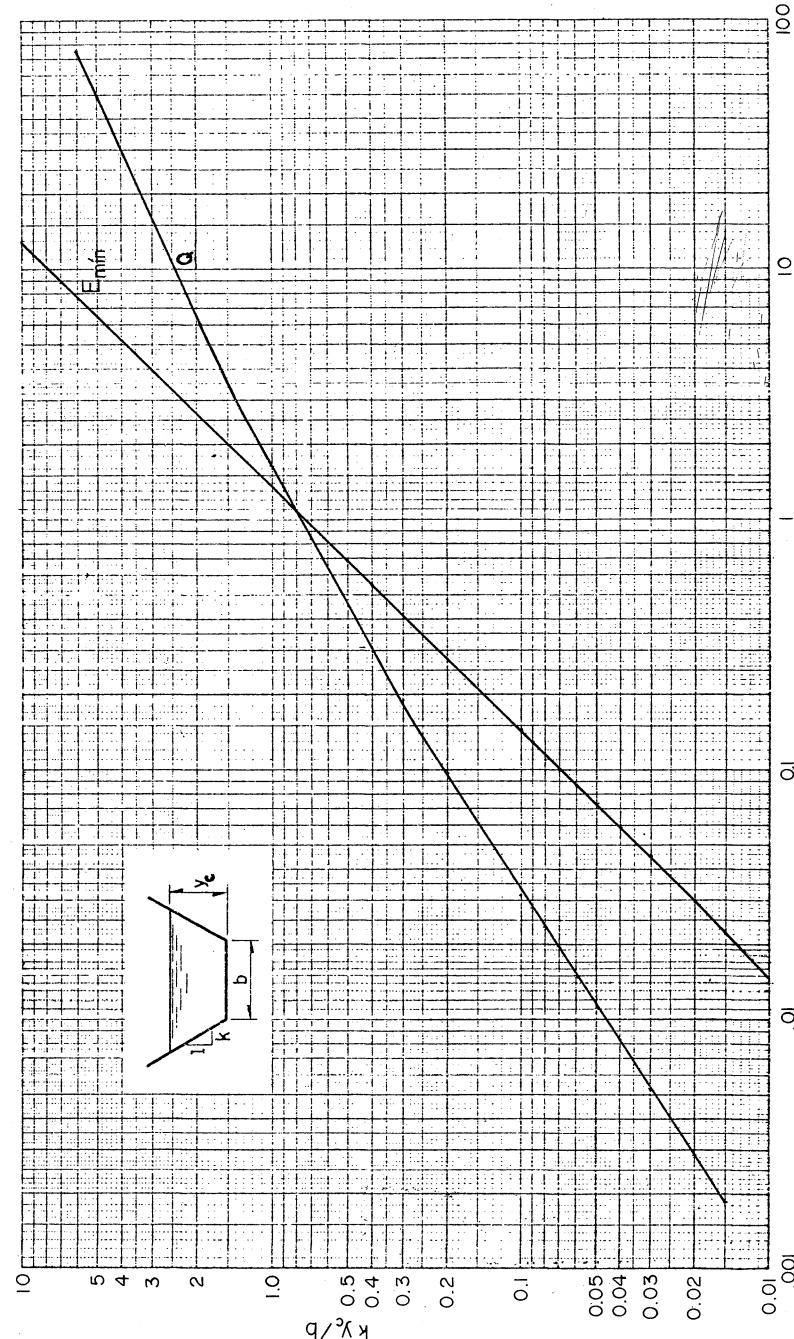
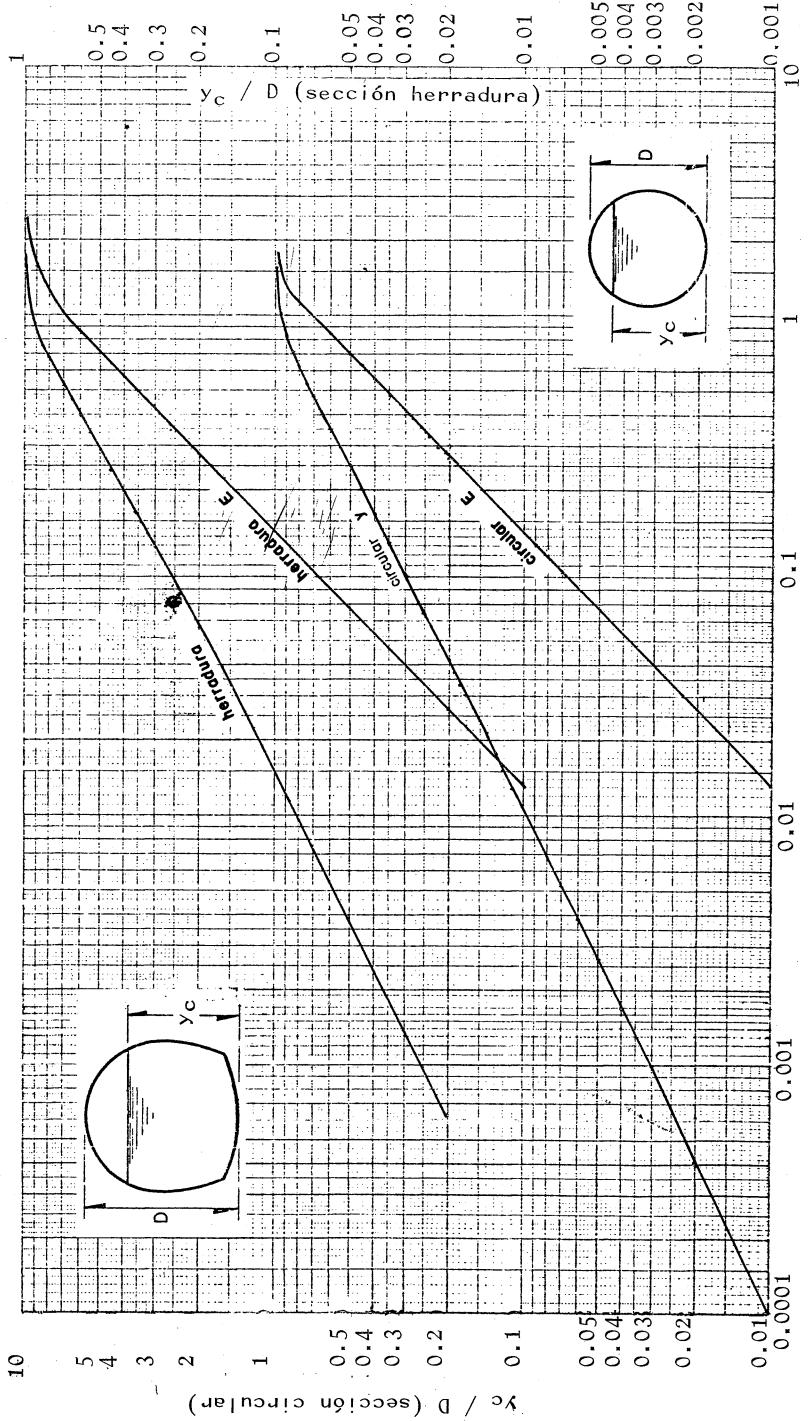


Fig. 3.9 Curvas para determinar el tirante crítico y energía específica-mínima en secciones trapezoidales.



o bien, multiplicando ambos miembros por $k^{3/2} / b^{5/2}$, se obtiene

$$\frac{Q k^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}} = \left(k \frac{y_c}{b} \right)^{3/2} \left[\frac{\left(1 + k \frac{y_c}{b} \right)^3}{1 + 2 k \frac{y_c}{b}} \right]^{1/2} \quad (3.9b)$$

Las condiciones de régimen crítico deberán satisfacer la ec 3.9b y para simplificar los cálculos, en la fig 3.9 se presenta la curva que relaciona los términos de dicha ecuación. Dicha figura permite hacer una determinación suficientemente precisa del tirante crítico cuando se conoce el gasto y la geometría de la sección.

Es posible obtener también una relación entre el tirante crítico y la energía específica mínima. En efecto, sustituyendo $\frac{d V_c^2}{2g}$ de la ec (3.4a) en la 3.2, se obtiene que:

$$E_{\min} = y_c + \frac{A_c}{2 B_c} = \frac{2 y_c B_c + A_c}{2 B_c}$$

Además, sustituyendo $A_c = (b + k y_c) y_c$, $B_c = b + 2 k y_c$ en la ecuación anterior, resulta lo siguiente:

$$E_{\min} = \frac{2 (b + 2 k y_c) y_c + (b + k y_c) y_c}{2 (b + 2 k y_c)}$$

Esta ecuación se puede simplificar y escribir con términos adimensionales como sigue :

$$\frac{k E_{\min}}{b} = \frac{3 + 5 (k y_c / b)}{2 / (k y_c / b) + 4} \quad (3.10)$$

En la fig 3.9 se presenta gráficamente la ec 3.10 y permite hacer un cálculo suficientemente preciso de la energía específica mínima cuando se conoce el tirante crítico o viceversa.

Sección circular y hendidura. De la ec (3.6) se puede plantear una ecuación semejante

a la (3.9a) para estas dos secciones, como sigue:

$$\frac{Q}{D^{5/2} \sqrt{g}} = f \left(\frac{y_c}{D} \right)$$

En la fig 3.10 se presentan las curvas para estas secciones que permiten obtener el tirante crítico cuando se conoce el gasto en el canal y en las tablas 2.5 y 2.6 los mismos valores. De manera semejante al canal trapezoidal, se puede derivar una ecuación del tipo siguiente:

$$\frac{E_{min}}{D} = f \left(\frac{y_c}{D} \right)$$

que permite obtener la energía específica mínima en un canal circular cuando se conoce el tirante crítico o viceversa. En la fig 3.10 se presenta gráficamente la ecuación anterior.

Sección triangular. Para esta forma de sección de talud k en las orillas, se hace b = 0 en la ec (3.9a) y se obtiene:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = \left(\frac{k^3 y_c^6}{2k y_c} \right)^{1/2} = \left(\frac{k^2 y_c^5}{2} \right)^{1/2} \quad (3.11a)$$

Despejando resulta:

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2 Q^2}{g k^2}} \quad (3.11b)$$

Esta ecuación permite realizar el cálculo directo del tirante crítico.

Sustituyendo la ec (3.11a) en la (3.2) resulta:

$$E_{min} = y_c + \frac{y_c}{4}$$

Por lo tanto, se tiene que:

$$E_{min} = \frac{5}{4} y_c \quad (3.12)$$

ecuación que también permite el cálculo directo de la energía específica mínima cuando

se conoce el tirante crítico o viceversa.

Sección parabólica. Se considera que esta sección es simétrica respecto a un eje vertical y que el área hidráulica se puede calcular de la siguiente ecuación:

$$A = c y^{3/2}$$

donde c es una constante que depende de la forma de la parábola.

La derivada de la energía específica respecto del tirante igualada con cero es:

$$\frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy} \left(y + \frac{Q^2}{2g c^2 y^3} \right) = 1 - \frac{3}{2g c^2 y^4} Q^2 = 0$$

y despejando el tirante crítico

$$y_c = \sqrt[4]{\frac{3 Q^2}{2g c^2}} \quad (3.13)$$

Además, despejando de esta ecuación a Q y sustituyendo en la ec (3.2), resulta:

$$E_{min} = y_c + \frac{c^2 y_c^4}{3 c^2 y_c^3}$$

y de aquí:

$$E_{min} = \frac{4}{3} y_c \quad (3.14)$$

3.3.4 Pendiente crítica

El estado o régimen crítico en la sección de un canal existe cuando el tirante y la velocidad adquieren los valores críticos para un gasto dado. Si dicha situación se desea hacer extensiva a lo largo de un canal prismático, ello equivale a que dicho canal tenga un flujo uniforme de tirante normal igual al crítico. La pendiente de planta S_c necesaria para que ello ocurra recibe el nombre de "crítica".

Si un flujo uniforme se presenta en un canal con pendiente menor que la

crítica ($S_0 < S_c$), el flujo es con régimen subcrítico y la pendiente se llama "subcrítica" o más comúnmente "suave". Por el contrario, si el flujo uniforme es con pendiente mayor que la crítica ($S_0 > S_c$), el régimen es supercrítico y la pendiente se llama "super crítica" o "pronunciada".

Un estado de flujo uniforme cerca del crítico es inestable debido a que un cambio menor en la energía específica causaría un cambio grande del tirante, como puede observarse en la fig 3.2. Los cambios menores en la energía específica pueden deberse a cambios de rugosidad de una sección a otra, depósitos de sedimentos o cambios de sección.

De lo anterior se observa que el tirante crítico y la energía específica tienen un papel muy importante en el flujo en canales. En particular, la relación única que existe entre velocidad y tirante para la condición crítica significa que tiene gran utilidad para aplicaciones prácticas en la medición de flujos y en el establecimiento de puntos de control.

Problema 3.3 Un canal rectangular de 2 m de ancho de plantilla debe conducir un gasto de $3 \text{ m}^3/\text{seg}$. Calcular la energía específica mínima necesaria para conducir dicho gasto.

Solución

El gasto por unidad de ancho vale :

$$q = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ m}^3/\text{seg/m}$$

De la ec (3.7) el tirante crítico es

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(1.5)^2}{9.8}} = 0.612 \text{ m}$$

La velocidad crítica y su correspondiente carga de velocidad son:

$$V_c = \frac{1.5}{0.611} = 2.45 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_c^2}{2g} = 0.306 \text{ m}$$

y la energía específica mínima es

$$E = 0.612 + 0.306 = 0.918 \text{ m}$$

Obsérvese que el número de Froude crítico vale: $F_{rc} = 2.45 / \sqrt{9.8 \times 0.612} = 1$, lo cual verifica la ec (3.4a).

Problema 3.4. Un canal trapezoidal tiene un ancho de plantilla $b = 2.50 \text{ m}$, taludes $k = 1.5$ y debe conducir un gasto de $20 \text{ m}^3/\text{seg}$. Calcular el tirante crítico, la energía específica mínima y la pendiente crítica para un factor de rugosidad $n = 0.015$.

Solución

De acuerdo con los datos, se obtiene

$$\frac{Q k^{3/2}}{\sqrt{g} b^{5/2}} = \frac{20 (1.5)^{3/2}}{\sqrt{9.8} (2.5)^{5/2}} = 1.188$$

De la fig 3.9 resulta que $k y_c/b = 0.85$, por lo cual

$$y_c = \frac{0.85 \times 2.5}{1.5} = 1.42 \text{ m}$$

Si se desea un valor más preciso de y_c , es necesario resolver la ec (3.4b) por aproximaciones sucesivas

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(20)^2}{9.8} = 40.82$$

Siendo el área hidráulica crítica:

$$A_c = (b + k y_c) y_c = (2.5 + 1.5 y_c) y_c$$

y el ancho crítico de la superficie libre:

$$B_c = b + 2 k y_c = 2.5 + 3 y_c$$

Por lo cual, se debe cumplir que

$$\frac{A_c^3}{B_c} = \frac{[(2.5 + 1.5 y_c) y_c]^3}{2.5 + 3 y_c} = 40.82$$

La solución se resume en la siguiente tabla:

y_c	A_c	A_c^3	B_c	A_c^3 / B_c	
1.42	6.575	284	6.76	42.0	\neq 40.82
1.41	6.507	275.53	6.73	40.94	\doteq 40.82

Por lo tanto, el tirante crítico correcto es $y_c = 1.41$ m. La velocidad —

crítica vale

$$V_c = \frac{20}{6.507} = 3.074 \text{ m/seg}$$

y de la ec (3.4a) el número de Froude crítico es:

$$F_r = 3.074 / \sqrt{9.8 \times 6.507 / 6.73} = 1$$

lo cual verifica dicha ecuación. La carga de velocidad crítica vale

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{(3.074)^2}{19.6} = 0.482 \text{ m}$$

y la energía específica mínima

$$E_{\min} = 1.41 + 0.482 = 1.892 \text{ m}$$

o bien, para $k y_c/b = 1.5 \times 1.41/2.5 = 0.85$, de la misma fig 3.9 resulta que ---
 $k E_{\min}/b = 1.14$ y por tanto:

$$E_{\min} = \frac{1.14 \times 2.5}{1.5} = 1.90 \text{ m} \approx 1.892$$

Finalmente, el perímetro mojado y radio hidráulico son:

$$P_c = b + 2\sqrt{1+k^2} \quad y_c = 2.5 + 2\sqrt{1+2.25} \quad 1.41 = 7.58 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{6.507}{7.58} = 0.858 \text{ m} ; \quad R_h^{2/3} = 0.903$$

De la fórmula de Manning, la pendiente crítica es:

$$S_c = \left(\frac{V_c n}{R_h^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{3.074 \times 0.015}{0.903} \right)^2 = 0.0026$$

Problema 3.5. Una galería circular de 2.50 m de diámetro debe conducir un gasto de -

15 m³/seg. Calcular el tirante crítico y la energía específica mínima con la cual puede conducir dicho gasto, aceptando que $\alpha = 1.05$.

Solución

Para tomar en cuenta α , es suficiente con introducirlo dividiendo a g en el cálculo del parámetro:

$$\frac{Q}{\sqrt{g/\alpha}} / D^{5/2} = \frac{15}{\sqrt{9.8/1.05}} / 2.5^{5/2} = 0.4968$$

$$\text{De la fig 3.10 resulta que } \frac{y_c}{D} = 0.72 \text{ y de aquí}$$

$$y_c = 0.72 \times 2.5 = 1.8 \text{ m}$$

Para $y_c/D = 0.72$ de la fig 3.11 resulta que $E_{\min}/D = 1.06$ y por lo tanto:

$$E_{\min} = 1.06 \times 2.5 = 2.64 \text{ m.}$$

Problema 3.6. Las condiciones de flujo aguas abajo de una cierta sección de un canal — rectangular imponen que escurra un gasto de 80 m³/seg con una energía específica de 2.50 m. Si el canal tiene un ancho de plantilla de 18 m, a cuánto deben reducirse dicho ancho o el tirante para que se produzca un cambio de régimen?

Solución.

Al obligar a que 2.50 m sea la energía específica mínima con que escurre el gasto dado, de las ecs (3.7) y (3.8) resulta que:

$$E_{\min} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 \min g}} = 2.50 \text{ m}$$

Por lo tanto, el ancho mínimo sería:

$$b_{\min} = \frac{1.5^{3/2} Q}{\sqrt{g} E_{\min}^{3/2}} = \frac{1.5^{3/2} \times 80}{\sqrt{9.8} \times 2.5^{3/2}} = 11.877 \text{ m}$$

Si en lugar de reducir el ancho más bien se construye un umbral, se tendría que:

$$E_{\min} = 1.5 \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} = 1.5 \sqrt[3]{\frac{80^2}{18^2 \times 9.81}} = 1.895 \text{ m}$$

y la altura del umbral deberá ser:

$$s = 2.50 - 1.895 = 0.605 \text{ m}$$

Problema 3.7. Determinar el gasto que escurre sobre un vertedor rectangular de cresta - ancha, como el de la fig 3.8b y comparar el resultado con el del problema 1.3.

Solución.

Puesto que se forma el tirante crítico sobre la plataforma, para $\alpha = 1$ de la ec (3.7) resulta:

$$q = \sqrt{g y_c^3}$$

Siendo el gasto total para un ancho b de cresta:

$$Q = \sqrt{g} b y_c^{3/2}$$

Además, de la ec (3.8) $y_c = \frac{2}{3} E_0$ que al sustituir en la ecuación anterior resulta:

$$Q = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \sqrt{g} b E_0^{3/2} = 1.704 b E_0^{3/2}$$

Esta ecuación no toma en cuenta la altura del umbral y es el resultado de aceptar que sobre la cresta se forma el tirante crítico. El valor C es mayor que el obtenido en el problema 1.3.

Problema 3.8. Por la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento, determinar el tirante que se presenta en la sección final de un canal rectangular horizontal, a partir de la cual se inicia una caída libre (fig 3.10). Suponer para ello que en dicha sección la presión en el fondo es cero y que la sección crítica se presenta a una distancia x hacia aguas arriba.

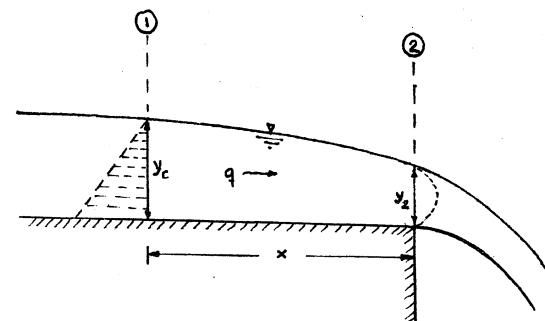


Fig 3.10 Tirante al inicio de una caída libre.

Solución

Siendo q el gasto por unidad de ancho, la ecuación de la cantidad de movimiento entre las secciones 1 y 2 (supuesto que el empuje hidrostático en 2 vale cero) conduce a

$$\frac{\gamma y_c^2}{2} = \frac{\gamma q}{g} (V_2 - V_c) \quad (a)$$

y con la ecuación de continuidad

$$q = V_c y_c = V_2 y_2 \quad (b)$$

resulta

$$\frac{y_c^2}{2} + \frac{V_c^2}{g} y_c = \frac{V_2^2}{g} y_2 \quad (c)$$

Siendo 1 la sección crítica, la energía específica en dicha sección es E

y además

$$y_c = \frac{2}{3} E = \frac{V_c^2}{g} \quad (d)$$

Por lo tanto, de la ec (b)

$$\frac{V_2^2}{g} = \frac{V_c^2}{g} - \frac{y_c^2}{y_2^2}$$

$$\frac{V_2^2}{g} = \frac{V_c^2}{g} - \frac{y_c^2}{y_2^2} = \frac{2}{3} E \frac{4}{9} - \frac{E^2}{y_2^2} \quad (e)$$

Sustituyendo las ecs (d) y (e) en la (c) :

$$\frac{4}{2 \times 9} E^2 + \left(\frac{2}{3} E\right)^2 = \frac{8}{27} - \frac{E^3}{y_2^2} y_2$$

Despejando a y_2 resulta :

$$y_2 = \frac{4}{9} E$$

o bien, de la ec (d)

$$y_2 = \frac{2}{3} y_c = 0.667 y_c$$

Experimentalmente, Rouse encontró que $y_2 = 0.715 y_c$ o sea un 7 por ciento mayor que el aquí encontrado. O'Brien también otuvo que $x = 11.6 y_c$.

3.3.5 Velocidad crítica y velocidad de la onda.

Con $\lambda = 1$, la ec (3.4 a) establece que la velocidad V_c en el estado crítico es igual a $\sqrt{g Y_c}$ que es la magnitud de la velocidad con que se propaga una onda larga de pequeña amplitud en agua de tirante Y_c . Ello da una interpretación física del estado crítico muy importante.

Existen dos tipos de ondas en el agua: las oscillatorias que se forman en el mar a cierta distancia de la costa y las ondas de "choque" que fueron discutidas en el problema 1.2. Las primeras se mueven sin pérdida sustancial de energía; por el contrario, las últimas tienen frentes turbulentos que rompen con pérdida sustancial de energía.

En los libros de hidrodinámica se demuestra que la celeridad de las ondas

de longitud grande (en comparación con la profundidad y) llega a tener un valor aproximado de \sqrt{gy} .

Se considera que la onda de choque se genera por el movimiento horizontal de una placa vertical en un canal que contiene agua en reposo, como se muestra en la fig 3.11. El argumento se restringe a ondas de choque de pequeña amplitud; la velocidad Δv de la placa es igual a la del agua que se encuentra entre el frente de onda y dicha placa. El frente inicia su movimiento hacia la izquierda tan pronto como lo hace la placa. La altura de la onda es Δy y su velocidad c que normalmente es mucho mayor que Δv .

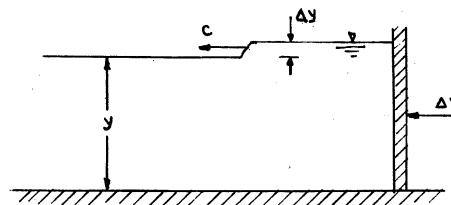


Fig. 3.11 Onda elemental de pequeña amplitud

El procedimiento normal de solución del problema es como se sugiere en el 1.2: el estado de flujo no permanente se cambia a permanente con el punto de vista del observador. Lo correcto es aplicar la ecuación de la cantidad de movimiento debido a que se disipa energía en el frente de onda; sin embargo, dado que la onda de choque es de pequeña amplitud, la disipación de energía es pequeña y puede usarse la ecuación de energía, como en el caso del problema 1.2, donde se obtuvo que $c = \sqrt{gy}$ (como en la onda oscillatoria).

Ambos argumentos se limitan a ondas largas de baja amplitud y este es el tipo de onda que se genera más a menudo en canales por la operación de controles y -

la existencia de obstrucciones. Se puede concluir que la velocidad de la onda $c = \sqrt{gy}$ es aquella con que un disturbio tiende a moverse sobre la superficie libre de un canal y que, por supuesto, es con relación al agua y no a los bordos del canal.

De la ec (3.4a), $V = \sqrt{g Y_c}$ en el estado crítico el agua se mueve con la misma velocidad (referida a los bordos) con que una onda, producida por un pequeño disturbio, se movería con respecto al agua. Un frente de dicha onda parecería estacionario a un observador colocado sobre el bando. En el caso de que la onda se moviera hacia aguas arriba y hacia aguas abajo, el frente que se dirige en esta última dirección parecería al observador como si se moviera con el doble de velocidad que el agua. Por ello, las ondas estacionarias "son características del flujo que está en estado crítico o próximo a él. En el caso de un régimen subcrítico la velocidad es $V < \sqrt{g Y_c}$ y la onda producida por un disturbio puede moverse hacia aguas arriba. Cuando el régimen es supercrítico, $V > \sqrt{g Y_c}$, la onda es arrastrada hacia aguas abajo y ningún disturbio puede propagar su influencia hacia aguas arriba.

De acuerdo con estas consideraciones, un flujo subcrítico está sujeto a un "control" desde aguas abajo, debido a que cualquier disturbio puede transmitirse en dirección hacia aguas arriba. Si el flujo es supercrítico, no puede quedar influenciado por ninguna situación desde aguas abajo, quedando controlado desde aguas arriba. Por estas razones, entre los ingenieros prácticos se acostumbra decir que "en flujo supercrítico el agua no sabe lo que está ocurriendo del lado aguas abajo".

CAPITULO 4. SALTO HIDRAULICO

4.1 Aspectos generales

Consideremos el comportamiento del flujo en un canal de sección uniforme cuya pendiente de plantilla se incrementa gradualmente de $S_0 < S_c$ a $S_0 > S_c$ (fig 5.1 a). Siendo el gasto constante y la sección uniforme, la línea de tirante crítico es paralela a la plantilla y en la parte superior del descenso, el perfil de la superficie libre queda por encima de la línea de tirante crítico y la energía específica es mayor que la mínima. El tirante (y con él la energía específica) disminuye continuamente a medida que aumenta la pendiente y se alcanzan las condiciones críticas en el punto en que la pendiente es la crítica ($S_0 = S_c$). La reducción que experimenta la energía específica, desde el valor inicial en el canal hasta la mínima en la sección crítica, se disipa por el efecto de fricción. De la sección crítica en adelante, el tirante continúa disminuyendo con el incremento de pendiente, el cual abastece de mayor energía al flujo que la que se disipa por fricción.

En el caso de intersección brusca de las dos pendientes (nuevamente de subcrítica a supercrítica) (fig. 4.1b), el efecto general es muy similar al del caso anterior aunque es factible que el perfil de la superficie se altere todavía más en la zona de transición. Aguas arriba de la intersección, el tirante no puede, al menos teóricamente, ser menor que el crítico, ya que esto requeriría el abastecimiento de energía desde el exterior, lo cual no es posible mientras no se alcance la pendiente pronunciada.

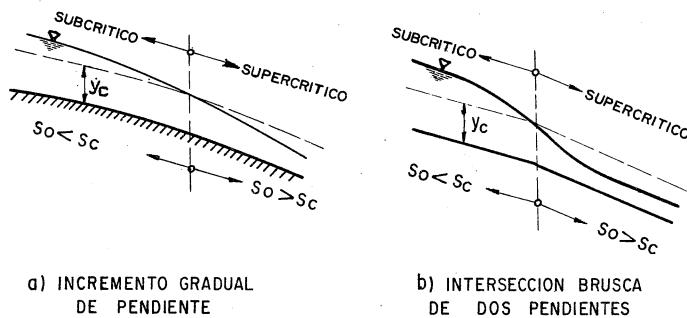


Fig 4.1 Transición de régimen subcrítico a supercrítico

De esta manera, se concluye que la transición de régimen subcrítico a supercrítico es gradual, acompañada de poca turbulencia y de pérdida de energía debido exclusivamente a la fricción en el movimiento. Dicho proceso puede seguirse al recorrer la curva $E - y$ de la fig 3.2, desde un punto de la rama superior, que representa las condiciones originales de régimen subcrítico en el canal, a otro punto sobre la rama inferior de la misma curva, que representa las condiciones de régimen supercrítico aguas abajo.

Estudiemos ahora el proceso inverso de transición de régimen supercrítico a subcrítico. En el subcapítulo 3.2 se ha visto que esta transición puede ocurrir únicamente si se produce una reducción local del ancho del canal. Sin embargo, dicha transición también puede ocurrir si en el canal de sección uniforme hay una transición en la pendiente, cambiando de supercrítica a subcrítica, tal como ocurriría al pie de una rápida o caída (fig 4.2). El régimen, aguas arriba de la intersección, es supercrítico, mientras que, aguas abajo, la pendiente impone un tirante normal en régimen subcrítico; ocurriendo en algún punto intermedio la transición entre ambos.

Para explicar el proceso de transición podemos recurrir a un análisis semejante al del caso anterior. El flujo (inicialmente en régimen supercrítico) se frena por efecto de la fricción y de la reducción de pendiente, aumenta gradualmente su tirante y disminuye su energía específica hasta alcanzar la condición crítica. Toda vez que aguas abajo

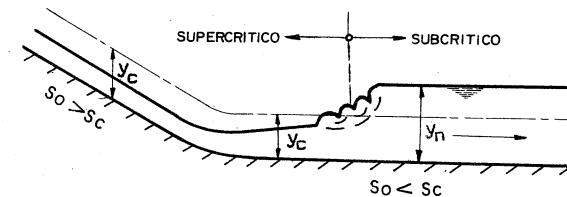


Fig. 4.2 Transición de régimen supercrítico a subcrítico

existe régimen subcrítico, esto implica que la energía específica del flujo debe ser mayor que la mínima. Sin embargo, una vez alcanzado el tirante crítico, no hay posibilidad de que la energía específica crezca por arriba de la mínima. Esto se debe a que la poca pendiente del canal no abastece al flujo de energía adicional. Esto impide continuar con una explicación semejante del fenómeno.

Para encontrar la forma de la transición del régimen se puede apelar a la evidencia experimental, la cual muestra con toda claridad que, por el contrario del caso anterior, la transferencia de régimen supercrítico a subcrítico es en forma violenta y se acompaña de mucha turbulencia y gran pérdida de energía. Al entrar el agua a la zona de pendiente menor, se reduce la gran velocidad del flujo por efecto de la resistencia de fricción y se produce un incremento brusco del tirante que, virtualmente, rompe el perfil del flujo y produce un estado de gran turbulencia y una fuerte pérdida de energía. A cierta distancia aguas arriba del punto hipotético de intersección del perfil de la superficie libre (que se va elevando) y la línea de tirante crítico, la energía específica está ya en exceso de aquella que corresponde a la del flujo uniforme de aguas abajo; se produce así la discontinuidad y la superficie libre se eleva rápidamente hasta el tirante normal. El salto ocurre con fuertes pulsaciones y como si el agua entrara en ebullición, indicación visible de la inclusión de aire. Después de un crecimiento irregular y brusco de la superficie del agua, hasta alcanzar un tirante igual aproximadamente al normal y_n en un tramo relativamente corto, el frente turbulento se regulariza de manera inmediata y continúa libremente en régimen subcrítico.

La expansión turbulenta y desaceleración del chorro de gran velocidad están asociados con una pérdida apreciable de energía (disipada principalmente como calor) y la energía específica final frecuentemente es la apropiada para el tirante normal.

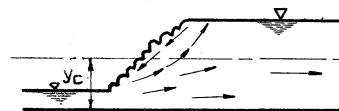
La rápida variación del tirante toma lugar en un tramo relativamente corto y, por ello, la pérdida de fricción en la frontera es relativamente pequeña y, en muchos casos, insignificante en comparación con la pérdida por la turbulencia del fenómeno.

El fenómeno antes descrito se conoce como "salto hidráulico u onda estacionaria" y representa la única manera en que es posible el cambio de régimen supercrítico a subcrítico. Ocurre frecuentemente al pie de la descarga de una compuerta reguladora o de un cimacio o en un cambio de pendiente como el antes expuesto.

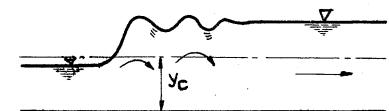
Aunque se utiliza más comúnmente en relación con los aforadores de canales, algunos autores consideran más adecuado el nombre de "onda estacionaria" que el de "salto hidráulico" y para ello argumentan dos razones: en primer lugar, las partículas de agua tienen un movimiento como el de una onda giratoria debajo del remolino superficial que se desarrolla (fig 4.3); en segundo lugar, el remolino es estacionario debido a que la corriente misma en el extremo de aguas arriba del salto, arrastra constantemente contra la corriente superficial que regresa, sin existir movimiento del conjunto hacia aguas arriba. Se satisface así el requerimiento de que la velocidad de viaje de la onda hacia aguas arriba es igual a la velocidad de la corriente hacia aguas abajo.

Normalmente, el salto hidráulico adquiere la forma directa descrita anteriormente e ilustrada en la fig 4.3a. Cuando el tirante de aguas abajo es ligeramente mayor que el crítico, el salto adquiere el carácter de "ondular", para el cual las ondas ascienden y descienden con un movimiento oscilatorio amortiguado hasta que, finalmente, se obtienen las condiciones permanentes del flujo aguas abajo (fig 4.3b). Existen, desde luego, muchas formas intermedias; pero la pérdida de energía aumenta con la altura del salto y por tanto es menor que en el tipo ondular.

Además de su gran mérito como disipador natural de energía, el salto hidráulico tiene muchos otros usos prácticos, entre los cuales se pueden mencionar los siguientes:



a) DIRECTO



b) ONDULAR

Fig. 4.3 Tipos de salto hidráulico

a) Prevención o confinemento de la socavación -- aguas abajo de las estructuras hidráulicas donde es necesario disipar energía.

b) El mezclado eficiente de fluidos o de sustancias químicas usadas en la purificación de aguas, debido a la naturaleza fuertemente turbulenta del fenómeno. Este atributo tiene ventajas particulares cuando se involucra la contaminación.

c) Incremento del gasto descargado por una compuerta deslizante al rechazar el retroceso del agua contra la compuerta. Esto aumenta la carga efectiva y con ella la descarga.

d) La recuperación de carga aguas abajo de un aforador (ver capítulo 6.2) y mantenimiento de un nivel alto del agua en el canal de riego o de distribución del agua.

e) El aireamiento del agua destinada al abastecimiento de ciudades.

f) Remoción de bolsas de aire en líneas de abastecimiento de agua y prevención del atrape de aire.

Debido a que en principio se desconoce la pérdida de energía asociada con el salto hidráulico, la aplicación de la ecuación de energía antes y después del salto no proporciona un medio adecuado de análisis. Por otra parte, debido a la gran variación de velocidad media entre los dos extremos del salto y al hecho de que no se requiere conocer los cambios de energía interna, es más adecuada la aplicación del principio de la cantidad de movimiento en el análisis del fenómeno. La concordancia general entre los resultados teóricos y los experimentales confirman la seguridad de un análisis general del fenómeno con base en este principio, tal como se presenta a continuación.

4.2 La función "momentum"

Consideremos un tramo horizontal de un canal de sección transversal cualquiera donde se produce el salto hidráulico y el volumen de control limitado por las secciones 1 y 2 (antes y después del salto), por el piso del canal y -- por la superficie libre (fig. 4.4).

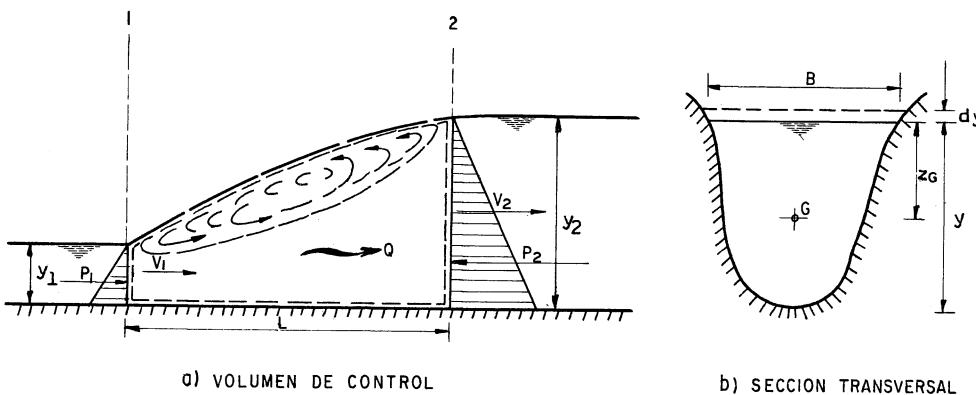


Fig 4.4 Análisis del salto hidráulico

Para la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento, consideramos que se satisfacen las siguientes condiciones:

- El canal es horizontal y de sección constante
- Se desprecia la resistencia de fricción originada en la pared del canal, debido a la poca longitud del tramo en que se desarrolla el -- salto.
- Dentro del tramo, no existe ningún obstáculo que pudiera ocasionar una fuerza de empuje -- dinámico desde el exterior.
- Se considera que la distribución de velocidades en las secciones 1 y 2 es prácticamente uniforme y que los coeficientes $\beta_1 = \beta_2 = 1$.

Aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento (ec 1.10) al volumen de control en estudio, se obtiene:

$$P_1 - P_2 = -\frac{\gamma Q}{g} (V_2 - V_1)$$

Si A representa el área de la sección, por el principio de continuidad la ecuación anterior se puede escribir de la manera siguiente:

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma Q^2}{g} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \quad (4.1)$$

Los empujes totales debidos a la presión hidrostática se pueden calcular como sigue:

$$P_1 = \gamma z_{G1} A_1$$

$$P_2 = \gamma z_{G2} A_2$$

donde z_{G1} y z_{G2} son las profundidades de los centros de gravedad de las áreas en las secciones 1 y 2 respectivamente --- (fig. 4.4.b). Por tanto, sustituyendo los valores de P_1 y P_2 en la ec (4.1) y simplificando, resulta que

$$\frac{Q^2}{g A_1} + z_{G1} A_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + z_{G2} A_2 \quad (4.2)$$

En esta ecuación se observa que los términos antes y después del signo "igual" son análogos, pudiendo expresarlos mediante la función llamada "momentum":

$$M = \frac{Q^2}{g A} + z_G A$$

la cual se compone de dos términos: el primero representa la cantidad de movimiento del flujo que atraviesa la sección del canal en la unidad de tiempo y por unidad de peso del agua; el segundo, el empuje hidrostático por unidad de peso y también -- el momento estático del área respecto de la superficie libre. Debido a que ambos términos tienen las dimensiones de una fuerza por unidad de peso, a la función "momentum" se le conoce -- también como "fuerza específica".

Para un gasto dado, la función M es únicamente del tirante, de manera similar a la energía específica. Su representación geométrica en un plano M - y consiste en una curva similar a la de E - y con la única diferencia que tiene asíntota exclusivamente en la rama inferior AC, correspondiente a $y = 0$ (fig 4.5). La rama superior BC se eleva y extiende indefinidamente a la derecha. Así mismo, para un valor dado de la función M, la curva tiene dos posibles tirantes y_1 y y_2 que reciben el nombre de "conjugados", y que, de acuerdo con la ec (4.2) ($M_1 = M_2$), corresponde a los tirantes antes y después del salto de la fig 4.4.

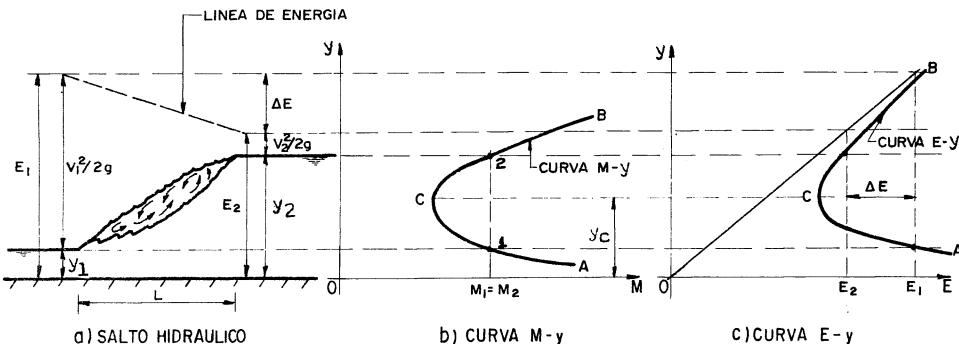


Fig. 4.5 Curvas de momentum y energía específica para un salto hidráulico

El punto C de la fig 4.5b corresponde al mínimo de Momentum y sus condiciones se pueden obtener del criterio de la primera derivada de M en la ec (4.3), como sigue:

$$\frac{dM}{dy} = - \frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + \frac{d(z_g A)}{dy} = 0$$

A un cambio dy en el tirante corresponde un cambio $d(z_g A)$ en el momento estático del área hidráulica respecto de la superficie libre (fig 4.4b), el cual es:

$$d(z_g A) = [A(z_g + dy) + B(dy)^2/2] - z_g A$$

Despreciando diferenciales de orden superior $(dy)^2 = 0$, el cambio en el momento estático es: $d(z_g A) = A dy$ y la ecuación anterior resulta:

$$\frac{dM}{dy} = - \frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + A = 0$$

Siendo $B = dA/dy$, la ecuación anterior se simplifica como sigue:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{g}$$

que es la condición de estado crítico (ec 3.4b). Esto significa que, para un gasto dado, el momentum mínimo corresponde también al tirante crítico y, por ello, al estado ---

crítico (fig 4.5c). El tirante conjugado menor debe corresponder a régimen supercrítico y el mayor a subcrítico. Al referir los tirantes conjugados y_1 y y_2 (antes y después del salto) a la curva de energía específica, en la fig 4.5c se observa que corresponden a energías específicas E_1 y E_2 distintas, cuya diferencia ΔE es la pérdida de energía interna debida a las turbulencias propias del salto hidráulico.

La discusión anterior permite llegar a las siguientes conclusiones:

- El cambio de régimen supercrítico a subcrítico se produce de manera violenta (únicamente a través del salto hidráulico), con pérdida apreciable de energía. El cambio de subcrítico a supercrítico sí es posible de manera gradual (sin salto) y sin pérdida apreciable de energía.
- Para estudiar el fenómeno se requiere aplicar la ecuación de la cantidad de movimiento debido a que en principio se desconoce la pérdida de energía en el salto.
- De la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento se concluye que el fenómeno se produce únicamente cuando se iguala el momentum en las secciones antes y después del salto.
- Para un gasto dado, si el conjugado mayor y_1 (aguas arriba del salto) aumenta, el conjugado menor y_2 (aguas abajo) disminuye.

4.3 Longitud del salto

La longitud del salto ha recibido gran atención de los investigadores pero hasta ahora no se ha desarrollado un procedimiento satisfactorio para su cálculo. Sin duda, esto se debe al hecho de que el problema no ha sido analizado teóricamente, así como a las complicaciones prácticas derivadas de la inestabilidad general del fenómeno y la dificultad en definir las secciones de inicio y fin del salto.

Se acepta comúnmente que la longitud L del salto se defina como la distancia medida entre la sección de inicio y la sección inmediatamente aguas abajo en que termina la zona turbulenta (fig 4.5a).

Según el U. S. Bureau of Reclamation, la longitud del salto en un canal rectangular horizontal varía de acuerdo con la tabla 4.1, o bien curva $S_0 = 0$ en la fig 4.31.

Tabla 4.1 Longitud del salto en canales rectangulares

$f_{rl} = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}}$	1.7	2	2.5	3	3.5	4	5	6	8	10
L/y_2	4	4.35	4.85	5.28	5.55	5.8	6	6.1	6.12	6.1

La longitud del salto en un canal trapezoidal es mayor debido a la asimetría que se produce por efecto de la distribución no uniforme de las velocidades.

Según Sieñchin (ref 17) vale que:

$$L = A (y_2 - y_1)$$

donde A depende del talud del canal según la tabla 4.2

Tabla 4.2 Coeficiente A en la fórmula de Sieñchin para la longitud del salto en canales trapeziales.

Talud k	0	0.5	0.75	1	1.25	1.5
A	5	7.9	9.2	10.6	12.6	15

Según Hsing, la longitud del salto en un canal trapezoidal es mucho mayor, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$L = 5 y_2 (1 + 4 \sqrt{(y_2 - y_1)/y_1})$$

4.4 Ecuaciones del salto para diferentes formas de sección

4.4.1 Ecuación general

Aunque la condición general para que ocurra el salto está expresada por la ec (4.2), para cualquier forma geométrica de la sección conviene desarrollar ecuaciones particulares para las secciones más usuales que, aunadas a sus representaciones gráficas, permitan el cálculo directo del conjugado mayor, a partir de las condiciones en la sección de conjugado menor o viceversa (ref 18).

En cualquier forma de sección, la profundidad z_G de su centro de gravedad se puede calcular de la ecuación.

$$z_G = k'y$$

donde k' es un coeficiente que depende de la geometría de la sección. Por tanto, la ec (4.2) se puede escribir como sigue:

$$A_2 k' y_2 - A_1 k' y_1 - \frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_2 - A_1}{A_1 A_2} \right) = 0 \quad (4.4)$$

que es la ecuación general del salto hidráulico en un canal de sección transversal cualquiera.

4.4.2 Sección rectangular

a) Régimen supercrítico conocido

En una sección rectangular de ancho de plantilla b y tirante y (fig 4.6), se tienen los siguientes valores:

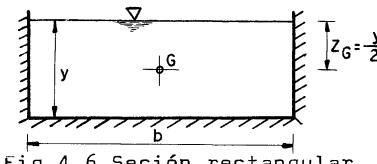


Fig 4.6 Sección rectangular

$$A = by$$

$$k' = \frac{1}{2}$$

que al substituir en la ec (4.4a), se obtiene:

$$\frac{b y_2^2}{2} - \frac{b y_1^2}{2} - \frac{Q^2}{gb} \left(\frac{y_2 - y_1}{y_1 y_2} \right) = 0$$

o bien, simplificando resulta:

$$y_2 + y_1 - \frac{2 Q^2}{g b^2 y_1 y_2} = 0 \quad (4.5)$$

Multiplicando la ecuación anterior por y_2/y_1 y ordenando términos se tiene:

$$\frac{y_2}{y_1}^2 + \frac{y_2}{y_1} - \frac{2 Q^2}{g b^2 y_1^3} = 0 \quad (4.6)$$

en la cual, con el último término se pueden hacer las siguientes simplificaciones:

$$\frac{2 Q^2}{g b^2 y_1^3} = \frac{2 V_1^2}{g y_1} = 2 F_{rl}^2$$

donde $F_{rl} = V_1 / \sqrt{g y_1}$ es el número de Froude antes del salto. Por tanto, la ec (4.6) resulta:

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \frac{y_2}{y_1} - 2 F_{rl}^2 = 0$$

cuya solución es:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 F_{r1}^2} - 1) \quad (4.7)$$

La ec (4.7) permite calcular el tirante conjugado mayor en un canal de sección rectangular, conocido el menor y el número de Froude F_{r1} antes del salto.

b) Régimen subcrítico conocido

Si la ec (4.5) se multiplica ahora por y_1/y_2^2 y en los pasos subsecuentes se hacen consideraciones análogas a las anteriores, se obtiene la ecuación:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8 F_{r2}^2} - 1) \quad (4.8)$$

que permite calcular el conjugado menor, conocido el mayor y el número de Froude $F_{r2} = V_2 / \sqrt{g y_2}$ después del salto.

Las figs 4.6 y 4.7 muestran las curvas que representan a las ecs (4.7) y (4.8) respectivamente y que permiten un cálculo directo de los tirantes conjugados en la sección-- rectangular.

4.4.3 Sección trapecial

a) Régimen supercrítico conocido

Para esta sección, de taludes k_1 y k_2 (fig 4.8), se tienen los siguientes valores:

$$A = b y + k y^2$$

$$\text{donde } k = \frac{k_1 + k_2}{2}, \text{ además}$$

$$k' = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{b + ky} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \frac{b}{A}$$

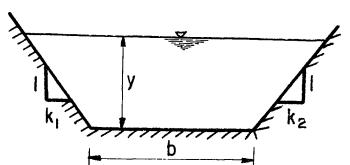
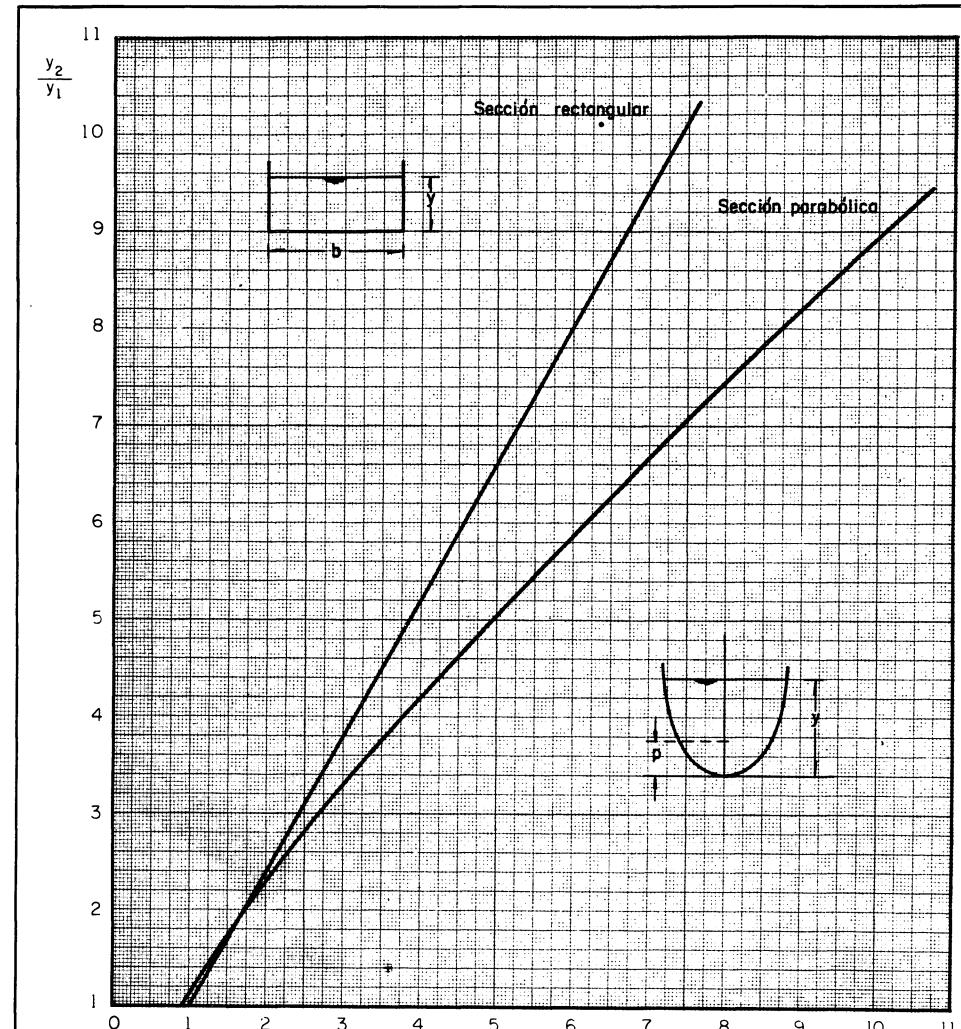


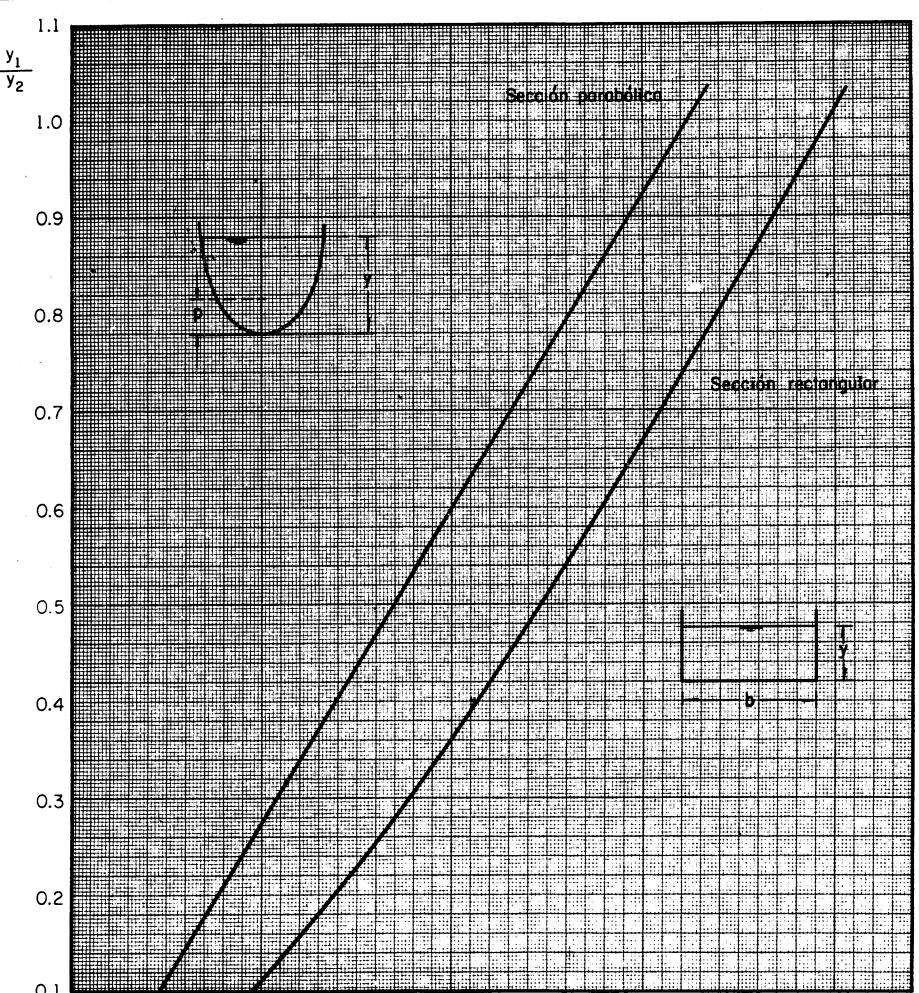
Fig 4.8 Sección trapecial

Antes de substituir en la ec (4.4), conviene escribir la como sigue

$$A_2^2 k'_2 y_2 - A_1 A_2 k'_1 y_1 - \frac{q^2}{g} \left(\frac{A_2 - A_1}{A_1} \right) = 0 \quad (4.4a)$$



CANALES DE SECCIÓN RECTANGULAR Y PARABOLICA
Fig.4.6 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico



$$F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}}$$

CANALES DE SECCION RECTANGULAR Y PARABOLICA

Fig.4.7 Gráfica para la determinación del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico

Por tanto, al sustituir resulta:

$$\frac{(b y_2 + k y_2^2)^2 y_2}{3} + \frac{b (b y_2 + k y_2^2) y_2^2}{6} - \frac{(b y_1 + k y_1^2) (b y_2 + k y_2^2) y_1}{3}$$

$$- \frac{b(b y_2 + k y_2^2) y_1^2}{6}$$

$$- \frac{Q^2}{g} \left[\frac{(b y_2 + k y_2^2) - (b y_1 + k y_1^2)}{b y_1 + k y_1^2} \right] = 0$$

Al multiplicar la ecuación por $3/k^2 y_1^5$ y simplificar, llamando

$$F_{M1}^2 = \frac{Q^2}{g k^2 y_1^5} \quad y \quad t_1 = \frac{b}{k y_1}, \text{ se obtiene:}$$

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^5 + \frac{5}{2} t_1 \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^4 + \frac{3}{2} t_1^2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3 - \left(\frac{3}{2} t_1 + \frac{3 F_{M1}^2}{t_1 + 1} + 1 \right)$$

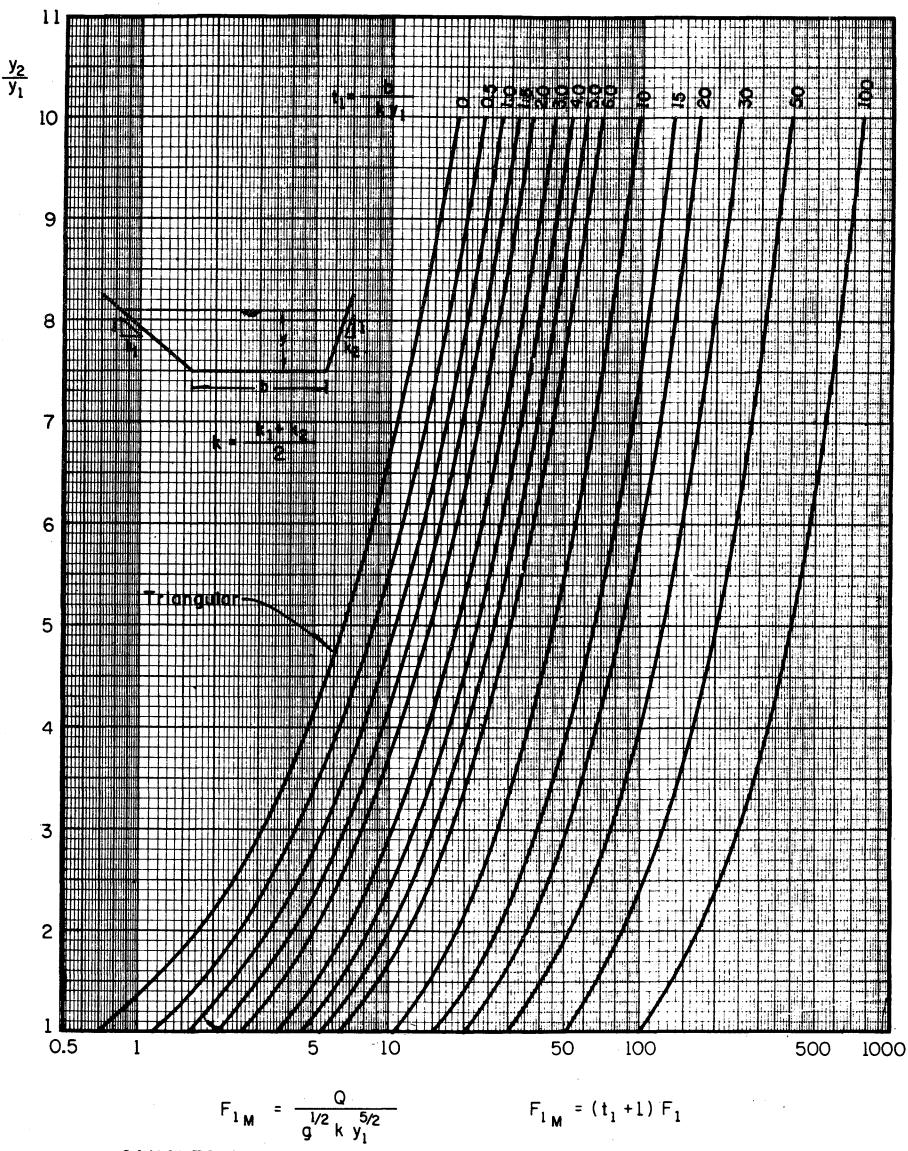
$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 - \left(\frac{3}{2} t_1^2 + t_1 + \frac{3 t_1 F_{M1}^2}{t_1 + 1} \right) \frac{y_2}{y_1} + 3 F_{M1}^2 = 0$$

El grado de la ecuación se reduce al dividir entre $\left(\frac{y_2}{y_1} - 1 \right)$ resultando finalmente:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^4 + \left(\frac{5}{2} t_1 + 1 \right) \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^3 + \left(\frac{3}{2} t_1^2 + \frac{5}{2} t_1 + 1 \right) \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 - \\ & - \left(-\frac{3}{2} t_1^2 - t_1 + \frac{3 F_{M1}^2}{t_1 + 1} \right) \frac{y_2}{y_1} - 3 F_{M1}^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

La ec (4.9) es de cuarto grado con una sola rafz positiva real que permite conocer el conjugado mayor, conocidos: el menor, el parámetro de Massey $F_{M1} = \frac{Q}{\sqrt{g k} y_1^{5/2}}$, y, $t_1 = b/k y_1$.

Para simplificar la solución se puede recurrir a la gráfica de la fig. 4.9.



b) Régimen subcrítico conocido

Para calcular las condiciones del régimen subcrítico (antes del salto), conocidas las del supercrítico (después del salto), se puede escribir la ec (4.4) como sigue:

$$A_1 A_2 k t_2 y_2 - A_1^2 k t_1 y_1 - \frac{Q^2}{g} \left(\frac{A_2 - A_1}{A_2} \right) = 0 \quad (4.4b)$$

y después hacer desarrollos análogos para obtener la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^4 + \left(\frac{5}{2} t_2 + 1\right) \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2} t_2^2 + \frac{5}{2} t_2 + 1\right) \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2 + \\ + \left(\frac{3}{2} t_2^2 + t_2 - \frac{3 F_{M2}}{t_2 + 1}\right) \frac{y_1}{y_2} - 3 F_{M2}^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde

$$F_{M2} = \frac{Q}{\sqrt{g} k y_2^{5/2}} ; t_2 = \frac{b}{k y_2}$$

La solución gráfica de esta ecuación se presenta en la fig 4.10 para facilitar el cálculo.

4.4.4 Sección circular

Para este tipo de sección cabe la posibilidad de que se llene totalmente después del salto, por lo cual existen dos casos diferentes.

4.4.4.1 Flujo a superficie libre antes y después del salto.

Para cualquier valor del tirante, el área hidráulica es (fig 4.11):

$$A = \left(\frac{D}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta \cos \theta \right) D^2$$

Siendo:

$$\sin \theta = \frac{2 \sqrt{Dy - y^2}}{D} = 2 \sqrt{\frac{y}{D} - \frac{y^2}{D^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{D/2 - y}{D/2} = 1 - 2 \frac{y}{D}$$

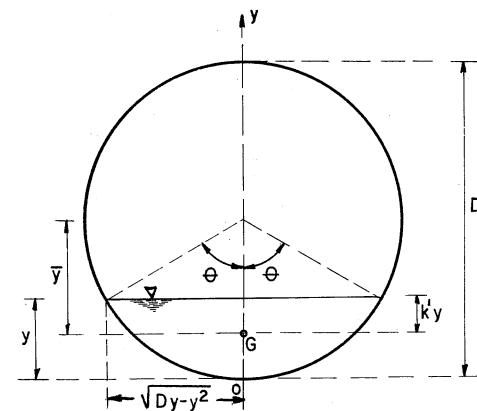
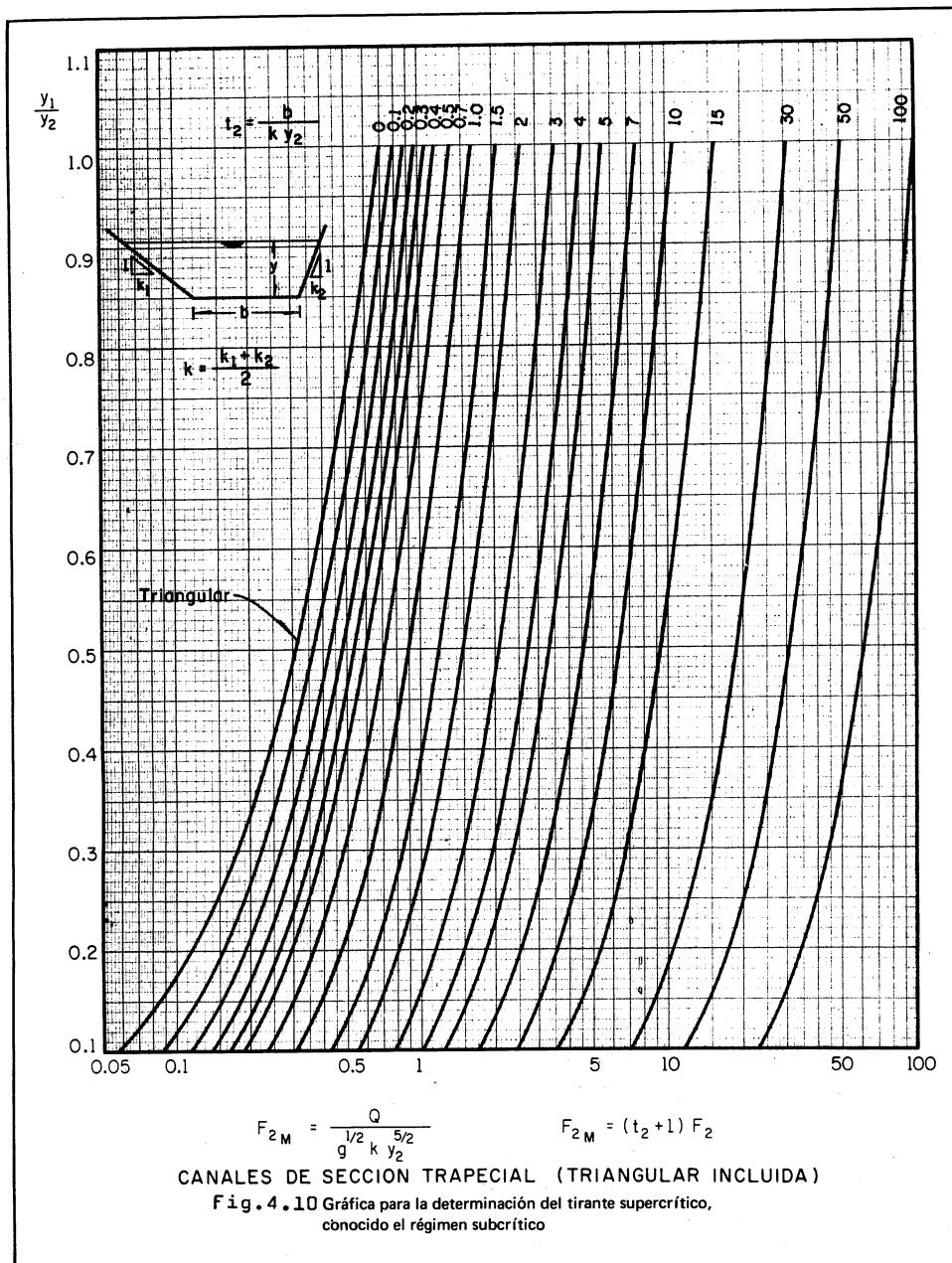


Fig 4.11 Sección circular

Al sustituir en la ecuación del área, resulta:

$$m = \frac{A}{D^2} = \frac{1}{4} \operatorname{ang} \cos \left[1 - \frac{2y}{D} \right] - \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{2y}{D} \right) \sqrt{\frac{y}{D} - \frac{y^2}{D^2}} \right] \quad (4.11)$$

Por otra parte, el coeficiente k' se obtiene de

$$k'y = \bar{y} - \left(\frac{D}{2} - y \right)$$

donde:

$$\bar{y} = \frac{2R^3 \operatorname{Sen}^3 \theta}{3A} = \frac{2D \left(\frac{y}{D} \right)^{3/2} \left(1 - \frac{y}{D} \right)^{3/2}}{3m}$$

Por tanto, resulta que:

$$k' = 1 - \frac{1}{2} \frac{D}{y} + \frac{2 \left(1 - \frac{y}{D} \right)^{3/2} \left(\frac{y}{D} \right)^{1/2}}{3m} \quad (4.12)$$

a) Régimen supercrítico conocido

De la ec (4.4) se tiene que:

$$m_2^2 D^4 k'_2 y_2 - m_1 m_2 D^4 k'_1 y_1 = \frac{Q^2}{g} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1} \right)$$

Al dividir entre y_1^5 y despejar se obtiene

$$\frac{Q^2}{g y_1^5} = \frac{m_1 m_2 k'_2 \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - m_1^2 k'_1}{\left(\frac{y_1}{D} \right)^4 \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right)} \quad (4.13)$$

donde m_1 , m_2 , k'_1 y k'_2 están dados por las ecs (4.11) y -- (4.12) eligiendo para y el subíndice que corresponda; estos, y_1 si se trata de m_1 y k'_1 , y y_2 si se trata de m_2 y k'_2 .

b) Régimen subcrítico conocido

Por un desarrollo análogo al anterior, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{Q^2}{g y_2^5} = \frac{m_2^2 k'_2 - m_1 m_2 k'_1 \left(\frac{y_1}{y_2} \right)}{\left(\frac{y_2}{D} \right)^4 \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right)} \quad (4.14)$$

4.4.4.2 Flujo a presión después del salto

En este caso, vale también la ec (4.4), siempre que A_2 corresponda al área total llena, y_2 a la altura del -- gradiente de presiones en la sección 2 (fig 4.12). Esto equi-

vale a que m_2 y k'_2 sean constantes de valor:

$$m_2 = \frac{\pi}{4} \quad (4.15)$$

$$k'_2 = 1 - \frac{1}{2 \left(\frac{y_2}{D} \right)} \quad (4.16)$$

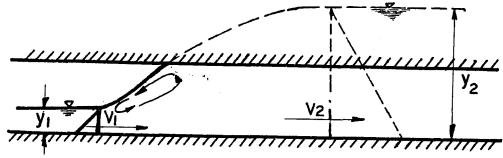
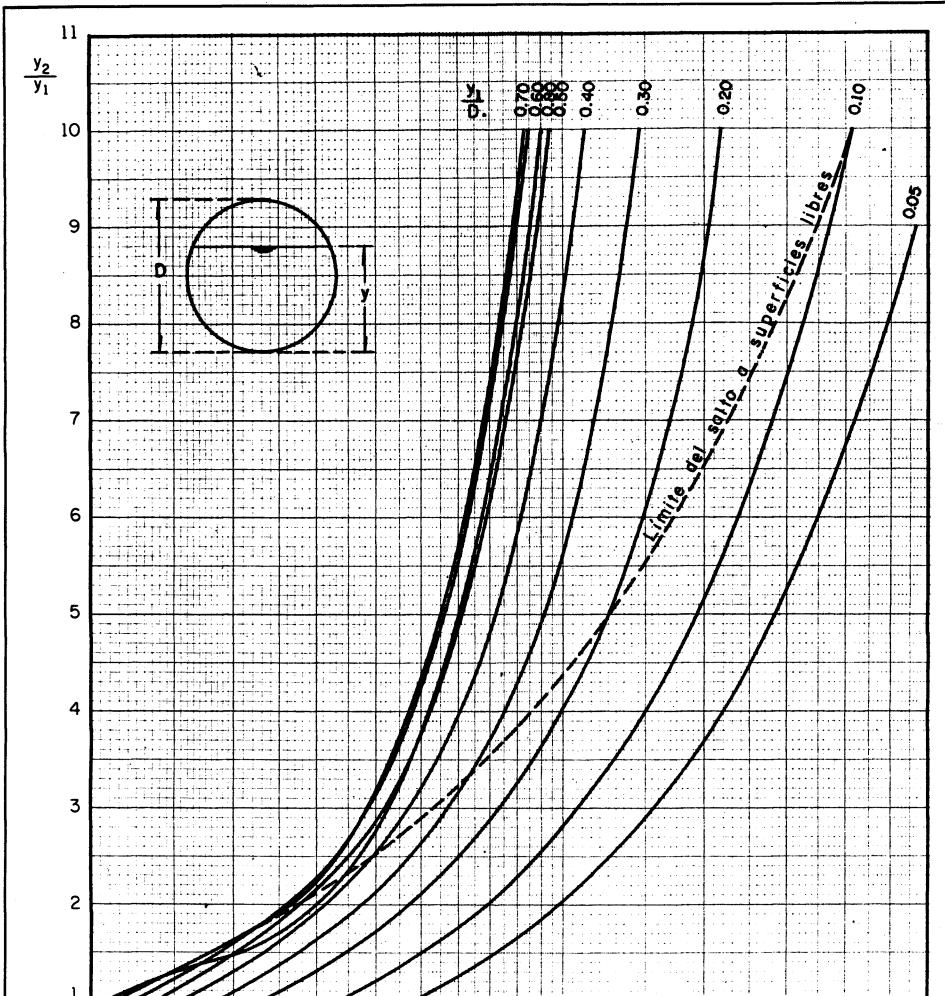


Fig. 4.12 Salto hidráulico forzado en un conducto circular

Por tanto, es válida la ec (4.13) para el régimen supercrítico conocido y la ec (4.14) para el subcrítico, -- conocido, siempre que m_2 y k'_2 se calculen de las ecs (4.15) y-- (4.16). Las figs 4.13 y 4.14 permiten una solución gráfica-- sencilla para los casos anteriores analizados, donde se ha utilizado el parámetro $Q/\sqrt{g y_1^5}$

4.4.5 Sección hendidura

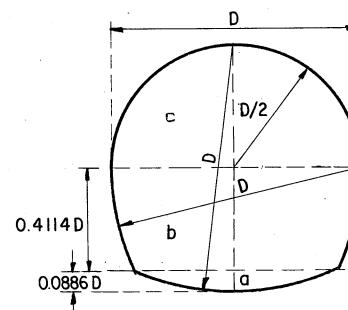
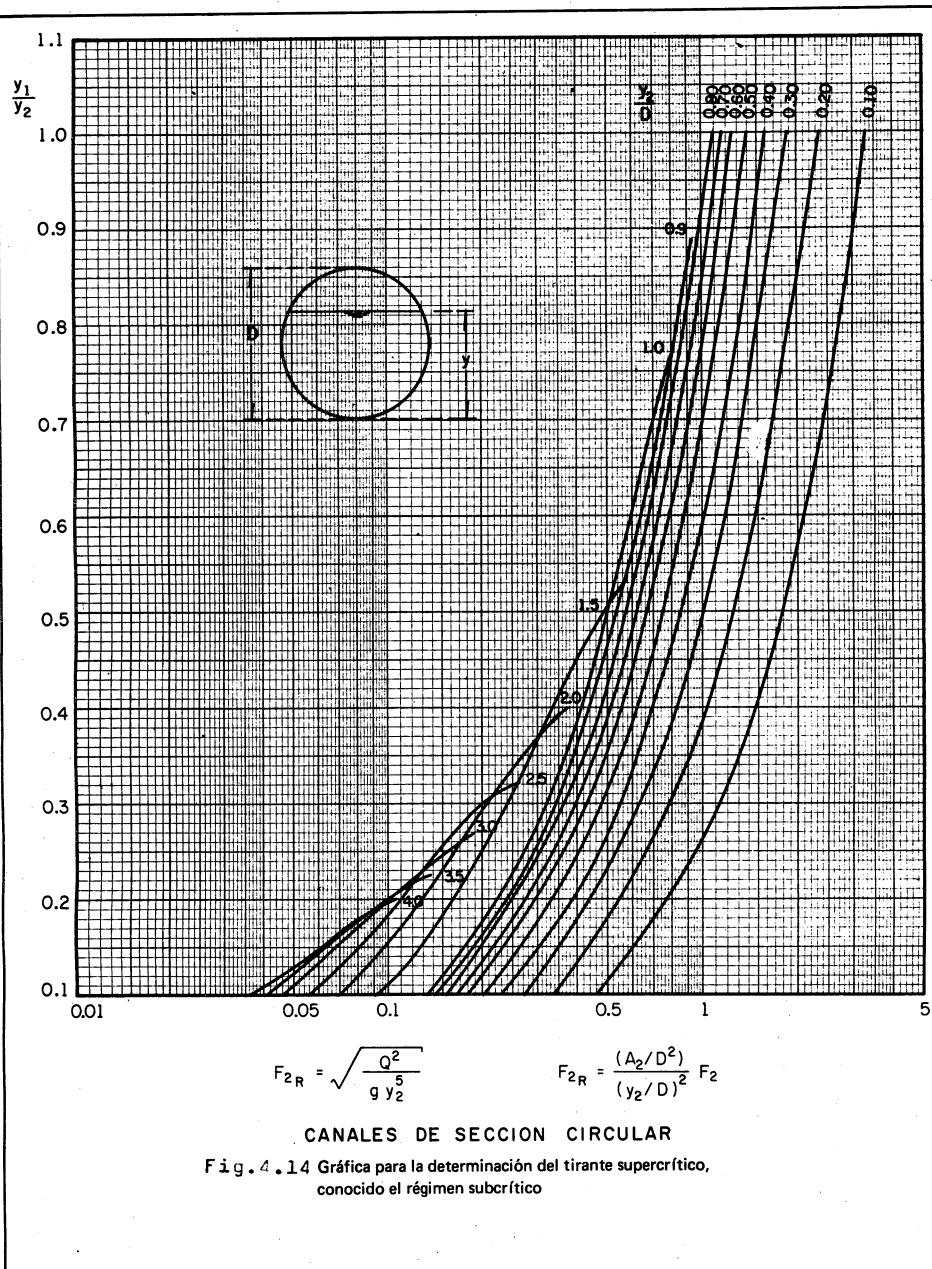
Para calcular el área, conviene dividir la sección en tres zonas como se muestra en la fig 4.15.



$$F_{IR} = \sqrt{\frac{Q^2}{g y_1^5}} \quad F_{IR} = \frac{(A_1/D^2)}{(y_1/D)^2} F_1$$

CANALES DE SECCION CIRCULAR

Fig.4.13 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico



Zona a . Para $y \leq 0.0886 D$
En esta zona son válidas ecuaciones similares a las (4.11)-
y (4.12), con la única diferencia que en este caso el radio-
es igual al diámetro ($R = D$).
Esto es, se consideran válidas
las siguientes ecuaciones:

Fig 4.15 Sección herradura

$$m_a = \frac{A_a}{D^2} = \left[\text{áng cos } \left(1 - \frac{y}{D} \right) \right] \left[2 \left(1 - \frac{y}{D} \right) \sqrt{\frac{y}{2D} - \frac{y^2}{4D^2}} \right] \quad (4.17)$$

$$k'_a = 1 - \frac{D}{y} + \frac{2 \left(1 - \frac{y}{2D} \right)^{3/2} \left(\frac{y}{2D} \right)^{1/2}}{\frac{3}{4} m_a} \quad (4.18)$$

Cuando $y = 0.0886 D$, $m_a = 0.04906$ y $k'_a = 0.40203$

zona b. Para $0.0886 D \leq y \leq 0.5D$

Para el área hidráulica con tirantes dentro de la-
zona b, se tiene:

$$m_b = \frac{A_b}{D^2} = 0.9366240398 - \frac{y}{D} - (0.5 - \frac{y}{D}) \sqrt{0.75 + \frac{y}{D} - (\frac{y}{D})^2} - \text{ang sen}(0.5 - \frac{y}{D}) \quad (4.19)$$

y el coeficiente k'_b

$$k'_b = \frac{1}{m_b(\frac{y}{D})} \left\{ 0.9366240398(\frac{y}{D}) - 0.5(\frac{y}{D})^2 - 0.9107993196 + \frac{1}{3} \left[2.25 + \left(\frac{y}{D} \right)^2 - \frac{y}{D} \right] \sqrt{0.75 + \frac{y}{D} - (\frac{y}{D})^2} \right\}$$

$$+ (0.5 - \frac{y}{D}) \text{ang sen}(0.5 - \frac{y}{D}) \} \dots \quad (4.20)$$

-153-

zona c. Para $0.5D \leq y \leq D$

$$m_c = \frac{A_c}{D^2} = 0.043924958 + 0.25 \operatorname{ang} \cos\left(1 - \frac{y}{D}\right) - 0.5 \left[1 - \frac{2y}{D}\right] \left[\frac{y}{D} - \left(\frac{y}{D}\right)^2\right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

$$k'_c = \frac{1}{m_c \left(\frac{y}{D}\right)} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{y}{D} - 0.5\right) \operatorname{ang} \cos\left(1 - \frac{y}{D}\right) + \left(\frac{y}{D} - 0.5\right)^2 \sqrt{\frac{y}{D} - \left(\frac{y}{D}\right)^2} + \frac{2}{3} \left[\frac{y}{D} - \left(\frac{y}{D}\right)^2\right]^{3/2} - 0.006116445 + 0.043924958 \frac{y}{D} \right\} \dots\dots\dots (4.22)$$

Cuando la sección se llena totalmente, el área y k' valen:

$$A = 0.829323 D^2$$

$$k' = 0.519107$$

4.4.5.1 Flujo a superficie libre antes y después del salto

a) Régimen supercrítico conocido

Para la sección hendidura también vale la ec (4.13), si m y k' se obtienen de las ecs (4.17) a (4.22).

b) Régimen subcrítico conocido

Vale también la ec (4.14) si m y k' se obtienen de las ecs (4.17) a (4.22).

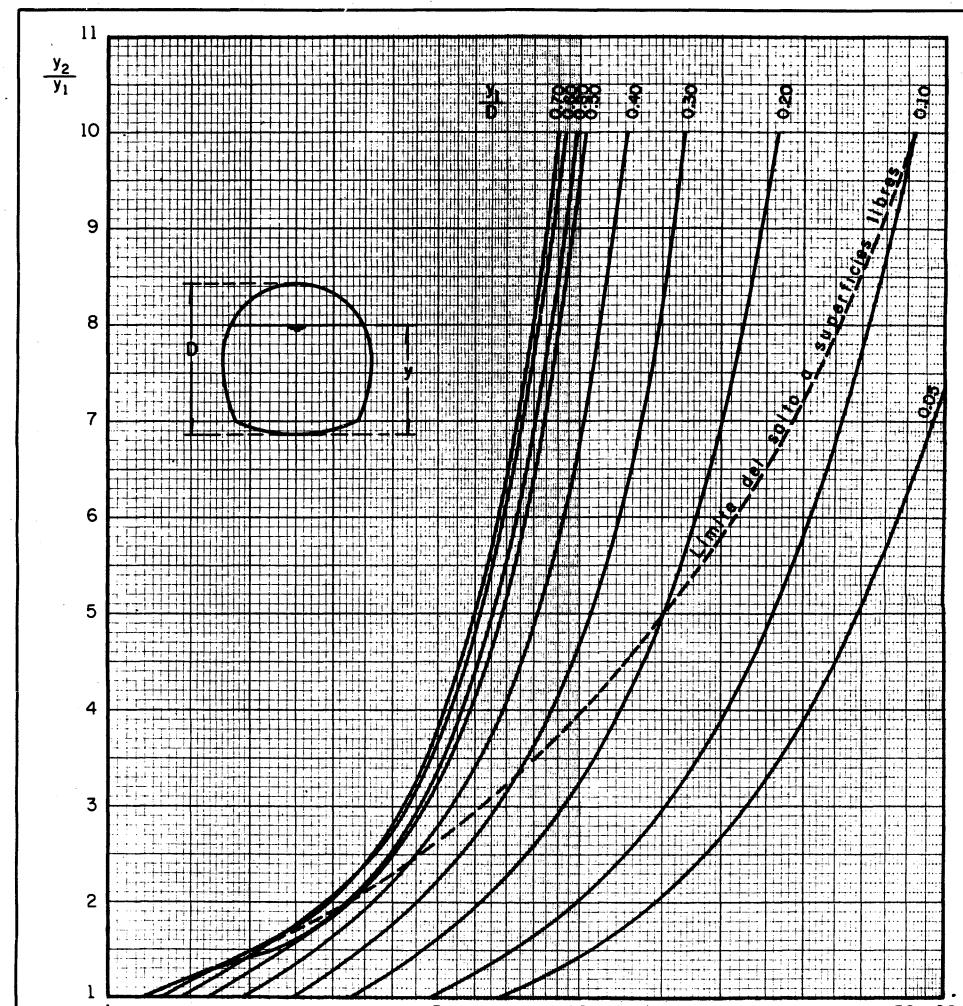
4.4.5.2 Flujo a presión después del salto

Se utiliza la ec (4.13) para régimen supercrítico conocido y la ec (4.14) para régimen subcrítico conocido, siempre que m_1 y k'_1 se calculen con las ecuaciones que correspondan, de acuerdo con la zona de la sección de que se trate. Invariablemente m_2 y k'_2 adoptan los valores constantes siguientes:

$$m_2 = 0.829323$$

$$k'_2 = 1 - 0.480893(D/y_2)$$

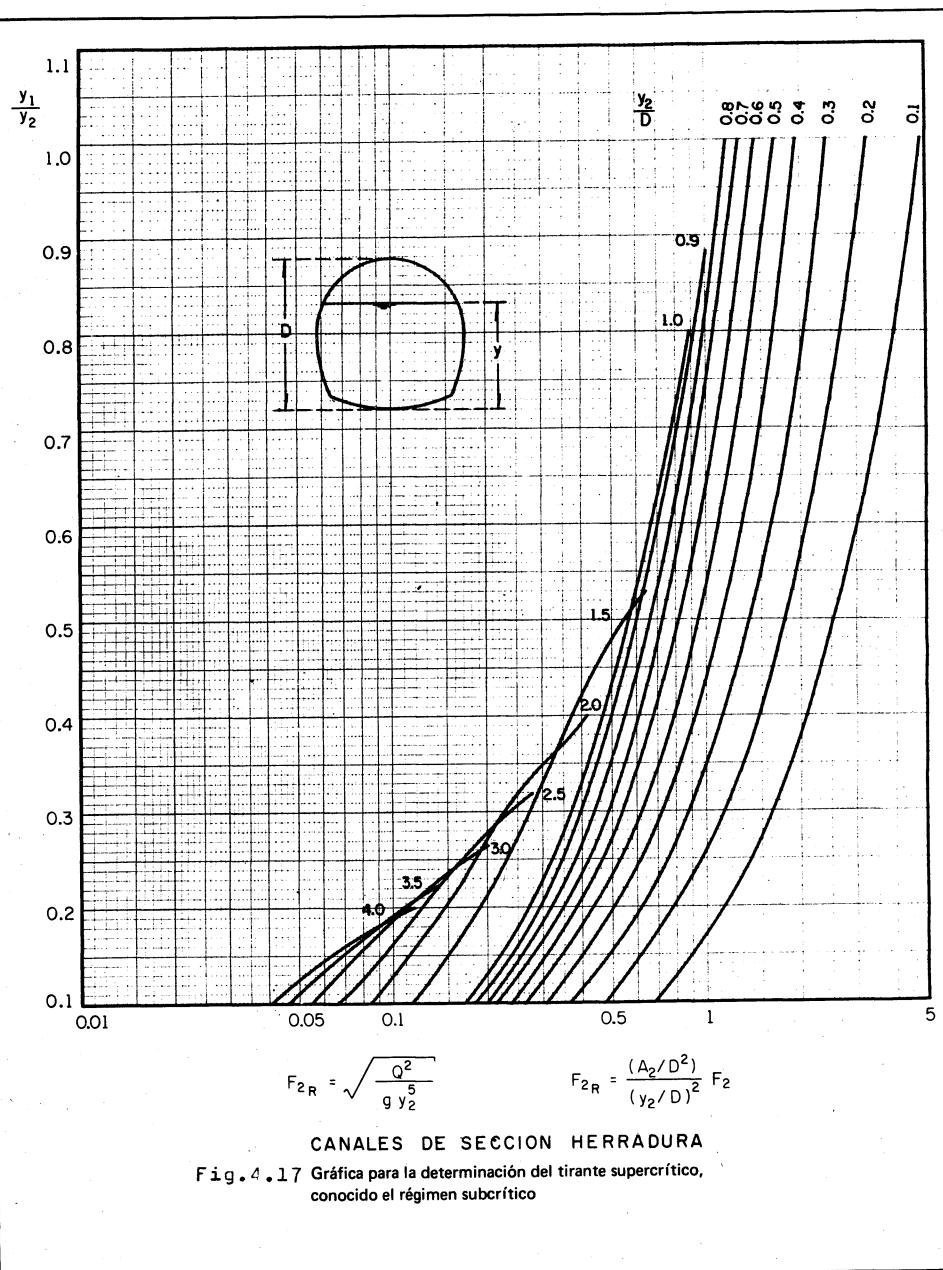
donde y_2 es la altura del gradiente de presiones en la sección 2, según lo indica la fig 4.12.



$$F_{1R} = \sqrt{\frac{Q^2}{g y_1^5}} \quad F_{1R} = \frac{(A_1/D^2)}{(y_1/D)^2} F_1$$

CANALES DE SECCION HERRADURA

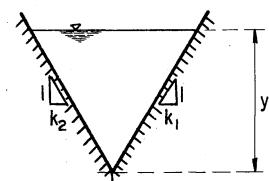
Fig. 4.16 Gráfica para la determinación del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico



La solución gráfica del problema se presenta en las figs 4.16 y 4.17 para los casos antes analizados, donde se ha utilizado el parámetro $Q/\sqrt{g y^5}$.

No se conocen las características del salto hidráulico en secciones circular y herradura cuando $(y_1/D) > 0.8$. Por esta razón, en las gráficas correspondientes se consideraron solamente valores $0 \leq y_1/D \leq 0.8$. En las gráficas de régimen subcrítico conocido, algunas curvas no alcanzan el valor $y_1/y_2 = 1$ debido a la limitación de la variable $(y_1/y_2)^{\max} = 0.8$. En las gráficas de régimen supercrítico conocido se indica el lugar geométrico de los puntos límites del salto a superficie libre y en las gráficas de régimen subcrítico conocido la curva límite es $y_2/D = 1$.

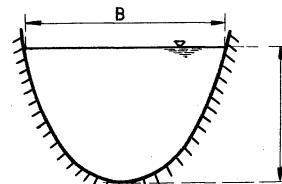
4.4.6 Sección triangular



Para una sección triangular, como en la fig 4.18, es suficiente hacer $b = 0$ en la solución de las ecs (4.9) y (4.10), o en las figs 4.9 y 4.10 correspondientes a la sección trapecial.

Fig. 4.18 Sección triangular

4.4.7 Sección parabólica



a) Régimen supercrítico conocido. En una sección parabólica el área vale:

$$A = \frac{2}{3} By$$

siendo también $k' = \frac{2}{5}$

Multiplicando la ec (4.4) por

Fig. 4.19 Sección parabólica $B_1 A_2 / A_1^3$

se obtiene:

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 - \frac{B_1}{A_1} k' y_2 - \frac{B_1}{A_1} \frac{A_2}{A_1} k' y_1 - \frac{Q^2 B_1}{g A_1^3} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right) = 0$$

Por otra parte, el cuadrado del número de Froude en la sección 1 vale:

$$F_{r1}^2 = \frac{V_1^2}{g Y_1} = \frac{Q^2 B_1}{g A_1^3}$$

siendo también

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{3}{2} \frac{y_1}{y_2}; \quad \left(\frac{B_2}{B_1}\right)^2 = \frac{y_2}{y_1}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2 y_2}{B_1 y_1} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{3/2}$$

al substituir resulta:

$$\frac{3}{5} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 \frac{y_2}{y_1} - \frac{3}{5} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{3/2} - F_{r1}^2 \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{3/2} + F_{r1}^2 = 0$$

que al ordenar, se tiene:

$$\frac{y_2^4}{y_1} - \left(\frac{5}{3} F_{r1}^2 + 1\right) \frac{y_2^{3/2}}{y_1} + \frac{5}{3} F_{r1}^2 = 0 \quad (4.23a)$$

Por otra parte, el número de Froude F_{r1}^2 también es:

$$F_{r1}^2 = \frac{V_1^2}{g Y_1} = \frac{V_1^2 B_1}{g A_1} = \frac{3 V_1^2 B_1}{2 g B_1 y_1} = \frac{3}{2} F_1^2$$

donde $F_1^2 = V_1^2/g y_1$. Sustituyendo en la ecuación anterior, resulta:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^4 - \left(\frac{5}{3} F_1^2 + 1\right) \frac{y_2^{3/2}}{y_1} + \frac{5}{3} F_1^2 = 0 \quad (4.23b)$$

La solución gráfica de esta ecuación se presenta en la fig 4.6 para facilitar el cálculo.

b) Régimen subcrítico conocido

Por un desarrollo análogo al de la ec (4.23) se demuestra la siguiente ecuación:

$$\frac{y_1^4}{y_2} - \left(\frac{5}{3} F_{r2}^2 + 1\right) \frac{y_1^{3/2}}{y_2} + \frac{5}{3} F_{r2}^2 = 0 \quad (4.24a)$$

o bien:

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^4 - \left(\frac{5}{3} F_{r2}^2 + 1\right) \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^{3/2} + \frac{5}{3} F_{r2}^2 = 0 \quad (4.24b)$$

La fig 4.7 presenta una solución gráfica de esta ecuación para facilitar el cálculo.

Problema 4.1 Un canal rectangular de 15 m de ancho se inicia al pie de un cimacio que tiene una altura de 4.27 m (del piso a la cresta) como se muestra en la fig 4.20. Dicho cimacio tiene la misma longitud de cresta que el ancho del canal y, con una carga $h_c = 2.43$ m sobre la misma, deberá descargar un gasto $Q = 112.5 \text{ m}^3/\text{seg}$.

El canal será excavado en tierra con un factor de rugosidad de Manning $n = 0.025$ y el régimen en flujo uniforme debe ser subcrítico. Determinar la pendiente necesaria en el canal para que el salto hidráulico principie justo al pie de la caída, así como la longitud L de la zona que debe revestirse,

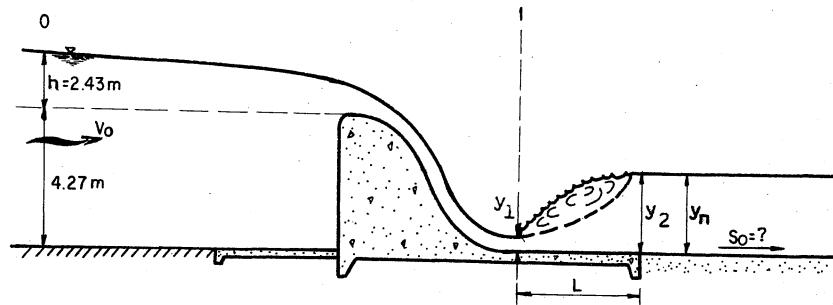


Fig 4.20 Estructura hidráulica del problema 4.1

Solución

El tirante y_1 al pie del cimacio queda obligado por el gasto y la altura de caída. Dicho tirante debe ser el conjugado menor del salto para que éste se inicie al pie del cimacio. Dicho tirante producirá un conjugado mayor y_2 el cual debe ser el tirante normal en el canal para impedir que se mueva el salto; esto es, si $y_2 > y_n$ el salto se "correría" hacia aguas abajo y si $y_2 < y_n$ el salto se "correría" hacia aguas arriba.

El gasto unitario vale:

$$q = \frac{112.5}{15} = 7.5 \text{ m}^3/\text{seg/m}$$

La velocidad V_0 con que el agua se aproxima al cimacio es

$$V_0 = \frac{7.5}{6.7} = 1.119 \text{ m/seg}$$

y la carga de velocidad: $V_0^2/2g = 0.064$

El tirante normal vale

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(7.5)^2}{9.8}} = 1.79 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación de energía entre la sección - "0" próxima al cimacio y la 1 al pie del mismo considerando como pérdida de energía por fricción sobre el cimacio: $0.1 V_1^2/2g$, se tiene que:

$$4.27 + 2.43 + 0.064 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + 0.1 \frac{V_1^2}{2g}$$

o bien:

$$6.764 = y_1 + \frac{q^2 \times 1.1}{2g y_1^2}$$

$$6.764 = y_1 + \frac{(7.5)^2 \times 1.1}{2g y_1^2}$$

cuya solución para régimen supercrítico es $y_1 = 0.723 \text{ m}$.

La velocidad en la sección 1 es entonces:

$$V_1 = \frac{7.5}{0.723} = 10.373 \text{ m/seg}; \frac{V_1^2}{2g} = 5.49; E_1 = 6.213 \text{ m}$$

y el número de Froude en esa sección resulta:

$$F_{r1} = \frac{10.373}{\sqrt{9.8 \times 0.723}} = 3.897$$

y de la ec (4.7) el conjugado mayor vale:

$$y_2 = \frac{0.723}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \times (3.897)^2} - 1 \right) = 3.639 \text{ m}$$

siendo la velocidad y carga de velocidad respectivamente:

$$V_2 = \frac{7.5}{3.639} = 2.061 \text{ m/seg}; \frac{V_2^2}{2g} = 0.217 \text{ m}$$

y la pérdida de energía en el salto:

$$\Delta h = E_1 - E_2 = 6.213 - (3.639 + 0.217) = 2.357 \text{ m}$$

El tirante normal en el canal debe ser: $y_n = 3.639 \text{ m}$.

Los elementos geométricos en la sección del canal son:

$$A = 15 \times 3.639 = 54.585 \text{ m}^2$$

$$P = 15 + 2 \times 3.639 = 22.278 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{54.585}{22.278} = 2.450; R_h^{2/3} = 1.817$$

De la fórmula de Manning; la pendiente necesaria es:

$$S_o = \left(\frac{q n}{A R_h^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{112.5 \times 0.025}{54.585 \times 1.817} \right)^2 = 0.000804$$

Al iniciarse el salto en la sección 1, deberá revesirse por lo menos hasta la sección 2 que es donde termina. Por tanto, de acuerdo con la tabla 4.1, resulta que $L/y_2 = 5.75$ y la distancia L vale:

$$L = 5.75 \times 3.639 = 20.92 \approx 21 \text{ m}$$

Se observa que si la pendiente S_o fuese menor que la calculada, se formaría un tirante normal $y_n > y_2$ lo cual haría que el salto se corriera hacia aguas arriba ahogando el pie del vertedor (fig 4.21); por el contrario, si la pendiente S_o fuese mayor que la calculada: $y_n < y_2$, el salto se correría hacia aguas abajo y su lugar de formación correspondería a aquel en el que se satisfacieran las condiciones de igualdad de "momentum", entre las secciones antes y después del salto (fig 4.22). (Vease problema 5.6).

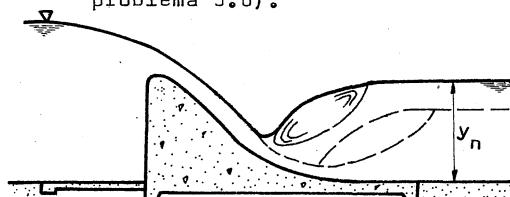


Fig 4.21 Salto "ahogado"

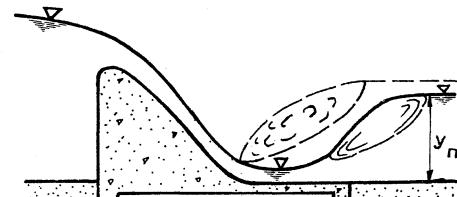


Fig 4.22 Salto "barriendo"

Problema 4.2 La compuerta deslizante mostrada en la fig 4.23 - tiene un ancho $b = 3 \text{ m}$ y una abertura $a = 0.51 \text{ m}$. El tirante antes de la compuerta es de 1.90 m . Dicha compuerta regula las descargas a un canal rectangular del mismo ancho que será excavado en tierra ($n = 0.025$). Calcular la pendiente necesaria en dicho canal de manera que se tenga un flujo uniforme subcrítico con una descarga libre de la compuerta (salto hidráulico normal), así como la longitud L que deberá tener el revestimiento de concreto para impedir la erosión de la plantilla.

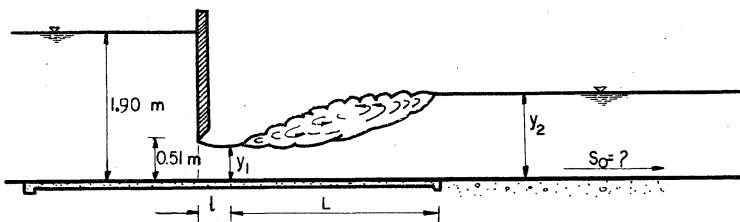


Fig 4.23 Descarga de la compuerta deslizante del problema 4.2

Solución.

Es necesario calcular el gasto descargado por la compuerta y para ello se requiere el coeficiente de descarga de la misma. La relación de tirante antes de la compuerta y la abertura vale: $1.90/0.51 = 3.725$. De la fig 6.16 del Vol 1 dicho coeficiente para descarga libre vale $C_d = 0.57$ y de la ec (6.25) del mismo volumen el gasto resulta ser:

$$Q = 0.57 \times 3 \times 0.51 \sqrt{2 \times 9.8 \times 1.90} = 5.322 \text{ m}^3/\text{seg}$$

De la ec (6.27) del mismo volumen, el coeficiente de velocidad resulta

$$C_v = 0.96 + 0.0979 \frac{0.51}{1.9} = 0.986$$

y de la ec (6.26 b) el coeficiente de contracción es:

$$C_c = \frac{1 \times 0.51}{2 \times 1.9} \left(\frac{0.57}{0.986} \right)^2 + \sqrt{\left[\frac{1}{2} \frac{0.51}{1.9} \left(\frac{0.57}{0.986} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{0.57}{0.986} \right)^2} = 0.625$$

De la ec 6.28 del Vol 1, la distancia "l" a la que se encuentra la sección contracta vale:

$$l = \frac{0.51}{0.625} = 0.816 \text{ m}$$

y el tirante en dicha sección resulta:

$$y_1 = C_c a = 0.625 \times 0.51 = 0.3188 \text{ m}$$

Para que ocurra descarga libre y salto hidráulico normal, éste se debe iniciar a partir de esta sección contracta, siendo y_1 el conjugado menor. En dicha sección la velocidad es:

$$V_1 = \frac{5.322}{3 \times 0.3188} = 5.565 \text{ m/seg}$$

y el número de Froude resulta:

$$F_{r1} = \frac{5.565}{\sqrt{9.8 \times 0.3188}} = 3.148$$

De la ec (4.7) se obtiene el tirante conjugado mayor que vale:

$$y_2 = \frac{0.3188}{2} \left(\sqrt{1.48 \times 3.148^2} - 1 \right) = 1.269 \text{ m}$$

Este tirante debe ser igual al normal en el canal. El área, radio hidráulico y velocidad valen:

$$A = 3 \times 1.269 = 3.807 \text{ m}^2$$

$$R_h = \frac{3.807}{3 + 2 \times 1.269} = 0.687 \text{ m}$$

$$V = \frac{5.322}{3.807} = 1.398 \text{ m/seg}$$

La pendiente del canal debe ser entonces:

$$S_o = \left(\frac{1.398 \times 0.025}{0.687} \right)^{2/3} = 0.002$$

Con $F_{r1} = 3.148$; de la tabla 4.1 resulta que $L/y_2 = 5.36$ y la longitud vale:

$$L = 5.36 \times 1.269 = 6.8 \text{ m}$$

Problema 4.3. Un canal trapezoidal tiene un ancho de plantilla $b = 5 \text{ m}$, taludes $k = 1$ y para una pendiente $S_o = 0.0004$, adopta un tirante normal $y_n = 1.75 \text{ m}$ en flujo uniforme para $n = 0.025$. Debido a razones topográficas, existe un tramo intermedio en el canal, con suficiente longitud y pendiente para que se establezca también flujo uniforme pero supercrítico. Calcular la pendiente del tramo intermedio de manera que se produzca un salto claro inmediatamente después que termina dicho tramo (fig 4.24),

el cual deberá revestirse de concreto debido al aumento de velocidad ($n = 0.015$).

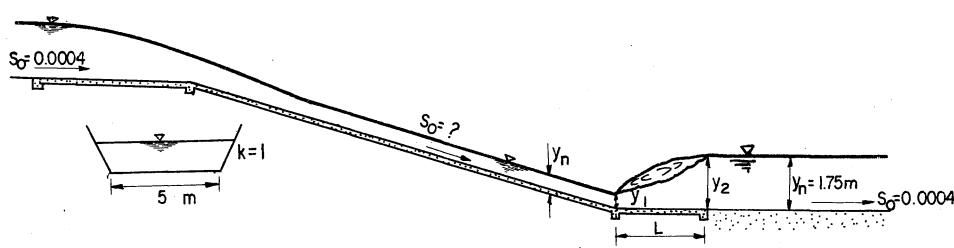


Fig 4.24 Esquema ilustrativo del problema 4.3

Solución

Para calcular el gasto en el canal, se determinan a continuación los elementos geométricos de la sección para el tirante normal $y_n = 1.75$ m

$$A = (5 + 1 \times 1.75) 1.75 = 11.8125 \text{ m}^2$$

$$P = 5 + 2 \sqrt{2} \times 1.75 = 9.9497 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{11.8125}{9.9497} = 1.1872 \text{ m}$$

La velocidad media y el gasto valen:

$$V = \frac{1}{0.025} (1.1872)^{2/3} (0.0004)^{1/2} = 0.897 \text{ m/seg}$$

$$Q = 11.8125 \times 0.897 = 10.5953 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Es conveniente calcular el tirante crítico y; siguiendo el procedimiento, se obtiene el valor del parámetro:

$$\frac{q k^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{10.595 \times 1}{5^{5/2} \sqrt{9.8}} = 0.0605$$

tanto

De la fig 2.8 resulta que $k y_c/b = 0.146$, por lo-

$$y_c = \frac{0.146 \times 5}{1} = 0.73 \text{ m}$$

el cual es menor que el tirante normal $y_n = 1.75$ m en el canal, por tanto el flujo uniforme es con régimen subcrítico.

Para forzar a un salto hidráulico que se inicie en la sección donde se efectúa el cambio de pendiente, el tirante conjugado mayor debe ser igual al tirante normal en el canal. - Para determinar el conjugado menor calcularemos los siguientes parámetros:

$$F_{M2} = \frac{Q}{\sqrt{g} k y_2^{5/2}} = \frac{10.5953}{\sqrt{9.8} \times 1 \times 1.75^{5/2}} = 0.8354$$

$$t_2 = \frac{b}{k y_2} = \frac{5}{1 \times 1.75} = 2.8571$$

De la fig 4.10: $y_1/y_2 = 0.128$ y por tanto, el conjugado menor vale:

$$y_1 = 0.128 \times 1.75 = 0.224 \text{ m}$$

Si se requiere un valor más preciso se puede recurrir a la ec (4.10), la cual, al substituir los diferentes términos, resulta:

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^4 + 8.1428 \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^3 + 20.3873 \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^2 + 14.5588 \frac{y_1}{y_2} - 2.0937 = 0$$

La solución correcta es: $y_1/y_2 = 0.122$, esto es:

$$y_1 = 0.122 \times 1.75 = 0.2135 \text{ m}$$

Este tirante debe ser el normal para el tramo intermedio; por tanto, los elementos hidráulicos de la sección son:

$$A = (5 + 1 \times 0.2135) 0.2135 = 1.1131 \text{ m}^2$$

$$P = 5 + 2 \sqrt{2} 0.2135 = 5.6039 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{1.1131}{5.6039} = 0.199 \text{ m}$$

y para $n = 0.015$, la pendiente necesaria en el tramo intermedio vale:

$$S = \left(\frac{Qn}{A R_h^{2/3}} \right)^2 = \left[\frac{10.5953 \times 0.015}{1.1131 (0.199)^{2/3}} \right]^2 = 0.17591$$

La longitud L del revestimiento debe ser, como mínimo, la del salto hidráulico que, de acuerdo con la fórmula de Sieñchin y la tabla 4.2 vale:

$$L = 10.6 (1.75 - 0.2135) = 16.29 \text{ m}$$

Problema 4.4 Un canal trapezoidal de 2.50 m de ancho de planta, talud $k = 0.5$ y pendiente $S_1 = 0.02$ conduce un gasto $Q = 12 \text{ m}^3/\text{seg}$ y continúa a través de la montaña por un túnel de sección herradura de diámetro $D = 3 \text{ m}$ (fig 4.25). El canal está revestido de concreto con acabado liso ($n_1 = 0.013$) y el túnel-revestido de concreto de acabado regular ($n_2 = 0.018$).

- Calcular la pendiente S_2 necesaria para que se inicie un salto hidráulico en la sección del por tal de entrada.
- Si $S_2 = 0.01$, indicar qué ocurriría con el salto hidráulico.
- Calcular S_2 mínima que elimine el salto hidráulico.
- Calcular el desnivel Δz entre las dos secciones que limitan la transición, así como la pendiente S_2 necesaria, de tal manera que se mantenga el mismo tirante del canal (normal) a lo largo de la transición y del túnel

Solución a.

Calcularemos el tirante crítico en el canal y en el túnel, así como el tirante normal en el primero.

Tirante crítico en el canal: Calculamos el siguiente parámetro:

$$\frac{Q k^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{12 \times 0.5^{3/2}}{2.5^{5/2} \sqrt{9.8}} = 0.1371$$

De la fig 3.9 resulta que: $k y_c/b = 0.255$, por tanto:

$$y_c = \frac{0.255 \times 2.5}{0.5} = 1.275 \text{ m}$$

Tirante crítico en el túnel. Calculamos el siguiente parámetro

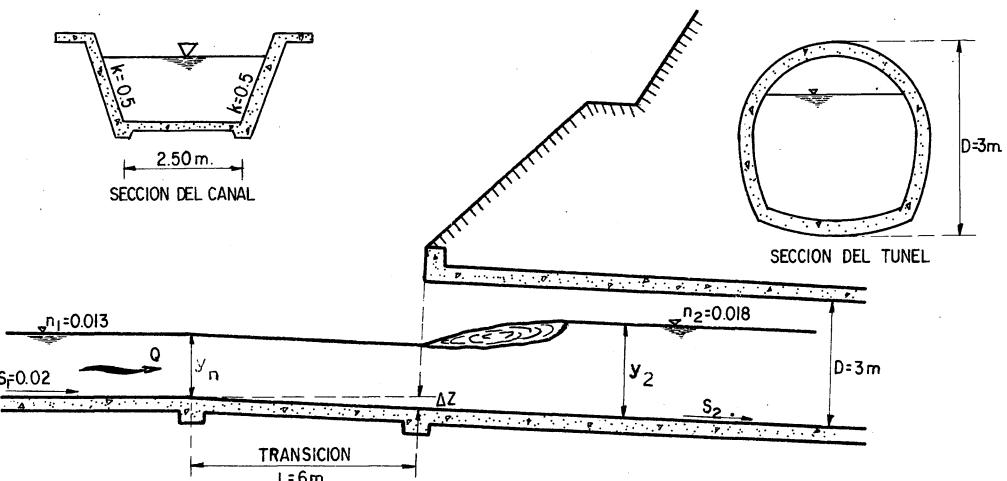


Fig 4.25 Esquema ilustrativo del problema 4.4.

$$\frac{Q}{\sqrt{g} b^{5/2}} = \frac{12}{\sqrt{9.8} \times 3^{5/2}} = 0.2459$$

y de la fig 3.10 ó de la tabla 2.6 resulta que $y_c/D = 0.456$. Por tanto:

$$y_c = 0.456 \times 3 = 1.368 \text{ m}$$

Tirante normal en el canal. Calculamos el módulo de sección

$$\frac{Q n_1}{b^{8/3} S_1^{1/2}} = \frac{12 \times 0.013}{2.5^{8/3} \sqrt{0.02}} = 0.0958$$

De la fig 2.7 resulta que $y_n/b = 0.27$ y por tanto el tirante normal es:

$y_p = 0.27 \times 2.5 = 0.675 \text{ m} < 1.275 \text{ m}$, el cual es menor que el crítico y el régimen en el canal es supercrítico. El área hidráulica, velocidad y carga de velocidad en el canal,

respectivamente valen:

$$A_n = (2.5 + 0.5 \times 0.675) 0.675 = 1.9153 \text{ m}^2$$

$$V_n = \frac{12}{1.9153} = 6.265 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_n^2}{2g} = 2.035 \text{ m}$$

De esta manera, a partir de la ecuación de la energía, se puede calcular el tirante y_1 que se presentaría en el portal de entrada al túnel. Despreciando las pérdidas en el tramo de transición y considerando que en la transición se mantiene la misma pendiente que en el canal ($\Delta z = S_1 \times L$), se tiene que:

$$0.02 \times 6 + 0.675 + 2.035 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

o sea que: $2.83 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$ (a)

Se debe cumplir también la ecuación de continuidad:

$$A_1 V_1 = 12 \quad (\text{b})$$

La solución del sistema de ecuaciones (a) y (b) es por tanteos. Por ejemplo, con $y_1/D = 0.27$, $y_1 = 0.81 \text{ m}$, de la tabla 2.6: $A_1/D^2 = 0.2107$, $A_1 = 1.8963 \text{ m}^2$; siendo la velocidad y carga de velocidad respectivamente;

$$V_1 = \frac{12}{1.8963} = 6.328 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 2.043$$

y la energía específica vale:

$$E_1 = 0.81 + 2.043 = 2.853 \text{ m} > 2.83$$

Después de una serie de tanteos adicionales se tiene: para $y_1/D = 0.2715$, $y_1 = 0.8145 \text{ m}$ e interpolando en la tabla 2.6; $A_1/D^2 = 0.212125$, $A_1 = 1.9091 \text{ m}^2$, siendo la velocidad y la carga de velocidad:

$$V_1 = \frac{12}{1.9091} = 6.286 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 2.016 \text{ m}$$

La energía específica vale:

$$E_1 = 0.8145 + 2.016 \text{ m} = 2.83 \text{ m}$$

que es el valor requerido. Por tanto, el tirante a la entrada del túnel es $y_1 = 0.8145 \text{ m}$ que es menor que el crítico de 1.368m dentro del mismo, siendo factible que se produzca el salto hidráulico.

El conjugado menor de dicho salto debe ser $y_2 = 0.8145 \text{ m}$. Para determinar el mayor calculamos los parámetros siguientes:

$$\frac{Q}{\sqrt{g y_1^5}} = \frac{12}{\sqrt{9.8 \times (0.8145)^5}} = 6.402$$

$$\frac{y_1}{D} = \frac{0.8145}{3} = 0.2715$$

De la fig 4.6 resulta que: $y_2/y_1 = 2.62$ y por tanto el conjugado mayor vale:

$$y_2 = 2.62 \times 0.8145 = 2.134 \text{ m} < 3 \text{ m}$$

por lo cual el túnel no se ahoga.

Para que el salto se inicie en la sección del portal de entrada, se necesita que el tirante conjugado mayor calculado, sea el tirante normal dentro del túnel. Los elementos geométricos para dicho tirante se calculan de la tabla 2.6 para $y_2/D = 2.134/3 = 0.7113$. Mediante interpolaciones lineales resulta que: $A_2/D^2 = 0.64147$, $Rh_2/D = 0.300756$ y por tanto se obtiene que:

$$A_2 = 0.64147 \times 3^2 = 5.7732 \text{ m}^2$$

$$Rh_2 = 0.300756 \times 3 = 0.9023 \text{ m}$$

$$V = \frac{12}{5.7732} = 2.0786 \text{ m/seg}$$

De la fórmula de Manning, la pendiente en el túnel-

debe ser:

$$S_2 = \left(\frac{V_2 n_2}{R_{h2}} \right)^2 = \left(\frac{2.0786 \times 0.018}{(0.9023)^{2/3}} \right)^2 = 0.001606$$

Solución b.

Para $S_2 = 0.01$ en el túnel, será necesario determinar el tirante normal que se produciría. Para ello calculamos el siguiente parámetro:

$$\frac{Q n_2}{D^{8/3} S_2^{1/2}} = \frac{12 \times 0.018}{3^{8/3} \times \sqrt{0.01}} = 0.11538$$

De acuerdo con la ec (2.36), de la fig 2.7 (o de la tabla 2.6) resulta que:

$y/D = 0.381$, o sea que el tirante normal en el túnel vale:

$$y_n = 0.381 \times 3 = 1.143 \text{ m} < y_c = 1.368 \text{ m}$$

Esto es, para $S_2 = 0.01$ en el túnel, el flujo uniforme se produce con tirante normal menor que el crítico, o sea, a régimen supercrítico igual que en el canal. Por tanto, no se presenta el salto hidráulico en ninguna sección.

Solución c. Para eliminar el salto hidráulico bastaría que la pendiente dentro del túnel fuese la crítica. Una pendiente menor forzaría a un régimen subcrítico y a un salto hidráulico. Por tanto, la pendiente crítica dentro del túnel sería la mínima para evitar el salto. De este modo, se debe tener que:

$$\frac{y_n}{D} = \frac{y_c}{D} = \frac{1.368}{3} = 0.456$$

De la tabla 2.6 resulta que $A_c/D^2 = 0.39264$, $R_{hC}/D = 0.24412$, y por tanto:

$$A_c = 0.39264 \times (3)^2 = 3.5338 \text{ m}^2$$

$$R_{hC} = 0.24412 \times 3 = 0.7324 \text{ m}$$

Siendo la velocidad crítica:

$$V_c = \frac{12}{3.5338} = 3.396 \text{ m/seg}$$

y la pendiente crítica vale:

$$S_c = \left[\frac{V_c n_2}{R_{hC}} \right]^2 = \left[\frac{3.396 \times 0.018}{0.7324^{2/3}} \right]^2 = 0.00566$$

Solución d. De acuerdo con la solución a, la energía específica para el flujo uniforme en el canal vale:

$$E_n = 0.675 + 2.035 = 2.71 \text{ m}$$

Si se desea el mismo tirante dentro del túnel ($y_1 = 0.675 \text{ m}$), será necesario calcular la energía específica para dicho tirante. De este modo:

$$\frac{y_1}{D} = \frac{0.675}{3} = 0.225$$

Para este parámetro, de la tabla 2.6 resulta que: $A_2/D^2 = 0.16865$ y $R_{h2}/D = 0.1481$ resultando así los siguientes valores:

$$A_1 = 0.16865 \times 3^2 = 1.5179 \text{ m}^2$$

$$R_{n_1} = 0.1481 \times 3 = 0.4443 \text{ m}$$

$$V_1 = \frac{12}{1.5179} = 7.906 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 3.189 \text{ m}$$

$$E_1 = 0.675 + 3.189 = 3.864 \text{ m}$$

Si Δz representa el desnivel entre las secciones inicial y final de la transición y además se desprecian las pérdidas en la misma, la ecuación de energía entre las dos secciones resultaría ser:

$$\Delta z + 2.71 = 3.864$$

Por tanto, se tiene que:

$$\Delta z = 1.154 \text{ m}$$

Esto es, para que se presente al mismo tirante $y_n = 0.675 \text{ m}$ en la sección de entrada al túnel, se necesita que dicha sección quede a 1.154 m por debajo de la sección en que se inicia la transición. Esto se aclara en la fig 4.25.

Finalmente, para conservar el mismo tirante a lo largo del túnel, será necesario calcular la pendiente en el mismo que garantice el flujo uniforme con dicho tirante normal. -- Aplicando la fórmula de Manning, dicha pendiente vale

$$S_2 = \left(\frac{\frac{V_1 n_1}{2/3}^2}{R_{h1}} \right) = \left(\frac{7.906 \times 0.018}{0.4443^{2/3}} \right)^2 = 0.05973$$

4.5. Compuerta con descarga sumergida.

Considere la disposición del flujo en la descarga sumergida de la compuerta deslizante rectangular mostrada en la fig. 4.26. El tirante y_2 corresponde al de la sección contraída del flujo y y_3 al producido por algún control desde aguas abajo. Si y_3 es mayor que el tirante conjugado de y_2 - esto es, el tirante necesario para formar un salto hidráulico con y_2 - entonces la descarga de la compuerta se ahoga tal como se muestra en la figura. Esto ocasiona que el chorro descargado por la compuerta quede sumergido debajo de una masa de agua la cual, aunque con gran turbulencia, no tiene un movimiento claro en ninguna dirección.

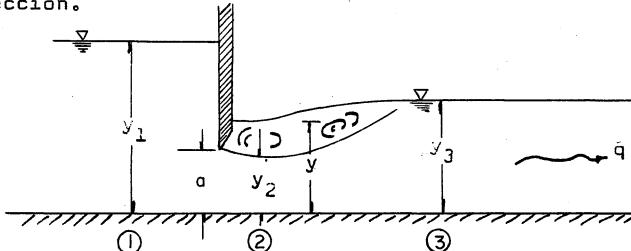


Fig 4.26 Descarga sumergida de una compuerta

Un análisis aproximado se puede hacer tratando el caso de un "flujo dividido" en el cual, parte de la sección del flujo ocupado por el agua en movimiento y parte por agua "estancada". Si bien existirá alguna pérdida de energía entre las secciones 1 y 2, una gran proporción de la misma ocurrirá al expandirse el flujo entre las secciones 2 y 3 y la cual, en principio, se desconoce. En la sección 2 la velocidad efectiva del flujo será la correspondiente al tirante y_2 , si bien la carga de presión en la misma será igual al tirante y y no a y_2 .

La ec (4.2) de igualdad de momentum en las secciones 2 y 3 implica que

$$\frac{q^2}{g y_2} + \frac{y^2}{2} = \frac{q^2}{g y_3} + \frac{y_3^2}{2} \quad (4.25)$$

donde se ha considerado el gasto unitario $q = Q/b$ y que $z_G = y/2$

Dividiendo entre y_3^2 , al despejar resulta:

$$(\frac{y}{y_3})^2 = 1 + \frac{2 q^2}{g y_3^3} (1 - \frac{y_3}{y_2})$$

siendo $F_{r3}^2 = q^2/g y_3^3$ el número de Froude en la sección 3, se obtiene la relación de sumergencia:

$$\frac{y}{y_3} = \sqrt{1 + 2 F_{r3}^2 (1 - \frac{y_3}{y_2})} \quad (4.26)$$

La relación de tirante y/y_3 variará entre 0 y 1. -- Sin embargo, si se observa que el régimen aguas abajo (sección 3) debe ser subcrítico, se tendrá que $0 < F_{r3}^2 \leq 1$; además se tendrá que $y/y_2 > 1$ y $2 F_{r3}^2 (1 - \frac{y_3}{y_2}) < 0$ por lo cual, de acuerdo con la magnitud de F_{r3}^2 , podría no existir solución para el tirante "y" dentro de los intervalos señalados. En efecto, "y" podrá disminuir cuando más al valor del tirante y_2 lo cual transformaría la ec (4.25) a la del salto hidráulico "claro" (sin ahogamiento) y forzaría a la condición límite de solución, independientemente del valor F_{r3}^2 dentro del intervalo considerado.

Es importante señalar que al aceptar la misma energía en las secciones 1 y 2, esto es que:

$$\frac{y_1^2}{2g y_1} + \frac{q^2}{2} = y + \frac{q^2}{2g y_2} \quad (4.27)$$

(aceptando que $y_2 = C_c a$), la solución simultánea de las ecs -- (4.25) y (4.27) conduce al resultado teórico del coeficiente de descarga C_d utilizado en la ec (6.26a) del Vol. I. Si dicho resultado (considerando que $C_c = 0.6$) se compara con el experimental presentado en la fig 6.16 del Vol I para $y_3/a = 5$, se obtiene que el teórico es aproximadamente 3 a 5 por ciento mayor que el experimental, lo cual confirma la validez de la teoría aquí presentada.

Según Woycicki, la longitud del salto en este caso se puede calcular con la siguiente fórmula experimental:

$$\frac{L}{y_3 - y_2} = 6 - 0.05 \frac{y_3}{y_2} \quad (4.28)$$

Problema 4.5. a) En el problema 4.2, determinar la reducción que experimentaría el gasto descargado por la compuerta si se mantiene el mismo tirante-aguas arriba- de 1.90 m, la misma abertura y la pendiente del canal se reduce a $S_o = 0.0009$. b) Si la compuerta es alimentada por un canal donde se mantiene

el gasto original de $5.322 \text{ m}^3/\text{seg}$, calcular a cuantos ascenderá el tirante aguas arriba de la compuerta al producirse el ahogamiento, si se mantiene la misma aberatura y $S_0 = 0.0009$.

Solución a. Es obvio que al reducir la pendiente del canal, el tirante normal en el mismo aumentará forzando seguramente a una descarga ahogada de la compuerta que, a su vez, reducirá el gasto, con ello el tirante normal y a su vez el gasto de ahogamiento, etc. La solución tendría que ser entonces por tanteos. El comportamiento del flujo será como se muestra en la fig 4.26 y usaremos la simbología empleada en esta figura; esto es, $y_1 = 1.90 \text{ m}$ y $a = 0.51 \text{ m}$ y $S_0 = 0.0009$.

Los tanteos consistirán en proponer un gasto, menor que el de descarga libre, con el cual se hará el cálculo completo para ser después verificado. Aquí únicamente se explica el tanteo definitivo.

Se supone $Q = 4.108 \text{ m}^3/\text{seg}$. Se obtiene así el siguiente parámetro:

$$\frac{Q_n}{b^{8/3} S_0^{1/2}} = \frac{4.108 \times 0.025}{3^{8/3} \sqrt{0.0009}} = 0.183$$

De la fig 2.7 resulta que $y_3/b = 0.47$ y el tirante normal sería:

$$y_3 = 0.47 \times 3 = 1.41 \text{ m}$$

Al afinar el resultado de la gráfica de la fig 2.7, por un procedimiento de tanteos, resulta que el valor correcto de y_3 es 1.411 m , como fácilmente puede verificarse calculando el gasto.

En el problema 4.2 se calculó que $y_2 = 0.3188 \text{ m}$, por otra parte se tiene que:

$$F_{r3}^2 = \frac{q^2}{g y_3^3} = \frac{(4.108/3)^2}{9.8 \times (1.411)^3} = 0.06811$$

Sustituyendo en la ec (4.26), resulta que:

$$y = 1.411 \sqrt{1 + 2 \times 0.06811 (1 - 1.411/0.3188)} = 1.030 \text{ m}$$

que es mayor que y_2 y menor que y_3 , por tanto la descarga es ahogada.

Para determinar el coeficiente de descarga de la compuerta será necesario calcular los siguientes parámetros:

$$\frac{y_1}{a} = \frac{1.90}{0.51} = 3.725$$

$$\frac{y_3}{a} = \frac{1.411}{0.51} = 2.767$$

Con estos valores, de la fig 6.16 del Vol. I resulta que $C_d = 0.44$ siendo el gasto

$$Q = 0.44 \times 3 \times 0.51 \sqrt{2 \times 9.8 \times 1.90} = 4.108 \text{ m}^3/\text{seg.}$$

que coincide con el valor original supuesto. De la ec (4.28), la longitud del salto vale:

$$L = (6 - 0.05) \frac{1.411}{0.3188} (1.411 - 0.3188) = 6.311 \text{ m}$$

Solución b. Al mantenerse el gasto $Q = 5.322 \text{ m}^3/\text{seg}$, será necesario calcular el nuevo tirante normal para $S_0 = 0.0009$. Para ello, determinamos el siguiente parámetro:

$$\frac{Q_n}{b^{8/3} S_0^{1/2}} = \frac{5.322 \times 0.025}{3^{8/3} \sqrt{0.0009}} = 0.2369$$

De la fig 2.7 resulta que $y_n/b = 0.568$ y el tirante normal vale:

$$y_n = 0.568 \times 3 = 1.716 \text{ m}$$

Al afinar el resultado obtiene que el valor correcto de y_n es 1.715 m . El cuadrado del número de Froude vale:

$$F_{r3}^2 = \frac{q^2}{g y_3^2} = \frac{(5.322/3)^2}{9.8 (1.715)^2} = 0.06366$$

Substituyendo en la ec (4.26), resulta que:

$$y = 1.715 \sqrt{1 + 2 \times 0.06366 (1 - 1.715/0.3188)} = 1.141 \text{ m}$$

que es mayor que y_2 y menor que y_3 , por tanto la descarga es ahogada.

El cálculo de y_1 será por tanteos y aquí solo se presenta el definitivo. El parámetro y_3/a vale:

$$\frac{y_3}{a} = \frac{1.715}{0.51} = 3.363$$

Se supone $y_1 = 2.8 \text{ m}$ y por tanto: $y_1/a = 5.49$ y - de la fig 6.16 del Vol. I se obtiene: $C_d = 0.47$. De la ec.(6.25) del mismo volumen.

$$y_1 = \left(\frac{Q}{C_d \times a \times b \sqrt{2g}} \right)^2 = \left(\frac{5.322}{0.47 \times 0.51 \times 3 \times \sqrt{2 \times 9.8}} \right)^2 = 2.795 \text{ m}$$

que es el valor supuesto. Por tanto, el tirante aguas arriba de la compuerta ascenderá de 1.90 a 2.80 m.

Problema 4.6. La obra de desvío de una presa consiste de dos túneles circulares de 3 m de diámetro y 300 m de longitud, revestidos de concreto (rugosidad absoluta $\epsilon = 2 \text{ mm}$), que descargan al río aguas abajo de la presa, a través de un tajo de sección trapecial, talud 0.5:1 y 9 m en la base. El nivel del agua en el río alcanza la El. 13.00 m constante. Si el nivel del agua arriba de la ataguía rebasa la El. 28.00 m, funcionará el vertedor de excedencias de $L = 25 \text{ m}$ de longitud de cresta, cuya ley de descargas está dada por la ecuación: $Q_v = 2 L H^{3/2}$. Determinar las condiciones de funcionamiento cuando el gasto total en los túneles es de $160 \text{ m}^3/\text{seg}$ (fig 4.27).

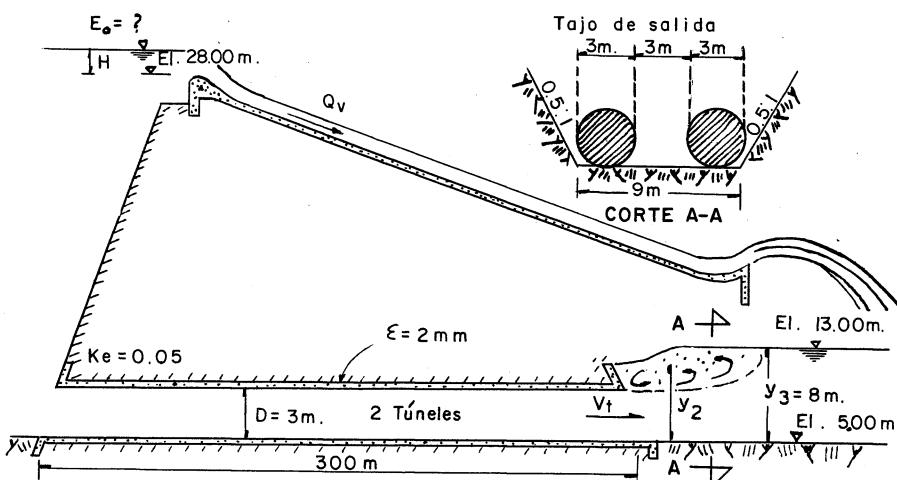


Fig 4.27. Obra de desvío del problema 4.6

Solución. El tirante $y_3 = 8 \text{ m}$ en el tajo de salida de los túneles es mayor que el diámetro de los mismos, por lo cual la carga será seguramente sumergida y será necesario conocer el tirante "y" de sumergencia. La solución propuesta en el subcapítulo anterior, puede generalizarse para este problema si se acepta que en la sección de salida de los túneles la velocidad efectiva del flujo será V_t (en los túneles), si bien la carga de presión corresponderá al tirante "y" de sumergencia.

El área de un túnel será:

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (3)^2 = 7.0686 \text{ m}^2$$

y el de los dos túneles:

$$A_t = 2 \times 7.0686 = 14.1372 \text{ m}^2$$

La velocidad y carga de velocidad en el túnel valen:

$$V_t = \frac{160}{14.1372} = 11.318 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_t^2}{2g} = 6.5352 \text{ m}$$

La presencia de un salto hidráulico ahogado en el tajo de descarga obligará a la igualdad de momentum entre la sección de salida y la sección 3. Esto es, según la ec (4.2) -- se tiene que:

$$\frac{Q^2}{g A_t} + Z_{G_2} A_2 = \frac{Q^2}{g A_3} + Z_{G_3} A_3$$

De acuerdo con la fig 4.28, el área de la sección 3 vale:

$$A_3 = (9 + 0.5 \times 8) 8 = 104 \text{ m}^2$$

y la profundidad del centro de gravedad es:

$$Z_{G_3} = y_3 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{2(9 + y_3) + 9}{9 + y_3 + 9} \right)$$

Fig.4.28 Sección del tajo de salida.

y para $y_3 = 8 \text{ m}$ vale $Z_{G_3} = 3.5897 \text{ m}$

Por lo tanto, el momentum en la sección 3 resulta ser:

$$M_3 = \frac{Q^2}{g A_3} + Z_{G_3} A_3 = \frac{160^2}{9.8 \times 104} + 3.5897 \times 104 = 398.4511$$

De manera análoga, el momentum en la sección 2 de salida vale:

$$M_1 = \frac{Q^2}{g A_t} + Z G_2 A_2 = \frac{160^2}{9.8 \times 14.1372} +$$

$$+ y_2 \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{2 (9 + y_2) + 9}{9 + y_2 + 9} \right) (9 + 0.5 y_2) y_2$$

Simplificando resulta:

$$M_1 = 184.7781 + \left(1 - \frac{27 + 2 y_2}{54 + 3 y_2} \right) (9 + 0.5 y_2) y_2^2$$

Por tanteos se puede calcular el tirante "y" que produzca un momentum $M_1 = M_3 = 398.4511$. dicho valor es $y_2 = 6.213$ m.

En efecto, se obtiene:

$$M_1 = 184.7781 + \left(1 - \frac{27+2 \times 6.213}{54+3 \times 6.213} \right) (9+0.5 \times 6.213) 6.213^2 = 398.456$$

que es prácticamente el valor de M_3 .

Por tanto, $y_2 = 6.213$ m.

Para calcular el nivel en el embalse, será necesario aplicar la ecuación de energía entre una sección antes de la entrada al túnel y la de salida, utilizando como nivel de referencia la elevación cero. Debe recordarse que en la sección de salida la energía disponible es la suma de la carga de presión en el fondo (y_2) y la carga de velocidad en los túneles $\frac{V_t^2}{2g}$. El coeficiente de pérdida por entrada es $K_e = 0.05$ y para la pérdida por fricción se aplicará la fórmula de Darcy-Weisbach.

El número de Reynolds en el túnel, para

$$V = 0.011 \text{ cm}^2/\text{seg, value:}$$

$$R_e = \frac{V_t D}{\eta} = \frac{1131.8 \times 300}{0.011} = 3.087 \times 10^7$$

esto es, el fluido es turbulento. La rugosidad relativa es:

$$\frac{E}{D} = \frac{0.002}{3} = 0.00067$$

Del diagrama universal de Moody (Vol 1) resulta:
 $f = 0.018$ y de la ecuación de energía, se tiene que: -

$$E_0 = 5 + y_2 + \frac{V_t^2}{2g} + (K_p + f \cdot \frac{L}{D}) \cdot \frac{V_t}{2g}$$

Substitution results

$$E_0 = 5 + 6.213 + 6.5352 + (0.05 + 0.018 \frac{300}{3}) 6.5352$$

$$E_0 = 29.8383 \text{ m}$$

que es la elevación en el embalse y que rebasa la elevación de la cresta del vertedor. La carga sobre el mismo será entonces:

$$H = 29.8383 - 28.00 = 1.8383 \text{ m}$$

y finalmente el gasto que descarga será:

$$Q_v = 2 \times 25 \times 1.8383^{3/2} = 124.622 \text{ m}^3/\text{seg}$$

El gasto total desviado por las obras será

$$Q_+ = 160 + 124.622 = 284.622 \text{ m}^3/\text{seg}$$

4.6 Salto en cuales rectangulares con pendiente

En el análisis del salto hidráulico en canales con pendiente será necesario considerar el efecto de la componente del peso del prisma del volumen de control de la fig 4.4, el cual no fue considerado en el subcapítulo 4.2 por considerar que el canal es horizontal.

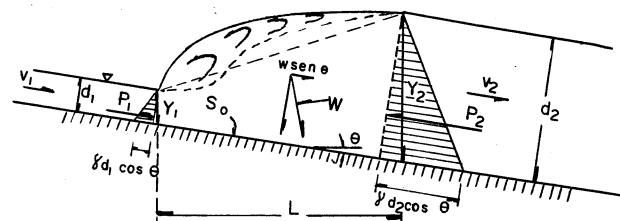


Fig 4.29. Salto hidráulico en canales con pendiente

La ecuación de cantidad de movimiento (4.1) aplicada al volumen de control de la fig 4.29 de sección rectangular resulta ser:

$$P_1 + W \sin \theta - P_2 = \frac{g q^2}{g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) \quad (4.28)$$

Las fuerzas de superficie P_1 y P_2 de la ec (4.28) valen:

$$P_1 = \frac{1}{2} \gamma d_1^2 \cos \theta$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \gamma d_2^2 \cos \theta$$

Para calcular la fuerza de cuerpo (peso) se puede considerar que el perfil de la superficie libre es plana y que este error se corrija a través de un coeficiente K , como sigue:

$$W = \frac{1}{2} \gamma K L (d_1 + d_2)$$

donde L es la distancia que separa las secciones 1 y 2 (longitud del salto). De esta manera, la ec (4.28) resulta:

$$\frac{1}{2} \gamma \cos \theta d_1^2 + \frac{1}{2} K L \sin \theta (d_1 + d_2) - \frac{1}{2} \gamma \cos \theta d_2^2 - \frac{q^2}{g} \left(\frac{d_1 - d_2}{d_1 d_2} \right) = 0$$

Haciendo operaciones algebraicas con la ecuación anterior, resulta:

$$\left(\frac{d_2}{d_1} \right)^3 - (2 G^2 + 1) \frac{d_2}{d_1} + 2 G^2 = 0 \quad (4.29)$$

donde

$$G = \sqrt{\frac{F_{r1}^2}{\cos \theta - \frac{K L \sin \theta}{d_2 - d_1}}} \quad (4.30)$$

siendo $F_{r1}^2 = q^2/g d_1^3$ el número de Froude en la sección 1.

La solución de la ec. (4.29) es:

$$\frac{d_2}{d_1} = -\frac{y_2}{y_1} = -\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8G^2} - 1 \right) \quad (4.31)$$

debido a que $d_1 = y_1 \cos \theta$ y $d_2 = y_2 \cos \theta$

La ec (4.31) es análoga a la ec (4.8). Debido a que $G = f(F_{r1}, \theta)$, esta ecuación indica que d_2/d_1 y y_2/y_1 son funciones de F_{r1} y θ (o bien S_0). La fig 4.30 muestra los resultados experimentales de Hickox, Kindsvater y del u.S. Bureau of Reclamation. De manera análoga, la longitud relativa

del salto L/y_2 se puede presentar como una función de F_{r1} y S_0 , como se muestra en la fig 4.31, basado en los resultados experimentales del u.S. Bureau of Reclamation.

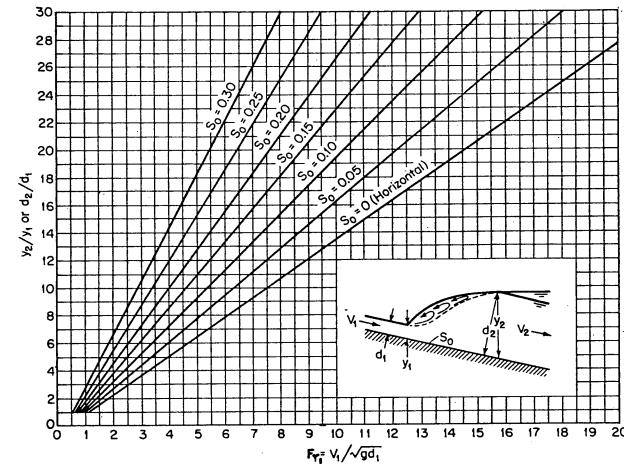


Fig.4.30 Relaciones experimentales entre F_{r1} y y_2/y_1 o d_2/d_1 para el salto en cañales con pendientes (Según Ven i e Chow) ref. 2 .

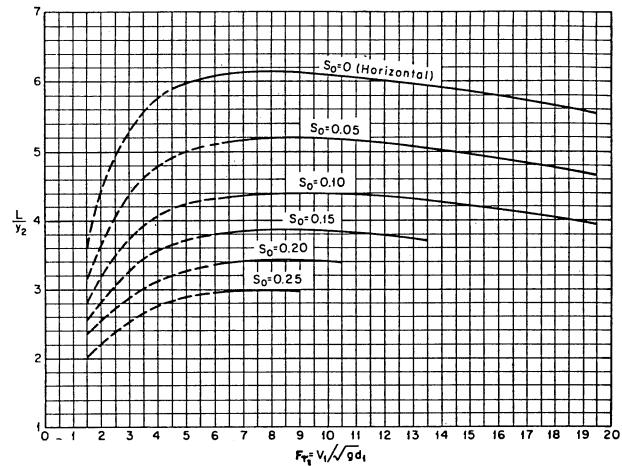


Fig. 4.31 Longitud del salto en canales con pendiente seg\xfcre el U.S.Bureau of Reclamation (ref 20)

CAPITULO 5. FLUJO VARIADO

5.1 Ecuaci\xf3n din\xe1mica

El flujo gradualmente variado que se discutir\u00e1 en este cap\u00edtulo se refiere a un flujo permanente cuyo tirante var\u00f3a gradualmente en la direcci\u00f3n del canal, de tal manera que las l\u00edneas de corriente son rectas y pr\u00e1cticamente paralelas y, por lo mismo, la distribuci\u00f3n hidrost\u00e1tica de presiones prevalece en cada secci\u00f3n. Debido a que el flujo gradualmente variado involucra cambios peque\u00f1os de tirante, dicho flujo se refiere a longitudes grandes del canal.

Para el desarrollo de la teor\u00eda se establecen, -- adem\u00e1s, las siguientes hip\u00f3tesis:

1. La pendiente de plantilla en el canal es uniforme y pequeña de tal manera que se confunde el tirante de la secci\u00f3n normal con el vertical ($\cos \theta = 1$ en la ecuaci\u00f3n de energ\u00eda) y, adem\u00e1s, no ocurre arrastre de aire al interior del flujo.

2. La curva de distribuci\u00f3n de velocidades tiene la misma forma en cualquier secci\u00f3n del canal, por lo tanto, el coeficiente de energ\u00eda α es constante.

3. La p\u00e9rdida de energ\u00eda mas importante es la de fricción. Para el c\u00e1lculo de la pendiente de la l\u00ednea de energ\u00eda en una secci\u00f3n se utilizan las mismas f\u00f3rmulas que en flujo uniforme, utilizando la velocidad media, el radio hidr\u00e1ulico y el coeficiente de rugosidad de la propia secci\u00f3n. Esta -

suposición nunca ha sido verificado ni teórica, ni experimentalmente, sin embargo, los errores que induce son pequeños si se comparan con los que se incurre al seleccionar el coeficiente de rugosidad en flujo uniforme. Además, la suposición es más precisa cuando la velocidad aumenta que cuando disminuye debido a que en el primer caso, la pérdida de energía es causada casi enteramente por fricción, y en el segundo, pueden existir además pérdidas por turbulencia en gran escala

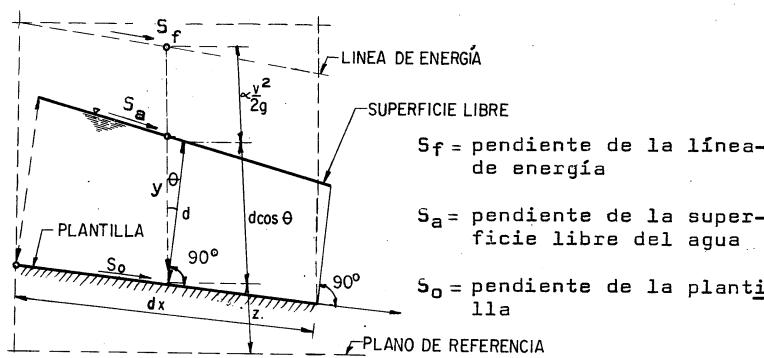


Fig. 5.1 Derivación de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado

La ecuación diferencial de la energía (1.8) se aplica, desde luego al flujo gradualmente variado. Si se considera que $p/\gamma = d \cos \theta$, $s = x$ (fig 5.1), y $\alpha = \text{constante}$, resulta:

$$\frac{dz}{dx} + \frac{d}{dx} \left(d \cos \theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{dh_r}{dx} = 0 \quad (5.1a)$$

O bien, con $E = d \cos \theta + \alpha v^2 / 2g = y \cos^2 \theta + \alpha v^2 / 2g$ (energía específica, ec 3.1), resulta que:

$$\frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} + \frac{dh_r}{dx} = 0 \quad (5.1b)$$

La pendiente de la plantilla S_o se ha definido como el seno del ángulo θ de inclinación respecto de la horizontal y se supone positiva si la inclinación es descendente hacia aguas abajo (z decreciente cuando x crece) y negativa en caso contrario. Esto es, que:

$$S_o = \operatorname{sen} \theta = - \frac{dz}{dx} \quad (5.2)$$

También, la pendiente de la línea de energía es:

$$S_f = \frac{dh_r}{dx} \quad (5.3)$$

Siendo, además, $dE/dx = (dE/dy)(dy/dx)$, de la ec. (3.3b) resulta que:

$$\frac{dE}{dx} = (1 - F_r^2) \frac{dy}{dx} \quad (5.4)$$

donde $F_r = V / \sqrt{g Y/\alpha} = Q/A \sqrt{g Y/\alpha}$

Substituyendo las ecs. (5.2), (5.3) y (5.4) en (5.1b), se obtiene que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F_r^2} = S_o \frac{1 - S_f/S_o}{1 - F_r^2} \quad (5.5)$$

que es la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado. dy/dx representa la pendiente S_a de la superficie libre del agua referida al eje x , coincidente con la plantilla del canal.

En el caso de canales muy anchos, $y \approx R_h$ y usando la fórmula de Chezy para valuar S_f resulta que:

$$S_f = \frac{Q^2}{A^2 C^2 y} = \frac{Q^2}{B^2 C^2 y^3} \quad (5.6)$$

y para flujo uniforme (y_n , tirante normal) sería:

$$S_0 = \frac{Q^2}{b^2 C^2 y_n^3} \quad (5.7)$$

Además,

$$F_r^2 = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3} = \frac{A_C^3 B}{A^3 B_C} = \frac{y_C^3 b^4}{y^3 b^4} = \frac{y_C^3}{y^3} \quad (5.8)$$

Sustituyendo las ecs (5.6), (5.7) y (5.8) en la (5.5), resulta:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (y_n/y)^3}{1 - (y_C/y)^3} \quad (5.9)$$

que es la conocida ecuación de Bresse para el flujo gradualmente variado en canales muy anchos.

5.2 Características y clasificación de los perfiles de flujo

La primera clasificación de los perfiles de flujo-variado fue hecha por Bakhmeteff. y esta basada en la pendiente del canal y la "zona" en que se aloja el perfil.

Para un valor dado de Q y sección transversal de forma cualquiera, S_f y F_r^2 no son funciones sencillas de y , de tal modo que la ec (5.5), en general, no tiene una solución explícita inmediata. Sin embargo, no se desea aquí obtener dicha solución sino el aspecto semicuantitativo de la variación de y con x en diferentes circunstancias; esto es, se desea determinar la forma que adopta el perfil de la superficie libre. Para este fin es necesario considerar los signos del numerador y del denominador de la ec (5.5) (y de estos el de dy/dx) y, además, - cómo dependen estos signos de la magnitud de y .

La forma que adopta el perfil está directamente asociada con la pendiente de la plantilla S_0 y con los valores de S_f y F_r^2 ; para simplificar la discusión, se acepta que el canal sea prismático.

Por lo que respecta a la pendiente de la plantilla, S_0 será positiva si el fondo desciende en la dirección del flujo, negativa si asciende y cero si es horizontal. En el caso de

pendiente positiva, sobre ella se puede establecer un flujo - uniforme de tirante y_n , por lo cual dicha pendiente (positiva) podría también ser:

"suave" si $y_n > y_c$, perfiles tipo "M"

"crítica" si $y_n = y_c$, perfiles tipo "C"

"pronunciada" si $y_n < y_c$, perfiles tipo "S"

La clasificación de la pendiente en uno de estos tipos dependerá de la rugosidad, de la magnitud misma de la pendiente y en menor grado del gasto.

En el caso de pendiente cero o negativa, no existe posibilidad de flujo uniforme. En efecto, para $S_0 = 0$ el tirante normal es $y_n = \infty$ y para $S_0 < 0$ un valor positivo finito de y_n es físicamente imposible.

De la fórmula de Manning, la pendiente de fricción vale

$$S_f = \left(\frac{V_n}{R_h} \right)^{2/3} = \left(\frac{Q_n}{A R_h} \right)^{2/3} \quad (5.10)$$

Por otra parte, de la ec. (3.4a) se observa que para el régimen crítico ($y = y_c$) el cuadrado del número de Froude F_r^2 adopta el valor 1; esto es, dicho término será mayor que 1 si los tirantes del perfil de flujo son menores que el crítico y menor que 1 en caso contrario.

Para un gasto dado y para la mayoría de las secciones usuales, S_f y F_r^2 son decrecientes en forma continua a medida que el tirante crece. Esto es particularmente cierto - en secciones anchas donde, al crecer el tirante, R_h y B prácticamente no cambian en comparación con los cambios que experimenta A .

Por definición de flujo uniforme: $S_f = S_0$ cuando $y = y_n$, por lo cual se concluye que

$S_f \geq S_0$ según que $y \leq y_n$

$F_r^2 \geq 1$ según que $y \leq y_c$

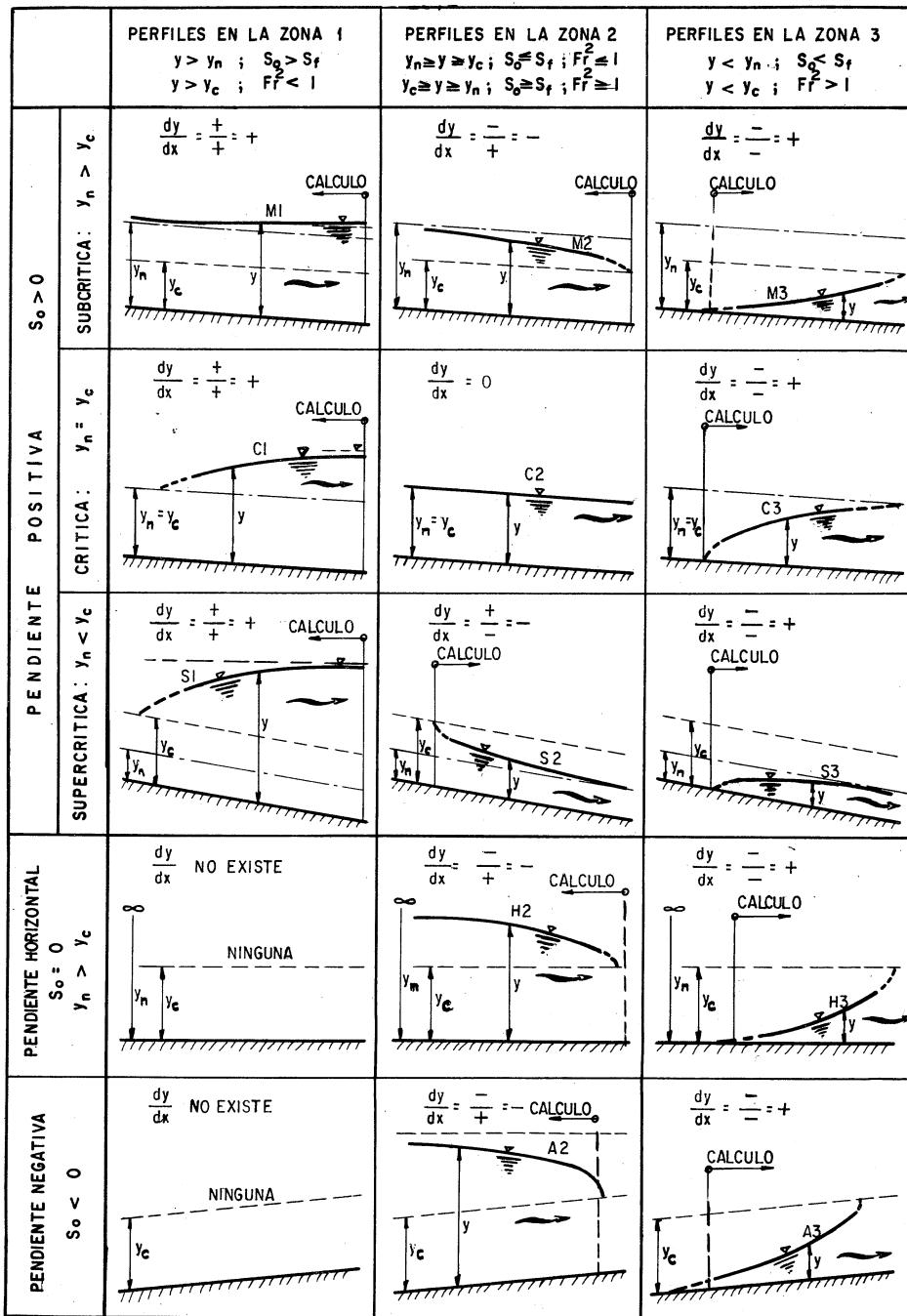


Fig.5.2 Clasificación de los perfiles en flujo gradualmente variado.

Con la ayuda de estas desigualdades se puede determinar rápidamente cómo se ve afectado el comportamiento de dy/dx por las magnitudes de y , y_n y y_c .

Cualquiera que sea la pendiente, para un gasto dado y sección del canal, las líneas (referidas a la plantilla), que indicarían la altura del tirante normal y del crítico, dividen el espacio en que podría desarrollarse el perfil del flujo en tres zonas que se llamarán:

Zona 1. El espacio arriba de la línea superior

Zona 2. El espacio entre las dos líneas

Zona 3. El espacio abajo de la línea inferior. dentro de las cuales queda alojado cualquier perfil de tirante y .

Se recuerda también que si:

$\frac{dy}{dx} > 0$, el perfil de la superficie libre diverge de la plantilla.

$\frac{dy}{dx} = 0$, el perfil de la superficie libre es paralelo a la plantilla.

$\frac{dy}{dx} < 0$, el perfil de la superficie libre converge con la plantilla.

De acuerdo con estas consideraciones, existen diferentes formas para el perfil de la superficie libre en un flujo gradualmente variado (12 en total) y que se muestran en la fig 5.2. La forma del perfil depende de las condiciones particulares en el canal; el incremento o disminución del tirante depende del signo que resulte de dichas condiciones al imponer las en la ec (5.4).

En cada zona existe un perfil distinto que es válido dentro de los límites de esa zona. La forma del perfil al acercarse a las fronteras de la zona se puede estudiar como si que

1. Cuando $y \rightarrow \infty$, $Fr^2 \rightarrow 0$ y $S_f \rightarrow 0$ y, de la ec. (5.5) $dy/dx \rightarrow S_o$. Esto significa que la superficie del agua es asintótica a la horizontal (curvas H2, A2). Cuando $y \rightarrow y_o$ ($S_o = S_f$) $dy/dx \rightarrow 0$ y el perfil del flujo es paralelo a la plantilla del canal, esto es, tiende al flujo uniforme (curvas M1, M2, C2, - C3, S2, S3).

2. Cuando $y \rightarrow y_c$, $dy/dx \rightarrow \infty$; esto es, el perfil del flujo se vuelve vertical en la proximidad del tirante crítico. Esto significa que si el perfil se desarrolla en régimen supercrítico ocurrirá una discontinuidad, presentándose un salto hidráulico antes de que y alcance el valor y_c (curvas M3, H3, -- A3), por el contrario si el perfil se desarrolla en régimen subcrítico, dicho perfil logra una gran curvatura al aproximarse a $y = y_c$ para volverse vertical en el punto en que $y = y_c$ (curvas M2, H2, A2). En ambos casos, se presenta un flujo rápidamente variado (curvilíneo) que no puede tratarse con la teoría aquí desarrollada.

3. Cuando $y \rightarrow 0$, tanto S_f como $F_r^2 \rightarrow \infty$, de tal manera que dy/dx tiende a un límite positivo finito, cuya magnitud depende de la sección particular que se trate. Este resultado es de poco interés práctico debido a que no puede existir un tirante cero.

En la fig 5.3 se presentan algunos ejemplos prácticos de los perfiles indicados en la fig 5.2 y a continuación algunos comentarios acerca de dichos perfiles:

Tipo M. El perfil M1 es muy común. Las estructuras de control, tales como vertedores y compuertas, y otros accidentes naturales, como estrechamientos y curvas, pueden producir un efecto de remanso en un canal o río, extendiéndose varios kilómetros hacia aguas arriba, tomándose como límite o longitud de dicho remanso aquella sección en que el tirante difiere en uno por ciento respecto del normal. El perfil M2 ocurre cuando el tirante se reduce, por ejemplo, en un estrechamiento de la sección o en la proximidad de una caída. El perfil M3 se puede encontrar aguas abajo de un cambio de pendiente de supercrítica a subcrítica, o después de la descarga de una compuerta. Este perfil está regido por las condiciones aguas abajo y termina normalmente en un salto hidráulico. Los perfiles M2 y M3 son muy cortos en comparación con el M1.

Tipo S. El perfil S1 es producido por una estructura de control como una presa o compuerta situada en un canal de gran pendiente. Principia después de un salto hidráulico y termina en la obstrucción. El perfil S2 es generalmente muy corto y se encuentra, comúnmente, a la entrada de un canal de gran pendiente o en un cambio de pendiente suave a pronunciada. El perfil S3 se puede producir aguas abajo de una compuerta situada sobre un canal de gran pendiente o aguas abajo de la intersección de un cambio de gran pendiente a otra de menos pendiente.

Tipo C. Como los tirantes normal y crítico coinciden, hay sólo dos perfiles. Estos son aproximadamente horizontales pero, por supuesto, la inestabilidad propia del estado crítico se manifiesta en la forma de una ondulación superficial apreciable.

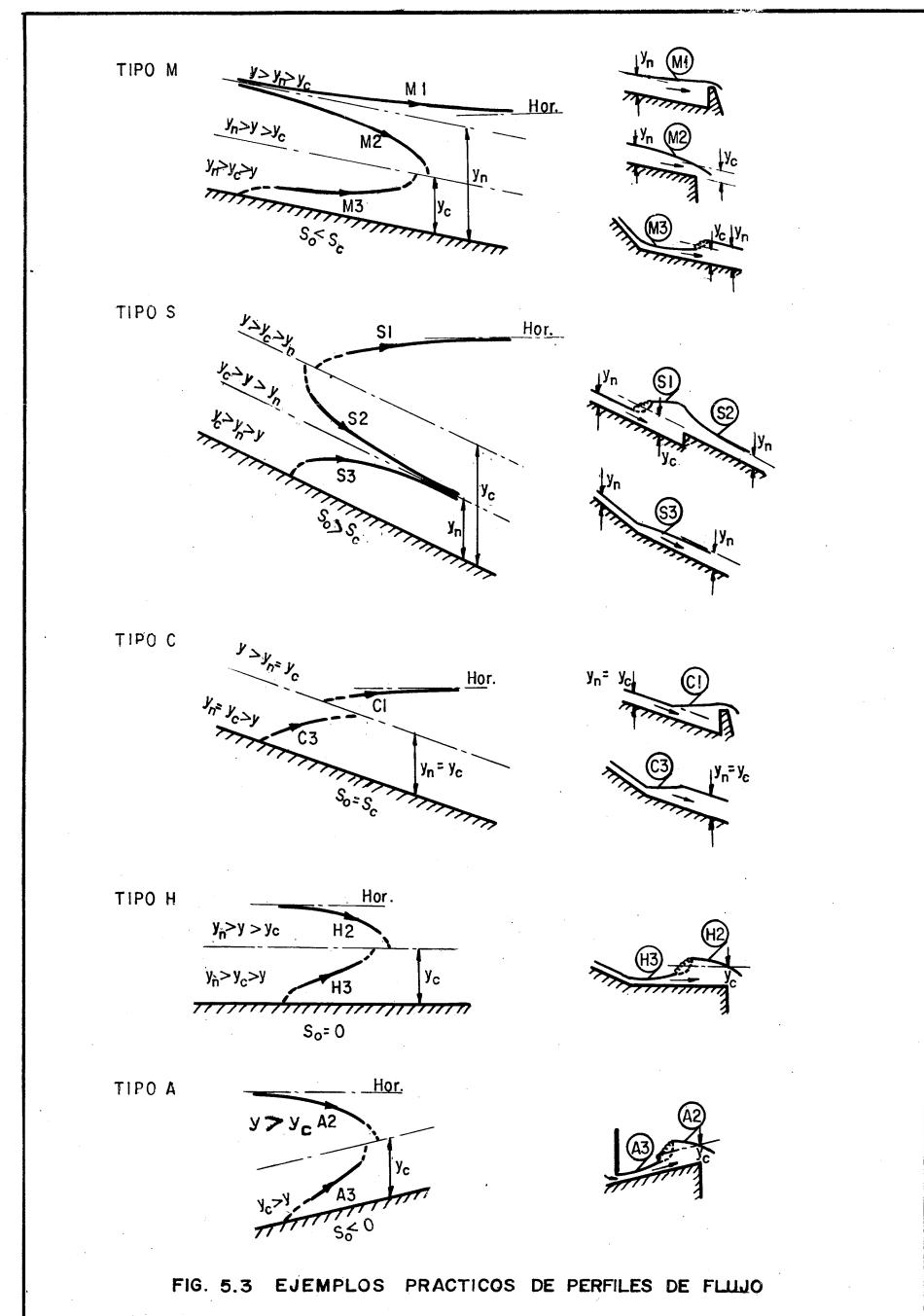


FIG. 5.3 EJEMPLOS PRACTICOS DE PERFILES DE FLUJO

Tipo H. Este perfil es el límite inferior de una pendiente suave. El tirante normal es infinito, por lo cual hay solo dos perfiles.

Tipo A. La pendiente S_0 negativa es rara. Cuando el tirante es infinito, $dy/dx = 1/S_0$, lo que significa un perfil asintótico a la horizontal. Los perfiles son extremadamente cortos.

En cualquier caso de flujo variado, es aplicable uno solo de estos tipos de perfil y resulta conveniente familiarizarse con su clasificación. La habilidad para clasificar correctamente el flujo en un problema particular es un prerequisito esencial en el cálculo del perfil de flujo.

5.3. Sección de control

La sección de un canal en la que sea posible establecer una relación definida entre el nivel de la superficie libre del agua y el gasto correspondiente, se conoce como "sección de control". En general, dicha sección "controla" el flujo, tanto en dirección aguas arriba como en dirección aguas abajo. Por sus propiedades, una sección de control es siempre un sitio adecuado para una estación de aforos.

Volvemos a insistir en la discusión del inciso ---

3.3.5.

Una sección crítica es una sección de control debido a que de la ec (3.4b) se puede establecer una relación definida entre tirante y gasto, independientemente de la rugosidad del canal y otras circunstancias no controladas. Por otra parte, de la ec (3.4a) se obtiene que para la sección crítica la velocidad del agua vale:

$$V_c = \sqrt{g Y_c}$$

Si dicha velocidad se compara con el valor de la celeridad de las ondas de pequeña amplitud (ec d del problema 1.2), se observa que en el estado crítico la velocidad crítica es igual a la celeridad de dichas ondas. Si el régimen es subcrítico, la velocidad del flujo es menor que la crítica y que la celeridad de dichas ondas, por tanto, en este tipo de régimen, es posible la transmisión de disturbios hacia aguas arriba. Lo contrario acontece con el régimen supercrítico en el que los disturbios sólo se transmiten hacia aguas abajo.

En la práctica, esto significa que un mecanismo de control como una compuerta (fig 5.4) puede hacer sentir su ---

influencia hacia aguas arriba del flujo; esto es, el régimen subcrítico está sujeto a un control desde aguas abajo. Por el contrario, el régimen supercrítico no puede quedar influenciado por lo que ocurra aguas abajo, y sólo puede quedar controlado desde aguas arriba.

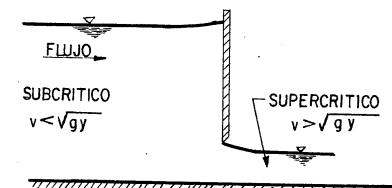


Fig. 5.4. Una compuerta deslizante que genera régimen subcrítico y supercrítico

Para el cálculo de un perfil en flujo variado es necesario establecer la sección de control que proporcione las condiciones iniciales.

Se procede hacia aguas arriba de la sección de control o hacia aguas abajo, según que el régimen en que se desarrolla el perfil sea subcrítico o supercrítico y dicho régimen depende a su vez de la pendiente de plantilla. Estas direcciones de cálculo se indican en la fig 5.2 para todos los tipos de perfil.

Algunos ejemplos de secciones de control lo son las presas, vertedores y compuertas, debido a que el gasto está relacionado con la carga a través de una curva llamada de "gasto - tirante". Como el tirante crítico depende únicamente del gasto y de la forma de la sección, cualquier intersección bien definida de la línea del perfil de flujo y la correspondiente al tirante crítico constituyen una sección de control. En efecto, considérese el caso de que $S_0 = S_f$. De la ec. (5.5) esto significa que $dy/dx = 0$, o bien que $F_r^2 = 1$.

La primera alternativa implica evidentemente un flujo uniforme. Conviene averiguar si la segunda alternativa tiene algún significado físico real. Considérese un canal compuesto de dos tramos, el de aguas arriba de pendiente suave y el de aguas abajo de pendiente pronunciada, siendo la sección 0 donde se produce el cambio (fig 5.5). El flujo cambiará gradualmente de subcrítico en el tramo de aguas arriba a supercrí-

tico en algún punto intermedio.

En la región aguas arriba de 0 se formará un perfil M_2 ($S_f > S_o$) y en la de aguas abajo un perfil S_2 ($S_f < S_o$). Aguas arriba y aguas abajo de 0 se formará un perfil corto de transición entre los dos perfiles, dentro del cual habrá una sección en la que $S_f = S_o$ y, además, puesto que en esta zona no es claro que $dy/dx = 0$, la única posibilidad es que $F_r^2 = 1$ y que ocurra el estado crítico en la vecindad de la sección 0. Esto demuestra la discusión del inciso 4.1.

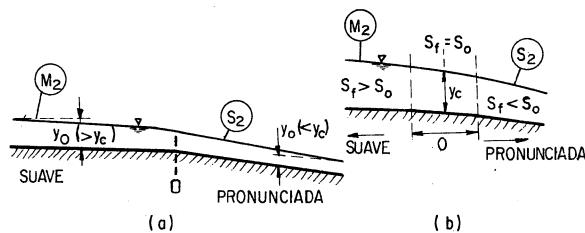


Fig 5.5. Ocurriencia de flujo crítico en un cambio - de pendiente

Un análisis semejante vale, en el caso de que aguas-abajo de 0 exista una caída libre (problema 3.8), si bien, en este caso, en la sección en que se inicia la caída, la distribución de presiones es hidrostática, haciendo que se mueva la sección crítica hacia aguas arriba.

En ambos casos, el análisis muestra que en la proximidad de la sección 0 existe una sección crítica, esto es, "uncontrol". Sin embargo, este control es efectivo sólo en la transición de régimen subcrítico a supercrítico debido a que en el proceso inverso ocurre antes el salto hidráulico.

Las secciones de control también existen a la entrada o salida de un canal. Es importante el conocimiento de las características del perfil en estas regiones y, para ilustrarlo, se considera el caso de un canal prismático largo que conecta dos vasos de almacenamiento. Debido a la considerable longitud del canal, la tendencia es hacia el flujo uniforme. La fig 5.6 muestra los perfiles a la entrada y salida para pendientes suave y pronunciada y para una variedad de niveles en el vaso de salida. Las secciones de control se indican por medio de puntos encerrados dentro de un cuadrado.

A la entrada de un canal con pendiente pequeña (fig 5.6a), la condición de flujo uniforme empieza muy cerca de la entrada. Una caída brusca en la superficie del agua ocurre a la entrada por efecto de la conversión de energía cinética a potencial y de las pérdidas debidas a la turbulencia. El problema consiste en encontrar los valores de y y Q tales que, satisfagan la fórmula de Manning para la pendiente S_o , satisfagan también la ecuación:

$$E = y_n + Q^2/2g A_n^2 + \Delta h_e \quad (5.11)$$

donde el subíndice n corresponde a la condición de flujo uniforme y Δh_e la pérdida por entrada.

A la entrada de un canal de pendiente pronunciada (fig 5.6b) el perfil cae hasta el tirante crítico y después tiende hacia la línea de tirante normal a través de un perfil corto tipo S_2 . La sección de control es crítica a la entrada del canal, de tal manera que

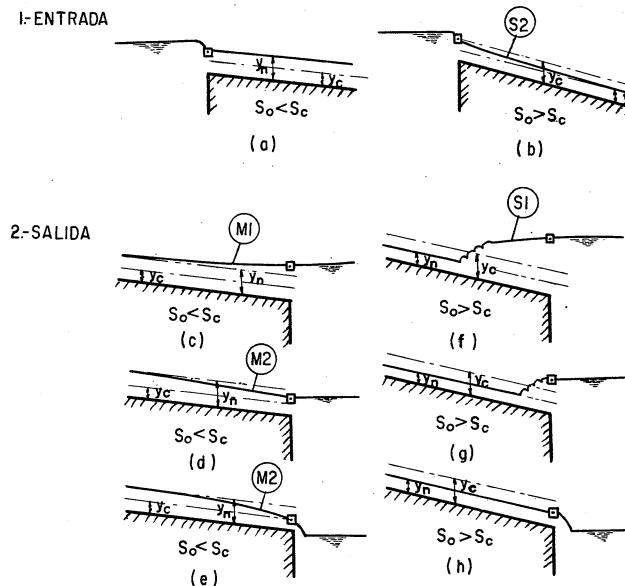
$$E = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2} + \Delta h_e \quad (5.12)$$

existiendo para cada valor de E , uno para Q que produzca un crítico que satisfaga la ec (5.12).

Por lo que respecta a las condiciones de salida, un nivel alto en el depósito, en que descarga un canal de pendiente suave (fig 5.6c) produce una curva del tipo M_1 que termina del lado aguas abajo con el nivel horizontal del recipiente. Teóricamente, debería haber un ligero ascenso del nivel de la superficie del agua en la sección de salida y que es igual a la carga de velocidad. En la práctica, no hay recuperación de energía debido a que se disipa en turbulencia. Si el nivel en el depósito está debajo de la línea de tirante normal (fig 5.6d) se produce un perfil M_2 , el cual, en el límite tiene el tirante crítico en la sección de control. Cualquier descenso del nivel en el depósito (fig 5.6c) no tiene influencia sobre el perfil.

Un nivel alto en el depósito en que descarga un canal de pendiente pronunciada (fig 5.6f) produce un perfil S_1 , empezando aguas arriba con un salto hidráulico localizado donde el tirante es conjugado del normal. A la salida los perfiles descienden con el nivel de la superficie en el depósito haciendo que el salto se "corra" hacia abajo (fig 5.6g). Dicho salto

puede llegar a tener una forma imperfecta para diferencias pequeñas entre los niveles aguas arriba y aguas abajo. Finalmente, cuando el nivel del depósito está abajo del tirante normal (fig 5.6h) y el flujo uniforme persiste en la salida (con excepción del perfil S1), el flujo es supercrítico y las condiciones de aguas arriba no quedan afectados, por los niveles en el depósito de aguas abajo.



Pendiente suave pendiente pronunciada
Fig 5.6 Perfiles a la entrada y salida de un canal

5.4 Síntesis de perfiles compuestos

Con las explicaciones dadas anteriormente se pueden interpretar cualitativamente los perfiles de la superficie libre en un canal largo, de sección uniforme, y con una gran variedad de pendientes, secciones de control y tipos de perfil. La fig 5.7 muestra dos canales, cada uno con una compuerta deslizante cerca del extremo aguas abajo, para ilustrar el procedimiento. Se supone que la abertura de la compuerta y el gasto permanecen constantes.

El primer paso consiste en dibujar las líneas de -

tirante normal y crítico, las cuales son paralelas a la planta. Siendo el canal prismático, el tirante crítico es el mismo en toda su longitud. En se da, se localizan las secciones de control en los sitios apropiados de entrada y salida, en los cambios de pendiente de suave a pronunciada y en la compuerta; esta última, valida en ambas direcciones debido a que los tirantes hacia aguas arriba y hacia aguas abajo están gobernados por la ecuación de descarga de la compuerta.

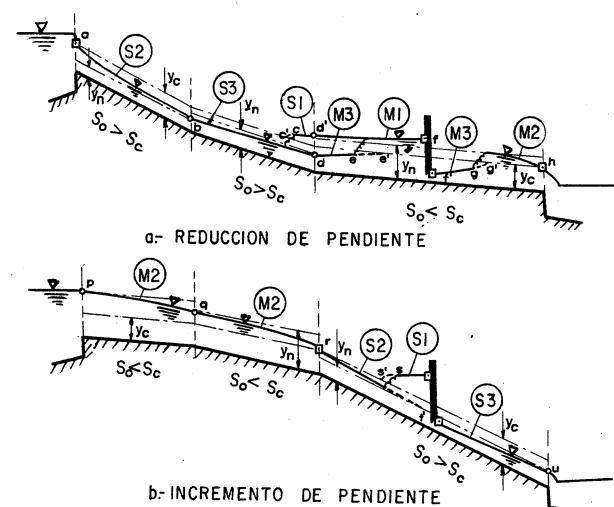


Fig 5.7 identificación de perfiles y secciones de control

Con referencia a cada canal, se puede hacer el siguiente análisis.

Canal a. Siendo la compuerta una sección de control se procede hacia aguas abajo de la sección f (debido a que el régimen es supercrítico), generando el perfil M3 que termina en la sección donde se produzca el salto hidráulico. En efecto, al proceder hacia aguas arriba de la sección crítica (de control) h, se genera un perfil M2 (a régimen subcrítico). La sección g donde ocurre el salto hidráulico (que une los perfiles M3 y M2) se puede localizar tomando en consideración las condiciones que deben reunirse para que éste ocurra. En particular, debemos referirnos a la condición de igualdad de "momen

tum " antes y después del salto; esto es, teóricamente el fenómeno ocurrirá cuando los tirantes conjugados, (menor y mayor), así como las características hidráulicas del flujo antes del -- salto satisfagan la ec. (4.2) adecuada a la forma de sección(-- subcapítulo 4.4). Sin embargo, para una localización más precisa, deberá tomarse en cuenta su longitud.

La fig. 5.8a presenta una amplificación de la región que se analiza en el canal 1. La curva A'B corresponde a la líneaa de los tirantes conjugados mayores calculados (con la ec -- 4.2 adaptada a la forma de la sección) correspondientes a los tirantes de perfil M3 (considerados como conjugados menores). Por la posición del punto F' se puede estimar la longitud del salto. Por tanteos se busca la posición de una distancia horizontal igual a la longitud del salto entre las curvas A'B y CD. Por ejemplo, la distancia horizontal EF es igual a la longitud del salto correspondiente al tirante y_2 en r. De este modo, el salto se formará entre G y F, debido a que el tirante en F es el conjugado del tirante en G y la distancia cF mide la longitud del salto. Debe observarse que si no se tomara en cuenta la longitud del salto en el análisis, el salto se formaría en el punto F', resultando así un error representado por F'F. Se observa también que a medida que crezca la distancia entre la compuerta y la sección crítica (fig 5.7a), el salto se moverá hacia aguas arriba o viceversa. Volviendo al canal, se procede en la dirección de aguas abajo de la sección de control a (debido a que el régimen es supercrítico) y se pueden trazar los perfiles S2, S3 y M3 hasta el punto e' en la intersección con la línea de tirante crítico. De manera análoga, se procede hacia aguas arriba de la sección de control f debido a que el flujo es subcrítico; los perfiles M1 y S1 se extienden hasta la línea de tirante crítico en e'. En alguna sección entre c' y e', el perfil superior tiene un tirante conjugado en el inferior ocurriendo el salto hidráulico de transición. Esto se analiza mejor si nos referimos a las figs 5.8b y c. El salto puede ocurrir tanto en el tramo de pendiente pronunciada o suave dependiendo de que el tirante y_2 aguas abajo sea mayor o menor que el tirante y_1 conjugado mayor del tirante aguas arriba y_1 . Si el tirante y_2 es mayor -- que y_1 , el salto ocurrirá en el tramo de pendiente pronunciada, siendo la curva OC de la superficie del tipo S1. Determinamos -- ahora una distancia horizontal IJ entre A'P y CO que sea igual a la longitud del salto. El salto HJ empezará en la sección que contenga a I. Si el tirante y_2 baja aproximadamente a menos que y_1 , el salto empezará a moverse hacia el tramo de pendiente suave y en este caso el salto se localizará como en la fig. 5.8a. Por lo que respecta a los perfiles del canal a (fig 5.7 a) se deduce que realmente la compuerta no ayuda a controlar el gasto y más bien éste queda definido por las condiciones en la sección "a" de entrada al canal. El régimen después de la entrada es supercrítico (curva S2) independientemente de la presencia o no de la compuerta aguas abajo, esto es, la sección a es de control.

Sin embargo, si se cerrara la compuerta a tal grado que el remanso producido fuerza a que el salto hidráulico alcanzara la sección de entrada (llegando incluso al ahogamiento), esto permitiría que todo el flujo aguas arriba de la compuerta fuera en régimen subcrítico y ella serviría efectivamente para controlar los gastos.

También se concluye que si se desea que la compuerta controle efectivamente las descargas, ésta debe quedar sobre la sección a, a una distancia corta aguas abajo.

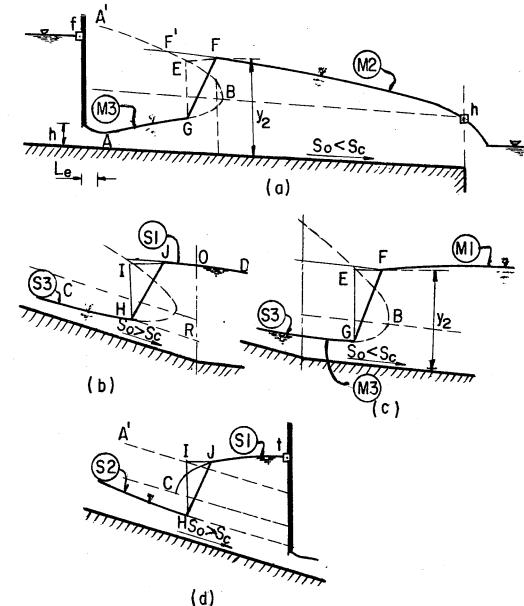


Fig 5.8 Localización del salto hidráulico en los canales de la fig. 5.7

Del análisis se concluye que se debe conocer el gasto antes de determinar los perfiles de flujo. En la mayoría de los casos (como el de la fig 5.7 b), no se conoce previamente, pero puede determinarse a partir de la información necesaria --

sobre los niveles del depósito, pendientes, etc. Suponiendo un cierto valor del gasto, se calculan los valores de y_n y y_c y se determinan los perfiles de flujo aguas arriba y aguas abajo de los controles. El perfil calculado aguas arriba de la compuerta llega al depósito con ciertos valores de y y V , a partir de los cuales, se obtiene la energía específica que debería ser la disponible en la sección de entrada (fig 5.6a) para el gasto considerado. Si esto no es cierto, significa que el valor supuesto es erróneo y que debe elegirse un nuevo valor hasta que se lleve a la sección de entrada con la energía disponible.

Dada una cierta pendiente del canal, es necesario - primeramente definir si es suave o pronunciada, comparando el - valor de los tirantes crítico y normal para decidir sobre el tipo de flujo en el tramo inicial (Problema 5.1)

El tratamiento anterior es típico. Por supuesto, el rango de posibles condiciones del canal es tan grande que no tiene objeto una explicación mas detallada. Después de identificar los perfiles, los niveles reales se evalúan por alguno de los métodos que se explicarán posteriormente.

Canal b. Supuesto que el tirante en la compuerta no es mucho mayor que el crítico, se encuentra una sección de control en r , punto de transición de subcrítico a supercrítico. De este modo, un salto hidráulico en el punto s' sirve de transición entre los perfiles S_1 y S_2 . En la fig 5.8 d se muestra dicha transición, siendo la localización del salto análoga al del caso de la fig 5.8 b.

Procediendo en la dirección aguas arriba de r (debido a que el régimen es subcrítico), existen dos perfiles M_2 distintos que llegan hasta el depósito superior en p , cuyo nivel de superficie debe ser apropiado al gasto, haciendo la consideración de una pequeña caída del nivel a la entrada del canal.

Aguas abajo de la compuerta se genera un perfil S_3 que termina en una caída libre hacia el recipiente inferior.

Problema 5.1 Un canal de sección rectangular de 3 m de ancho, factor de fricción de Manning $n = 0.014$ y pendiente $S_0 = 0.001$ es alimentado por un embalse cuyo nivel de superficie se encuentra 3 m arriba de la plantilla a la entrada del canal (fig 5.9). Encontrar el gasto que entra al canal.

Solución. Puesto que la energía específica a la entrada debe ser constante, del estado crítico en la misma resultaría que:

$$y_c = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \text{ m}$$

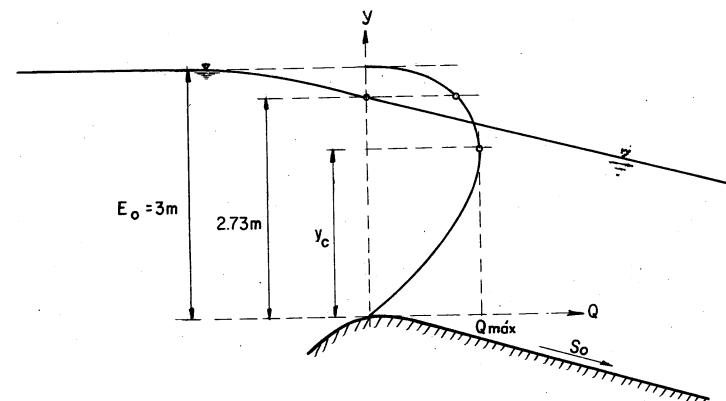


Fig 5.9. Canal del problema 5.1

Siendo entonces la velocidad crítica:

$$V_c = \sqrt{g y_c} = 4.427 \text{ m /seg}$$

y el gasto máximo que descargaría el canal sería:

$$Q_{\max} = b y_c V_c = 3 \times 2 \times 4.427 = 26.563 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Para el tirante crítico, el área hidráulica, perímetro mojado y radio hidráulico valen

$$A = 3 \times 2 = 6 \text{ m}^2$$

$$P = 3 + 2 \times 2 = 7 \text{ m}$$

$$R_h = 6/7 = 0.857 \text{ m}$$

$$R_h^{2/3} = 0.9022$$

y de la ecuación de Manning la pendiente crítica vale:

$$S_c = \left(\frac{V_{cn}}{R_{hc}} \right)^{2/3} = \left(\frac{4.427 \times 0.014}{0.9022} \right)^{2/3} = 0.004718$$

Este examen preliminar implica que $S_0 < S_c$ por lo cual se tendría que la pendiente es suave y que el gasto que entra al canal es menor que el máximo; esto es, el tirante a la entrada tendrá que ser mayor que el crítico.

El tirante normal se presentaría casi a la entrada debiendo cumplirse que

$$z = y_n + \frac{V_n^2}{2g}$$

en donde no se ha considerado pérdida de energía por la entrada. Se probarán entonces diferentes tirantes normales que, satisfaciendo la ecuación de Manning (para $S_0 = 0.001$), satisfagan también la ecuación anterior. Los cálculos se resumen en la tabla 5.1 utilizando la ecuación.

$$V = \sqrt{0.001 R_n^{2/3} / 0.014} = 2.2588 R_h^{2/3}$$

Tabla 5.1. Cálculos relativos al problema 5.1.

y_n	A	P	R_h	$R_h^{2/3}$	V	Q	$\frac{V^2}{2g}$	E
m	m^2	m	m	m	m	m^3/sec	m	m
2	6	7	0.857	0.902	2.038	12.228	0.21	2.21 ≠ 3
2.79	8.37	8.58	0.976	0.984	2.223	18.602	0.252	3.04 ≠ 3
2.77	8.31	8.31	1	1	2.2587	18.77	0.26	3.03
2.73	8.19	8.46	0.968	0.979	2.210	18.010	0.249	2.979

Los resultados del último renglón de la tabla anterior indican que el gasto que entrará al canal será de $18.010 m^3/sec$. La velocidad en el canal es de $2.210 m/sec$, menor que la crítica y el

tirante normal de $2.73 m$ mayor que el crítico. Si en este problema la pendiente hubiese resultado pronunciada, el gasto habría quedado determinado por la condición de estado crítico y correspondería al máximo ya calculado. El tirante normal para este gasto sería menor que el crítico y se presentaría hacia aguas abajo de la entrada.

5.5 Métodos de integración de la ecuación dinámica

5.5.1 Integración gráfica

La solución de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado permite determinar cuantitativamente la forma del perfil del flujo. La solución se refiere a la integral de la ec (5.5), esta última expresada en la forma

$$dx = \frac{1 - F_r^2}{S_0 - S_f} dy = \frac{1 - F_r^2}{S_0 - S_f} dy = f(y) dy \quad (5.13)$$

cuya solución permite determinar la distancia x en términos de y.

La solución de la ec (5.13) es bastante compleja para ser realizada en forma general para cualquier sección transversal y perfil del flujo. Sin embargo, siempre es posible seguir un procedimiento gráfico como el que se explica a continuación.

Considérense dos secciones de un canal (fig 5.10a) a las distancias x_1 y x_2 respectivamente (medidas desde un origen arbitrario) y en las cuales se presentan los tirantes y_1 y y_2 . La distancia entre las dos secciones (medida sobre la plantilla-del canal) de la ec (5.13) es

$$x_2 - x_1 = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy \quad (5.14)$$

La función $f(y)$ está expresada por la ec (5.13) y depende únicamente de y, de tal manera que, considerando varios valores de y, es posible calcular los de $f(y)$ y dibujar una curva de y contra $f(y)$ (fig 5.10 b). De acuerdo con la ec (5.14), el valor de x es igual al área sombreada entre la curva, el eje y y las ordenadas $f(y)$ correspondientes a las abscisas y_1 y y_2 . Dicha área puede ser determinada por medio de un planímetro, por el uso de la regla de Simpson o por cualquier otro procedimiento-

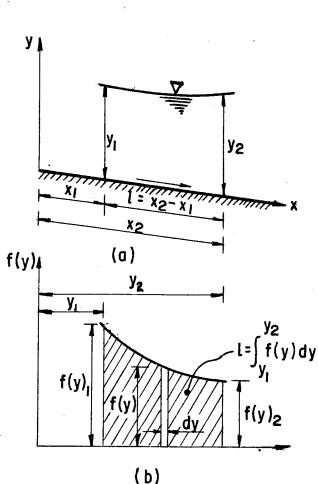


Fig 5.10 M\u00e9todo de integraci\u00f3n gr\u00f3fica.

que proporcione la precisi\u00f3n requerida.

El m\u00e9todo se aplica a cualquier tipo de perfil de flujo en canales prism\u00e1ticos y no prism\u00e1ticos de cualquier forma y pendiente y, en general, es f\u00e1cil de seguir. Su valor depende de la relativa facilidad con que pueda ser calculada la funci\u00f3n $f(y)$ pero, en general, es m\u00e1s tedioso y menos satisfactorio que el m\u00e9todo num\u00e9rico de incrementos finitos que despu\u00e9s se presentar\u00e1. La fig. 5.11 muestra la forma de las curvas de $f(y)$ para diferentes tipos de perfil.

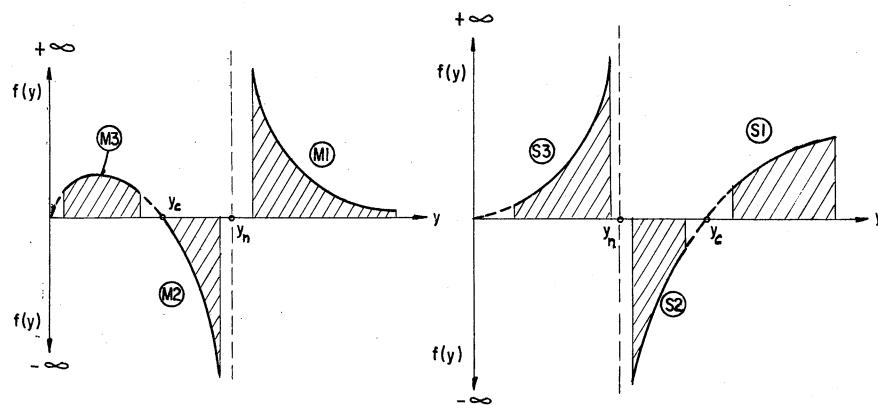


Fig 5.11 Curvas que relacionan $f(y)$ con y para diferentes tipos de perfil

Problema 5.2. Un canal de secci\u00f3n trapecial con anchos de plant\u00eda

lla $b = 8$ m y taludes $k = 1.5$, est\u00e1 excavado en tierra (factor de fricción de Manning $n = 0.025$) con una pendiente de plant\u00eda $S_0 = 0.0009$ y deber\u00e1 transportar un gasto de $15 \text{ m}^3/\text{seg}$ (fig 5.12). Con objeto de dar carga sobre una serie de orificios laterales, se desea utilizar un vertedor de cresta redonda y forma rectangular con un ancho de cresta $L = 12$ m. La ley de gastos de vertido sobre el mismo es $Q = 2 L h^{3/2}$ (ver cap\u00edtulo 7 Vol 1) y la altura de la cresta al fondo es $w = 1.77$ m.

Calcular el perfil de flujo y la longitud total L del remanso considerando que termina al alcanzar un tirante que sea 3 por ciento mayor que el normal. Considere que $\infty = 1$.

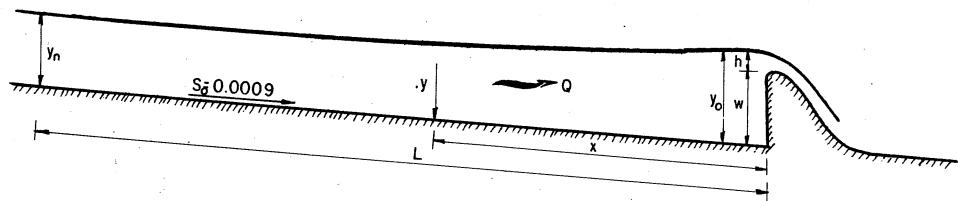


Fig 5.12 Canal del problema 5.2

Soluci\u00f3n. Antes de determinar el perfil de flujo se requieren algunos c\u00e1lculos preliminares, tales como el de tirante normal y cr\u00f3tico.

Tirante normal. De no existir el efecto del remanso, el flujo uniforme se establecer\u00e1 en el canal con un tirante normal que se obtiene con el procedimiento señalado en el cap\u00edtulo anterior.

De la ec (2.35) resulta:

$$\frac{nQ}{b^{8/3} \sqrt{S_0}} = \frac{0.025 \times 15}{8^{8/3} \sqrt{0.0009}} = 0.04883$$

Esto es, $A R_h^{2/3} / b^{8/3} = 0.04883$ y de la fig 3.7, para $k = 1.5$, se obtiene $y_n / b = 0.1581$, por tanto el tirante normal vale:

$$y_n = 0.1581 \times 8 = 1.265 \text{ m}$$

El tirante, 3 por ciento mayor que el normal, vale 1.30 m.

Este valor puede verificarse como sigue. El área hidráulica, perímetro mojado y radio hidráulico son:

$$A = (8 + 1.5 \times 1.265) 1.265 = 12.5203 \text{ m}^2$$

$$P = 8 + 2 \sqrt{1 + 2.25} 1.265 = 12.561 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{12.5203}{12.561} = 0.9968$$

siendo el gasto

$$Q = \frac{12.5203}{0.025} (0.9968)^{2/3} 0.03 = 14.992 \text{ m}^3/\text{seg}$$

que es prácticamente el que debe conducir el canal.

Para el gasto en el canal, el tirante crítico se puede calcular a partir del parámetro:

$$\frac{Qk^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{15 (1.5)}{8^{5/2} \sqrt{9.8}}^{3/2} = 0.0486$$

De la fig 3.9, para secciones trapeziales se obtiene que $ky_c/b = 0.127$, siendo el tirante crítico:

$$y_c = \frac{8 \times 0.127}{1.5} = 0.677 \text{ m}$$

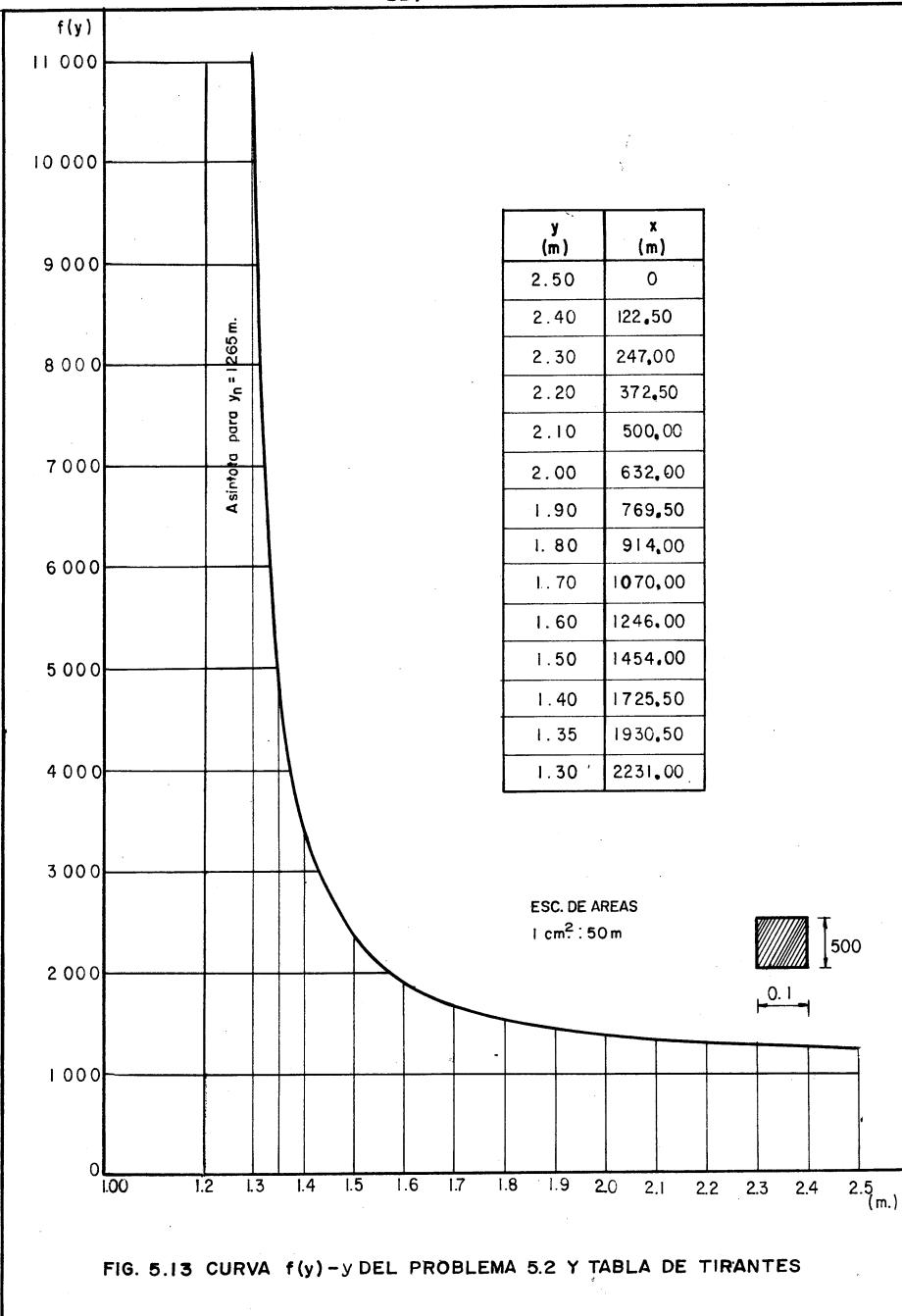
Para verificar este resultado, sería necesario resolver la ec - (3.9b) por aproximaciones sucesivas; sin embargo, el valor obtenido es suficiente para clasificar el perfil.

Carga sobre la cresta. De acuerdo con la ley de -- vertido la carga h sobre la cresta vale:

$$h = \left(\frac{Q}{2b}\right)^{2/3} = \left(\frac{15}{24}\right)^{2/3} = 0.731 \text{ m}$$

Tabla 5.2. Cálculo de la función $f(y)$ del problema 5.2

y	A	P	B	R_h	$R_h^{2/3}$	A/B	V	$\frac{S_f}{15/A}$	$\frac{S_f^{2/3}}{(Vn/R_h)^2}$	$\frac{F_r^2}{\frac{g}{2} A}$	$1 - F_r^2$	$S_o - S_f$	$f(y)$
1.265	12.5203	12.5610	11.7950	0.9968	0.9978	1.0615	1.1981	9.01×10^{-4}	0.11609	0.88391	0	∞	
1.30	12.9350	12.6884	11.9000	1.0194	1.0129	1.0870	1.1596	8.191×10^{-4}	0.10555	0.89445	8.05×10^{-5}	1.1056	
1.305	12.9945	12.7052	11.9150	1.0228	1.0151	1.0906	1.1543	8.082×10^{-4}	0.10418	0.89582	9.18×10^{-5}	9.7558	
1.31	13.0542	12.7233	11.9300	1.0260	1.0173	1.0942	1.1491	7.974×10^{-4}	0.10265	0.89715	1.026×10^{-4}	8.7444	
1.325	13.2334	12.7773	11.9750	1.0357	1.0237	1.1051	1.1335	7.662×10^{-4}	0.09955	0.90105	1.338×10^{-4}	6.734	
1.35	13.5338	12.8675	12.0500	1.0518	1.0342	1.1231	1.1083	7.178×10^{-4}	0.09234	0.90716	1.822×10^{-4}	4.979	
1.40	14.1400	13.0478	12.2000	1.0837	1.0550	1.1590	1.0608	6.319×10^{-4}	0.08202	0.91798	2.681×10^{-4}	3.4242	
1.50	15.3750	13.4083	12.5000	1.1467	1.0956	1.23	0.9756	4.956×10^{-4}	0.06475	0.93565	4.044×10^{-4}	2.3171	
1.60	16.6400	13.7689	12.8000	1.2085	1.1346	1.3	0.9014	3.945×10^{-4}	0.05192	0.94818	5.055×10^{-4}	1.8766	
1.70	17.9350	14.1294	13.1000	1.2693	1.1723	1.3691	0.8364	3.181×10^{-4}	0.04199	0.95801	5.819×10^{-4}	1.646	
1.80	19.2600	14.4900	13.4000	1.3292	1.2089	1.4373	0.7788	2.594×10^{-4}	0.03438	0.96562	6.406×10^{-4}	1.507	
1.90	20.6150	14.8605	13.7000	1.3882	1.2444	1.5047	0.7276	2.137×10^{-4}	0.02843	0.97157	6.563×10^{-4}	1.416	
2.00	22.0000	15.2111	14.0000	1.4463	1.2789	1.5714	0.6818	1.776×10^{-4}	0.02372	0.97628	7.224×10^{-4}	1.351	
2.10	23.4150	15.5717	14.3000	1.5037	1.3125	1.6574	0.6406	1.489×10^{-4}	0.0194	0.98006	7.511×10^{-4}	1.305	
2.20	24.8800	15.9322	14.6000	1.5604	1.3453	1.7027	0.6034	1.257×10^{-4}	0.01689	0.98311	7.743×10^{-4}	1.270	
2.30	26.3350	16.2988	14.9000	1.6164	1.3773	1.7674	0.5696	1.069×10^{-4}	0.01439	0.98561	7.931×10^{-4}	1.243	
2.40	27.8400	16.6533	15.2000	1.6717	1.4085	1.8316	0.5388	9.145×10^{-5}	0.01234	0.98766	8.0854×10^{-4}	1.222	
2.50	29.3750	17.0139	15.5000	1.7265	1.4392	1.8952	0.5106	7.866×10^{-5}	0.01064	0.98936	8.2134×10^{-4}	1.205	



Por lo tanto, el tirante inicial aguas arriba del vertedor es:-
 $y_0 = 1.77 + 0.73 = 2.50 \text{ m}$. El perfil de flujo deberá ser del tipo M1 con tirantes comprendidos en el intervalo $y > y_n > y_c$, y un tirante inicial $y_0 > y_n$, debiendo realizar el cálculo hacia aguas arriba.

Para calcular la función $f(y)$ de la ec(5.13). se utilizarán tirantes mayores que $y_n = 1.265 \text{ m}$ con incrementos de 0.10 m (con excepción de los valores próximos a y_n para mejor precisión) y con un límite superior que se elegirá arbitrariamente de 2.50 m . Los cálculos se resumen en la tabla 5.2

En la fig. 5.13 se presenta la curva $f(y) - y$, dibujada con los resultados de la tabla. Por medio de un planímetro se obtuvieron las áreas bajo la curva que dieron los valores de x (a la escala adecuada) para los diferentes tirantes, mismos que se presentan en la propia fig 5.13. En la fig 5.14 se muestra un esquema del perfil de flujo en la que, los valores que aparecen debajo de la plantilla corresponden a x tal como se acota en la fig 5.12.

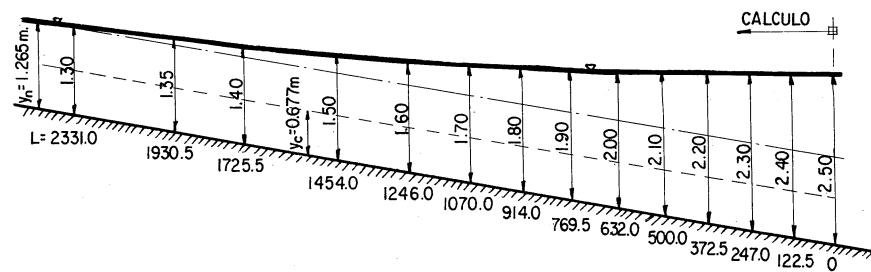


Fig 5.14 Perfil de flujo del problema 5.2

5.5.2 Integración directa

La integración directa de la ec(5.13) es prácticamente imposible si se desea obtener para todas las formas de sección y tipos de canal. Se han hecho muchos intentos de resolver dicha ecuación, para algunos casos especiales introduciendo hipótesis simplificadoras que permiten una integración matemática (ref Chow). Las soluciones más útiles han sido la de Bresse (1860) para secciones rectangulares muy anchas, la de Bakhmeteff

FIG. 5.13 CURVA f(y)-y DEL PROBLEMA 5.2 Y TABLA DE TIRANTES

(1912 y 1932) y la de Chow (1955) que mejora la solución de Bakhmeteff y que vale principalmente para canales prismáticos.

Se presenta aquí esta última solución y para ello, la pendiente de fricción S_f en la ec (5.13) se puede valuar a partir de la fórmula de Manning:

$$S_f = \left(\frac{v_n}{R_h^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{Q_n}{A R_h} \right)^2 \quad (5.15)$$

La pendiente de plantilla S_0 se puede determinar a partir de la ec (5.15) para el caso de flujo uniforme

$$S_0 = \left(\frac{Q_n}{A_n R_{h_n}^{2/3}} \right)^2 \quad (5.16)$$

De este modo, con las ecs (5.15) y (5.16) el término ($S_0 - S_f$) de la ec (5.13) resulta

$$S_0 - S_f = S_0 \left(1 - \frac{S_f}{S_0} \right) = S_0 \left[1 - \left(\frac{A_n R_{h_n}}{A R_h} \right)^{2/3} \right] \quad (5.17)$$

Se considera factible establecer que:

$$(A R_h^{2/3})^2 = C y^N \quad (5.18)$$

donde C es un coeficiente de proporcionalidad y N un exponente que depende de la forma de la sección

La ec (5.17) se escribe entonces en la forma

$$S_0 - S_f = S_0 \left[1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^N \right] \quad (5.19)$$

Por otra parte, de la ec (3.4 b) se tiene que:

$$F_r^2 = \frac{\infty Q^2 B}{g A^3} = \frac{A_c^3}{B_c} / \frac{A^3}{B} \quad (5.20)$$

donde A_c y B_c son los valores de A y B para el estado crítico.

Se supone aquí también que

$$\frac{A^3}{B} = C y^M \quad (5.21)$$

donde C es un coeficiente de proporcionalidad y M un exponente que depende de la forma de la sección y del tirante.

La ec (5.20) es entonces

$$\frac{\infty Q^2 B}{g A^3} = \left(\frac{y_n}{y} \right)^M \quad (5.22)$$

Finalmente, de las ecs (5.17) y (5.22), la ec (5.13) se escribe en la forma

$$dx = \frac{1}{S_0} \frac{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^M}{\frac{y_n}{y}^N} dy = \frac{y_n}{S_0} \frac{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^M}{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^N} d \left(\frac{y}{y_n} \right) \quad (5.23)$$

naciendo $u = y/y_n$, la ecuación anterior es también

$$dx = \frac{y_n}{S_0} \frac{\left[1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^M \left(\frac{1}{u^M} \right) \right]}{1 - 1/u^N} du = \frac{y_n}{S_0} \frac{\left[u^N - \left(\frac{y_n}{y} \right)^M \times u^{N-M} \right]}{u^N - 1} du$$

Invirtiendo el orden de los términos dentro del paréntesis y sumando y restando el término $(1 - u^N)$ en el numerador del mismo, resulta

$$dx = \frac{y_n}{S_0} \frac{\left[(1 - u^N) - (1 - u^N) - u^N + \left(\frac{y_n}{y} \right)^M u^{N-M} \right]}{1 - u^N} du$$

$$dx = \frac{y_n}{S_0} \left[1 - \frac{1}{1 - u^N} + \left(\frac{y_n}{y} \right)^M \frac{u^{N-M}}{1 - u^N} \right] du$$

Debido a que el cambio de tirante en flujo gradualmente variado generalmente es pequeño, los exponentes hidráulicos N y M se pueden suponer constantes dentro de los límites de integración y así la ecuación anterior resulta

$$x = \frac{y_n}{S_0} \left[u - \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} + \left(\frac{y_n}{y} \right)^M \int_0^M \frac{u^{N-M}}{1 - u^N} du \right] + \text{const} \quad (5.24)$$

La primera integral de la ec (5.24) depende solo de u y N y se designa por

$$F(u, N) = \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} \quad (5.25)$$

la cual se conoce como función de flujo variado de Bakhmeteff. Chow pudo resolver la segunda integral de la ec (5.24) sin introducir hipótesis simplificadoras, sino mediante los términos

$v = u^{N/J}$ y $J = N/N - M + 1$. Siendo $u^{N-M} = v^{J(1-M/N)}$ dicha-integral se transforma como sigue:

$$\int_0^u \frac{u^{N-M}}{1-u^N} du = \int_0^{v^{J(1-M/N)}} \frac{v^{J(1-M/N)} dv}{1-v^J} = \frac{J}{N} \int_0^v \frac{v^{J(1-M/N)} v^{(J/N)-1}}{1-v^J} dv$$

y siendo

$$v^{J(1-M/N)} v^{(J/N)-1} = v^0 = 1$$

finalmente resulta:

$$\int_0^u \frac{u^{N-M}}{1-u^N} du = \frac{J}{N} \int_0^v \frac{dv}{1-v^J} = \frac{J}{N} F(v, J) \quad (5.26)$$

donde

$$F(v, J) = \int_0^v \frac{dv}{1-v^J} \quad (5.27)$$

que es la misma función de flujo variado de Bakhmeteff excepto que las variables u y N se reemplazan por v y J respectivamente. De este modo, usando la notación para las funciones de flujo variado, la ec (5.24) resulta:

$$x = \frac{y_n}{S_o} \left[u - F(u, N) + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \frac{J}{N} F(v, J) \right] + \text{const.} \quad (5.28)$$

La distancia ℓ que separa dos secciones consecutivas 1 y 2 de características conocidas en un flujo gradualmente variado, de la ec (5.28) es entonces:

$$\begin{aligned} \ell &= x_2 - x_1 = \frac{y_n}{S_o} \left\{ (u_2 - u_1) - \left[F(u_2, N) - F(u_1, N) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \frac{J}{N} \left[F(v_2, J) - F(v_1, J) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\text{donde } u = \frac{y}{y_n}, \quad v = u^{N/J}, \quad J = \frac{N}{N-M+1}$$

y $F(u, N)$, $F(v, J)$ son las funciones de flujo variado, cuyos valores fueron calculados por Bakhmeteff para N variando de 2 a 5.5 y los cuales se reproducen en la tabla del Apéndice A. En la ref 2 se encuentra una ampliación de esta tabla hasta valores de $N = 9.8$, los cuales encuentran aplicación para los valores de J que resultan en canales rectangulares muy angostos ($y/b > 1$).

Chow examinó el comportamiento de N y M para diferentes formas de sección y relaciones tirante/ancho de plantilla y aquí se presenta un resumen.

Tomando logaritmos naturales de la ec (5.18), resulta que: $2 \ln A + \frac{4}{3} \ln R_h = \ln C + \ln y^n$

y derivando con respecto a y se obtiene

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dy} + \frac{2}{3 R_h} \frac{dR_h}{dy} = \frac{\frac{N}{2} y^{N-1}}{2 y^N} = \frac{N}{2y}$$

siendo $B = dA/dy$ y $R_h = A/P$, de la ecuación anterior, N vale

$$N = \frac{2y}{3A} \left(5B - 2R_h \frac{dP}{dy} \right) \quad (5.30)$$

Esta ecuación indica que N no es constante sino varía con el tirante. Para un canal trapezoidal de ancho de plantilla b y talud k vale

$$\begin{aligned} N &= \frac{10}{3} \left[\frac{1 + 2k(y/b)}{1 + k(y/b)} \right] - \\ &\quad - \frac{8}{3} \frac{\sqrt{1 + k^2}(y/b)}{1 + 2\sqrt{1 + k^2}(y/b)} \end{aligned} \quad (5.31)$$

En la fig. 5.15 se presenta la variación de N de acuerdo con la ec (5.31) para secciones trapeziales con distintos valores de k y y/b y secciones rectangulares ($k = 0$).

En la misma forma para M , tomando logaritmos naturales de la ec (5.22) y derivando con respecto a y resulta

$$3 \ln A - \ln B = \ln C + \ln y^M$$

$$M = \frac{y}{A} \left(3 \frac{dA}{dy} - \frac{A}{B} \frac{dB}{dy} \right) \quad (5.32)$$

La ec (5.32) permite calcular M como función del área y tirante de la sección. Para una sección trapezoidal, de la ec (5.32) M vale

$$M = \frac{3 \left[1 + 2k(y/b) \right]^2 - 2k(y/b) \left[1 + k(y/b) \right]}{\left[1 + 2k(y/b) \right] \left[1 + k(y/b) \right]} \quad (5.33)$$

En la fig 5.16 se presentan las curvas de M para secciones trapeziales y rectangulares. En la ref 2 se presentan las curvas correspondientes a otras formas de sección, así como las ecuaciones adecuadas para el cálculo del perfil del flujo.

Para determinar el perfil, el canal se divide en un número de tramos y la longitud de cada tramo se calcula de la ec (5.29) a partir de los tirantes conocidos o supuestos en los extremos del tramo. El procedimiento de cálculo es como sigue

1. Se calcula el tirante normal y_n y el crítico y_c a partir de Q y S_0 .
2. De las figs 5.15 y 5.16 se determinan los exponentes N y M para un tirante medio estimado a partir de los tirantes en los extremos del tramo, suponiendo que la sección en estudio tiene exponentes N y M aproximadamente constantes.
3. Se calcula $J = N/(N - M + 1)$ y los valores de $u = y/y_n$ y $v = u^{N/J}$ en las dos secciones de los extremos del tramo.
4. De la tabla de la función del flujo variado en el apéndice B, se encuentran los valores de $F(u)$ y $F(v, J)$.
5. De la ec (5.29) se calcula la longitud del tramo que separa las dos secciones extremas.

Es necesario observar una ventaja de los métodos directos que rara vez se explota. Debido a que la integración es directa, los valores sucesivos de x en la tabulación son independientes entre si, de tal manera que la determinación de un tirante en cualquier sección del perfil no implica más que conocer los de frontera sin tener que calcular ninguno de los intermedios.

Problema 5.3. Un canal trapezoidal tiene un ancho de plantilla $b = 5$ m, talud $k = 1$ y para una pendiente $S_0 = 0.0004$, adopta un tirante normal $y_n = 1.75$ m en flujo uniforme para un factor de fricción de Manning $n = 0.025$ (fig. 5.17). A partir de cierta sección en adelante, es necesario aumentar la pendiente del

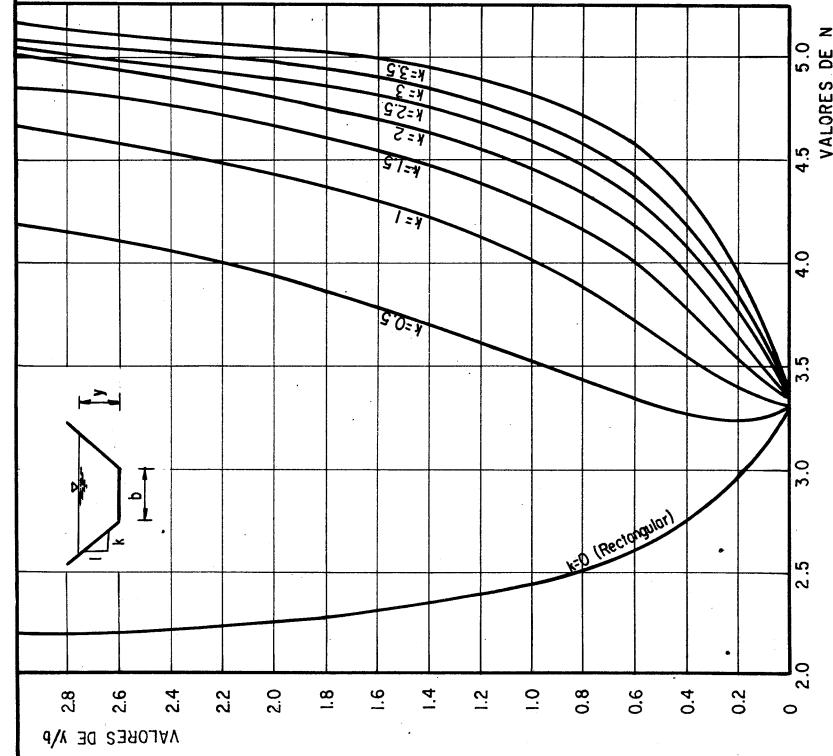
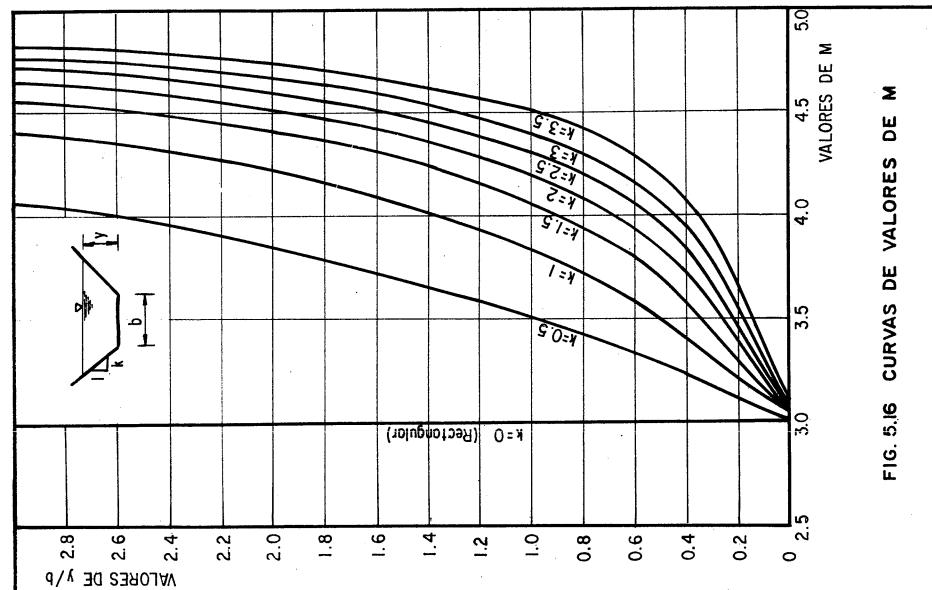


FIG. 5.15 CURVAS DE VALORES DE N

FIG. 5.16 CURVAS DE VALORES DE M

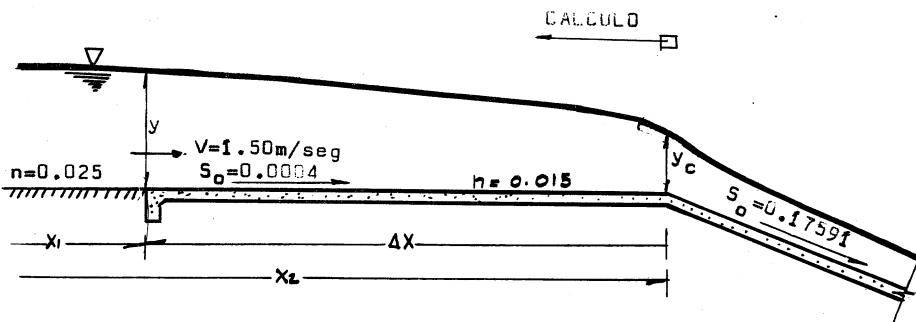
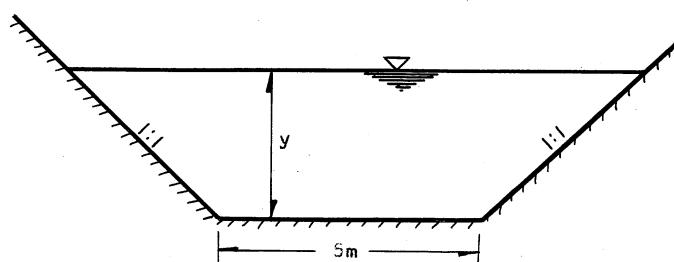


fig 5.17 Esquema del canal del problema 5.3



canal a $S_o = 0.17591 > S_c$ (vease problema 4.3). a) Calcular la distancia Δx que deberá revestirse de concreto ($n = 0.015$) suponiendo que el material en que se excava el canal resiste hasta una velocidad de 1.50 m/seg. b) Determinar la distancia l hasta la cual se deja sentir la influencia del cambio de pendiente

Solución a. Para $y_p = 1.75$ m, el área hidráulica, perímetro mojado y radio hidráulico son

$$A = (5 + 1.75) \cdot 1.75 = 11.8125 \text{ m}^2$$

$$P = 5 + 2\sqrt{2} \cdot 1.75 = 9.9497 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{11.8125}{9.9497} = 1.1872 \text{ m}$$

La velocidad media y el gasto valen:

$$V = \frac{1}{0.025} (1.1872)^{2/3} (0.0004)^{1/2} = 0.897 \text{ m/seg}$$

$$Q = 11.8125 \times 0.897 = 10.5953 \text{ m}^3/\text{seg}$$

lo cual verifica el resultado obtenido en el problema 4.3

Cálculo del tirante crítico. Siguiendo el procedimiento normal, se calcula el parámetro:

$$\frac{Q_k^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{10.595 \times 1}{5^{5/2} \sqrt{9.8}} = 0.0605$$

De la fig 3.9 resulta que $k y_c/b = 0.146$, por lo tanto:

$$y_c = \frac{0.146 \times 5}{1} = 0.73 \text{ m}$$

el cual puede afinarse haciendo que se satisfaga la ec (3.4 b). Para $Q^2/g = (10.5953)^2/9.8 = 11.4551$, los cálculos se resumen en la tabla 5.3.

Tabla 5.3 Cálculo del tirante crítico

y_c	A_c	A_c^3	B_c	A_c^3/B_c
0.73	4.1829	73.1867	6.46	11.3292 \neq 11.4551
0.735	4.2152	74.8966	6.47	11.5760 \neq 11.4551
0.733	4.2022	74.2092	6.466	11.4768 \doteq 11.4551

Por lo tanto, $y_c = 0.733$ m y la velocidad crítica vale:

$$V_c = \frac{10.5953}{4.2022} = 2.521 \text{ m/seg}$$

Es necesario calcular la pendiente crítica para $n = 0.015$. Siendo el perímetro mojado: $P_c = 5 + 2\sqrt{2} \times 0.733 = 7.0732$ m y el radio hidráulico, $R_h = 4.2022/7.0732 = 0.594$ m, la pendiente crítica vale:

$$S_c = \left(\frac{V_c n}{R_h} \right)^{2/3} = 0.002864$$

Dentro de la zona revestida el factor de fricción es $n = 0.015$, por lo tanto, para aplicar el método de Chow será necesario calcular el tirante normal que se establecería en el supuesto de que todo el canal estuviese revestido. Esto se debe a que dicho método vale para canales prismáticos y sin cambios de rugosidad. Para $n = 0.015$ y el mismo gasto, se procede entonces a calcular el tirante normal.

Se calcula el siguiente parámetro

$$\frac{nQ}{A b^{8/3} S_o^{1/2}} = \frac{0.015 \times 10.5953}{5^{8/3} \times (0.0004)^{1/2}} = 0.1087$$

Por lo cual, de acuerdo con la ec (2.35), $A R_h^{2/3} / b^{8/3} = 0.1087$ y de la fig. 2.7 se obtiene $y_n/b = 0.26$ y de aquí

$$y_n = 0.26 \times 5 = 1.30 \text{ m}$$

La tabla 5.4 permite afinar este resultado utilizando la ecuación: $Q = A R_h^{2/3} S_o^{1/2} / n = 1.3333 A R_h^{2/3}$

y_n	A	P	R_h	$R_h^{2/3}$	Q
m	m^2	m	m	$\text{m}^{2/3}$	m^3/seg
1.30	8.19	8.6769	0.9439	0.9622	10.5075 \neq 10.5953
1.305	8.2280	8.6911	0.9467	0.9642	10.577
1.306	8.2356	8.6939	0.9473	0.9646	10.592 \approx 10.5953

Por lo tanto, el tirante normal para $n = 0.015$ es 1.306 m y la velocidad vale

$$V_n = \frac{10.5953}{8.2356} = 1.2865 \text{ m/seg} < 1.50 \text{ m/seg}$$

De los resultados obtenidos se deduce que: $y_n > y_c$ y $S_0 < S_c$ en el canal aguas arriba del cambio de pendiente y que $-S_0 > S_c$ y el canal aguas abajo del cambio de pendiente, el tirante crítico se presentará en dicho cambio. Por lo tanto, el perfil en el tramo aguas arriba será del tipo M2 debiendo realizar el cálculo hacia aguas arriba de la sección crítica. Para el tramo aguas abajo el perfil es del tipo S2 y el cálculo se haría hacia aguas abajo de la sección crítica. En ambos casos, el tirante crítico sería la condición inicial para efectuar el cálculo.

El área de la sección donde se va a calcular el tirante deberá ser

$$A = \frac{10.5953}{1.50} = 7.0635 \text{ m}^2$$

Debiendo verificarse que:

$$(5 + y) y = 7.0635$$

resulta que $y = 1.149$ m. Por lo tanto, el problema que se plantea consiste en encontrar la distancia ΔX que separa la sección crítica (de tirante $y_c = 0.733$ m) y una sección cuyo tirante es de 1.149 m, donde la velocidad es de 1.50 m/seg.

Para aplicar el método de Chow, el tirante medio será:

$y_m = (0.733 + 1.149)/2 = 0.941$ m y $y_m/b = 0.941/5 = 0.1882$. De las figs. 5.15 y 5.16, los exponentes hidráulicos son $N = 3.4$ y $M = 3.2$. El valor de $J = 3.4/(3.4 - 3.2 + 1) = 2.833$.

Para cada sección se calculan los valores de u y v como se indica en la segunda y tercera columna de la tabla 5.5 ($N/J = 1.2$, $y_n = 1.306$ m) y de las tablas del Apéndice B se interpolan los valores $F(u, N)$ y $r(v, J)$

Tabla 5.5 Cálculo de las funciones de flujo variado de Chow.		y		v		$F(u, N)$	$F(v, J)$
Sección 2	0.733	0.56126	0.50003	0.580512	0.52034		
Sección 1	1.149	0.87979	0.85754	1.100433	1.107698		
Dif...		-0.31853		-0.519921	-0.587358		

De la ec (5.29) resulta

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{1.306}{0.0004} \left[-0.31853 - (-0.519921) + \left(\frac{0.733}{1.306} \right)^{3.2} \times \right. \\ \left. \times \frac{2.833}{3.4} (-0.587358) \right]$$

$$\Delta x = 3265 \cdot (-0.31853 + 0.519921 - 0.0770877)$$

Haciendo operaciones resulta que:

$$\Delta x = 406 \text{ m}$$

Deberán revestirse 406 m desde la sección de cambio de pendiente hacia aguas arriba.

Solución b Para este segundo caso, se trata de encontrar la distancia l que hay entre la sección de tirante $y = 1.149 \text{ m}$ y otra en que el tirante fuera, por ejemplo, l porcentaje menor que el normal $y = 1.75 - 0.01 \times 1.75 = 1.73 \text{ m}$, estos dentro del tramo de rugosidad $n = 0.025$. El perfil en esta zona sigue siendo del tipo M2.

El tirante medio será: $y_m = (1.149 + 1.73) / 2 = 1.44 \text{ m}$ y $y_m/b = 0.288$. Por lo tanto, $N=3.45$, $M=3.25$ y $J=3.45/(3.45-3.25+1) = 2.875$. Siguiendo el mismo procedimiento que antes, se resumen en la Tabla 5.6 los cálculos necesarios para obtener la distancia "l" ($N/J=1.20$, $y_n=1.75 \text{ m}$).

TABLA 5.6 CALCULO DE LAS FUNCIONES DE FLUJO VARIADO DE CHOW .

	y	u	v	$r(u, N)$	$F(v, J)$
Sección 2	1.149	0.65657	0.60358	0.69463	0.64538
Sección 1	1.73	0.98857	0.98630	1.79350	1.92938
dif	-0.33200		-1.10387		-1.28410

De la ecuación 4.29 resulta:

$$l = \frac{1.75}{0.0004} \left[-0.33200 - (-1.10387) + \left(\frac{0.733}{1.75} \right)^{3.25} \times \frac{2.875}{3.45} (-1.28410) \right]$$

$$l = 3100 \text{ m.}$$

Esta longitud sumada con Δx proporciona la distancia total de 3506 m de influencia del cambio de pendiente, medida desde la sección donde ocurre dicho cambio hacia aguas arriba.

5.6 Métodos de incrementos finitos en canales prismáticos

5.6.1 Método para el cálculo de la longitud del tramo

El método de incrementos finitos es el que tiene aplicaciones mas amplias debido a que es adecuado para el análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como no prismáticos.

En los métodos antes expuestos se ha tenido que definir una serie de tirantes a partir de los cuales se han calcula-

do las distancias que separan dichas secciones. Normalmente esto puede adaptarse una buena parte de los problemas; sin embargo, en ocasiones el problema amerita el conocimiento del tirante en secciones previamente especificadas y es aquí donde el método de incrementos finitos se adapta mejor para realizar dicho cálculo. Si el canal es prismático, la sección, pendiente y rugosidad son constantes siendo entonces conveniente elegir secciones separadas la misma distancia.

A partir de una sección de control, se determinan sucesivamente los tirantes procediendo hacia aguas arriba de dicha sección en el caso de flujo subcrítico o hacia aguas abajo en el caso de supercrítico.

Sustituyendo las ecs (5.2) y (5.3) en la (5.1b) - resulta que

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \quad (5.34)$$

En la fig 5.18 se presenta el tramo de un canal prismático limitado por las secciones 1 (aguas arriba) y 2 (aguas abajo) separadas la distancia Δx . Al aplicar la ec (5.34) a dicho tramo, resulta:

$$E_2 - E_1 = (S_0 - S_f) \Delta x \quad (5.35a)$$

en la cual: $E_1 = y_1 + V_1^2 / 2g$, $E_2 = y_2 + V_2^2 / 2g$, $S = -\Delta z / \Delta x$ es la pendiente de la plantilla y S_f es la pendiente media de fricción entre las dos secciones calculada a partir de la siguiente ecuación:

$$S_f = S_f \Delta x = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2}) \Delta x \quad (5.36)$$

donde S_{f1} y S_{f2} son las pendientes de fricción en las secciones 1 y 2, las cuales se pueden calcular con la fórmula de Manning, como sigue:

$$S_{f1} = \left(\frac{V_1 n_1}{R_h^{2/3}} \right)^2 \quad (5.37a)$$

$$S_{f2} = \left(\frac{V_2 n_2}{R_h^{2/3}} \right)^2 \quad (5.37b)$$

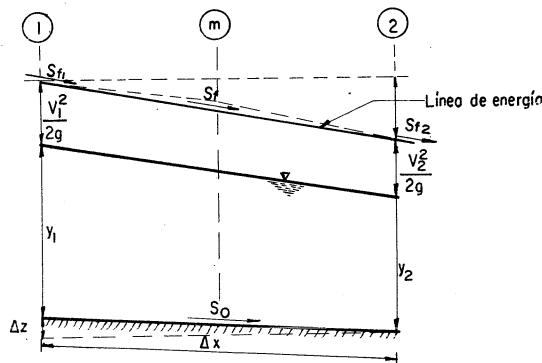


Fig. 5.18. Tramo corto de un canal prismático

De acuerdo con el sentido en que se efectúa el cálculo, se conocerán las características hidráulicas en alguna de las dos secciones, la 1 si el cálculo es en la dirección del flujo o la 2 si es en dirección contraria. El procedimiento consiste en suponer un valor tentativo del tirante en la sección desconocida y ajustar dicho valor mediante la verificación a través de las ecs (5.37 a y b), (5.36) y (5.35a).

Cuando las secciones no están previamente especificadas y más bien se trata de determinar el perfil completo, es factible volver al caso de los métodos directos especificando -- mas bien un tirante desconocido y calculando la distancia a que se encuentra la sección que posee dicho tirante.

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_e - S_o} \quad (5.35b)$$

Sin embargo, es necesario que las características que se especifiquen para la sección desconocida no produzcan longitudes Δx muy grandes que induzcan errores serios dado que se trata de un procedimiento de incrementos finitos.

Problema 5.4. Resolver la primera parte del problema 5.3 utilizando cinco tramos de longitudes distintas para definir la longitud de la zona revestida en el canal.

Solución. Dado que el perfil del flujo es del -- tipo M2 el cálculo se hará hacia aguas arriba de la sección -

TABLA DE LA FUNCION DE FLUJO VARIADO

113

TABLA DE LA FUNCION DE FLUJO VARIADO (continuación)

TABLA DE LA FUNCION DE FLUJO VARIADO (continuación)

crítica cuyo tirante es $y_c = 0.733$ m, hasta terminar en la -- sección de tirante $y = 1.149$ m.

Mediante la ec (5.35b) se encontrarán las distancias que separan las secciones cuyos tirantes especificaremos previamente. Lo más sencillo sería incrementar linealmente esos tirantes, calculando el incremento uniforme como sigue:

$$\Delta y = \frac{1.149 - 0.733}{5} = 0.832 \text{ m}$$

siendo los tirantes: $y_c = 0.733$ m, $y = 0.816$ m, $y = 0.8994$ m $y = 0.9826$ m, $y = 1.0658$ m y $y = 1.149$ m. Sin embargo, debido a que en la proximidad de la sección crítica es mayor la curvatura del perfil de flujo, convendrá que en dicha zona se elijan incrementos mayores para obtener distancias Δx que no sean muy pequeñas en comparación con las otras.

Se proponen, por ejemplo, los siguientes tirantes:

$$y_c = 0.733 \text{ m}$$

$$y = 0.91 \text{ m}$$

$$y = 0.99 \text{ m}$$

$$y = 1.06 \text{ m}$$

$$y = 1.11 \text{ m}$$

$$y = 1.149 \text{ m}$$

Calcularemos en seguida la distancia Δx a que se encuentran las secciones de tirante $y_c = 0.733$ m y $y = 0.91$ m. Siguiendo la nomenclatura de la fig 5.17, la sección 2 corresponde a la crítica y la 1 a la de tirante $y = 0.91$ m. Para cada una de estas secciones calculamos los elementos geométricos e hidráulicos como sigue:

Sección 2. $y = 0.733$ m

$$A_2 = (5 + 0.733) 0.733 = 4.2023 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 5 + 2 \sqrt{2} 0.733 = 7.0732 \text{ m}$$

$$R_{h2} = \frac{4.2023}{7.0732} = 0.594 \text{ m}$$

$$R_{h2}^{2/3} = 0.7067$$

$$V_2 = \frac{10.5953}{4.2023} = 2.521 \text{ m/seg.}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = 0.324 \text{ m}$$

$$E_2 = 1.05734 \text{ m}$$

$$S_{f2} = \left(\frac{V_2 n}{R_{h2}^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{2.521 \times 0.015}{0.7067} \right)^2 = 0.0028638$$

$$\text{Sección 1. } y_1 = 0.91 \text{ m}$$

$$A_1 = (5 + 0.91) 0.91 = 5.3781 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 5 + 2 \sqrt{2} 0.91 = 7.5739 \text{ m}$$

$$R_{h1} = \frac{5.3781}{7.5739} = 0.7101 \text{ m}$$

$$R_{h1}^{2/3} = 0.7959$$

$$V_1 = \frac{10.5953}{5.3781} = 1.9701 \text{ m}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0.1980 \text{ m}$$

$$E_1 = 1.1080 \text{ m}$$

$$S_f = \left(\frac{V_1 n}{R_{h1}^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{1.9701 \times 0.015}{0.7959} \right)^2 = 0.0013784885$$

La pendiente media de fricción vale:

$$S_f = \frac{0.0028638 + 0.001378}{2} = 0.002121$$

Aplicando la ec (5.35b), la distancia entre las dos secciones vale:

$$x = \frac{1.05734 - 1.1080}{0.0004 - 0.002121} = \frac{-0.05068}{-0.001721} = 29.45 \text{ m}$$

Por un procedimiento semejante se puede calcular la distancia que hay entre las secciones de tirante $y_1 = 0.90$ m y $y = 1.00$ m. La primera pasa a ser la sección 2 y la segunda la 1. Los cálculos se pueden resumir en la tabla 5.7 para el total de las secciones.

Tabla 5.7. Cálculo de tirantes-distancias por el método de incrementos finitos

y_i	A_i	P_i	R_{hi}	R_{hi}	V_i	$V_i/2g$	E_i	S_{fi}	S_f	Δx
(m)	(m ²)	(m)	(m)	(m)	(m/seg)	(m)	(m)		(m)	
0.733	4.2023	7.0732	0.5941	0.7067	2.5213	0.3243	1.0573	0.002864		
								0.002121	29.45	
0.91	5.3781	7.5739	0.7101	0.7959	1.9701	0.1980	1.1080	0.001378		
								0.001207	55.59	
0.99	5.9301	7.8001	0.7603	0.8330	1.7867	0.1629	1.1529	0.001035		
								0.0009276	87.07	
1.06	6.4236	7.9981	0.8031	0.8640	1.6494	0.1388	1.1988	0.0008200		
								0.0007602	99.16	
1.11	6.7821	8.1396	0.8332	0.8855	1.5622	0.1245	1.2345	0.0007004		
								0.0006613	111.84	
1.149	7.0652	8.2499	0.8564	0.9018	1.4996	0.1147	1.2637	0.0006222		

$$L = \sum \Delta x = 383.11 \text{ m}$$

Los resultados indican que debe revestirse una longitud que vale

$$L = 2945 + 5559 + 87.07 + 99.16 + 111.84 = 383.11 \text{ m}$$

que tiene una diferencia del 6% respecto de la distancia de -- 406 m obtenida con el método de Chow (Problema 5.3). En la fig 5.19 se presenta un esquema del perfil de flujo de acuerdo con los resultados aquí obtenidos.

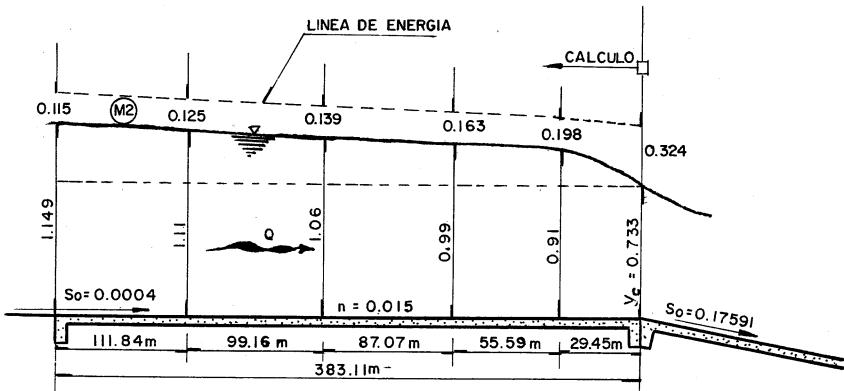


Fig. 5.19 Perfil del flujo en el problema 5.4

Problema 5.5. En la obra de toma, cuya geometría se muestra en la fig 5.20 a, las extracciones desde el embalse se controlan mediante dos compuertas de servicio que obturan dos orificios de 1 m de ancho cada uno y dentro del intervalo de niveles de embalse indicados. El túnel es circular de 250 m de diámetro y revestido de concreto (factor de fricción de Manning $n = 0.015$). Suponiendo despreciable la pérdida de energía en la rejilla y-descarga libre hacia el túnel, definir el perfil del flujo que se establecería dentro del mismo para el nivel máximo en el embalse. Para ello considerar que la abertura de las compuertas es $a = 0.608 \text{ m}$ y que la sección en el plano de la compuerta tiene la forma indicada en la fig 5.20 b. El coeficiente $\alpha = 1$.

Solución. será necesario calcular el gasto descargado por las compuertas. La carga con que operan las mismas es $y_1 = 84.40 - 62.75 = 21.65 \text{ m}$ y la relación entre dicha carga y la abertura de las mismas es $y_1/a = 21.65/0.608 = 35.6$. De la fig --- 6.16 del vol. I el coeficiente de gasto se aproxima al valor $C_a = 0.60$. De la ec (6.25) del Vol. I, el gasto descargado por las dos compuertas vale:

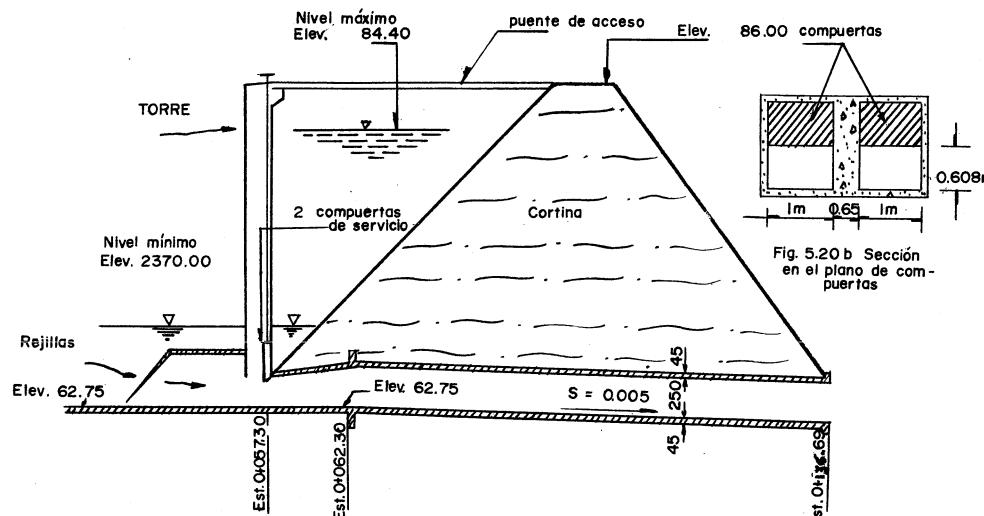


Fig 5.20a. Corte longitudinal de la obra de torre del problema 5.5

$$Q = 0.60 \times 2 \times 0.608 \sqrt{2 \times 9.8 \times 21.65} = 15.03 \text{ m}^3/\text{seg}$$

De la ec 6.27 del Vol I el coeficiente de velocidad vale:

$$C_v = 0.960 + 0.098 \times \frac{0.608}{21.65} = 0.963$$

y de la ec (6.26 b) del mismo volumen el coeficiente de contracción resulta

$$C_c = \frac{1}{2} \frac{0.608}{21.65} \left(\frac{0.60}{0.963} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{2} \frac{0.608}{21.65} \left(\frac{0.60}{0.963} \right)^2 + \left(\frac{0.60}{0.963} \right)^2}$$

$$C_c = 0.629$$

Luego el tirante en la sección contraída vale:

$$y_2 = 0.629 \times 0.608 = 0.3821 \text{ m}$$

De acuerdo con la ec (6.28) del vol I dicho tirante se presenta a cierta distancia de la sección de compuertas, que vale:

$$l = \frac{0.608}{0.629} = 0.967 \text{ m}$$

De la ec (5.35 a) se puede determinar el tirante en la estación

0 + 062.30 (sección que llamaremos 3), en que se inicia el túnel.

La distancia entre la sección contraída y dicha estación es:

$$\Delta x = 62.30 - (57.30 + 0.967) = 4.033 \text{ m}$$

El área, perímetro mojado, radio hidráulico, --- velocidad y pendiente de fricción en la sección contraída --- valen:

$$A_2 = 2 \times 0.3821 = 0.7643 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 2 (1 + 2 \times 0.3821) = 3.5284$$

$$R_{h2} = \frac{0.7643}{3.5284} = 0.2166$$

$$V_2 = \frac{15.03}{0.7643} = 19.665 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = 19.73 \text{ m}$$

$$E_2 = 0.3821 + 19.73 = 20.112$$

$$s_{f2} = \left(\frac{19.665 \times 0.015}{0.2166^{2/3}} \right)^2 = 0.6688$$

Mediante un procedimiento de iteración se puede calcular el tirante en la sección

0 + 062.30 (sección 3 de forma circular) siendo que, de acuerdo con los datos de la fig 5.20a, la pendiente del piso entre las dos secciones es $S_0 = 0$. Sustituyendo en la ec (5.35a) resulta

$$20.112 - \left(y_3 + \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{1}{2} (0.6688 + S_{f3}) 4.033$$

En la tabla 5.8 se resumen los cálculos necesarios para encontrar el tirante y_3 que verifique la ecuación anterior. En dicha tabla se han obtenido los elementos geométricos de la sección circular a partir del apéndice A.

Por lo tanto, el tirante al inicio del túnel es $y_3 = 0.555$ m. Es necesario ahora calcular el tirante crítico en dicho túnel. Siguiendo el procedimiento conocido se calcula el parámetro:

$$\frac{Q}{\sqrt{g D^{5/2}}} = \frac{15.03}{\sqrt{9.81} 2.5^{5/2}} = 0.4858$$

con este valor, de la fig 3.10 resulta que $y_c/D = 0.712$; por lo tanto $y_c = 1.78$ m. Para $y_c/D = 0.712$, de la tabla 2.5 resulta que $A_c = 3.7388 \text{ m}^2$, $R_h c = 0.7438 \text{ m}$, $V_c = 15.03/3.7388 = 4.0201 \text{ m/seg}$. Por lo tanto, la pendiente crítica vale

$$S_c = \left(\frac{4.0201 \times 0.015}{0.7438} \right)^{2/3} = 0.005396$$

Debido a que $S_c > 0.005$, el perfil del flujo será del tipo M3 y el cálculo se realizará hacia aguas abajo.

Entrada del túnel el perfil del flujo se calculará utilizando ahora la ec (5.35 b). En la tabla 5.9 (similar a la 5.7) se resumen los cálculos. La primera y segunda columna indican los tirantes que se especifican y_i y la última, la distancia que separa las secciones en que se han especificado los tirantes.

De acuerdo con estos resultados, en la fig 5.21 se muestra un esquema del perfil del flujo donde se indican también la línea de energía (LE) que indica el nivel total de energía a lo largo del túnel y que resulta de los valores E_i de la tabla 5.9.

Problema 5.6. En el problema 4.1 determinar la posición del salto hidráulico si la pendiente del canal vale $S_0 = 0.0009$.

Solución. Debido a que esta pendiente es mayor que la obtenida en el problema 4.1, el salto se "barre". Calcularemos el tirante normal en el canal para esta pendiente y para ello se requiere el valor del siguiente parámetro:

Tabla 5.8. Resumen de los cálculos para determinar y_3 , en el problema 5.5

y_3 m	A_3 m^2	$R_h 3$ m	$R_h^2/3$ $R_h 3$	$V_3^2/2g$ m/seg	E_3 m	$E_2 - E_3$ m	S_{f3}	$\frac{1}{2} (S_{f2} + S_{f3})$	x
0.5	0.2	0.6988	0.3015	0.4496	21.5083	23.6024	24.1024	- 3.9904	0.5149
0.55	0.22	0.8006	0.328	0.4756	18.7728	17.806	18.5306	1.5814	0.3506
0.5525	0.221	0.8059	0.3293	0.4769	18.6505	17.7471	18.2996	1.8124	0.3441
0.565	0.222	0.8111	0.3306	0.4781	18.5298	17.5181	18.0731	2.0389	0.3379
								2.0301	

y_i m	A_i^2 (m^2)	R_{hi} m	$R_{hi}^2/2g$ (m)	E_i (m)	S_{fi}	Δx_i (m)
0.222	0.555	0.8111	0.354	0.5004	16.5963	14.0529
0.24	0.60	0.9056	0.354	0.5004	16.5963	14.6529
0.264	0.66	1.0364	0.384	0.5283	14.5025	10.7307
0.29	0.725	1.1813	0.4156	0.5568	12.7238	8.2600
0.312	0.78	1.3079	0.4411	0.5794	11.4519	6.7380
0.3328	0.832	1.4291	0.4650	0.6002	10.5169	5.6431
					6.4751	0.0691

L = 74.39

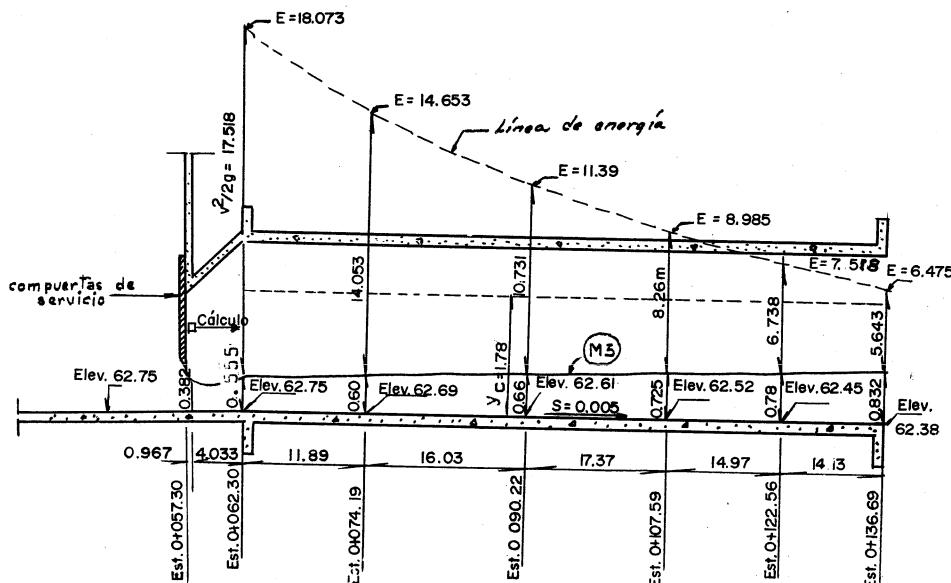


Fig. 5.21. Perfil del flujo y línea de energía dentro del túnel en el problema 5.5

$$\frac{AR_h^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{Q_n}{b^{8/3} S^{1/2}} = \frac{112.5 \times 0.025}{15^{8/3} \times 0.0009^{1/2}} = 0.0685$$

Para canales rectangulares, de la fig 2.7 se obtiene $y/b = 0.232$, por lo tanto, el tirante normal vale

$$y_n = 0.232 \times 15 = 3.48 \text{ m}$$

que es menor que el conjugado mayor que se formaría con el salto al pie del cimacio, por lo cual efectivamente se moverá hacia aguas abajo (fig 4.22). El salto se producirá en la sección en que se presente un tirante conjugado mayor igual al normal, esto es, $y_2 = y_n$. La velocidad, carga de velocidad, energía específica y número de Froude en esta sección valen:

$$V_2 = \frac{7.5}{3.48} = 2.155 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{2.155^2}{19.6} = 0.237 \text{ m}, E_2 = 3.48 + 0.237 = 3.717 \text{ m}$$

$$F_{r2} = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}} = \frac{2.155}{\sqrt{9.8 \times 3.48}} = 0.369$$

Aplicando la ec.(4.8) el tirante conjugado menor vale:

$$y_1 = \frac{3.48}{2} (\sqrt{1 + 8 \times 0.369^2} - 1) = 0.775 \text{ m}$$

Siendo la velocidad, carga de velocidad, energía específica y número de Froude respectivamente:

$$V_1 = \frac{7.5}{0.775} = 9.675 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{9.675^2}{19.6} = 4.778 \text{ m}$$

$$E_1 = 0.775 + 4.778 = 5.553 \text{ m}$$

$$F_{r1} = \frac{9.675}{\sqrt{9.8 \times 0.775}} = 3.51$$

De la tabla 4.1, resulta que $L/y_2 = 5.55$ por lo cual, la longitud del salto vale:

$$L = 5.55 \times 3.48 = 19.31 \text{ m}$$

La pérdida de energía en el salto es:

$$h = 5.553 - 3.717 = 1.836 \text{ m}$$

Será necesario calcular la distancia que separa la sección al pie del cimacio, de tirante $y_1 = 0.723 \text{ m}$ (problema 4.1), y aquélla correspondiente al conjugado menor. En el problema 4.1 se obtuvo que la energía al pie del cimacio es $E_0 = 6.213 \text{ m}$ siendo la velocidad $V_0 = 10.373 \text{ m/seg}$ y el radio hidráulico

$$R_{h0} = \frac{1.5 \times 0.723}{15 + 2 \times 0.723} = 0.659 \text{ m}$$

La pendiente de fricción en esta sección, para un factor de fricción $n = 0.015$ en la zona revestida de concreto, sería:

$$S_f_0 = \left(\frac{10.373 \times 0.015}{0.659} \right)^2 = 0.04218$$

De manera análoga, para la sección de conjugado menor se tendría

$$R_{h1} = \frac{15 \times 0.775}{15 + 2 \times 0.775} = 0.702 \text{ m}$$

$$S_{f1} = \left(\frac{9.675 \times 0.015}{0.702^{2/3}} \right)^2 = 0.03373$$

siendo la pendiente media

$$S_f = \frac{0.04218 + 0.03373}{2} = 0.03795$$

Aplicando la ec(5.35b), la distancia entre las dos secciones (para $S_o = 0$ en la zona revestida) será:

$$\Delta x = \frac{5.553 - 6.213}{-0.03795} = 17.39 \text{ m.}$$

En la fig 5.22 se presenta un esquema del perfil del flujo resultante. Obsérvese que aun cuando el cambio de pendiente en el canal fué pequeño, hay un movimiento apreciable del salto hacia aguas abajo.

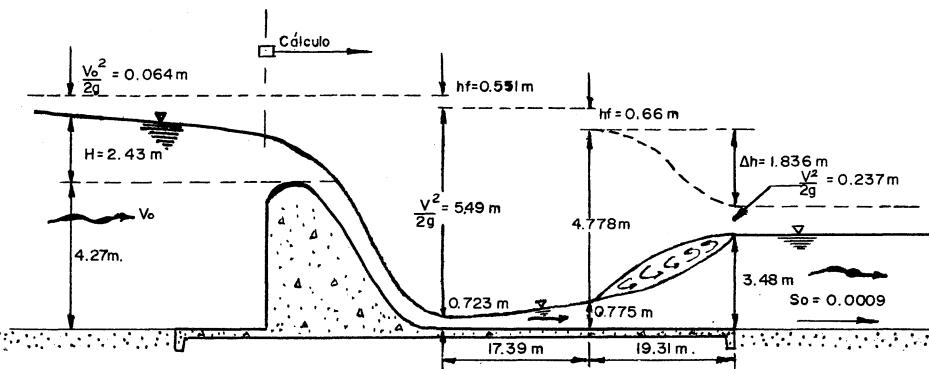


Fig 5.22. Flujo en la estructura del problema 5.6

5.6.2 Método gráfico

Sánchez B. (ref) 17) propuso un procedimiento gráfico de solución de la ec (5.35a), para el caso de especificar la longitud de los tramos y calcular los tirantes y que se describe a continuación. Sustituyendo la ecs (5.37 a y b) y (5.36)- en la (5.35 a) resulta:

$$E_1 - S_{f1} \frac{\Delta x}{2} + S_o \Delta x = E_2 + S_{f2} \frac{\Delta x}{2} \quad (5.38)$$

Suponiendo que el tipo de perfil de flujo implica que el cálculo se realiza hacia aguas abajo, se tendrán conocidas las condiciones en la sección 1 (aguas arriba) y desconocidas en la sección 2 (aguas abajo).

Conocida la sección del canal y el gasto para el cual se va a obtener el perfil de flujo, se puede calcular la curva energía específica-tirante ($E-y$), asignando a éstos valores entre los que variarán los tirantes del perfil por calcular (por ejemplo, para un perfil S2, entre el crítico y_c y el normal y_n ; esto es, la curva $E-y$ corresponderá a la rama en régimen supercrítico).

Dichos valores se elegirán con diferencias entre si tan pequeñas como requiera la precisión con que se desea obtener la curva. Así mismo, se escoge la longitud Δx del tramo, acorde con la precisión deseada; dicha longitud permanecerá constante en el cálculo de tal manera que la pérdida de fricción para la mitad del tramo tendrá el valor:

$$S_f \frac{\Delta x}{2} = \left(\frac{Vn}{R_h^{2/3}} \right)^2 \frac{\Delta x}{2} \quad (5.39)$$

donde n es el factor de fricción (de Manning) en el canal, V y R_h son la velocidad y el radio hidráulico de la sección, que corresponden a cada uno de los tirantes elegidos. Esto es, para cada valor del tirante "y" se calculará la energía específica E y la pérdida de energía $S_f \Delta x/2$ y de aquí los valores $E + S_f \Delta x/2$ y $E - S_f \Delta x/2$. Así mismo, con estos resultados se dibujan sobre un plano coordenado las curvas $E - y$, $E + S_f \Delta x/2 - y$ y $E - S_f \Delta x/2 - y$, como se muestran en la fig 5.23. Conviene elegir al eje horizontal como eje de tirantes "y" y el vertical para la energía específica E y las funciones $E + S_f \Delta x/2$ y $E - S_f \Delta x/2$.

En el caso del perfil S2, el tirante inicial en el cálculo es el crítico y su posición está representada por el punto 1 de la fig 5.23. Dicho tirante corresponde a las condiciones en la sección designada con el número 1 (tirante y_1 y energía específica E_1). Para el mismo tirante, la ordenada del punto 2 corresponde al valor $E_1 - S_{f1} \Delta x/2$.

Ascendiendo sobre la misma vertical una distancia $S_o \Delta x$ (a la misma escala del eje vertical) a partir del punto 2, se llega al punto 3 cuya ordenada, de acuerdo con la ec (5.38), corresponde al valor $E_2 + S_{f2} \Delta x/2$. Estos, al desplazarse sobre una horizontal a partir del punto 3

hasta la intersección con la curva $E_2 + Sf_2 \frac{\Delta x}{2}$ se llega al punto 4, cuya abscisa es el tirante y_2 correspondiente a la sección a una distancia Δx hacia aguas abajo. Las ordenadas de los puntos 5 y 6 proporcionan los valores de E_2 y $E_2 - Sf_2 \frac{\Delta x}{2}$ de esa sección.

El procedimiento se reitera las veces que sea necesario para encontrar los tirantes en secciones sucesivas, siempre separadas la distancia Δx . Si en el canal existe la longitud necesaria para que llegue a establecerse flujo uniforme, la reiteración del procedimiento permitirá llegar a una sección, para la cual, el punto que se obtiene al ascender sobre la vertical la distancia $S_0 \Delta x$ (a partir del que se encuentra en la curva $E - Sf \frac{\Delta x}{2}$), queda directamente sobre la curva $E + Sf \frac{\Delta x}{2}$. Esto significará que en esa sección se ha establecido la igualdad $S_0 \Delta x = Sf \Delta x$ (esto es, $S_0 = Sf$) condición necesaria para que exista flujo uniforme.

El procedimiento puede generalizarse para cualquier tipo de perfil haciendo que se satisfaga la ec (5.38). Por ejemplo, si el perfil por calcular es del tipo M1, la rama de la curva E-y corresponderá a la de régimen subcrítico. En este caso, el cálculo será hacia aguas arriba a partir de un tirante inicial y_1 y convendrá escribir la ec (5.38) como sigue:

$$E_1 - Sf_1 \frac{\Delta x}{2} = E_2 + Sf_2 \frac{\Delta x}{2} - S_0 \Delta x \quad (5.40)$$

en la cual se han intercambiado los subíndices 1 y 2 con el objeto de que la sección 2 sea la de aguas arriba y la 1 la de aguas abajo.

En la fig 5.23 el punto 1 sobre la rama de la curva E - y correspondiente a régimen subcrítico indicará las condiciones en la sección inicial. La ordenada del punto 2 será igual a $E_1 + Sf_1 \frac{\Delta x}{2}$ y descendiendo la distancia $S_0 \Delta x$ sobre una vertical a partir de dicho punto, se llega al 3 cuya ordenada, de acuerdo con la ec (5.40), es igual a $E_2 - Sf_2 \frac{\Delta x}{2}$. Por lo tanto, al desplazarse sobre la horizontal que pasa por el punto 3 se llega al 4 y, a partir de éste y sobre una vertical, al 5 cuyas coordenadas indicarán las condiciones de tirante y energía específica en la sección 2, a la distancia Δx hacia aguas arriba de la 1.

El procedimiento se reitera las veces que sea necesario para encontrar los tirantes en secciones sucesivas-- hasta llegar a la sección en que se establezca el flujo uniforme.

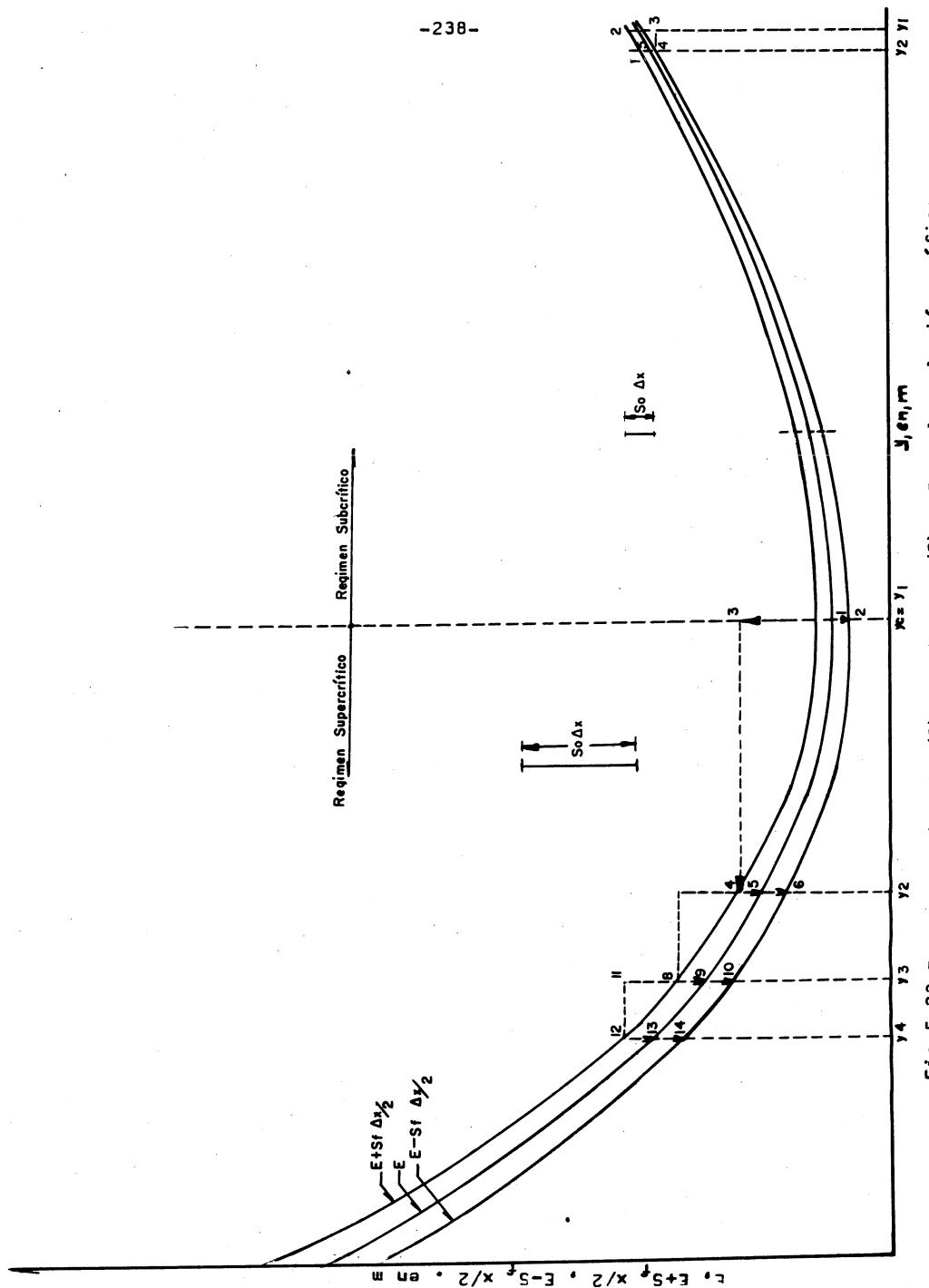


Fig.5.23 Curvas $E - y$, $(E + Sf \frac{\Delta x}{2}) - y$ y $(E - Sf \frac{\Delta x}{2}) - y$ para la solución gráfica de las ecuaciones (5.39) y (5.41) en un canal prismático.

Es necesario observar en los ejemplos anteriores explicados que, para una misma sección del canal, la pendiente de plantilla S_0 necesaria para que exista un perfil S_2 tiene que ser obviamente mayor que la necesaria para que exista un perfil M_1 , de ahí que las distancias $S_0 \Delta x$ usadas en los ejemplos sean distintas.

Problema 5.7. El terraplén de una autopista tiene un ancho de 60 m y corre paralelo a un gran río, protegiendo de inundaciones a las tierras agrícolas que se encuentran en porciones bajas al lado opuesto del río. Debido a una avenida excepcional, el nivel del río se levanta 0.60 m por arriba de la carretera (fig 5.24). Estimar el gasto (por metro de ancho del terraplén) que se descargaría al área de tierras bajas. El perfil de la superficie transversal de la carretera se puede considerar horizontal con un valor medio del factor de fricción de Manning $n = 0.04$

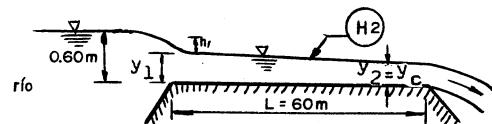


Fig 5.24. Sección transversal del terraplén del problema 5.7

Solución. El perfil es claramente del tipo H_2 . A la entrada, el tirante se reduce por la conversión de energía potencial a energía cinética (carga de velocidad), mientras que a la salida el tirante es el crítico (fig 5.25).

Para determinar el perfil sería necesario conocer previamente el gasto q que es justamente la incógnita del problema. Sin embargo, es factible plantear la solución por un procedimiento de aproximaciones. Se podría tener una idea del orden del gasto, aplicando los resultados del problema 1.3 para un vertedor de cresta ancha, o bien a partir de las fórmulas para este tipo de vertedores que se presentan al final del capítulo 7 del vol. I. Siguiendo los resultados del problema 1.3 el gasto por unidad de ancho sería

$$q = 1.48 \times 0.6^{3/2} = 0.688 \text{ m}^3/\text{seg.}$$

para el cual, el tirante crítico valdría:

$$y_c = \sqrt{\frac{(0.688)^{3/2}}{9.8}} = 0.388 \text{ m}$$

Debido a los efectos de fricción, el gasto real sería menor por lo que se propone usar la ec (7.39) del Vol I, en la que, para $w/y_c > 3.5$ $A_e = 0.33$ y, además, puesto que al disminuir el gasto: $y_c < 0.388 \text{ m}$, se escogerá $y_c = 0.29$, - por tanto $n = \frac{60}{0.29} = 207$

Por lo tanto, utilizando dicha ecuación resulta:

$$C = \frac{\left[1 + 0.26 (0.33)^2 \right] \sqrt{9.8}}{\left(\frac{3}{2} + 0.165 + 0.004 \times 207 \right)^{3/2}} = 0.8178$$

y de la ec 7.6 del Vol I

$$q = 0.8178 \times 1 \times (0.6)^{3/2} = 0.38 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Para este gasto, el tirante crítico será

$$y_c = \sqrt{\frac{3(0.38)^2}{9.8}} = 0.245 \text{ m}$$

que corresponde aproximadamente al escogido para valuar n . -- se utilizará entonces $q = 0.38 \text{ m}^3/\text{seg}$ en el proceso de tan- teos.

en la tabla 5.10 se presentan los cálculos para obtener las curvas $E - y$ y $(E \pm h_f/2)$ - y con tirantes-- mayores de 0.245 m. Dichos cálculos no requieren más expli- cación. La fig 5.26 presenta dichas curvas donde se obtienen -- los tirantes a cada 10 m; aquí se ha considerado que $\Delta z = 0$ dado que el terraplén es horizontal. El tirante a la entrada-- resultó ser $y_1 = 0.578 \text{ m}$ con una energía específica $E=0.60\text{m}$, esto es, para una pérdida a la entrada $h_L = 0$, resulta -- $h = 0.60 \text{ m}$ que es la carga dada (fig 5.25).

Por lo tanto, el valor propuesto para el gasto -- es correcto si no hubiese resultado la carga propuesta --- ($h = 0.60 \text{ m}$) tendrían que repetirse los cálculos para otro gasto q distinto hasta que esto ocurriera.

Problema 5.8. Una alcantarilla de concreto reforzado tiene un diámetro de 1.524 m y una longitud de 90 m. Se desea construir con una pendiente de 0.02 para descargar libremente. Calcular el perfil del flujo a lo largo de la alcantarilla, para un gasto de $4.5 \text{ m}^3/\text{seg}$ con un factor de fricción de Manning $n = 0.014$ y $\alpha = 1.0$.

Solución. A partir de los datos, se calcula el tirante crítico determinando el parámetro

Tabla 5.10 Cálculo de las curvas $(E + h_f/2) - y$, $(E - h_f/2) - y$ del problema 5.7 para $q = 0.38 \text{ m}^3/\text{seg}$. y $\Delta x = 10 \text{ m}$.

y	R_h	$R_h^{2/3}$	V	$V^2/2g$	E	$h_f/2$	$E + \frac{h_f}{2}$	$E - \frac{h_f}{2}$
0.245	0.245	0.3915	1.551	0.1227	0.3677	0.1255	0.4932	0.2422
0.27	0.27	0.4177	1.4074	0.1011	0.3711	0.0908	0.4619	0.2803
0.30	0.30	0.4481	1.2667	0.0819	0.3819	0.0639	0.4458	0.3180
0.35	0.35	0.4966	1.0857	0.0601	0.4101	0.0382	0.4483	0.3719
0.40	0.40	0.5429	0.9500	0.0460	0.446	0.0245	0.4705	0.4215
0.45	0.45	0.5872	0.8444	0.0364	0.4864	0.0165	0.5029	0.4699
0.50	0.50	0.6270	0.7600	0.0295	0.5295	0.0118	0.5413	0.5177
0.55	0.55	0.6713	0.6909	0.0244	0.5744	0.0085	0.5829	0.5659
0.60	0.60	0.7114	0.6333	0.0205	0.6205	0.0063	0.6268	0.6142

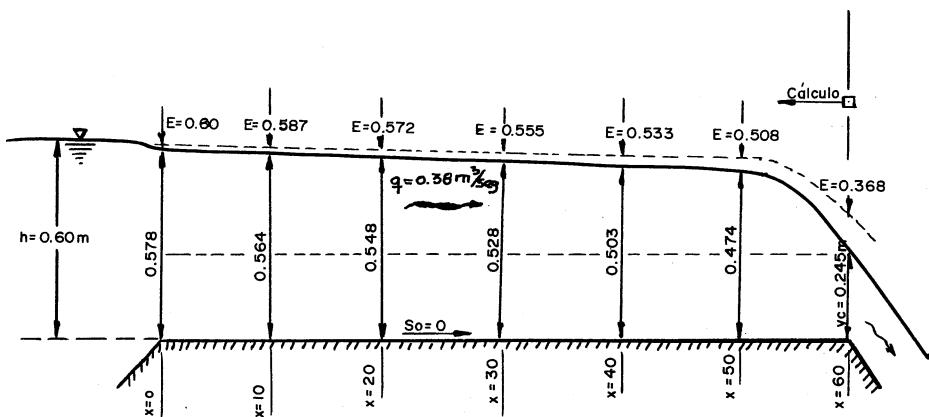


Fig. 5.25 Perfil de flujo sobre el terraplén del problema 5.7

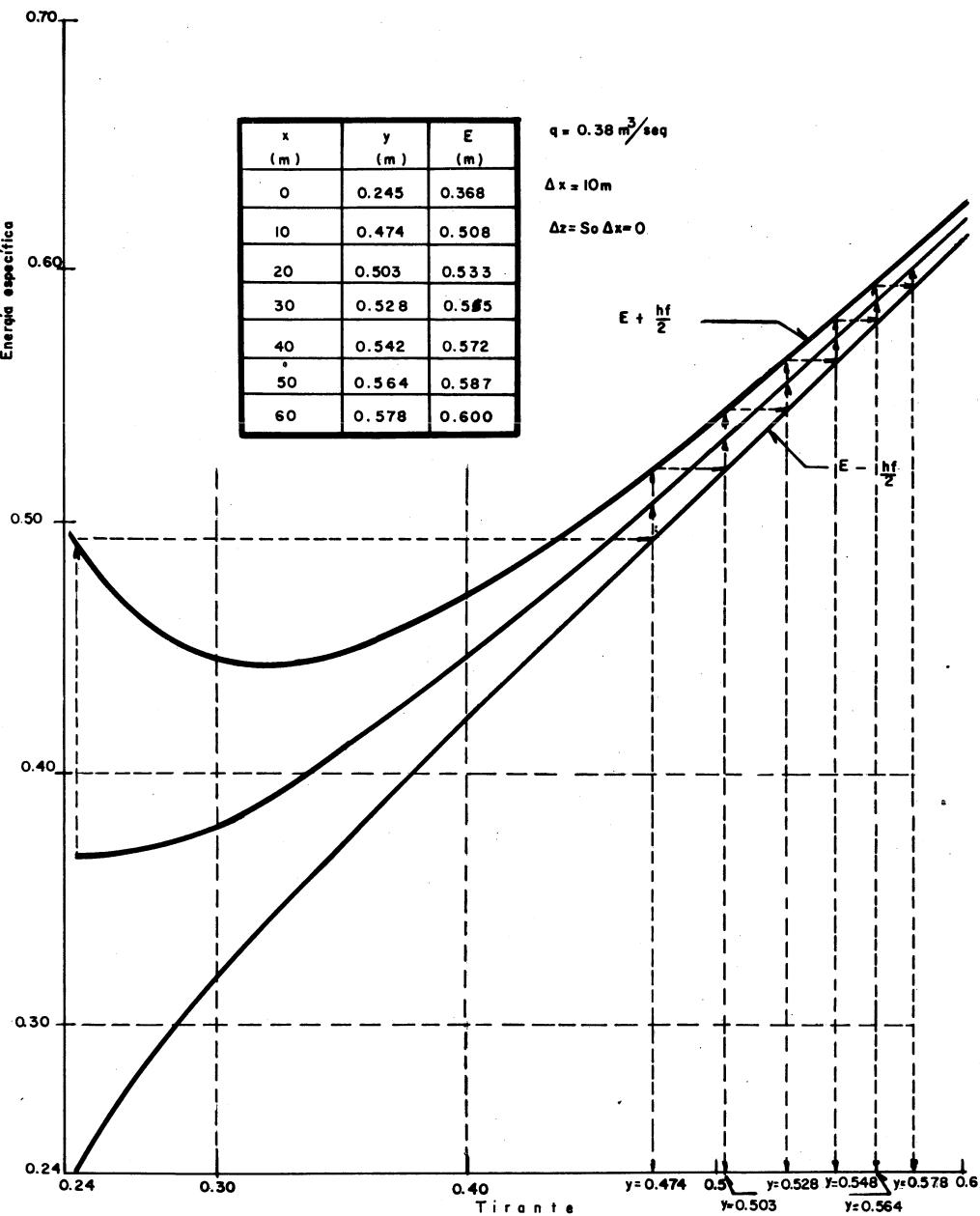


FIG 5.26 CURVA DE ENERGIA ESPECIFICA - TIRANTE DEL PROBLEMA 5.7

Tabla 5.11 Cálculo de las curvas ($E + h_f/2$) - y , ($E - \frac{h_f}{2}$) - y del problema 5.8 para $Q = 4.5 \text{ m}^3/\text{seg.}$ y $\Delta x = 15 \text{ m}$

y/D	y	A	R_h	$R_h^{2/3}$	V	$v^2/2g$	E	$\frac{h_f}{2}$	$E + \frac{h_f}{2}$	$E - \frac{h_f}{2}$
0.7236	1.1028	1.4135	0.4554	0.5919	3.1836	0.5171	1.6199	0.0425	1.6624	1.5774
0.70	1.0668	1.3638	0.4514	0.5884	3.2996	0.5555	1.6223	0.0462	1.6685	1.5761
0.65	0.9906	1.2551	0.4391	0.5777	3.5854	0.6559	1.6465	0.0596	1.7061	1.5869
0.60	0.9144	1.1427	0.4231	0.5636	3.9380	0.7912	1.7056	0.0718	1.7774	1.6338
0.56	0.8534	1.0512	0.4078	0.5499	4.2808	0.9350	1.7884	0.0891	1.8775	1.6993
0.53	0.8077	0.9818	0.3949	0.5383	4.5834	1.0718	1.8795	0.1066	1.9861	1.7729
0.51	0.7772	0.9353	0.3857	0.5299	4.8113	1.1811	1.9583	0.1212	2.0795	1.8371
0.49	0.7468	0.8888	0.3760	0.5209	5.0627	1.3077	2.0645	0.1389	2.1934	1.9156
0.4792	0.7303	0.8638	0.3705	0.5159	5.2095	1.3846	2.1149	0.1499	2.2648	1.965

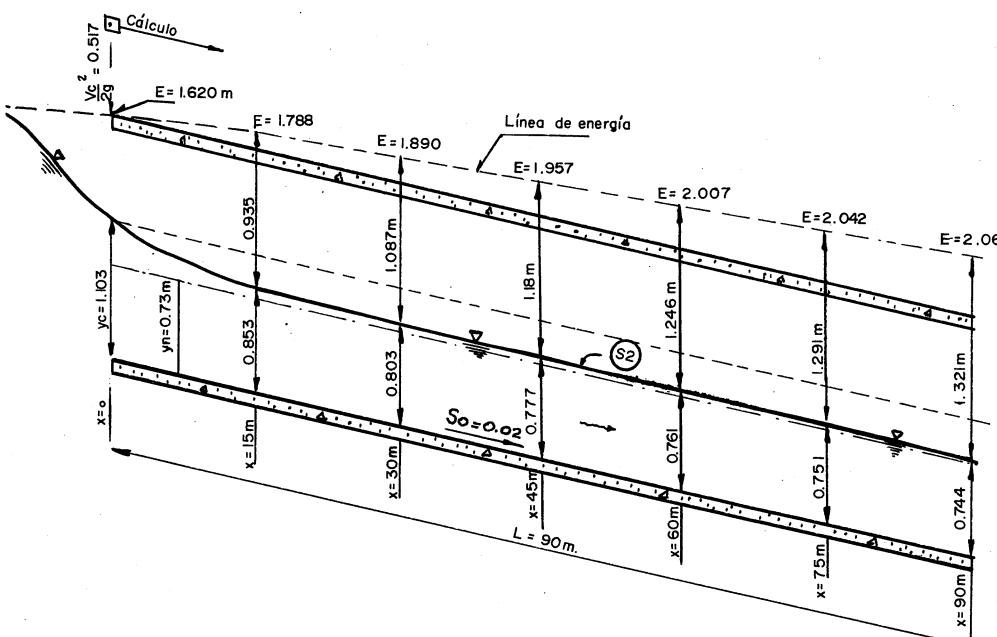


Fig 5.27 Perfil del flujo en la alcantarilla del problema 5.8

$$\frac{\alpha Q}{D^{2.5} \sqrt{g/\alpha}} = \frac{1 \times 4.5}{1.524^{2.5} \sqrt{9.8/1}} = 0.5013$$

De la tabla 2.5: $y_c/D = 0.7236$ y por lo tanto: $y_c = 1.1028 \text{ m}$.

Para calcular el tirante normal, se determina el parámetro:

$$\frac{nQ}{D^{8/3} \sqrt{S_o}} = \frac{A R_h^{2/3}}{D^{8/3}} = \frac{0.014 \times 4.5}{1.524^{8/3} \sqrt{0.02}} = 0.1448$$

De la tabla 2.5, $y_n/D = 0.4792$ y por lo tanto: -- $y_n = 0.7303 \text{ m}$.

Debido a que $y_c > y_n$, la pendiente del canal es pronunciada resultando un perfil tipo S2. Como se muestra en la fig 5.27, la sección de control se localiza a la entrada de la alcantarilla. El agua entrará a la alcantarilla con el tirante crítico y después escurrirá a un tirante menor que y_c pero mayor que y_n .

En la tabla 5.11 se muestran los cálculos para -- determinar las coordenadas de las curvas y que se explican -- por si mismos. En la fig 5.28 se presentan las curvas $E - y$ y $(E \pm h_f/2) - y$ para la determinación del tirante en las diferentes estaciones. El perfil calculado se muestra en la fig 5.27. Se presenta también la línea de energía que muestra la variación de la misma a lo largo de la alcantarilla. El cálculo se ha llevado hasta exceder la longitud de la alcantarilla, de tal manera que se pueda interpolar el tirante en la sección final. Este tirante resultó ser de 0.744 m y la carga de velocidad correspondiente es de 1.321 m. Para que en la alcantarilla se estableciera el tirante normal, su longitud tendría -- que ser de 165 m.

Problema 5.9. Con referencia al canal del problema 4.3 (vean se también problemas 5.3 y 5.4), en el tramo intermedio (No.2) se mantiene la pendiente, que resultó: $S_0 = 0.17591$, para que se presente el salto hidráulico al pie de dicho tramo (fig. 5.29). Sin embargo, por razones topográficas, es necesario limitar la longitud del tramo 3 a 933.66 m debido a que se requiere cambiar nuevamente de pendiente a $S_0 \rightarrow S_{c,a}$). Determinar la longitud x_2 necesaria en el tramo 2 para que se establezca flujo uniforme y limitar dicho tramo a esa longitud. b) Determinar el efecto de la limitación impuesta a la longitud del tramo 3 y localizar la nueva posición del salto hidráulico.c) Definir las longitudes x_3, x_4 de la zona que deberá revestirse en el tramo 3, de acuerdo con las condiciones impuestas en el problema 5.3.

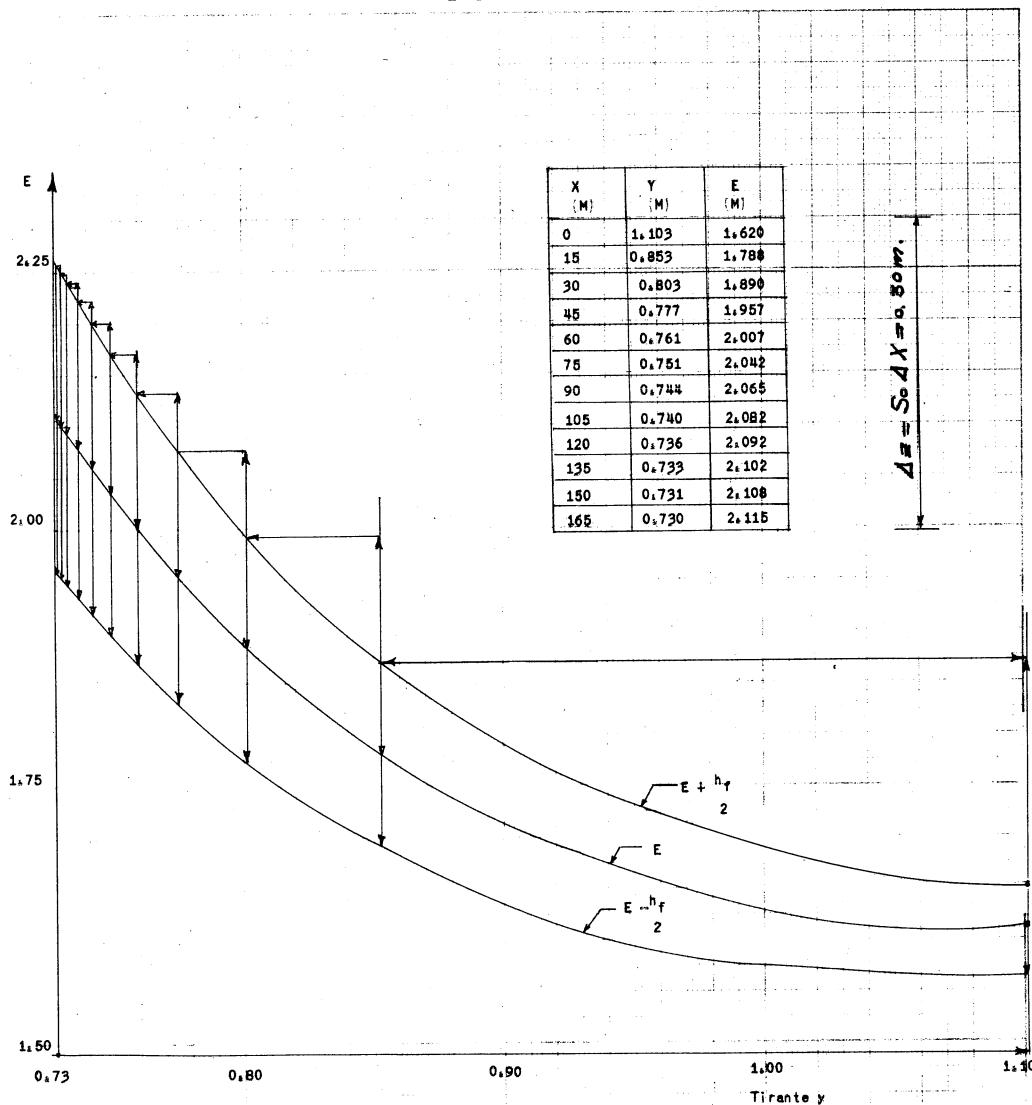


Fig.5.28 Curvas de Energía específica .. tirante($x=15m$) para el problema 5.8

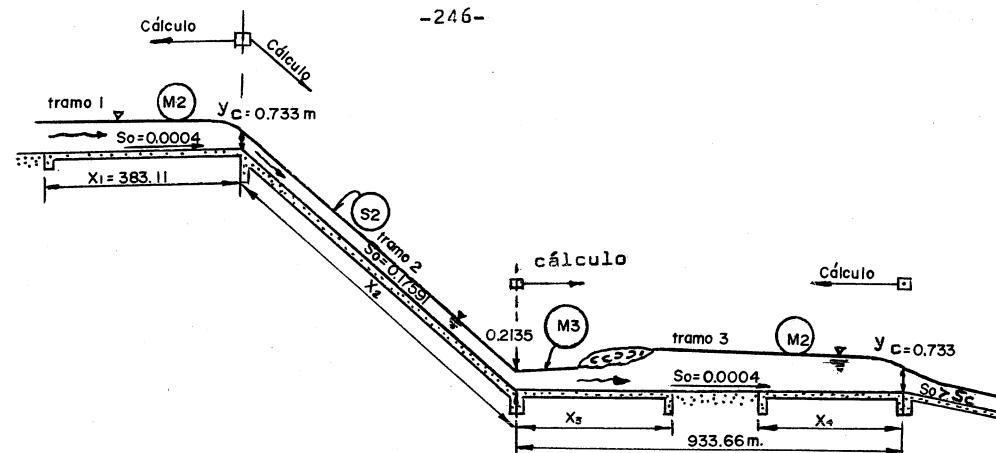


Fig 5.29 Esquema del canal en el problema 5.9

Solución a. En el problema 4.3 se calculó un gasto de 10.5953 m^3/seg y un tirante crítico $y_c = 0.733$ m; para $S_0 = 0.17591$ en el tramo 2, también resultó un tirante normal $y_n = 0.2135$.

El perfil de flujo en el tramo 2 es del tipo S_2 y para calcularlo se utilizará el método gráfico. El tirante variará entre el crítico y el normal. En la tabla 5.12 se presentan los cálculos de las coordenadas de las curvas $E-y$ y en la fig 5.30 se presentan las mismas así como el cálculo del tirante en las diferentes estaciones. Las distancias x corresponden a las medidas desde la sección crítica en el inicio del tramo 2 hacia aguas abajo. La longitud x_2 resultó ser de 90 m. Al final del tramo 2 se tendrá entonces el tirante normal $y = 0.2135$ m correspondiente a la pendiente $S_0 = 0.17591$, siendo el desnivel entre los dos extremos de dicho tramo:

$$\Delta z = 0.17591 \times 90 = 15.832 \text{ m}$$

Solución b De acuerdo con los resultados del problema 4.3, el salto se presentará al inicio del tramo 3 si existe un tirante conjugado mayor de 1.75 m. Sin embargo, la longitud impuesta a dicho tramo seguramente disminuirá dicho tirante y forzará a que el salto "se corra" hacia aguas abajo formando un perfil - M3. Para proceder a su localización será necesario recordar que en el problema 5.3 se encontró que el perfil de flujo en - dicho tramo es del tipo M2 y que en el problema 5.7 se calculó una longitud de 383.11 m de dicho perfil llegando a un tirante de 1.149 m. Será necesario continuar con dicho cálculo hasta - completar los 933.66 m que tiene de longitud el tramo 3, con - el fin de conocer qué tirante se presentaría al iniciar el ---

Tabla 5.12. Cálculo de las curvas ($E + h_f/2$) - y , ($E - h_f/2$) - y del problema 5.9 para $\Delta x = 15 \text{ m}$ ($n = 0.015$)

y	A	P	R_h	$R_{h^2/3}$	V	$V^{2/3}$	E	h_f	$E + h_f/2$	$E - h_f/2$
0.733	4.2023	7.0732	0.5911	0.7067	2.5213	0.3213	1.0573	0.0215	1.0788	1.0358
0.70	3.99	6.9799	0.5716	0.6888	2.6555	0.3598	1.0598	0.0251	1.0849	1.0347
0.65	3.6725	6.8385	0.5370	0.6667	2.8850	0.4217	1.0747	0.0322	1.1069	1.0425
0.60	3.3600	6.6971	0.5017	0.6314	3.1524	0.5073	1.1073	0.0421	1.1494	1.0652
0.55	3.0525	6.5556	0.4656	0.6008	3.4710	0.6117	1.1617	0.0563	1.2210	1.1084
0.50	2.7500	6.4142	0.4287	0.5686	3.8528	0.7574	1.2574	0.0775	1.3449	1.1799
0.45	2.4525	6.2728	0.3910	0.5347	4.3202	0.9522	1.4022	0.1102	1.5124	1.2920
0.40	2.2000	6.1314	0.3588	0.5049	4.8160	1.1834	1.5834	0.1535	1.7369	1.4299
0.35	1.8725	5.9899	0.3126	0.4606	5.6584	1.6335	1.9835	0.2547	2.2382	1.7208
0.30	1.5900	5.8485	0.2719	0.4197	6.6637	2.2636	2.5656	0.4254	2.9910	2.1402
0.25	1.3125	5.7071	0.2210	0.3754	8.0726	3.3248	3.5748	0.7803	4.3551	2.7945
0.20	1.0400	5.5657	0.1869	0.3268	10.1878	5.2955	5.4955	1.6400	7.1355	3.8555
0.17	0.8789	5.4808	0.1604	0.2952	12.0552	7.1147	7.5847	2.8142	10.3989	4.7105

-247-

-248-

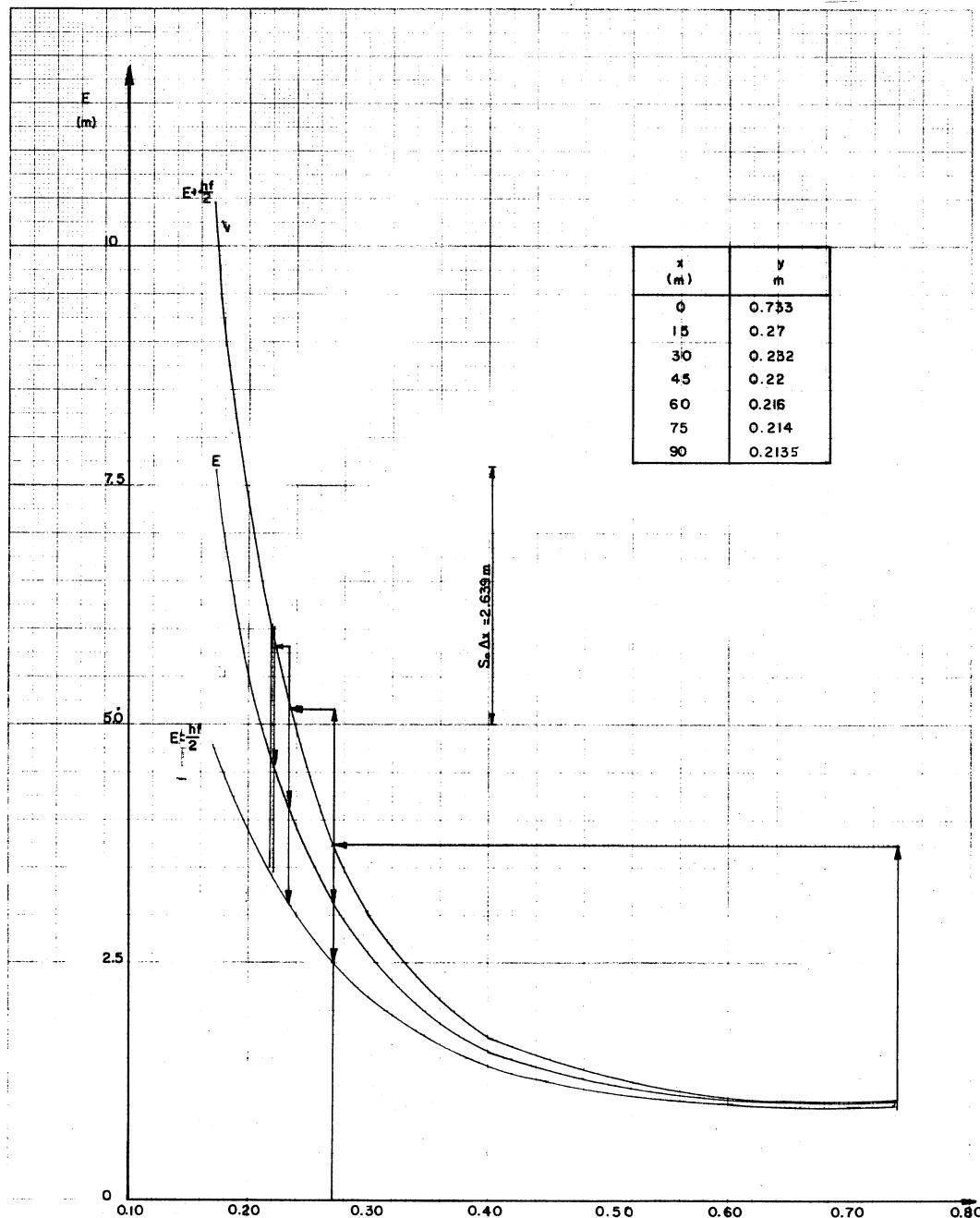


Fig.5.30 Curvas de energía específica-Tirante del problema 5.9

tramo y compararlo contra los conjugados mayores del perfil M3, de acuerdo con el procedimiento indicado en el subcapítulo 5.4 (fig 5.8a). De la tabla 5.13 se observa que al inicio del tramo 3 el tirante del perfil es del orden de 1.512 m menor que el que se necesita para producir el salto hidráulico, por lo que es probable se produzca hacia aguas abajo. Para localizar el salto hidráulico será necesario calcular el perfil de flujo M3 (para $n = 0.015$) que principia al iniciar el tramo 3 y que corresponde a la curva AG de la fig 5.8a. Así mismo, mediante la ec. 4.9 y con la ayuda de la fig 4.9, para cada uno de los tirantes de dicho perfil será necesario calcular los conjugados mayores para determinar la curva A'B de la fig 5.8a. Los resultados se presentan en la tabla 5.14 donde también se indican las longitudes del salto correspondientes, calculados de la fórmula de Sieñchin: $L = 10.6 (y_2 - y_1)$.

En la fig 5.31 se presentan los perfiles de flujo calculados en las tablas 5.13 y 5.14. De esta figura se deduce que a una distancia de 17.09 m desde el inicio del tramo 3 se presenta un tirante de 0.28 m en el perfil M3. Para dicho tirante existe un conjugado mayor de 1.503 m con una longitud de

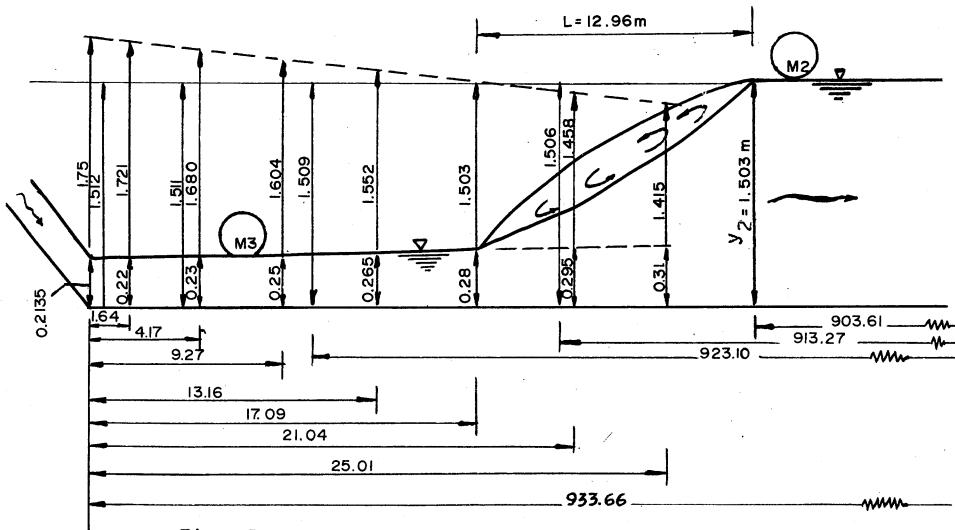


Fig. 5.31. Localización del salto hidráulico en el tramo 3 del problema 5.9

La tabla 5.13 muestra la continuación de los cálculos indicados en la tabla 5.7 (fig 5.19), debiendo recordar que el tramo aguas arriba carece de revestimiento por lo que tuvo que usarse $n = 0.025$.

Tabla 5.13. Cálculo de tirantes-distancias para el perfil de flujo M2 del tramo 3 en el problema 5.9 ($n = 0.025$).

y_i (m)	A_i m^2	P_i (m)	R_{hi} (m)	$R_{hi}^{2/3}$	V_i (m/seg)	$V_i^2/2g$	E_i	S_{fi}	S_f	Δx (m)	x_i (m)
1.149	7.0652	8.2499	0.8664	0.9018	1.4996	0.1147	1.2637	0.0011289	0.0016852	32.91	383.11
1.20	7.4400	8.3941	0.8663	0.9227	1.4241	0.1035	1.3035	0.0014688	0.0013912	40.73	416.02
1.25	7.8125	8.5356	0.9163	0.9427	1.3562	0.0938	1.3438	0.0012935	0.0012116	51.19	456.75
1.30	8.1900	8.6770	0.9439	0.9622	1.2937	0.0854	1.3854	0.0011298	0.0010606	64.41	507.04
1.35	8.5725	8.8184	0.9721	0.9813	1.2360	0.0779	1.4273	0.0009914	0.0009327	81.48	572.35
1.40	8.9600	8.9598	1.0000	1.0000	1.1825	0.0713	1.4713	0.0008739	0.0008237	104.16	653.53
1.45	9.3525	9.1012	1.0276	1.0183	1.1329	0.0655	1.5155	0.0007736	0.0007385	105.66	757.99
1.49	9.6701	9.2144	1.0495	1.0327	1.0957	0.0613	1.5513	0.0007035	0.0006954	30.47	863.65
1.50	9.7500	9.2426	1.0549	1.0363	1.0867	0.0603	1.5603	0.0006873	0.0006849	9.49	894.12
1.503	9.7740	9.2511	1.0565	1.0373	1.0840	0.0600	1.5650	0.0006825	0.0006802	9.66	903.61
1.506	9.7980	9.2596	1.0581	1.0384	1.0814	0.0597	1.5657	0.0006778	0.0006755	9.83	913.27
1.509	9.8221	9.2681	1.0598	1.0395	1.0787	0.0594	1.5684	0.0006731	0.0006716	6.65	923.10
1.511	9.8381	9.2738	1.0609	1.0402	1.0770	0.0592	1.5702	0.0006700	0.0006692	3.36	929.75
1.512	9.8461	9.2766	1.0614	1.0405	1.0761	0.0591	1.5711	0.0006685			933.11

Tabla 5.14. Cálculo de tirantes-distancias para el perfil de flujo así como los conjugados mayores correspondientes

y_i	A_i	P_i	R_{h_i}	$R_{h_i}^{2/3}$	V_i	$V_i^2/2g$	E_i	s_{f_i}	s_f
(m)	(m ²)	(m)	(m)		(m/seg)	(m)	(m)		
0.2135	1.1131	5.6039	0.1986	0.3404	9.5189	4.6229	4.8364	0.17591	0.16756
0.22	1.1184	5.6223	0.2043	0.3468	9.2261	4.3629	4.5629	0.15921	0.14827
0.23	1.2029	5.6505	0.2129	0.3565	8.8081	3.9583	4.1883	0.13733	0.12070
0.25	1.3125	5.7071	0.2300	0.3754	8.0726	3.3248	3.5748	0.10406	0.09489
0.265	1.3952	5.7495	0.2427	0.3891	7.5940	2.9423	3.2073	0.08572	0.07855
0.28	1.4784	5.7920	0.2553	0.4024	7.1667	2.6205	2.9005	0.07137	0.06568
0.295	1.5620	5.8344	0.2677	0.4154	6.7831	2.3474	2.6424	0.05999	0.05543
0.31	1.6461	5.8768	0.2801	0.4281	6.4366	2.1138	2.4238	0.05086	

(continuación tabla 5.14)

M3 del tramo 3 en el problema 5.9 ($n = 0.015$)

Δx	x_i	F_{M1}	t_i	y_2/y_1	y_2	L
(m)	(m)			(m)	(m)	
0.	160.70	23.42	8.197	1.75	16.29	
1.64	149.09	22.73	7.824	1.721	15.91	
2.53	133.41	21.74	7.305	1.680	15.37	
5.10	108.31	20.00	6.416	1.644	14.35	
3.89	93.62	18.87	5.855	1.552	13.64	
3.93	81.58	17.86	5.368	1.503	12.96	
3.95	71.61	16.95	4.941	1.458	12.32	
3.97	63.26	16.13	4.564	1.415	11.71	

Tabla 5.15. Cálculo de los tirantes y_2 y y_1 en el problema 5.10

y_2	A_2	P_2	Rh_2	V_2	$V_2^2/2g$	H_2	s_{f_2}	s_f	h_f
(m)	(m ²)	(m)	(m)	(m/seg)	(m)	(m)	—	—	(m)
1.89	27.3886	22.1754	1.2351	1.0953	0.0612	2.8512	0.0011091	0.0016913	0.1691
1.908	27.7808	22.2850	1.2466	1.0799	0.0595	2.8675	0.0010647	0.0016691	0.1669
1.87	26.9550	22.0532	1.2223	1.1130	0.0632	3.0832	0.0011611	0.0011129	0.1113
1.77	24.8220	21.4330	1.1581	1.2366	0.0745	2.9945	0.0014713	0.001268	0.1268

H_2	H_E	B_2	y
(m)	(m)	(m)	(m)
2.8700	-0.01883	21.7371	+ 0.018
2.8678	-0.0003	--	0
2.9788	-0.1044	21.6218	0.10
2.9943	-0.0002	--	0

12.96 m. Esto es, el salto terminaría a una distancia de 17.09+

$12.96 = 30.05$ m, de manera que dentro del perfil M₂ debe existir un tirante de 1.503 m para que ocurra el salto. En efecto, si de la longitud total del tramo se resta la distancia 30.05m resulta:

$$933.66 - 30.05 = 903.61 \text{ m}$$

y consultando la tabla 5.13 a esa distancia medida desde la sección crítica al terminar el tramo 3 hacia aguas arriba se presenta el tirante de 1.503.

Solución c. La longitud x_3 del revestimiento deberá ser entonces de 30.05 m y la longitud x_4 deberá ser igual a x_1 o sea de 383.11 m (vease problema 5.4).

5.7. Métodos de incrementos finitos en canales naturales.

5.7.1 Ríos de sección sencilla

Se consideran canales irregulares a los no prismáticos cuya sección cambia de un punto a otro a lo largo del cauce. Dentro de estos quedan comprendidos los ríos naturales. En dichos canales, a menudo acontece que el agua rebasa los niveles normales cuando ocurre una avenida que inunda regiones o bermas y modifica sustancialmente las velocidades medias y el valor del coeficiente de Coriolis de una sección a otra. De esta manera, se forman dos sistemas paralelos de flujo que tienen que considerarse separadamente. Sin embargo, en esta sección se considerarán solamente aquellos casos en que el agua queda contenida dentro de un canal de sección sencilla formando un único sistema de flujo.

Para el análisis de los problemas en canales irregulares es necesario hacer un levantamiento topográfico en el campo para dividir el río en una serie de tramos cortos de tal modo proporcionados, que la forma de la sección y factores de rugosidad sean aproximadamente uniformes en cada tramo. Un ejemplo de ello se muestra en la fig. 5.31. De esta manera,

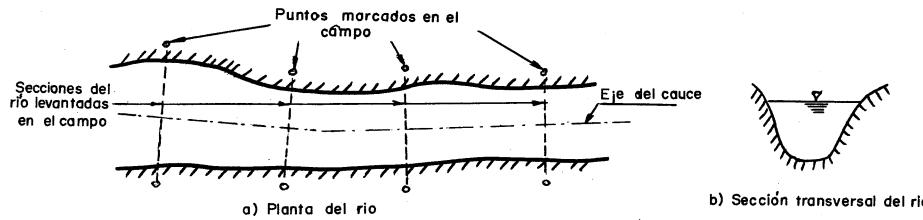


Fig. 5.31 Esquema de las secciones transversales en un río natural levantadas en el campo.

cualquier proceso de integración numérica es necesario trabajar a partir de valores elegidos para x y calcular el tirante de acuerdo con ellos. Una razón práctica para esto es que las propiedades de un río se miden usualmente en las secciones fijas. Aun cuando se conociera con precisión la geometría del río en cada sección a lo largo del cauce, la variación irregular de las propiedades del canal con la distancia x haría aun más difícil calcular x a partir de un valor dado para el tirante y , que calcular y de un valor dado para x .

De este modo, en la determinación de los perfiles de flujo en un río natural se debe calcular "y" a partir de "x" y para ello usar un procedimiento de aproximaciones sucesivas. En realidad el tirante "y" rara vez aparece en los cálculos y en su lugar es preferible especificar la altura h del nivel del agua, medida desde un cierto plano de referencia.

En la fig 5.32 se muestran las condiciones hidráulicas en uno de los tramos de longitud Δx en que se ha dividido el río. Como el flujo es gradualmente variado, es razonable considerar recta la línea de energía dentro del tramo.

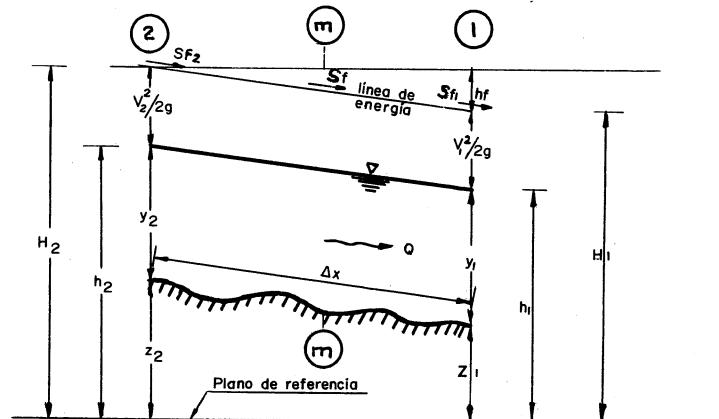


Fig. 5.32 Tramo corto de un río.

De la ecuación de energía entre las dos secciones, resulta:

$$\frac{V_2^2}{2g} + \alpha_2 \frac{z_2^2}{2g} = h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + h_r + h_e \quad (5.41a)$$

$$H_2 = H_1 + h_f + h_e \quad (5.41b)$$

donde h_e es la pérdida de fricción entre las dos secciones y que se calcula a partir de las ecs (5.36), (5.37a) y (5.37b) y h_e es la pérdida por cambio de sección y remolinos que depende principalmente del cambio en carga de velocidad y suele ser muy pequeña, o bien puede quedar englobada dentro de la pérdida por fricción incrementando el factor de fricción. Se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$h_e = k \frac{|V_2 - V_1|^2}{2g} \quad (5.42)$$

Existe poca información acerca del valor del coeficiente k ; sin embargo, es común considerar que vale de 0 a 0.1 cuando disminuye el área de la sección de 2 a 1, y vale 0.2 cuando aumenta. Para expansiones y contracciones bruscas, k vale aproximadamente 0.5. En el caso de ríos en curva, se prefiere usar la ecuación siguiente:

$$h_e = 0.05 \left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{2g} \right) \quad (5.43)$$

De acuerdo con el sentido en que se efectúa el cálculo, para un determinado gasto se conocerán las características en alguna de las dos secciones la 1 si el cálculo es en el sentido del flujo o la 2 si es el contrario. En ambas secciones se debe disponer de curvas que permitan conocer A , P , R_h , etc para diferentes valores de h , así como el valor medio estimado para el factor de fricción n .

En la mayoría de los ríos el flujo es subcrítico y el tirante no es muy distinto del normal obtenido para una pendiente media del fondo. Los perfiles hacia aguas arriba son, por tanto, dictados por las condiciones de aguas abajo. Por ello, es ventajoso, aunque no esencial, utilizar una sección de control en el extremo aguas abajo del canal, formada por un vertedor o unión con un gran río, con objeto de que se conozca el nivel del agua para cualquier gasto. Si esto no es posible, se supone un nivel tentativo inicial arriba del crítico en el extremo aguas abajo y se procede al cálculo hacia aguas arriba. Al repetir el mismo procedimiento con varios niveles iniciales, se encuentra normalmente, que debido a la curvatura decreciente del perfil del flujo, se pierde rápidamente el efecto de pequeñas variaciones en el nivel tentativo de la sección inicial.

Si se conoce el nivel de la superficie del agua en la sección 1 y se desea determinarlo en la 2, se propone un valor tentativo H_2 y se calcula A_2 , V_2 , $V_2^2/2g$ y la energía total $H_2 = h_2 + V_2^2/2g$. La pendiente de fricción $S_{f2} = (n V_2 / R_h)^{2/3}$ y se puede calcular el valor medio

$(S_{f1} + S_{f2})/2$ de donde se obtiene la diferencia de energías totales $H_2 - H_1$ y de aquí H_2 . La prueba del proceso de iteración es saber si corresponde al valor H_2 que se calculó previamente, de lo contrario, se propone un nuevo valor de H_2 .

Para ayudarse en este proceso de iteración, se puede seguir el razonamiento siguiente: se desea igualar los dos valores

$$H_2 = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$H'_2 = H_1 + \frac{1}{2} \Delta x (S_{f1} + S_{f2})$$

donde se ha despreciado la pérdida h_a .

Llamando $H_E = H_2 - H'_2$ la diferencia entre los dos valores (esto es, el error), se desea que esta cantidad desaparezca cambiando el nivel de la superficie del agua; esto es, cambiando y_2 dado que obviamente no se puede modificar z_2 . Nuestro problema es determinar la respuesta de H_E a pequeños cambios en y_2 y esta respuesta está medida por la derivada dH_E/dy_2 . Debido a que z_2 , H_1 y S_{f1} son constantes, entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{dH_E}{dy_2} &= \frac{d}{dy_2} \left(y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} - \frac{1}{2} \Delta x S_{f2} \right) \\ &= 1 - \frac{\alpha_2 Q^2 B_1}{g A_2^3} - \frac{1}{2} \Delta x \frac{dS_{f2}}{dy_2} \end{aligned}$$

Debido a que S_{f2} varía aproximadamente con el recíproco del cubo de y_2 , se tiene:

$$\frac{dS_{f2}}{dy_2} \approx - \frac{3 S_{f2}}{y_2^2} \approx - \frac{3 S_{f2}}{R_h^2}$$

Obteniendo entonces:

$$\frac{dH_E}{dy_2} = 1 - \frac{\alpha_2 Q^2 B_1}{g A_2^3} + \frac{3 S_{f2} \Delta x}{2 R_h^2}$$

O bien, con $\alpha_2 Q^2 B_2 / g A_2^3 = \alpha_2 V_2^2 / R_h^2$, se obtiene:

$$\Delta y_2 = \frac{\pm H_E}{1 - \frac{\alpha v^2 B}{g A_2} + \frac{3 S f_2 \Delta x}{2 R_h^2}} \quad (5.44)$$

En esta ecuación Δy_2 es la cantidad que debe cambiarse el nivel del agua en la sección 2 con el fin de que disminuya el error H_E . Se utilizará el signo positivo si el régimen en el río es supercrítico y negativo si es subcrítico ($H_E = H_2 - H_1$). Debido a que en un río natural el ancho B de la superficie libre se confunde con el perímetro mojado P , se pueden hacer las siguientes simplificaciones con el término que sigue:

$$\frac{\alpha v^2 B}{g A} \approx \frac{\alpha v^2}{g R_h} \approx \frac{\alpha v^2 / 2g}{R_h^2 / 2}$$

Problema 5.10. En la fig 5.33 se presenta el perfil longitudinal del cauce de un río, para el cual, en la sección 3 se aforó un gasto de $30 \text{ m}^3/\text{seg}$ y se midió un tirante $y_3 = 1.60 \text{ m}$. Se estima un factor de fricción de Manning $n = 0.035$.

Para facilitar los cálculos se puede considerar que la sección transversal del río es de forma-parabólica, simétrica respecto del eje vertical, de tal manera que en la sección 3 el ancho de la superficie libre es de 20 m . Calcular el tirante en las secciones 1 ó 5 según sea factible, considerando que existe la misma distancia de 100 m entre las secciones indicadas en la fig. 5.33 y que el coeficiente $\alpha = 1$.

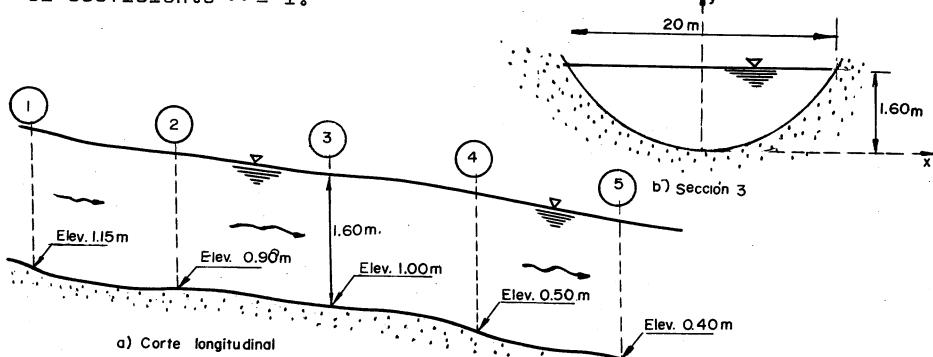


Fig. 5.33. Esquema aclaratorio del problema 5

Solución. Para conocer en qué dirección debe efectuarse el cálculo, es necesario determinar el tirante crítico y comparar con el medido en la sección 3.

De acuerdo con el sistema de ejes indicado en la fig. 5.33 b, la sección parabólica tendrá una ecuación del tipo: $y = a x^2$, de tal manera que sustituyendo los datos de la sección 3, resulta que: $a = y/x^2 = 1.60/10^2 = 0.016$ y la ecuación de la parábola es: $y = 0.016 x^2$. De la tabla 2.1 del primer volumen, el área hidráulica de la sección se calcula con la ecuación: $A = 4 yx/3$; o bien, siendo $x = \sqrt{y/0.016} = 7.9057 y^{1/2}$, el área resulta ser:

$$A = \frac{4}{3} \times 7.9057 y^{3/2} = 10.5409 y^{3/2}$$

De la ecuación para el tirante crítico en secciones parabólicas (con $c = 10.5409$) resulta que:

$$y_c = \sqrt{\frac{3 Q^2}{2 g C^2}} = \sqrt{\frac{3 \times 30^2}{2 \times 9.8 \times 10.5409^2}} = 1.055 \text{ m} \quad 1.60 \text{ m}$$

Esto es, $y_c < y_3$ y aun cuando no es posible calcular un tirante normal dado que se trata de un canal no prismático, el cálculo deberá realizarse hacia aguas arriba de la sección 3, por lo cual será posible determinar el tirante y_1 . El cálculo del tirante y_5 es imposible para las condiciones impuestas en el problema.

El perímetro mojado en la sección parabólica se puede calcular con una aproximación satisfactoria a partir de la ecuación: $P = 2x + 4y^{2/3}x$ cuando $0 < 2y/x \leq 1$ (ref 2). En la sección 3, $2y/x = 2 \times 1.60/10 = 0.32$ y por tanto, substituyendo "x" para la ecuación de la parábola de este problema, resulta: $P = 2 \times 7.9057 y^{1/2} + 4 y^{2/3} \times 7.9057 y^{1/2}$, o sea:

$$P = 15.8114 y^{1/2} + 0.1687 y^{3/2}$$

El cálculo del tirante y_1 se hará por el método de incrementos finitos, pasando primero por la sección 2 y con la ec (5.41 a) en la que se desprecia h_E . Estableciendo dicha ecuación entre las secciones 2 y 3 resulta:

$$0.90 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 1.00 + 1.60 + \frac{V_3^2}{2g} + h_f$$

Siendo el área de la sección 3 :

$$A_3 = 10.5409 \times 1.60^{3/2} = 21.3333 \text{ m}^2$$

la velocidad y carga de velocidad en dicha sección valen:

$$V_3 = \frac{30}{21.3333} = 1.4063 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = 0.1009 \text{ m}$$

Por lo cual la ecuación de energía resulta:

$$0.90 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 2.7009 + h_f \quad (\text{a})$$

Por otra parte, el perímetro mojado y el radio hidráulico en la sección 3 valen:

$$P_3 = 15.8114 \times 1.60^{1/2} + 0.1687 \times 1.60^{3/2} \\ = 20.3414 \text{ m}$$

$$R_h3 = \frac{21.3333}{20.3414} = 1.0488 \text{ m}$$

Por lo tanto, de la ec (5.37) la pendiente de fricción en la sección 3 vale

$$S_{f3} = \left(\frac{1.4063 \times 0.035}{1.0488^{2/3}} \right)^2 = 0.0022735$$

Para utilizar un procedimiento de aproximaciones sucesivas, se proponen diferentes tirantes en la sección 2 y se calculan los elementos geométricos e hidráulicos necesarios hasta lograr un tirante que satisfaga la ec (a). Los cálculos se resumen en la tabla 5.15, en la cual, la pendiente de fricción se ha calculado con las ecs (5.37) y los niveles de energía con la (a). Los incrementos Δy se han obtenido con la ec (5.44) utilizando el signo negativo.

Resulta que el tirante $y_2 = 1.908 \text{ m}$ satisface la ec (a). De la misma manera se procede con la ecuación de energía entre las secciones 1 y 2

$$1.15 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.90 + 1.908 + 0.0595 + h_f$$

$$1.15 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 2.8675 + h_f \quad (\text{b})$$

$$\text{siendo } S_{f2} = 0.0010647$$

En la misma tabla 5.15 se han continuado los cálculos para satisfacer la ec (b). El tirante $y_1 = 1.77 \text{ m}$ resuelve el problema planteado. La presentación que se ha hecho de los cálculos puede ser, desde luego, mejor sistematizada e incluso ser resuelta con computadora electrónica. Aquí se ha tratado únicamente de que sea lo más clara posible

5.7.2 Ríos de sección compuesta

a) Solución general

En estos canales, la sección transversal se divide en regiones distintas que tienen características de flujo-diferentes. El ejemplo más común de esta situación ya se ha mencionado en la sección 2.8 y un ejemplo se muestra en la fig. 5.34, el cual corresponde al caso de flujo que invade zonas laterales de la sección sobre las bermas, poseyendo tirantes diferentes y rugosidades distintas de los que se tienen en el cauce principal.

Si el canal es recto, el nivel de la superficie del agua permanecerá esencialmente constante sobre toda la sección del flujo debido a que la presión hidrostática debe permanecer constante a lo largo de cualquier línea horizontal trazada a través de la sección. Sin embargo, en las distintas regiones de flujo mostradas en la fig 5.34 se tendrán velocidades y cargas de velocidad diferentes; el problema consistirá entonces en definir una carga total H aplicable a toda la sección transversal. La solución es usar el coeficiente de energía α como se definió en la sección 2.8. La línea de energía total se elevará a través de toda la superficie completa del agua una distancia $\alpha V_m^2/2g$ por encima de ella, tal como se muestra en la fig 5.34. Esta línea de energía total y cualquier pérdida de energía deducida de ella se suponen aplicables a toda la sección y también a cada una de las subsecciones individuales.

La última suposición no es estrictamente verdadera debido a que las subsecciones separadas se considerarían propiamente como sistemas paralelos, cada uno con pérdidas de energía, velocidad, tirante, etc. distintos. Sin embargo, sería extremadamente difícil tratar el problema en esta forma,-

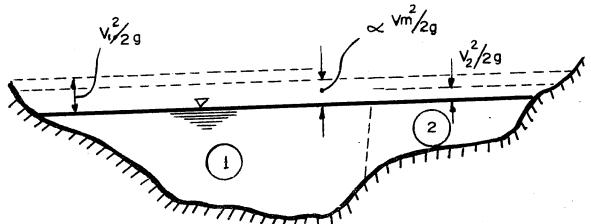


Fig 5.34 Ejemplo de sección compuesta y del uso - de un coeficiente de velocidad para defi- nir una carga de velocidad media

ya que para ello se tendría que considerar el intercambio de flujo entre las bermas y el canal principal de una sección a la siguiente y, en general, la distribución de flujo entre las bermas y el canal principal podría ser determinado sólo mediante un proceso de aproximaciones sucesivas. De hecho, el tratamiento sería más difícil al garantizar los requerimientos de la ingeniería de ríos; la suposición de energía total uniforme a través de cada sección da resultados que son bastante seguros y suficientes para propósitos prácticos.

En la sección 2.8 se ha encontrado que el coeficiente para una sección compuesta está dado por la ec (2.38):

$$\alpha = A^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{\left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} \right]$$

donde α_i , k_i , A_i son: el coeficiente de energía, el factor de conducción y el área de cada subsección respectivamente. A es el área total de la sección.

Por otra parte, de la ec (2.37) la pendiente de fricción vale:

$$S_f = \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2}$$

donde Q es el gasto total. De esta manera, los dos factores α y S_f , que son de importancia crítica en la tabulación, se pueden calcular sin una evaluación explícita de los gastos Q_1 , Q_2 , ..., etc. Los valores de k_i que deben considerarse en las dos ecuaciones anteriores se obtienen de la ec (2.32) o de la (2.33a), según sea la fórmula de fricción que deseé utilizar.

De acuerdo con los desarrollos anteriores, la ec (5.41a) se puede desarrollar para dos secciones 1 y 2 de la manera siguiente:

$$h_2 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} \right]_2 Q^2 = h_1 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} \right]_1 Q^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^n k_i \right)_1^2} + \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^n k_i \right)_2^2} \right] \Delta x \quad (5.45)$$

donde se ha sustituido: $V_1 = Q/A_1$ y $V_2 = Q/A_2$ y se ha considerado incluida la pérdida h_e dentro de la de fricción. Esta ecuación se puede también escribir como sigue

$$h_2 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} - \frac{\Delta x}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2} \right]_2 Q^2 = h_1 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} + \frac{\Delta x}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2} \right]_1 Q^2$$

o bien:

$$h_2 + F_A(h_2) = h_1 + F_B(h_1) \quad (5.46)$$

donde:

$$F_A(h_2) = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} - \frac{\Delta x_d}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2} \right]_2 Q^2 \quad (5.47)$$

$$F_B(h_1) = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3} + \frac{\Delta x_u}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2} \right]_1 Q^2 \quad (5.48)$$

se observa que las funciones $F_A(h)$ y $F_B(h)$ dependen únicamente de la rugosidad, coeficientes de energía, de los elementos-

geométricos de la sección y del gasto, correspondiendo al nivel h que alcanzaría la superficie libre del agua en la sección.

La función $F_A(h)$ se aplica a la sección en el extremo aguas arriba de un cierto tramo y $F_B(h)$ a la que se encuentra en el extremo aguas abajo. Debido a que cada sección corresponde al extremo aguas abajo de un tramo o al de aguas-arriba de la sección que sigue (en la dirección del flujo), $F_A(h)$ y $F_B(h)$ deben ser calculadas para cada sección. Sin embargo, es más importante notar, que Δx no es igual para cada función en la misma sección. Por las razones expuestas antes, Δx_d en $F_A(h)$ es la longitud del tramo entre una sección y la que existe inmediatamente aguas abajo y Δx_u la longitud del tramo entre la sección y la que existe inmediatamente aguas arriba.

Para facilitar los cálculos, es conveniente determinar las funciones $F_A(h)$ y $F_B(h)$ para diferentes valores de h adoptados en cada sección y representarlos gráficamente, recordando que normalmente la distancia que separa las secciones es variable. De esta manera, para cada sección se obtendrán dos curvas distintas, una para cada función.

Por un procedimiento de aproximaciones sucesivas se forzará a satisfacer la ec (5.46) entre dos secciones consecutivas. Esto es, suponiendo conocido el nivel h_1 (en la sección 1) y siendo la dirección del cálculo hacia aguas arriba, de la curva $F_B(h)$ se obtendrá el valor de dicha función que se sumará a h_1 . Se supone un valor h_2 y de la curva $F_A(h)$ de la sección 2 se obtendrá el valor de $F_A(h_2)$, que se sumará a h_2 . Se deberá entonces verificar la ec (5.46) si el valor elegido para h_2 es el correcto; en caso contrario, se supondrá otro valor de h_2 y se repetirá el cálculo.

Se observa que $F_A(h)$ y $F_B(h)$ dependen del cuadrado del gasto y que una vez valuad@s será posible utilizarl@s para obtener los perfiles de flujo en el río para gastos distintos; o bien, para un mismo gasto, obtener los diferentes perfiles de flujo para diferentes niveles h en la sección en que se inicia el cálculo.

b) Método gráfico de Ezra

Como en el caso de canales prismáticos, en el tratamiento de canales irregulares es posible reemplazar el procedimiento de tanteos por un método gráfico. Este se basa en dibujar curvas de $h + F_A(h)$ y $h + F_B(h)$ contra h para cada sección del río. Los dos tipos de curvas se presentan en la fig 5.35 a vía de ejemplo. Considerando que el flujo-

es subcrítico (como sucede casi siempre en los ríos naturales), el cálculo se realizaría en dirección aguas arriba. Sin embargo, con el sistema de curvas se trabajaría exactamente en la misma forma si el flujo fuera supercrítico y el cálculo se realizaría en dirección aguas abajo de la sección 2 a la sección 1.

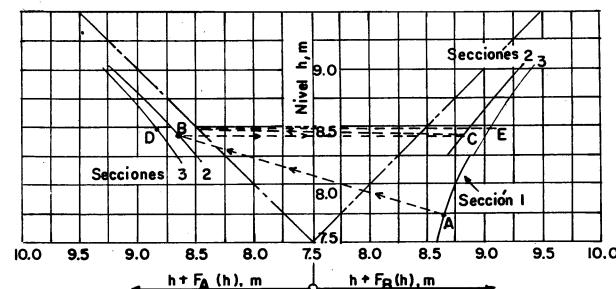


Fig 5.35. Operación con el método Ezra para la determinación de perfiles longitudinales.

Las condiciones del flujo en la sección 1 (inicial) están representados por el punto A, en el diagrama del lado derecho, sobre la curva F_B . Las condiciones en la sección 2 (aguas arriba de la 1) quedarán entonces representadas por el punto B sobre el diagrama F_B , teniendo la misma abscisa, 8.65 m, del punto A. De esta manera queda satisfecha la ec (5.46). Para ir de la sección 2 a la 3 (aguas arriba de la 2), se debe primero regresar al diagrama F_B mediante una línea horizontal hasta el punto C. Los puntos B y C representan a la sección 2, por lo cual deberán tener la misma ordenada h_2 . Para pasar de la función F_B a la F_A para la sección 3, se procede en la misma forma que antes. Del punto C se transfiere a D que representa la sección 3 y así sucesivamente.

Problema 5.11. Para prevenir las inundaciones desde un río que atraviesa una ciudad, se proyecta construir bordos laterales (talud 1:1) de tal manera que los gastos de estiaje queden contenidos dentro del cauce central principal y que al ocurrir avenidas se inunden las porciones --

laterales limitadas por los bordos en las márgenes del río. Las inundaciones se deben a insuficiencia en la capacidad de la sección y al efecto de remanso que ocasiona el nivel que alcanza un río de mayores dimensiones (principal), al cual confluye el primero (fig 5.36 a). Se ha hecho un levantamiento topográfico de las secciones transversales del río secundario en las estaciones marcadas en la fig 5.36a. Para simplificar la geometría de dichas secciones, se puede considerar que la forma esquematizada en la fig 5.36b se adapta a la totalidad de las mismas variando exclusivamente las distancias s_2 y s_3 para cada una de ellas. La fig 5.36c muestra la geometría del cauce principal. Se estimó que los factores de fricción de Manning son $n = 0.025$ para el cauce principal y 0.04 para las porciones laterales; siendo, además, $\alpha = 1.15$ para el cauce principal y 1.10 para los laterales. A continuación se presentan la elevación del fondo del cauce principal y los anchos s_1 y s_2 para cada estación:

Sección	Estación (km)	Elev. fondo cauce princ.	s_2 (m)	s_3 (m)
1	2 + 950.00	247.57	57	70
2	2 + 676.00	247.77	52	67
3	2 + 327.00	248.27	50	65
4	2 + 035.00	248.47	48	64
5	1 + 757.00	248.84	46	64
6	1 + 428.00	249.14	45	63
7	1 + 162.00	249.37	42	62

Para una avenida en el río secundario de $300\text{m}^3/\text{seg}$, la avenida en el río principal eleva el nivel del agua en la Est. 2 + 950.00 hasta la Elev. 255.22 m. Calcular la elevación del nivel del agua en cada una de las secciones y la altura de la corona de bordos, considerando que el bordo libre es de 0.30 m .

Solución. Conviene calcular los elementos geométricos e hidráulicos de la sección en el cauce principal, indicada en la fig 5.36 c. El área del sector OLMN = $\pi r^2/4 = 0.7854\text{ m}^2$, el área del triángulo OLN = $0.5 r^2$. Por lo tanto, el área del segmento LKNM: $A_0 = 0.2854\text{ m}^2$. Esto es,

$$A_0 = 0.2854 (14.2)^2 = 57.5477 \text{ m}^2$$

El perímetro mojado resulta

$$P_1 = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi \times 14.2}{2} = 22.3053 \text{ m}$$

y el radio hidráulico vale

$$R_{h1} = \frac{57.2}{22.3} = 2.58 \text{ m}$$

El ancho B_1 de la superficie libre vale:

$$B_1 = 2 r \cos 45^\circ = 2 \times 14.2 \times 0.7071 = 20.0818 \text{ m}$$

Finalmente, la profundidad KM es:

$$KM = r(1 - \cos 45^\circ) = 14.2 (1 - 0.7071) = 4.1591 \text{ m}$$

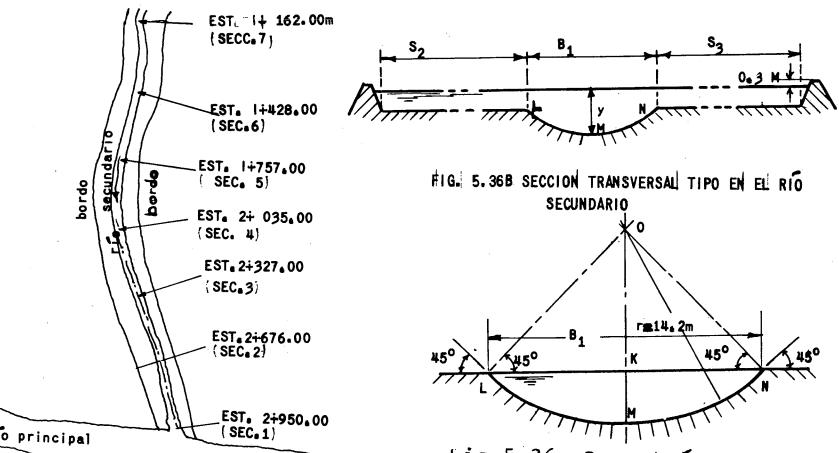


FIG. 5.36B SECCIÓN TRANSVERSAL TIPO EN EL RÍO SECUNDARIO

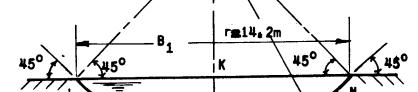


Fig. 5.36c Geometría del cauce principal.

Fig. 5.36a Planta del cauce del problema 5.11

Para conocer la dirección en que debe efectuarse el cálculo, es necesario determinar el tirante crítico en la sección 1. Debido a que la sección es compuesta, debe aplicarse la ec (3.4b) incluyendo el valor de α , o bien seguir la definición de que el tirante crítico es el que proporciona la energía específica mínima y para ello, será necesario calcular la curva E - y, utilizando las ecs (2.33 a) y (2.38) para valuar α en toda la sección. Los cálculos se resumen en la tabla 5.16. En dicha tabla, A_1 corresponde al área de la porción central, que vale:

$$A_1 = 57.5477 + (y - 4.1591) \cdot 20.0818$$

$$A_1 = 20.0818 \quad y = 25.9745 \quad (a)$$

El área A_2 corresponde a la lateral de ancho s_2
y vale

$$A_2 = s_2 (y - 4.1591) + 0.5 (y - 4.1591)^2 \quad (b)$$

En la sección 1, $s_2 = 57$ m, por tanto la ec(b)
resulta:

$$A_2 = 57 (y - 4.1591) + 0.5 (y - 4.1591)^2$$

Así mismo, el área A_3 vale:

$$A_3 = s_3 (y - 4.1591) + 0.5 (y - 4.1591)^2 \quad (c)$$

y en la sección 1, $s_3 = 70$ m por lo tanto:

$$A_3 = 70 (y - 4.1591) + 0.5 (y - 4.1591)^2$$

De la tabla 5.16 se deduce que con $y_c = 4.80$ m
se obtiene la energía específica mínima: $E = 5.3522$ m. Se --
puede tratar de verificar la ec (3.4b) para dicho tirante. --
esto es:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{2.7865 (300)^2}{9.8} = 25590$$

$$\frac{A_c^3}{B_c} = \frac{(152.2232)^3}{148.3636} = 23774$$

existiendo un error del 7 porciento.

el tirante de la sección 1 vale

$$y_1 = 255.22 - 247.57 = 7.65 \text{ m}$$

el cual es mayor que el crítico y el cálculo debe realizarse --
hacia aguas arriba de la sección 1, haciendo que se verifique
la ec (5.46). Para ello, será necesario calcular las funciones
 $F_A(h)$ y $F_B(h)$ para cada sección, a partir de las ecs. (5.47) y
(5.48). Para la sección 1 será necesario calcular tan sólo--
la función $F_B(h_1)$ y en especial la que corresponde a

$h_1 = 255.22$ m, para elevación en el fondo 247.57 m. En la tabla
5.17 se presenta el cálculo de dichas funciones para todas las
secciones y en la fig 5.37 su representación gráfica.

Tabla 5.16. Valores de $E - y$ para la sección 1 del problema 5.11

y	A_1	R_{h_1}	K_1	A_2	R_{h_2}	K_2	A_3	R_{h_3}	K_3	A	α	V	$\frac{V^2}{2g}$	E
4.50	64.3936	2.9869	5222.24	19.4894	0.3391	236.93	23.9211	0.3394	290.98	107.8041	2.420	2.7828	0.9562	5.4562
4.60	66.4018	2.9770	5495.58	25.2285	0.4378	363.66	30.9602	0.4384	446.67	122.5905	2.6058	2.4472	0.7962	5.3962
4.70	68.4100	3.0670	5776.38	30.9776	0.5363	511.20	38.0093	0.5371	627.87	137.3969	2.7229	2.1835	0.6623	5.3623
4.75	69.4141	3.1120	5918.35	33.8559	0.5864	552.30	41.5376	0.5864	727.52	144.8076	2.7605	2.0717	0.6045	5.3545
4.80	70.4181	3.1570	6061.72	36.7367	0.6344	678.09	45.0684	0.6356	832.92	152.2232	2.7865	1.9708	0.5522	5.3522
4.83	71.0206	3.1840	6148.40	38.4664	0.6658	731.78	47.1881	0.6651	898.87	156.6751	2.7972	1.9148	0.5233	5.3533
4.85	71.4222	3.2020	6205.41	39.6200	0.6834	768.49	48.6017	0.6848	943.59	159.6439	2.8025	1.8792	0.5049	5.3549
4.90	72.4263	3.2470	6352.50	42.5058	0.7323	863.34	52.1375	0.7338	1060.41	167.0656	2.8102	1.7957	0.4623	5.3623
5.00	74.4345	3.3371	6648.77	48.2849	0.8298	1065.94	59.2166	0.8318	1309.37	181.9356	2.8132	1.6459	0.3903	5.3503
5.10	76.4427	3.4271	6950.47	54.0740	0.9270	1285.23	66.3056	0.9296	1578.90	196.8223	2.7808	1.5242	0.3296	5.4296
5.20	78.4509	3.5171	7257.40	59.8731	1.0240	1520.68	73.4047	1.0270	1868.00	211.7287	2.7431	1.4169	0.2810	5.4810

Tabla 5.17. Cálculo de las funciones $F_A(h)$ y $F_B(h)$ en las secciones del problema 5.11

Sección	h	y	A_1	R_{h1}	0.025		0.04		0.04		$\sum_{i=1}^n K_i$	$\frac{\sum_{i=1}^n K_i^3}{2g(\sum_{i=1}^n K_i)^3}$	ΔX_d	$F_A(h)$	ΔX_u	$F_B(h)$	
					K_1	A_2	R_{h2}	K_2	A_3	R_{h3}							
1 E.F. = 247.57 $\Delta X_d = 274 \text{ m}$	255.00	7.43	123.2333	5.5248	15405.22	191.7907	2.8410	9617.93	234.3124	3.1398	12560.48	37583.68	3.2979×10^{-7}	--	--	9.699×10^{-3}	0.038410
	255.22	7.65	127.6513	5.7229	16336.66	205.0745	3.3110	11389.20	250.4562	3.3423	13996.82	41722.68	2.7708×10^{-7}	--	--	7.870×10^{-8}	0.032020
	255.40	7.83	131.2660	5.3350	17114.92	215.9791	3.4728	12382.42	263.7003	3.5071	15217.62	44714.96	2.4830×10^{-7}	--	--	6.852×10^{-8}	0.028514
	255.60	8.03	135.2824	6.0650	17996.58	228.1332	3.6516	13524.47	278.4549	3.6894	16621.32	48142.37	2.2117×10^{-7}	--	--	5.911×10^{-8}	0.025225
2 E.F. = 247.77 $\Delta X_d = 274 \text{ m}$ $\Delta X_u = 349 \text{ m}$	255.00	7.23	119.2169	5.3448	14577.58	164.4020	2.9179	8392.52	210.4655	2.9501	10822.83	33792.93	4.0482×10^{-7}	1.1997×10^{-7}	0.025637	1.528×10^{-7}	0.050187
	255.20	7.43	123.2333	5.5248	15405.14	175.4362	3.0982	9321.00	224.4997	3.1343	12020.43	36746.57	3.5340×10^{-7}	1.0146×10^{-7}	0.022675	1.292×10^{-7}	0.043437
	255.40	7.63	127.2496	5.7049	16251.06	186.5104	3.2774	10287.90	238.5739	3.3177	13267.56	39806.52	3.1091×10^{-7}	0.8646×10^{-7}	0.020201	1.101×10^{-7}	0.037894
	255.60	7.83	131.2660	5.8850	17114.99	197.6246	3.4555	11292.44	252.6881	3.5003	14563.22	42970.65	2.7545×10^{-7}	0.7420×10^{-7}	0.018113	0.945×10^{-7}	0.033296
	255.80	8.03	135.2824	6.0650	17996.52	208.7787	3.6326	12333.92	266.8422	3.6819	15906.51	46236.95	2.4557×10^{-7}	0.6408×10^{-7}	0.016334	0.816×10^{-7}	0.029448
	255.00	6.73	109.1760	4.8946	12589.25	131.8498	2.4582	6003.93	170.4133	2.4829	7811.70	26404.88	6.2149×10^{-7}	2.5023×10^{-7}	0.033409	2.094×10^{-7}	0.074781
3 E.F. = 248.27 $\Delta X_d = 349 \text{ m}$ $\Delta X_u = 292 \text{ m}$	255.20	6.93	113.1924	5.0747	13370.60	142.3839	2.6407	6300.63	183.9474	2.6691	8848.54	29019.77	5.3054×10^{-7}	2.0721×10^{-7}	0.029100	1.734×10^{-7}	0.063352
	255.40	7.13	117.2087	5.2547	14170.50	152.9581	2.8220	7636.36	197.5216	2.8543	9936.21	31743.07	4.5747×10^{-7}	1.7318×10^{-7}	0.025586	1.449×10^{-7}	0.054213
	255.60	7.33	121.2251	5.4348	14989.08	163.5723	3.0022	8510.24	211.1358	3.0396	11073.51	34572.83	3.9728×10^{-7}	1.4599×10^{-7}	0.022616	1.221×10^{-7}	0.046748
	255.80	7.53	125.2415	5.6149	15825.94	174.2265	3.1812	9421.43	224.7900	3.2220	12259.35	37506.72	3.4910×10^{-7}	1.2404×10^{-7}	0.020255	1.039×10^{-7}	0.040760
	255.00	6.53	105.1597	4.7146	11826.87	116.6138	2.2708	5036.70	154.5482	2.2946	6721.64	23595.21	7.6359×10^{-7}	2.6247×10^{-7}	0.045102	2.499×10^{-7}	0.091213
4 E.F. = 248.47 $\Delta X_d = 292 \text{ m}$ $\Delta X_u = 278 \text{ m}$	255.20	6.73	109.1760	4.8946	12589.25	126.7080	2.4539	5762.96	167.8424	2.4316	7691.15	26043.36	6.4522×10^{-7}	2.1526×10^{-7}	0.038696	2.049×10^{-7}	0.076514
	255.40	6.93	113.1924	5.0747	13370.57	136.8421	2.6357	6527.66	181.1765	2.6676	8711.99	28610.22	5.5128×10^{-7}	1.7837×10^{-7}	0.033562	1.698×10^{-7}	0.064898
	255.60	7.13	117.2087	5.2547	14170.59	147.0163	2.8163	7329.83	194.5507	2.8526	9782.85	31283.27	4.7571×10^{-7}	1.4919×10^{-7}	0.029387	1.420×10^{-7}	0.055597
	255.00	6.16	97.7294	4.3814	10467.19	94.0432	1.9259	3639.40	130.0594	1.9461	5068.31	19174.90	1.1039×10^{-6}	3.7805×10^{-7}	0.065329	4.474×10^{-7}	0.139620
5 E.F. = 248.84 $\Delta X_d = 278 \text{ m}$ $\Delta X_u = 329 \text{ m}$	255.20	6.36	101.7457	4.5615	11193.91	103.6634	2.1107	4264.36	143.2796	2.1349	5938.97	21397.24	9.1128×10^{-7}	3.0360×10^{-7}	0.054692	3.593×10^{-7}	0.114352
	255.40	6.56	105.7621	4.7416	11940.01	113.3236	2.2942	4928.14	156.5398	2.3227	6863.74	23731.89	7.6258×10^{-7}	2.4630×10^{-7}	0.046420	2.921×10^{-7}	0.094919
	255.60	6.76	109.7785	4.9216	12705.25	123.0237	2.4764	5629.60	169.3399	2.5095	7841.04	26175.89	6.4592×10^{-7}	2.0297×10^{-7}	0.039975	2.401×10^{-7}	0.079741
	255.00	5.96	91.7049	4.1113	9414.02	77.9870	1.6451	2717.01	108.6032	1.6605	3307.17	15938.20	1.5483×10^{-6}	6.4757×10^{-7}	0.081062	5.2357×10^{-7}	0.136464
6 E.F. = 249.14 $\Delta X_d = 329 \text{ m}$ $\Delta X_u = 266 \text{ m}$	255.20	6.06	95.7212	4.2914	10111.17	97.3472	1.8316	3268.99	121.5634	1.8506	4580.92	17961.08	1.2498×10^{-6}	5.0992×10^{-7}	0.066589	4.1227×10^{-7}	0.149586
	255.40	6.26	99.7376	4.4715	10823.11	96.7474	2.0168	3860.87	134.5636	2.0397	5410.66	20099.64	1.0251×10^{-6}	4.0718×10^{-7}	0.055616	3.2921×10^{-7}	0.121892
	255.60	6.46	103.7539	4.6515	11564.55	106.1876	2.2006	4491.32	147.6038	2.2278	6294.50	22350.37	8.5296×10^{-7}	3.2930×10^{-7}	0.047129	2.6625×10^{-7}	0.100728
	255.00	5.63	87.0860	3.9043	8637.12	62.8596	1.4260	1990.96	92.2776	1.4400	2941.83	13569.91	2.1069×10^{-6}	7.2227×10^{-7}	0.124618	--	--
7 E.F. = 249.37 $\Delta X_d = 266 \text{ m}$	255.20	5.83	91.1024	4.0843	9311.17	71.5738	1.6134	2461.40	104.9918	1.6312	3637.26	15409.83	1.6712×10^{-6}	5.6009×10^{-7}	0.099996	--	--
	255.40	6.03	95.1188	4.2644	10005.33	80.3279	1.7992	2970.73	117.7459	1.8214	4390.25	17366.31	1.3491×10^{-6}	4.4100×10^{-7}	0.081730	--	--
	255.60	6.23	99.1351	4.4445	10719.32	89.1221	1.9836	3517.49	130.5401	2.0105	5198.63	19435.44	1.1065×10^{-6}	3.5210×10^{-7}	0.067900	--	--

Para la elevación del agua 255.22 en la sección 1, de la fig(5.37) se tiene que:

$$h_1 + F_B(h_1) = 255.22 + 0.0320 = 255.252$$

La ec.(5.46) implica que:

$$h_2 + F_A(h_2) = 255.252$$

De la fig 5.37 y siguiendo un procedimiento de tanteos, para $h_2 = 255.23$ m es $F_A(h_2) = 0.0223$, que satisface la ecuación anterior; esto es

$$255.23 + 0.0223 = 255.2523 \approx 255.252$$

Por tanto, la elevación del agua en la sección 2 sería 255.23 m.

Repetiendo el procedimiento, ahora para las secciones 2 y 3, se tendría que:

$$h_2 + F_B(h_2) = 255.23 + 0.0424 = 255.2724$$

y por tanto:

$$h_3 + F_A(h_3) = 255.245 + 0.0423 = 255.2723$$

Por tanto, $h_3 = 255.245$ m

Siguiendo el procedimiento antes señalado, se calcularon las elevaciones del agua en las restantes secciones, así como la elevación de la corona de los bordos y los resultados se muestran en la tabla 5.18.

Tabla 5.18. Elevación del agua y de la corona de bordos del problema 5.11.

Sección	Elev. agua	Tirante y	F_A	F_B	Elev. corona
1	255.22	7.65	--	0.0320	255.52
2	255.23	7.46	0.0223	0.0424	255.53
3	255.245	6.975	0.0273	0.0611	255.545
4	255.269	6.799	0.0370	0.0723	255.569
5	255.291	6.451	0.0505	0.105	255.591
6	255.337	6.197	0.0588	0.1307	255.637
7	255.385	6.015	0.083	--	255.685

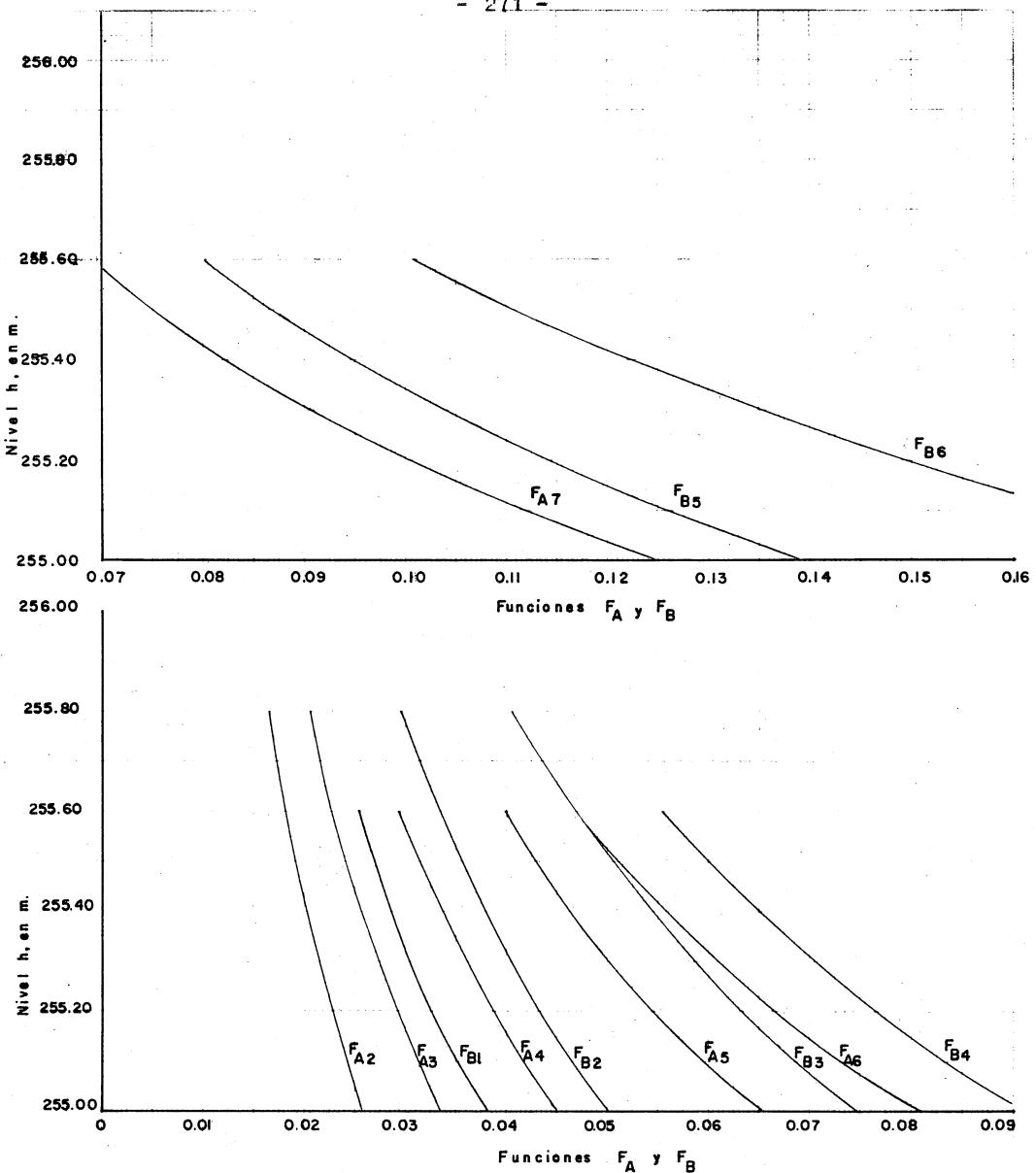


Fig. 5.37. Valores de las funciones F_A y F_B de las diferentes secciones del problema 5.11

c) Método Ezra modificado permitiendo variación del gasto.

En ocasiones es necesario calcular los perfiles de flujo del mismo río para diferentes gastos. Es posible refinrar el método Ezra si se observa que las funciones F_A y F_B varían con el cuadrado del gasto lo cual sugiere que se puedan usar las curvas de dichas funciones (calculadas con un determinado gasto) para otros gastos, variando la escala de F_A y F_B . La fig 5.38 muestra la posibilidad de dicho procedimiento. En esta figura se utiliza como ordenada el nivel h tal como se hizo en la fig 5.35. Una vez calculadas las funciones F_A y F_B para un determinado gasto Q_0 , conviene utilizar ahora como abscisa la variable k definida por la ecuación

$$k = \frac{Q_0^2}{Q^2} F(h) \quad (5.49)$$

donde Q_0 es algún gasto representativo elegido cerca del centro del intervalo en que variarán los gastos. Haciendo $Q = Q_0$ en la ec(5.49), la función $k = f(h)$ se puede representar en el primer cuadrante de la fig 5.38, dibujando las curvas $k = F(h)$ (calculadas para el gasto Q_0) contra los niveles h y conservando la misma escala en los dos ejes.

La presentación de estas curvas difiere un poco de la que se indica en la fig 5.35 para un gasto único. Sin embargo, con la presentación de la fig 5.38 es posible obtener la solución para $Q = Q_0$ cuando $k = F(h)$. El punto A sobre la curva k_A correspondiente a la sección 1, representa las condiciones iniciales en dicha sección. Al moverse a lo largo de una línea a 45° (respecto de la horizontal) y que tiene por ecuación: $h + F(h) = \text{constante}$, llega al punto B sobre la curva k_B correspondiente a la sección 2 y que indica las condiciones existentes en dicha sección al quedar satisfecha la ec. (5.46). Despues, el trazo es de B a C sobre una línea horizontal, de aquí a D a lo largo de una línea a 45° y así sucesivamente.

El procedimiento hasta aquí presentado equivale exactamente al indicado en la fig 5.35 para un gasto único. Se puede ahora trazar una solución para cualquier otro gasto de la siguiente manera:

haciendo que $r = Q^2/Q_0^2$, de la ec (5.49) resulta:

$$F(h) = \frac{Q^2}{Q_0^2} k = r k \quad (5.50)$$

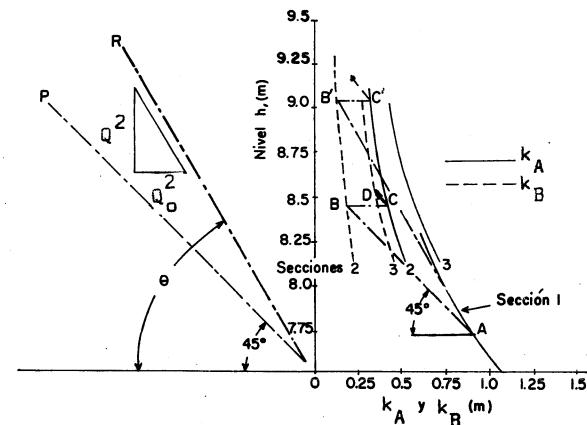


Fig 5.38. Procedimiento del método modificado Ezra para el caso de gasto variable.

rara ir de un punto inicial A' (que representa las condiciones en la sección 1) a un punto B' (que representa a la sección 2), el movimiento debe ser a lo largo de una línea que tenga la ecuación

$$h + r k = \text{constante}$$

esto es, una línea con ángulo de inclinación, $\theta = \text{ang tan}(-r)$, respecto del eje k . Para ello, es posible trazar la línea de referencia OR, dibujada en el segundo cuadrante de la fig 5.38, con un ángulo de inclinación θ respecto del eje k , de magnitud:

$$\theta = \text{ang tan } \gamma = \frac{Q^2}{Q_0^2} \quad (5.51)$$

Esto implica cambiar tan solo el ángulo θ de inclinación de la línea de referencia para el gasto que se de sea determinar el perfil de flujo; ello incluye la línea --OP (para $Q = Q_0$) dibujada para $\theta = 45^\circ$. Esto permite que el conjunto de curvas k sirvan para cualquier gasto que se desee.

La preparación de las curvas mostradas en las fig. 5.35 y 5.38 requieren tanto trabajo como los procedimientos de tabulación de los incisos 5.7.1 y 5.7.2. Por lo-

tanto, el método de Ezra, como se ha presentado en la fig 5.35, tiene valor únicamente cuando se requieren varios perfiles de flujo para el mismo gasto - por ejemplo, curvas de remanso hacia aguas arriba para diferentes alturas de una misma presa.- El método modificado de la fig 5.38 es adecuado cuando se requieren perfiles para varios gastos - por ejemplo, curvas de remanso aguas arriba de una presa de cierta altura con diferentes gastos en el río.

5.7.3 Método de Grimm

Los métodos aplicables a ríos naturales discutidos en los incisos anteriores requieren del conocimiento de las secciones transversales del río separadas a distancias cortas. El método que se describe en este inciso requiere solamente de datos relativos al nivel de la superficie libre del agua en varias secciones de un río para diferentes gastos. Estos datos se obtendrán de curvas elevaciones-gastos registrados en diferentes secciones de aforo, de tal manera que no requiere el levantamiento; normalmente costoso, de la geometría completa de cada sección y, en cambio, sí requiere de las curvas elevaciones-gastos en diferentes secciones del río. -- De este modo, el método tiene la ventaja del bajo costo cuando se dispone de la información antes indicada, lo cual normalmente no ocurre en países con ríos de baja densidad de estaciones de registro. Por otra parte, el método tiene la desventaja de su limitada seguridad y aplicabilidad.

El método es particularmente adecuado para obtener los perfiles que resultan después de construir una nueva estructura sobre un río, tal como una presa. Sin embargo, el método falla si se altera el mismo río, debido a que las curvas elevaciones-gastos se obtienen de registros existentes para ser aplicados a la nueva situación.

La pendiente de fricción s_f en un tramo corto de longitud L se puede expresar como sigue:

$$s_f = \frac{\Delta h + v_2^2/2g - v_1^2/2g}{L} \quad (5.52)$$

donde Δh es el desnivel de la superficie libre del agua entre las dos secciones separadas la distancia L (fig 5.39).

Si $v_2^2/2g - v_1^2/2g$ es despreciable, entonces $s_f = \Delta h/L$ y el gasto normal, para flujo uniforme, de la fórmula de Manning sería

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \left(\frac{\Delta h}{L} \right)^{1/2} \quad (5.53)$$

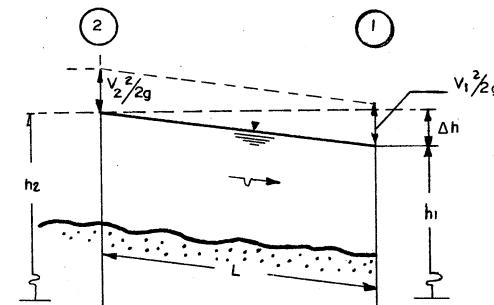


Fig 5.39 Tramo de un río entre dos secciones

Para un perfil de flujo variado del tipo de remanso correspondiente a un cierto gasto Q_x y un desnivel Δh_x en el mismo tramo, se puede escribir una ecuación similar a (5.53) que sería

$$Q_x = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \left(\frac{\Delta h_x}{L} \right)^{1/2} \quad (5.54)$$

donde se desprecian los efectos del cambio en carga de velocidad debido al remanso. De las ecs (5.53) y (5.54)

$$\Delta h_x = \left(\frac{Q_x}{Q/\sqrt{\Delta h}} \right)^2 \quad (5.55)$$

Esta ecuación se puede usar en el cálculo del perfil de un remanso si a partir de las curvas elevaciones-gastos (registradas sin efecto de remanso) en cada sección, se preparan curvas h contra $Q/\sqrt{\Delta h}$ para dos secciones limitando un cierto tramo, donde Δh es el desnivel de la superficie libre del agua entre la sección donde se conoce la curva $h - Q$ y la inmediata siguiente aguas arriba para el mismo Q (figs 5.39 y 5.40 a, b y c).

Consideremos que se desea calcular el perfil del flujo para un gasto Q_x y se conoce la elevación de la superficie libre del agua en la sección inicial 1 del tramo. De la fig 5.40 c se determina $Q/\sqrt{\Delta h}$ y de la ec (5.55) el valor Δh_x . Este desnivel se suma a la elevación de la superficie del agua en la sección inicial obteniendo la elevación del agua en la sección 2 en el extremo aguas arriba del tramo. El procedimiento se reitera para cada tramo hasta completar el perfil de flujo requerido.

La curva de la fig 5.40 c se dibuja generalmente como una curva promedio para condiciones variables en el río, tales como el ascenso o descenso del agua, fondo fluctuante y --

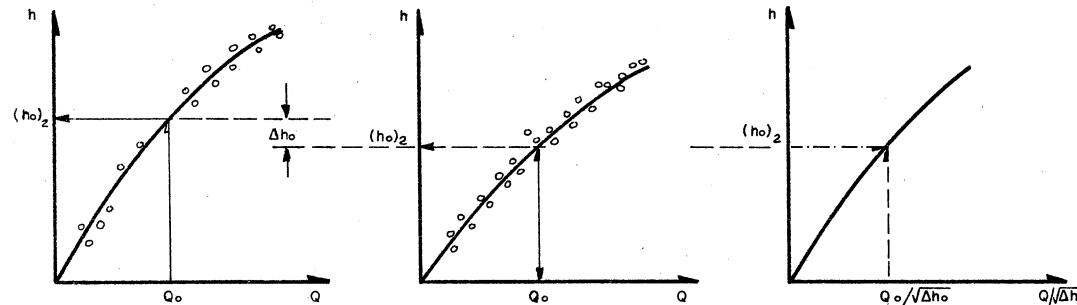


Fig. 5.40a. Curva elevaciones-gastos para la sección 2 de la fig 5.39 registrada sin efecto de remanso

Fig. 5.40b. Curva elevaciones-gastos para la sección 1 de la fig 5.39 registrada sin efecto de remanso

Fig. 5.40c. Curva elevaciones-Q/ $\sqrt{\Delta h}$ para la sección 1 de la fig 5.39

otros efectos secundarios. Debido a estas condiciones variantes, los puntos de la curva están a menudo muy dispersos, siendo necesaria una curva regular que dé condiciones medias en el río. Cuando existan suficientes mediciones, los datos de dudosa seguridad deben ser rechazados. En general, a las mediciones más recientes debe dárseles mayor peso. Debe tenerse presente que al efectuar el aforo se tienen normalmente dificultades y, por lo mismo, imprecisiones.

La curva de la fig 5.40c se puede extrapolar hacia arriba y hacia abajo del intervalo de datos observados, extendiendo la curva hacia sus extremos de acuerdo con la tendencia general de su curvatura. Sin embargo, cualquier cambio brusco en los elementos hidráulicos de la sección del río producirá el cambio correspondiente en la curvatura. En este caso, una corrección para el cambio, si se conoce, deberá ser incluido en la extrapolación. Este método tiene mayores ventajas cuando en una corriente se desea un número de gastos correspondientes a niveles conocidos o viceversa. Con tolerancias adecuadas para condiciones variables, se pueden obtener resultados satisfactorios para tramos de grandes ríos de 80 a 160 km de la estación de medida. Los datos requeridos para el método son a menudo más económicos que los requeridos para el método estándar de pasos. Sin embargo, esta ventaja es usualmente descartada por la inseguridad de los resultados, debido que en el método se ignora el cambio en la carga de velocidad. Por esta razón, el método es más satisfactorio para problemas en que la-

velocidad es bastante abajo de la crítica y disminuye en la dirección de la corriente.

5.7.4. Método de Escoffier

Con frecuencia acontece que el número de Froude en el río es suficientemente pequeño, justificando las suposiciones hechas en el método de Grimm de que la carga de velocidad es despreciable y que la pendiente de energía es igual a la pendiente de la superficie libre del agua. Sin embargo, también con frecuencia, ocurre que los perfiles se requieren para niveles en el río mucho más altos que los observados en avenidas registradas, haciendo inadecuado el método de Grimm.

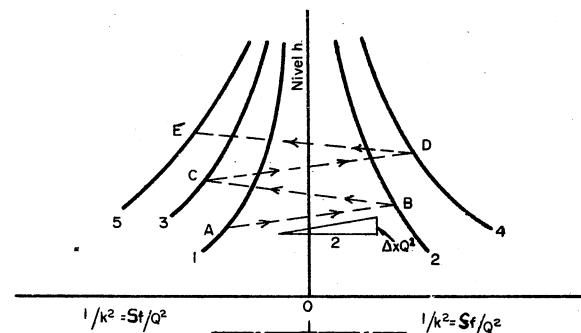


Fig 5.41. Método de Escoffier para determinar perfiles de flujo.

En esos casos, el perfil de flujo se puede determinar por un método debido a Escoffier y que se muestra en la fig 5.41. Para cada sección del río, la cantidad S_f/Q^2 (esto es, $1/k^2$, donde k es el factor de conducción de la sección) se utiliza como abscisa contra el nivel del agua como ordenada. Las curvas (representando secciones del río sucesivas) se dibujan alternadamente a la izquierda y derecha del eje vertical, tal como se muestra.

Dado el nivel en la sección 1, representado por el punto A, se determina el nivel en la 2 (punto B) dibujando una línea AB con pendiente igual a $\Delta x Q^2 / 2$, donde Δx es la longitud del tramo entre las secciones 1 y 2. De esta construcción gráfica resulta que la diferencia Δh de niveles entre A y B, vale:

$$\Delta h = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{Q^2} \frac{\Delta x Q^2}{2} = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (5.56)$$

Satisfaciendo la condición de que la pendiente de la superficie del agua es igual a la pendiente de energía. El punto C, que representa el nivel en la sección 3, se obtiene dibujando una línea BC con una pendiente igual a $-\Delta x Q^2/2$ y los puntos subsecuentes D, E, ... etc. se obtienen dibujando líneas CD, DE, ... etc., de pendientes alternativamente positivas y negativas. De la misma manera que con el método modificado de Ezra descrito en el inciso c, se requiere únicamente de una serie de curvas para todos los gastos. Al variar el gasto se cambiará la pendiente de las líneas AB, BC, ... etc.

5.7.5. Bifurcación de un río alrededor de una isla.

Se puede determinar, de manera aproximada, la distribución del gasto total de un río cuando éste se bifurca en 2 brazos para rodear una gran isla.

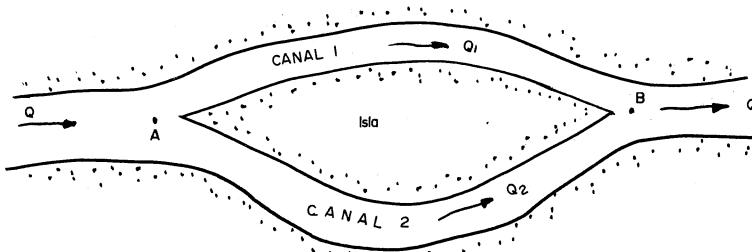


Fig 5.42a. Bifurcación de un río.

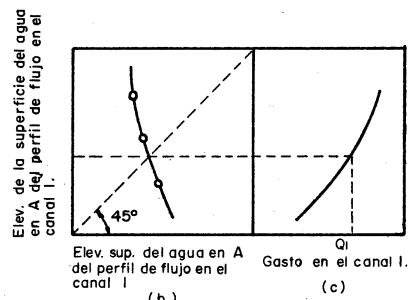


Fig. 5.42b.c. Cálculo de la repartición del gasto Q

En el caso ilustrado en la fig 5.42a se considera que el flujo en los dos brazos que rodean la isla es subcrítico. Para una serie de valores de los gastos Q_1 y Q_2 (distribuidos de manera que su suma sea el gasto total Q), se calculan los perfiles de flujo en los dos brazos considerando en todos ellos un nivel inicial único de la superficie libre del agua en el punto B, situado en el lugar en que se unen los flujos divididos. Esto permite definir en todos los casos un nivel de la superficie libre en el punto A situado en el lugar en que se separan los dos brazos.

La elevación inicial de la superficie del agua en el punto B se puede determinar de la curva elevaciones-gastos en esta estación, correspondiente al gasto total Q . La elevación de la superficie del agua en el punto A, obtenida de los cálculos del perfil de flujo a lo largo del canal 2, se lleva como abscisa y la correspondiente al canal 1 como ordenada, obteniendo entonces una serie de puntos como los de la fig 5.42b que corresponden a diferentes proporciones de Q_1 y Q_2 , en que se reparte el gasto total. Debido a que el flujo se divide en el punto A, las dos elevaciones de la superficie del agua obtenidas en este punto para los dos canales deberán ser iguales si la repartición supuesta del gasto es correcta. De este modo, la elevación correcta se puede obtener a partir de la curva dibujada al ser intersectada por la línea de puntos que bisecta el ángulo entre los ejes coordenados, esto es, a 45° . La línea de puntos representa la condición de igualdad de las dos elevaciones calculadas. Simultáneamente se lleva, sobre la fig. 5.42c, la elevación calculada en el punto A para el canal 1 contra el gasto Q_1 , resultando una curva, a partir de la cual, se obtiene el gasto correcto Q_1 para la elevación correcta en A. El gasto correspondiente al canal 2 será: $Q_2 = Q - Q_1$. Si el flujo en los dos brazos es supercrítico, el punto de control será en A de tal manera que la repartición del gasto dependerá de la condición a la entrada de los canales divididos. Durante la condición de flujo normal, se puede suponer que todos los flujos son uniformes y que la repartición de gastos se puede obtener de manera aproximada a través de las siguientes relaciones: $Q_1 = k_1 \sqrt{S_1}$, $Q_2 = k_2 \sqrt{S_2}$, y $Q = Q_1 + Q_2$.

5.8. Capacidad de conducción de un canal

Se tratará aquí el problema de la capacidad de conducción de un canal de pendiente pequeña que comunica dos almacenamientos de nivel variable; esto es, conocidas las dimensiones de la sección, pendiente y rugosidad del canal, se desea determinar el gasto que puede conducir para diferentes niveles en los almacenamientos, o sea la llamada "curva de entrega".

existen casos que se clasifican de acuerdo con la magnitud de tres variables que son: el tirante y_1 en el extremo aguas arriba del canal, el tirante y_2 en el extremo aguas abajo y el gasto Q en el canal.

a. Tirante y_1 constante. Al nivel A del agua en el depósito -- del extremo aguas arriba del canal, no cambia, mientras fluctúa el nivel B en el extremo aguas abajo. En la fig 5.43 se muestran los perfiles de flujo para diferentes valores de y_2 y su relación con los gastos Q correspondientes, a través de la curva -- de entrega $Q = f(y_2)$, existiendo varias condiciones de flujo, como sigue:

a.1 Condición de flujo uniforme. Este ocurre para $y_2 = y_1 = y_n$.

La superficie libre queda representada por la recta an paralela a la plantilla. El gasto Q_n correspondiente a esta condición queda definido por la ecuación: $Q_n = K_n \sqrt{S_0}$; donde: K_n es el factor de conducción de la sección del canal para el tirante y_2 y S_0 su pendiente.

a.2. Condiciones de flujo para el perfil M1. Cuando $y_2 > y_n$ el perfil de flujo es del tipo M1. El límite superior del perfil coincide con el nivel horizontal indicado por la recta az; esto es, para $y_2 = y_z$ el gasto es cero al no existir diferencias de niveles entre los dos almacenamientos y, además, para $y_2 > y_z$, el flujo invierte su dirección.

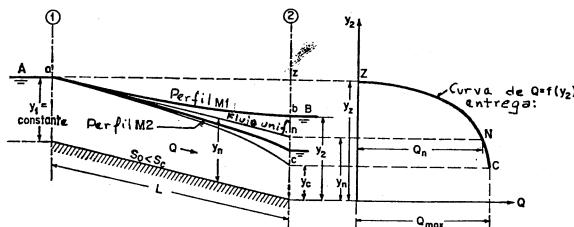


Fig 5.43 Entrega de un canal en flujo subcrítico y y_1 constante

Para cualquier flujo intermedio entre el uniforme y el límite superior ($y_n < y_2 < y_z$), el tirante y_2 y el gasto correspondiente se determinan calculando los perfiles para diferentes valores de tanteo como sigue: Se elige un gasto menor que Q_n y con distintos tirantes y_2 (entre los límites -- arriba señalados) se calculan los perfiles M1 completos que se produzcan. Para el gasto elegido, el tirante y_2 correcto será aquel que defina un perfil tal que a la distancia L se produzca el tirante y_1 en el extremo aguas arriba del canal.

El procedimiento se reitera para otros gastos (menores que Q_n) que se elijan, obteniendo así la curva $Q = f(y_2)$ indicada en la fig 5.43.

a.3. Condiciones de flujo para el perfil M2. Cuando $y_2 < y_n$, el perfil de flujo es del tipo M2 y el procedimiento de cálculo sería semejante al del perfil M1 para gastos $Q > Q_n$. Cuando y_2 sea igual al crítico y_c en la sección 2, el gasto alcanzará el valor máximo posible debido a que, si $y_2 < y_c$, se presentará una descarga del tipo de vertedor libre. Como se indica sobre la curva $Q = f(y_2)$, el gasto máximo será igual al crítico (en la sección 2) dado por la ecuación $Q_c = Z_c \sqrt{g}$, donde Z_c es el factor de sección para flujo crítico en la sección 2. De la fig (5.43) se observa que la porción NC de la curva $Q = f(y_2)$ es muy inclinada de modo que Q_{\max} excede a Q_n por una cantidad muy pequeña. Esto ocurre en la mayoría de los casos prácticos, excepto para canales muy cortos u horizontales. Con referencia ahora a la fig 5.44, el punto extremo d de la curva límite M2 se localiza para un tirante 0.99 y_n . Si la longitud L del canal es mayor que la longitud L' del perfil M2, no se afectarán las condiciones aguas arriba del punto d, aun cuando cambie y_2 (entre y_c y y_n), manteniéndose el mismo gasto.

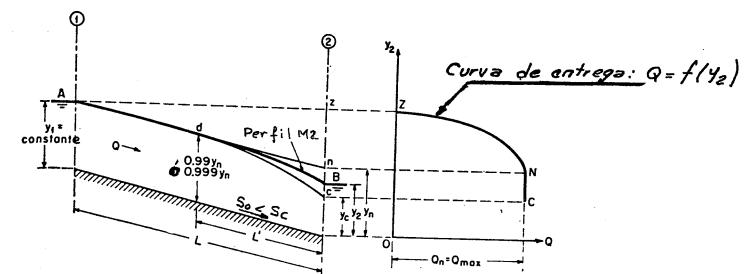


Fig. 5.44. Entrega de un canal cuya longitud excede a la del perfil M2.

Si $L > L'$ el gasto máximo será prácticamente igual a Q_n , esto es, la porción NC de la curva correspondiente será prácticamente vertical. A medida que la pendiente es más pequeña, el perfil será más largo o viceversa; por esta razón, el -- reducir la pendiente tendrá un efecto similar al de acortar el canal. Por lo tanto, en la práctica se puede aceptar que el gasto máximo posible en un canal largo o de pendiente muy pequeña es igual al gasto normal.

b. Tirante y_2 constante. El nivel del agua en el extremo aguas

abajo del canal es constante, mientras que varía el de aguas arriba.

b.1. Condición de flujo uniforme. Cuando $y_1 = y_2 = y_n$, el flujo es uniforme y el perfil nb de la fig 5.45 es paralelo al fondo del canal. El gasto Q_n corresponde al punto N sobre la curva de entrega y es igual a $K_n \sqrt{S_o}$, donde K_n es el factor de conducción de la sección 1 con tirante $y_1 = y_2 = y_n$ y S_o la pendiente de la plantilla.

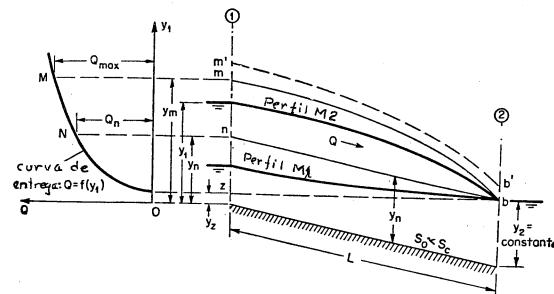


Fig. 5.45. Entrega de un canal con flujo subcrítico y tirante y_2 constante.

b.2. Condiciones del flujo para el perfil M₁. Para cualquier tirante $y_1 < y_n$, el perfil del flujo es del tipo M₁, siendo el gasto menor que Q_n . El límite inferior mínimo posible para y_1 es y_z siendo el perfil horizontal y el gasto cero.

b.3. Condición del flujo para el perfil M₂. Para tirantes $y_1 > y_n$ el perfil del flujo es del tipo M₂ con gastos mayores que Q_n . Cuando y_1 alcanza un tirante y_m que corresponde al gasto crítico en la sección 2, el gasto llega a su valor máximo Q_{\max} . Cualquier tirante $y_1 > y_m$ no puede considerarse debido a que simplemente se elevaría el perfil de flujo — a la posición mostrada por la línea de puntos m'b'; por lo tanto, esto requiere un incremento en el tirante aguas abajo y_2 , el cual se ha establecido como constante. El gasto Q_{\max} es igual al gasto crítico en la sección 2 siendo su magnitud $Z_c \sqrt{g}$, donde Z_c es el factor de sección en 2 para un tirante $y_c = y_2$.

c. Gasto Q constante. Este es el caso en que la entrega del canal es constante, mientras fluctúa el nivel en los almacenamientos de los dos extremos del canal.

c.1. Condiciones de flujo uniforme. En la fig 5.46 se ---

esquematizan varios perfiles de flujo posibles. Cuando $y_1 = y_2 = y_n$, el flujo es uniforme y la superficie es una línea recta ab paralela a la plantilla del canal. El tirante normal se puede determinar por la fórmula de Manning para el gasto Q constante.

c.2. Condición de flujo para el perfil M₁. Para posiciones arriba de ab, el perfil de flujo pertenece al tipo M₁. El límite superior del perfil M₁ es una línea horizontal y y_2 se aproxima a $y_1 + S_o L$ como un límite. A medida que se approxima a esta condición, decrece la diferencia entre los niveles de los depósitos y con ello la carga, o la velocidad del flujo. Sin embargo, el área hidráulica se incrementa a medida que aumentan los tirantes; mientras que el gasto (como producto del área por la velocidad) puede permanecer constante e igual a un valor dado.

c.3. Condición de flujo para el perfil M₂. Para posiciones abajo de ab, el perfil del flujo es del tipo M₂. La posición inferior mínima posible del perfil M₂ es a'b'; en esta posición, y_2 es igual al tirante crítico correspondiente al gasto dado Q.

La curva Q-constante. Se puede obtener la relación entre los tirantes y_1 y y_2 para Q constante (fig 5.46). La curva resultante CNP se conoce como la curva Q-constante. Se pueden construir también varias curvas auxiliares para hacer más claros ciertos aspectos característicos de la curva Q-constante. La línea N es una recta dibujada desde el origen de las coordenadas e inclinada a un ángulo de 45° con los ejes coordinados. Esta línea es el lugar geométrico del tirante normal para todos los gastos. Para cualquier punto sobre esta línea, $y_1 = y_2 = y_n$. La curva Q-constante intersecta esta línea en el punto N donde $y_1 = y_2 = y_n$, que es el tirante normal para el gasto dado Q.

La curva C es aquella sobre la cual y_2 es igual al tirante crítico y_c de la sección transversal 2 para un gasto dado y sobre la cual y_1 es el tirante correspondiente en la sección 1. Se observa que y_2 no puede ser menor que y_c de la sección 2 para el gasto dado Q. Por ello, la curva Q-constante termina en el punto C sobre esta curva que hace $y_2 = y_c$ en la sección 2 para el gasto Q.

La línea Z es una recta paralela a la línea N desde un punto sobre el eje y_1 una distancia $S_o L$ desde el origen O. Esta línea representa la condición $y_2 = y_1 + S_o L$, o sea el límite superior del perfil M₁. Por lo tanto, la curva Q constante se approxima asintóticamente a esta línea desde la izquierda en tanto y_1 y y_2 llegan a ser muy grandes. —

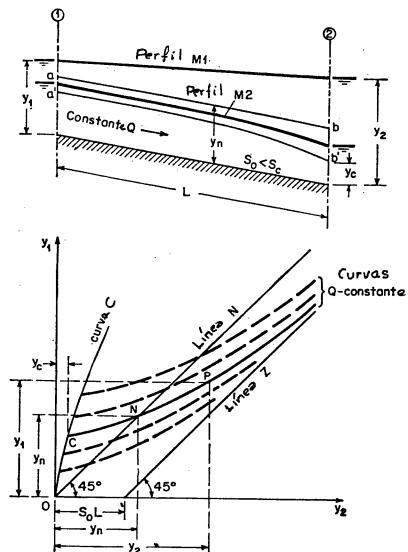


Fig. 5.46. Entrega de un canal con flujo subcrítico y Q constante.

Las coordenadas y_1 y y_2 de cualquier punto P sobre la curva Q -constante, para un gasto dado Q , se pueden determinar por un cálculo del perfil de flujo. En general, cuando los puntos C y N y, además, uno o dos puntos más son localizados, se puede dibujar la curva Q -constante de manera continua.

Dibujando una serie de curvas Q -constante para varios gastos (tales como las líneas de puntos) se puede obtener un diagrama general que represente todas las condiciones de flujo posibles en el canal dado.

5.8.2 Entrega de un canal en régimen supercrítico. Cuando la pendiente del canal es pronunciada, esto es, mayor que la pendiente crítica, el régimen en el canal es supercrítico (fig 5.47). En la práctica, los canales de pendiente pronunciada son usualmente cortos, tales como rápidas usadas como vertedores y caídas. Si el canal es demasiado inclinado, de-

tal manera que se desarrolla un flujo ultrarrápido, entonces el flujo no llega a ser permanente y un estudio de flujo no permanente no es objeto de este capítulo

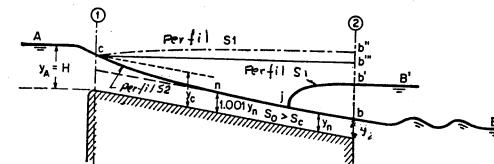


Fig. 5.47. Entrega de un canal en régimen supercrítico.

a. Descarga. Como la sección de control en un canal a régimen supercrítico se encuentra en el extremo aguas arriba, la entrega del canal está gobernada plenamente por el gasto crítico en la sección 1, el cual es simplemente igual al gasto a través de un vertedor.

b. Perfil de flujo. El tipo de perfil de flujo desarrollado en un canal de fuerte pendiente depende de la situación en el desfogue.

b.1 Cuando el nivel B en el desfogue es menor que el tirante de salida en la sección 2, el flujo en el canal no queda afectado por el nivel en el desfogue. El perfil de flujo pasa a través del tirante crítico cerca del punto c, de una forma convexa a una cóncava y se approxima al tirante normal a través de una curva de abatimiento del tipo S2. Como una regla, la curva de abatimiento CN es comparativamente corta y y_n es el nivel mas bajo posible en el canal. En el diseño de dichos canales, el tirante normal se hace igual al tirante requerido para pasar cuerpos flotantes, o para evitar el efecto de socavación.

b.2. Cuando el nivel B en el desfogue es mayor que el tirante final, el desfogue elevará el nivel del agua en la porción aguas abajo del canal para formar un perfil S1 entre j y b' produciendo un salto hidráulico en el extremo j del perfil. Sin embargo, el flujo aguas arriba del salto no quedará afectado por el desfogue.

b.3. A medida que se eleva el nivel de desfogue, el salto se moverá hacia aguas arriba, manteniendo su altura y forma en la zona de flujo uniforme y_B , hasta que alcanza el punto n. Desde ahí, el salto se moverá hacia aguas arriba sobre la curva cn, disminuyendo gradualmente de altura. La altura del salto llega a cero cuando alcanza el tirante crítico en c. Mientras que esto no ocurrirá, el perfil de flujo alcanza su límite teórico cb'' del perfil Si'. Mas allá de este límite, el flujo entrante quedaría directamente afectado por el nivel de desfogue y la entrada actúa como un vertedor sumergido. Para un cálculo práctico la línea horizontal cb'', se puede tomar como el límite práctico el del nivel de desfogue. Esto evita el cálculo de b'' y proporciona un margen de seguridad.

5.8.3. Condiciones en la salida y entrada a un canal

En los dos incisos anteriores, la entrega de un canal fue referida a los tirantes y_1 y y_2 en sus dos extremos, sin considerar las condiciones que acompañan la entrada o salida del agua (subcapítulo 5.3).

a. Salida. Cuando un canal descarga a un depósito, se debe considerar que la energía cinética del agua (igual a la carga de velocidad $V_1^2/2g$ en la sección de salida) se convierte en energía potencial. De esta manera, el nivel en el depósito debería ser mas alto que el tirante en la salida en una cantidad equivalente a dicha energía (fig 5.48a). Sin embargo, usualmente dicha energía se disipa enteramente por la turbulencia originada en la descarga, por lo cual, puede ser ignorada, pudiendo considerar que y_2 puede ser tomado igual con y_B . Si $y_B < y_2$ (fig 5.48b), el tirante y_2 es igual al tirante crítico y_c de la sección 2, independientemente del nivel que se tenga en B.

c. Entrada libre. Cuando el agua entra libremente a un canal de pendiente suave (fig 5.48c), el tirante y_1 está relacionado con el nivel estático A del depósito aguas arriba a través de la ecuación de energía. La relación entre los tirantes y_1 y y_A se puede expresar por la ecuación:

$$y_A = y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + h_e \quad (5.57)$$

Para régimen subcrítico, el término h_e es la pérdida de energía por cambio de sección en la entrada y se puede expresar en términos de la carga de velocidad en la sección 1, esto es,

$$h_e = C_e \frac{V_1^2}{2g}$$

donde C_e es un coeficiente que depende de la forma de la entrada y tiene los siguientes valores:

- 0.5 a 0.6 en paredes y fondo con cantos agudos
- 0.3 a 0.4 en paredes con cantos agudos y fondo abocinado
- 0.06 a 0.10 en paredes y fondo abocinados con una pila intermedia

Despejando a V_1 de la ec. (5.57), resulta:

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 + C_e}} \sqrt{2g(y_A - y_1)}$$

La entrega del canal es entonces:

$$Q = A_1 V_1 = \frac{A_1}{\sqrt{\alpha_1 + C_e}} \sqrt{2g(y_A - y_1)} \quad (5.58)$$

En la mayoría de los problemas prácticos, se conoce el tirante y_A en lugar de y_1 . Por ejemplo, en el caso de tirante aguas arriba constantes. Para cualquier condición dada de y_A , la relación entre Q y y_1 se puede establecer por la ec (5.58). De esta manera, se obtiene una curva que representa esta relación y además, las relaciones entre y_A , y_1 y Q .

Para régimen supercrítico, el flujo en la sección 1 es crítico. El problema se simplifica por el hecho de que la relación entre y_1 y y_A es prácticamente fijo, independientemente de la pérdida por fricción a la entrada.

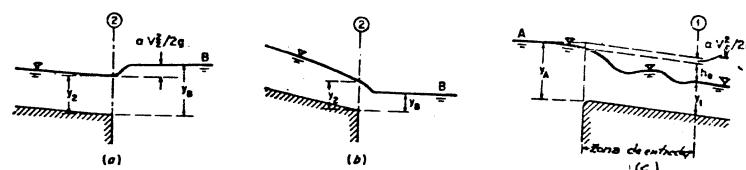


Fig 5.48 Condiciones de salida y entrada a un canal

6. TRANSICIONES EN CANALES

6.1 Introducción

En el diseño hidráulico de canales, con frecuencia se requiere modificar la forma y dimensiones de la sección transversal, o cambiar la dirección del trazo en planta o en elevación, a fin de satisfacer requerimientos hidráulicos, topográficos o de tipo estructural. Los cambios en la sección o en el alineamiento de las paredes, normalmente se realizan de manera gradual y en tramos relativamente cortos, con el fin de producir un cambio continuo en las condiciones del escurrimiento. En otros casos -como el de las curvas en canales- se producen cambios transitorios en los que el escurrimiento eventualmente retorna a su estado original. Los cambios producidos pueden afectar al escurrimiento a una gran distancia, hacia aguas arriba o hacia aguas abajo, del sitio en que se producen.

La estructura que permite lograr estos cambios en el flujo, tanto en dirección, pendiente, sección transversal o elevación de la plantilla del canal, se conoce como transición. Su función es lograr la modificación gradual del escurrimiento, de manera de reducir los efectos de pérdidas excesivas de energía, ondas cruzadas y otras turbulencias, así como proporcionar seguridad a

la conducción. La forma de la transición puede variar, desde muros de cabeza rectos y normales al escurrimiento que produzcan contracciones o ampliaciones bruscas, hasta estructuras con diseños muy elaborados, como los que se utilizan para conectar un canal con la entrada o salida de un túnel o sifón, o bien después del tubo de succión de una turbina. Aunque las pilas de puente, rejillas u otro tipo de obstáculos interpuestos al paso del agua, por sí mismos no constituyen una transición, su acción produce los mismos efectos en el escurrimiento que las transiciones.

Antes de presentar los diferentes problemas relacionados con el tema, conviene aclarar algunos aspectos para evitar confusiones. Como antes se ha definido, las estructuras de control en un canal (natural o artificial) son aquellas que presentan características tales que fijan una relación entre tirante y gasto en la zona próxima a la estructura; dentro de esta definición quedarían comprendidas algunas de las transiciones que aquí se estudian. Esto significa que todos los controles son transiciones, pero no todas las transiciones son controles y por esta razón, conviene tratar los problemas separadamente. Existen transiciones que siempre actúan como controles, como es el caso de los aforadores tipo venturi. Otras transiciones pueden, en algunas circunstancias, actuar como controles, como en el caso de las pilas de puente, alcantarillas, etc., que actúan parcialmente como controles definiendo la relación tirante-gasto mediante su geometría y las condiciones aguas arriba o aguas abajo de las mismas. De este tipo de transiciones nos ocupamos principalmente en este capítulo.

En el estudio de las transiciones es necesario distinguir si en ellas se produce o no un cambio de régimen. En muchos casos el diseño y funcionamiento se ve afectado de manera importante por la presencia de fenómenos exclusivos de cada tipo de régimen. En el caso de régimen subcrítico, cualquier perturbación en la velocidad o en el tirante puede transmitirse hacia aguas arriba; en el caso de régimen supercrítico, la transmisión es únicamente hacia aguas abajo.

Antes de presentar el diseño propiamente de transiciones, iniciamos con el medidor tipo venturi que actúa totalmente como control, y que se utiliza como aforador de canales en sus diferentes modalidades.

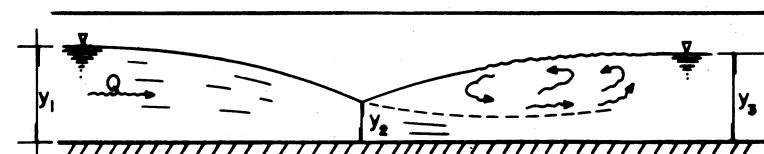
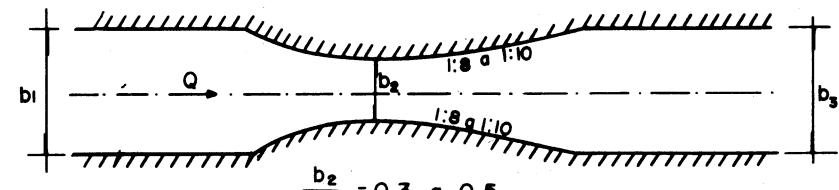
6.2 Aforadores

El mismo principio del venturímetro se utiliza para aforar canales de dimensiones pequeñas. Para ello es necesario un tramo de canal con pendiente pequeña y sección rectangular, en el cual se produce un estrangulamiento, bien en las paredes laterales, en el fondo mediante un umbral, o por una combinación de ambos.

De acuerdo con la Fig. 6.1, sean b_1 , y_1 y V_1 el ancho, el tirante y la velocidad en la sección normal del canal y b_2 , y_2 , V_2 las mismas características en la sección del estrangulamiento.. De las ecuaciones de continuidad y de Bernoulli resulta que:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \left(\frac{b_2}{b_1} \frac{y_2}{y_1} \right)^2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$



b) Elevación

Fig. 6.1 Aforador tipo Venturi

De las ecuaciones anteriores resulta que:

$$\left[1 - \left(\frac{b_2}{b_1} \frac{y_2}{y_1} \right)^2 \right] \frac{V_2^2}{2g} = y_1 - y_2$$

y de manera análoga al venturímetro para tuberías, el gasto real vale:

$$Q = \frac{C_d b_2 y_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{b_2 y_2}{b_1 y_1} \right)^2}} \sqrt{2g (y_1 - y_2)} \quad (6.1)$$

donde C_d es un coeficiente que corrige el error de considerar $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ y despreciar la pérdida de energía en la ecuación de Bernoulli; varía entre 0.96 y 0.99 (Ref. 15).

En el caso de utilizar un umbral en el fondo del venturímetro (Fig. 6.2) con altura w , además de la contracción en el ancho, se puede usar la Ec. (6.1), transformándola como sigue:

$$Q = 0.99 C \sqrt{g} b_2 h_1^{3/2} \quad (6.2)$$

donde h_1 representa el desnivel entre la superficie aguas arriba de la contracción y el del umbral y C un coeficiente que, según Garthe, depende de la relación

$b_2 / b_1 (h_1 / (h_1 + w))$ y cuyos valores medios se obtienen de la Fig. 6.3, en la cual, para $w = 0$, se cubre el caso de la Fig. 6.1 (Ref. 28).

Los medidores de Venturi antes indicados han resultado poco satisfactorios debido a que ocurren diferencias $y_2 - y_1$ pequeñas para números de Froude bajos. Por esta razón se han desarrollado los "medidores de onda estacionaria" cuya geometría en el estrangulamiento produce una sección crítica, seguida por una longitud corta de régimen supercrítico y un salto hidráulico. El resultado es un medidor de tirante crítico el cual no con-

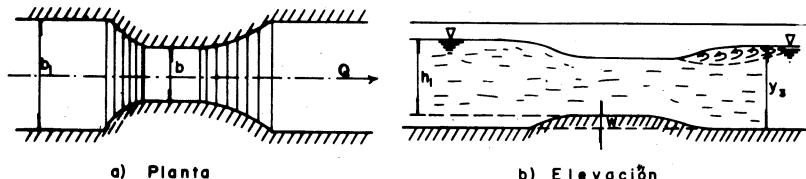


Fig. 6.2 Aforador con reducción de ancho y umbral de fondo

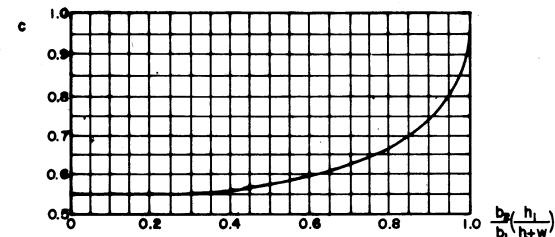


Fig. 6.3 Coeficiente C en la ec. (6.2)

tiene regiones de agua muerta y poca pérdida de energía, aunque tiene las dificultades usuales concernientes a la localización del tirante crítico.

El medidor mejor desarrollado, dentro de los de este tipo, se debe a Parshall (1920) y ha sido muy utilizado en plantas de tratamiento y en sistemas de riego (Fig. 6.4). Consiste en un tramo corto, llamado garganta, de paredes paralelas y piso descendente, precedido por otro tramo de paredes que convergen uniformemente con piso horizontal y seguido de otro de paredes que divergen uniformemente, con piso ascendente en la dirección del escurrimiento. La sección de control, para la que el tirante es crítico, ocurre cerca del extremo aguas abajo del tramo convergente y aguas arriba de la cresta.

El aforador Parshall puede operar con descarga libre o

sumergida. En el primer caso, es suficiente con medir el tirante o carga h_1 en el tramo convergente; en el segundo caso es necesario medir, además de h_1 , a la carga h_2 a partir del nivel del agua en el extremo aguas abajo del tramo de garganta y la altura de la cresta. La tabla de la Fig. 6.4 indica el sitio preciso en que deben medirse h_1 y h_2 .

Existen 22 diseños estándar perfectamente calibrados para cubrir un intervalo de gastos desde $0.0001 \text{ m}^3/\text{s}$, hasta $93 \text{ m}^3/\text{s}$ (Ref. 29). Las dimensiones de estos medidores se proporcionan de acuerdo con el ancho b de la garganta, el que varía desde 0.0254 m hasta tamaños de 15.24 m y que se muestran en la Fig. 6.4. Aunque la forma básica de los medidores es la misma para todos los diseños estándar, no existe semejanza geométrica entre uno y otro, por lo que la relación entre gasto y carga tuvo que ser obtenida por un programa exhaustivo de calibración, estableciendo las fórmulas empíricas para cada tamaño, como lo indica la tabla de la Fig. 6.4. Por tanto, es esencial construir los medidores con la mayor exactitud posible, de acuerdo con las dimensiones presentadas en la tabla, y medir las cargas h_1 y h_2 (Fig. 6.5) en las posiciones indicadas en dicha tabla.

De acuerdo con el tamaño, la descarga es libre hasta los valores de h_2/h_1 que señala la citada tabla. Para estas condiciones, las fórmulas para el gasto son del tipo:

$$Q = k h_1^n, \text{ donde } Q \text{ es el gasto en } \text{m}^3/\text{s} \text{ y } h_1 \text{ la carga aguas arriba en m. Estas permiten el cálculo de } Q \text{ con un error de } \pm 3 \text{ por ciento.}$$

La tabla de la Fig. 6.4 muestra la fórmula para cada ancho de garganta y la Fig. 6.6, las gráficas de variación del gasto con descarga libre para los medidores presentados en la Fig. 6.4.

El flujo es sumergido cuando h_2/h_1 excede los valores señalados en la tabla de la Fig. 6.4, mismos que crecen en la medida que aumenta el ancho de garganta. Las Figs. 6.7a, b y c proporcionan directamente el gasto para condiciones de ahogamiento, en medidores Parshall de 0.0762 m , 0.1524 m y 0.2286 m . Para medidores de 0.3048 m , la Fig. 6.7d proporciona la corrección al gasto que debe restarse al obtenido para la misma carga aguas arriba en condiciones de descarga libre. Cuando

b in	a in	b ft	a ft	C D	E F	G H	K N	P R	X Y	Z Máximo	Rango de Gastos		Ecuación	Rango de car- gas, h_2/h_1	Límite para descarga libre (linea límite)							
											Mínimo	Maximo	$Q = kh_1^n$ (estático)	$\frac{1}{n}$								
1	25.4	36.3	24.2	356	93	167	229	76	203	19	---	29	8	1.3	0.09	5.4	$0.0600h_1^{0.50}$	0.015	0.21	0.50		
2	50.8	41.4	27.6	406	135	214	254	76	254	22	43	---	16	25	6	0.18	13.2	$0.1200h_1^{0.50}$	0.015	0.24	0.50	
3	76.2	46.7	31.1	457	178	259	457	152	305	20	57	---	25	38	13	0.177	32.1	$0.1770h_1^{0.50}$	0.03	0.33	0.50	
6	152.4	621	41.4	610	394	397	610	305	610	---	76	305	114	902	406	51	76	---	1.50	111	0.45	0.60
9	226.6	879	58.7	884	381	865	914	610	914	457	76	305	114	1080	406	51	76	2.50	251	0.60	0.60	
12	304.8	1372	91.4	1343	610	845	914	610	914	457	76	381	229	1492	508	51	76	3.32	457	0.60	0.60	
15	457.2	1448	96.5	1419	762	1126	914	610	914	457	76	381	229	1676	508	51	76	4.80	695	0.76	0.70	
2	609.6	1016	1495	914	1495	1118	1572	914	610	914	457	76	381	229	1854	508	51	76	12.1	937	1.427	0.70
4	914.4	1876	1118	1645	1219	1572	1934	914	610	914	457	76	381	229	2222	508	51	76	17.6	21.84	0.646	0.70
6	1219.2	1829	1219	1794	1524	1937	914	610	914	457	76	381	229	2711	610	51	76	35.8	1923	0.76	0.70	
8	1824.0	1981	1321	1943	2302	1981	2134	2667	914	610	914	457	76	3800	610	51	76	44.1	2424	0.76	0.70	
10	2133.6	2286	1524	2242	2438	3032	914	610	914	457	76	381	229	3442	610	51	76	44.1	2929	0.76	0.70	
12	2394.4	2438	1626	2391	274.3	3397	914	610	914	457	76	381	229	3810	610	51	76	45.8	3438	0.76	0.70	
15	304.8	304.8	2032	4877	3658	4267	4756	1219	914	1829	---	152	381	229	4122	610	51	76	45.8	61.120	0.76	0.70
18	3658	3658	2337	4470	5607	5124	5607	1219	914	2048	---	152	381	229	4122	610	51	76	45.8	3949	0.76	0.70
20	4572	6096	2845	7620	7515	7515	7515	10668	2134	1239	---	457	381	229	4122	610	51	76	45.8	305	0.76	0.70
25	7620	7620	3353	10668	8941	10668	10668	1239	1239	1239	---	685	381	229	4122	610	51	76	45.8	305	0.76	0.70
30	9144	9144	3661	7925	10566	12133	12133	1239	1239	1239	4267	305	381	229	4122	610	51	76	45.8	305	0.76	0.70
40	12192	12192	4677	8230	13816	15481	15481	1239	1239	1239	4877	305	381	229	4122	610	51	76	45.8	305	0.76	0.70
50	15240	5693	17277	18529	2334	12293	6096	305	381	229	4877	305	381	229	4122	610	51	76	45.8	305	0.76	0.70

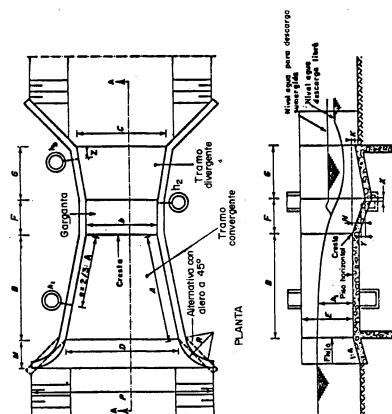


Fig. 6.4. Dimensiones de medidores Parshall de diseño estándar, según su ancho de garganta.

el ancho de garganta del medidor está comprendido entre 0.3048 m y 2.438 m, la corrección obtenida para el de 0.3048 m debe multiplicarse por un factor M de corrección que varía con el tamaño del medidor, según lo indica la tabla de la misma Fig. 6.7d. Un razonamiento semejante vale para tamaños de 3.048 m o más, como se muestra en la Fig. 6.7e.

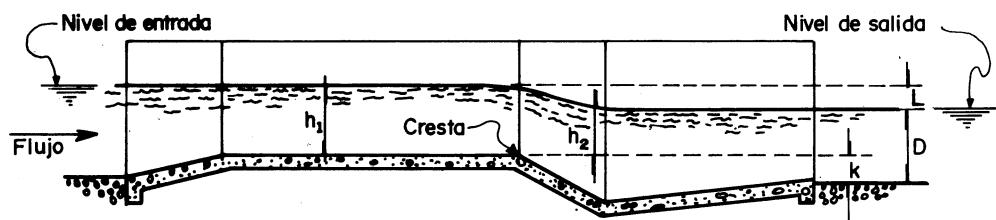


Fig. 6.5 Magnitud de las cargas h_1 y h_2 respecto a la elevación de la cresta del medidor.

Es recomendable localizar la cresta del medidor de modo que la descarga sea libre; si ésto no es posible, es conveniente que el porcentaje de ahogamiento se conserve debajo del límite práctico de 95 por ciento. El tamaño y elevación de la cresta depende del gasto por medir, de las dimensiones del canal en que se va a instalar el medidor y de la pérdida de energía o carga a través del mismo. La pérdida se puede determinar de los diagramas en las Figs. 6.8a y b. Como regla general, el tamaño del medidor más económico corresponde al de un tercio o un medio del ancho del canal en que se efectuarán los aforos.

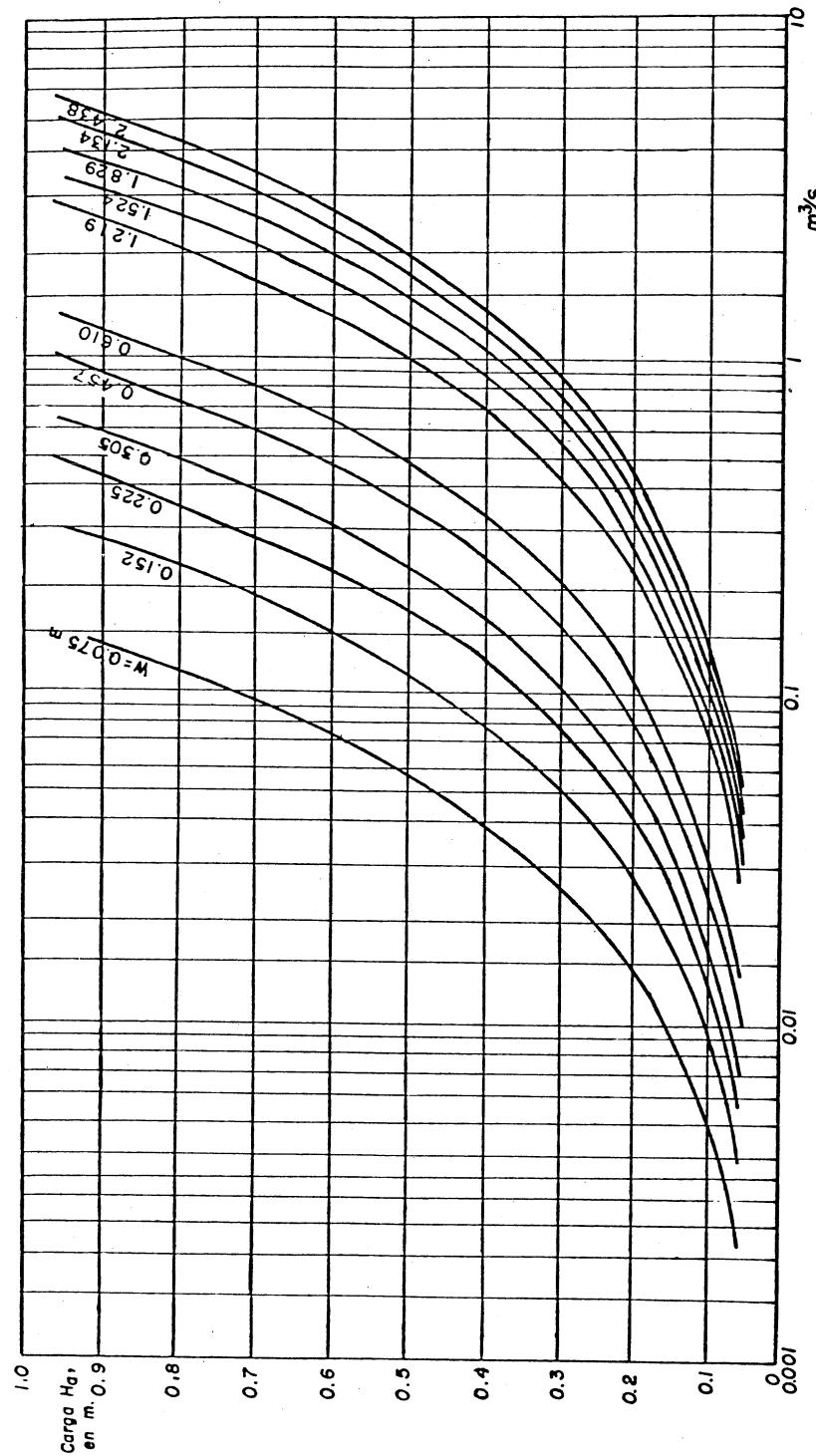


Fig. 6.6 Gráfica para descarga libre a través de medidores Parshall de 0.076 m a 2.44 m, 103-D-873
(Water and Sewage Works)

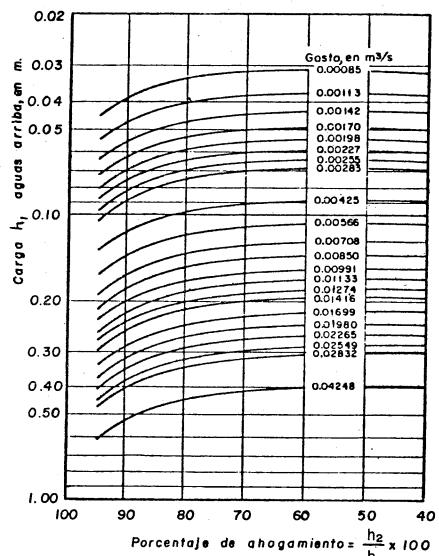


Fig. 6.7 a Gasto en condiciones de ahogamiento para medidor Parshall de 0.0762 m 103-D-876. (Colorado State University)

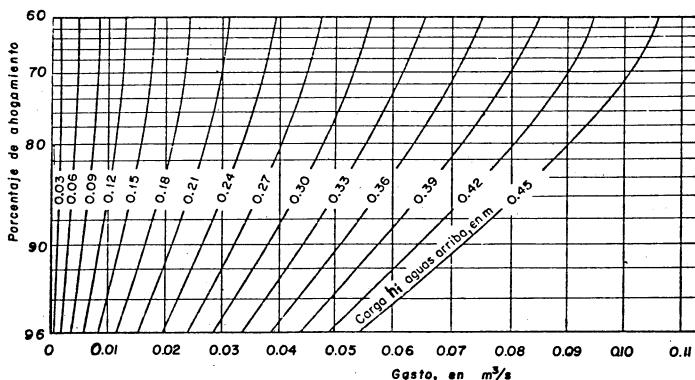


Fig. 6.7 b Diagrama para determinar la magnitud del gasto en condiciones de ahogamiento para un medidor Parshall de 0.1524m, 103-D-897 (U.S. Soil Conservation Service)

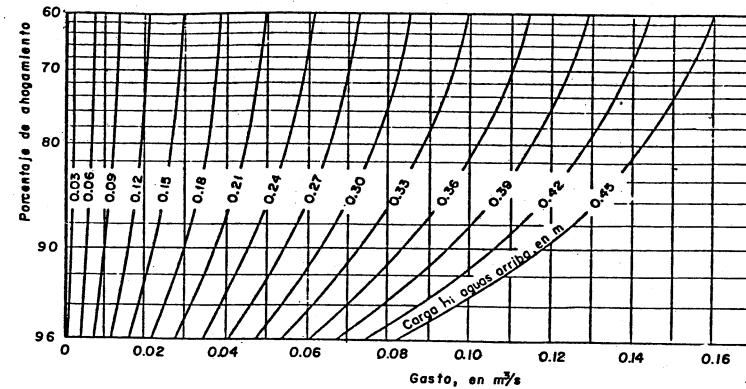


Fig. 6.7 c Diagrama para determinar la magnitud del gasto en condiciones de ahogamiento para un medidor Parshall de 0.2286 m, 103-D-898 (U.S. Soil Conservation Service)

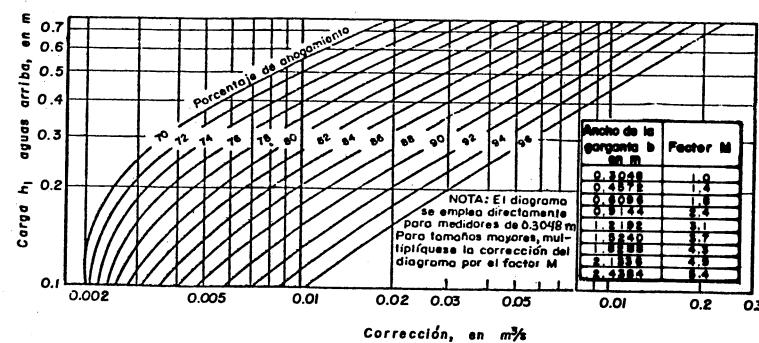


Fig. 6.7 d Diagrama para determinar la corrección deducible a la descarga libre, para obtener la descarga ahogada en medidores Parshall, de 0.3048 m a 2.4348 m, 103-D-875. (U.S. Soil Conservation Service)

- 300 -

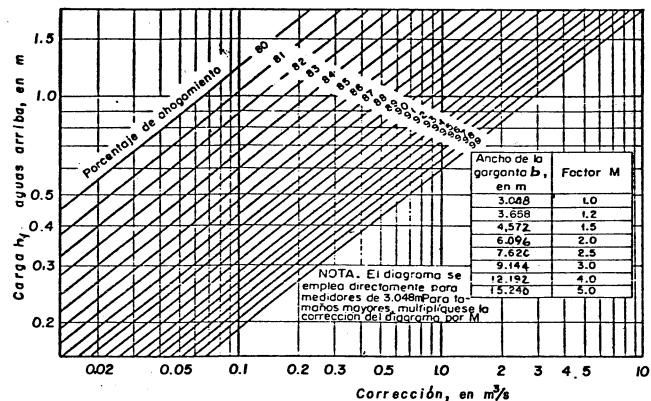


Fig. 6.7 e Diagrama para determinar la corrección deducible a la descarga libre, para obtener la descarga ahogada en medidores Parshall, de 3.048 m a 15.240 m 103-D-882.
(Colorado State University)

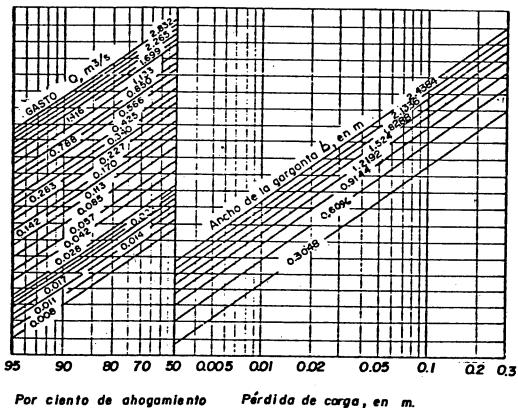


Fig. 6.8 a Pérdida de carga en los medidores Parshall para anchos de 0.3048 m a 2.4384 m, 103-D-881 (U.S. Conservation Service)

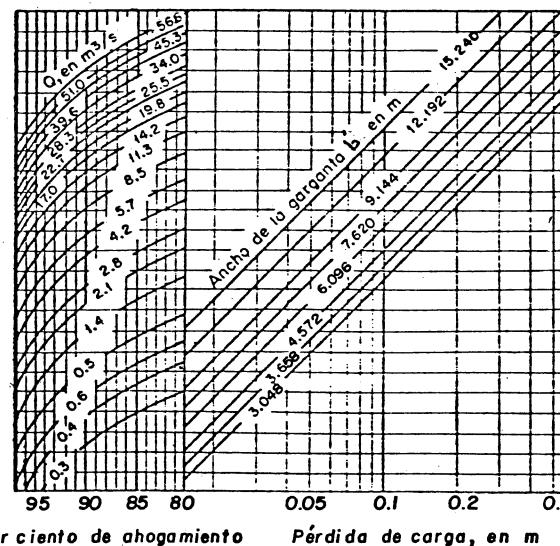


Fig. 6.8 b Pérdida de carga en medidores Parshall de 3.048 m a 15.240 m de ancho, 103-D-863. (Colorado State Uni—
versity).

Ejemplo 6.1. Determine el medidor Parshall más adecuado para efectuar aforos en un canal rectangular de 3.00 m de ancho y un tirante de 0.76 m, donde se espera un gasto máximo de $0.567 \text{ m}^3/\text{s}$.

Solución. De la Fig. 6.6 se concluye que, para una descarga libre, los tamaños comprendidos entre 0.6096 y 2.4384 m son los más adecuados. El tamaño de 1.2192 m es el más económico puesto que la tercera parte del ancho es 1.00 m y la mitad del ancho es de 1.50 m. De la Fig. 6.6, $h_1 = 0.35 \text{ m}$ para el tamaño de 1.2192 m. El máximo ahogamiento tolerable para este medidor es $h_2/h_1 = 0.7$, por lo cual $h_2 = 0.245 \text{ m}$. Para este ahogamiento la superficie del agua en la garganta del medidor en la escala h_2 se encuentra esencialmente a nivel con la superficie en el canal aguas abajo, esto es, con el tirante de 0.76 m. Con referencia a la Fig. 6.5, este tirante ocurre en D y la dimensión $K = 0.76 - 0.245 = 0.515 \text{ m}$ es a la que debe quedar la cresta del medidor sobre el fondo del canal. Se debe notar que como resultado de esta disposición, puede requerirse un escalón descedente hacia el canal justamente en

el extremo aguas abajo del medidor. Este escalón no influye en la medición del gasto y es una condición normal para muchas instalaciones.

El propio medidor es una obstrucción en el canal y produce un efecto de remanso que se extiende hacia aguas arriba. La diferencia de niveles antes y después de la instalación del medidor corresponde a la pérdida causada por el mismo. De la Fig. 6.8a, la pérdida correspondiente al 70 por ciento de ahogamiento, gasto de $0.576 \text{ m}^3/\text{s}$ y medidor de 1.2192 m es $hr = 0.13 \text{ m}$, por lo cual el tirante aguas arriba del medidor es de $0.76 + 0.13 = 0.89 \text{ m}$.

Siguiendo el mismo análisis, pero con un medidor de 0.914 m , se obtiene $h_2 = 0.30 \text{ m}$, $K = 0.47 \text{ m}$, $L = 0.17 \text{ m}$ y el tirante aguas arriba de 0.93 m . De manera análoga para un medidor de 0.6096 m : $h_2 = 0.39 \text{ m}$, $K = 0.38 \text{ m}$, $hr = 0.22 \text{ m}$ y el tirante en el canal aguas arriba de 0.98 m .

Si la altura de bordos en el canal puede absorber cualquiera de estas sobreelevaciones, el medidor de 0.6096 m sería obviamente el más económico por su tamaño; sin embargo, la reducción en el ancho del canal implicaría costos grandes en los aleros de la transición para cambiar de 3 m en el canal a 0.6096 m en el medidor, por lo cual, sería más económico cualquiera de los otros dos tamaños.

6.3 Expansiones y Contracciones

6.3.1 Introducción.

Las expansiones y contracciones en canales artificiales constituyen el tramo de unión de dos canales con secciones transversales de forma y dimensiones distintas, a fin de reducir o aumentar la velocidad del flujo e impedir la erosión o depósito de material suelto. Dichas transiciones se diseñan en longitudes relativamente cortas, en las que se producen aceleraciones o desaceleraciones, con el predominio de las fuerzas gravitacionales sobre las de fricción.

El cambio de sección transversal puede ser aumentando o disminuyendo el área de manera brusca o gradual. Manteniendo o no el régimen, se producen aceleraciones o desaceleraciones según las condiciones de aguas arriba y aguas abajo de la transición. Cuando hay cambio

de régimen subcrítico a supercrítico, se produce siempre una aceleración y una sección de control; cuando se invierte el orden, hay desaceleración y disipación de energía por la formación de un salto hidráulico. En cualquier caso, se presentan turbulencias y posibles separaciones y mezclado del flujo hacia zonas de velocidad diferente, lo cual tiene como consecuencia pérdidas internas en el tramo en que ocurren los cambios de sección y con ello, una caída de la línea de energía en la dirección del escurrimiento. En algunos casos es necesario compensar dichas pérdidas por la modificación del nivel de plantilla en la zona de transición.

Cuando el área de la sección transversal del canal aumenta en la dirección del movimiento, la transición se conoce con el nombre de expansión o transición divergente. Cuando el área disminuye, se designa como contracción o transición convergente. El escurrimiento en una contracción se acelera al aumentar la velocidad y debido a que la energía total del agua no puede aumentar, la presión hidrostática de cualquier línea de corriente tiene que disminuir en la dirección del flujo. Los estudios teóricos y experimentales indican que, para esas condiciones, las pérdidas de energía son pequeñas y el escurrimiento no se separa de las paredes. Lo contrario acontece en una expansión, donde hay posibilidad de que la corriente se separe; cuando esto ocurre, las pérdidas de energía son relativamente grandes.

En este subcapítulo sólo se tratan las expansiones o contracciones en las que el régimen se mantiene de subcrítico a subcrítico o de supercrítico a supercrítico. Las transiciones en que hay cambio de régimen se tratan en el capítulo 8.

6.3.2 Cambios de sección en régimen subcrítico

Tratamos aquí las contracciones o expansiones para mantener régimen subcrítico. Estas pueden consistir en transiciones bruscas, logradas mediante un escalón positivo en la plantilla que produce contracción (Fig. 6.9a), y con escalón negativo que produce expansión (Fig. 6.9b). Cuando el cambio de geometría es en planta, hay expansión en el caso de las Figs. 6.9c y d y contracción en el de las Figs. 6.9e y f. Para su tratamiento se considera que el canal es de sección rectangular, piso horizontal o pendiente muy pequeña.

- 304 -

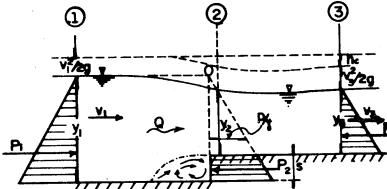


Fig. 6.9a Transición brusca con escalón positivo (contracción)
 $b_1 = b_2 = b_3 = b$

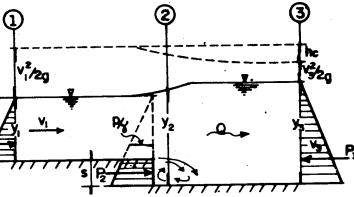


Fig. 6.9b Transición brusca con escalón negativo (expansión)
 $b_1 = b_2 = b_3 = b$

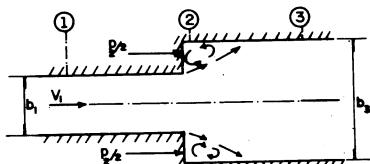


Fig. 6.9c Transición brusca en el ancho (expansión)

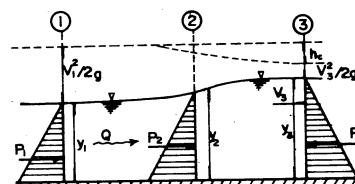


Fig. 6.9d Transición brusca en el ancho (expansión)

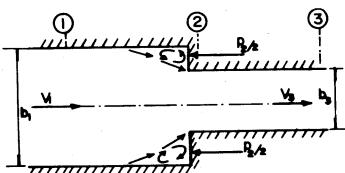


Fig. 6.9e Transición brusca en el ancho (contracción)

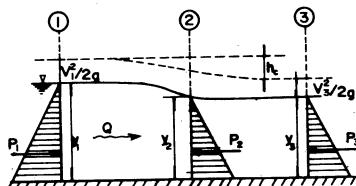


Fig. 6.9f Transición brusca en el ancho (contracción)

Por la aplicación de las ecuaciones de continuidad, energía e impulso y cantidad de movimiento, es factible determinar la magnitud de la pérdida de energía h_c que se produce por efecto del cambio de sección. En este caso, la pérdida de energía se compone de la pérdida por fricción h_f y la pérdida por convección h_c . La de fricción puede estimarse por medio de una fórmula de fricción (por ejemplo, la de Manning); usualmente tiene poco efecto y puede ignorarse en un diseño preliminar. La pérdida por convección se debe al cambio de velocidad en la transición y es más importante que la de fricción.

En los esquemas presentados en las Figs. 6.9 se indican tres secciones transversales para la aplicación de las tres ecuaciones fundamentales. Para ello establecemos las siguientes hipótesis:

- a) La fuerza de fricción F_f producida en la distancia que separa las secciones 1 y 3 es despreciable, debido a que dicha longitud es pequeña y a que la pared es lisa.
- b) El número de Froude $F_{r1} = V_1 / \sqrt{gy_1}$ en la sección 1 es menor que uno, debido a que el régimen es subcrítico; por tanto, las potencias F_{r1}^4 o mayores son despreciables.

Las transiciones bruscas producidas por un escalón (positivo o negativo) pueden tratarse simultáneamente, si se atiende al signo que debe llevar la fuerza P_2 debida a la presión hidrostática sobre el escalón. Para las Figs. 6.9 a y b, la aplicación de la ley de impulso y cantidad de movimiento (Ec. 1.10) conduce a

$$P_1 - P_2 - P_3 = \frac{\gamma Q}{g} (V_3 - V_1)$$

donde se tiene que: $P_1 = \gamma b y_1^2 / 2$, $P_3 = \gamma b y_3^2 / 2$.

En el caso de P_2 , se considera variación hidrostática del tirante y_2 sobre el escalón y entonces resulta que:

$$P_2 = \pm \frac{1}{2} \gamma b s (y_2 - s + y_2) = \pm \frac{1}{2} \gamma b s (2y_2 - s) = \pm \frac{1}{2}$$

$$\gamma b s \left(\frac{2y_2 - s}{y_1 - y_3} \right) (y_1 - y_3)$$

Debido a que en principio se desconoce el tirante y_2 , el paréntesis que lo contiene puede designarse por c y quedaría sujeto a experimentación. Resulta finalmente que:

$P_2 = \pm \frac{1}{2} \gamma b s (y_1 - y_3)$; el signo a utilizar se tomaría según el designado para el escalón, como en las Figs. 6.9 a y b. Además, de la ecuación de continuidad se tiene que: $V_3 = V_1 y_1 / y_3$ y $Q = V_1 b y_1$. Por tanto, al sustituir y ordenar la ecuación anterior resulta:

$$y_3^2 - y_1^2 + 2Fr_1^2 y_1^2 \left(\frac{y_1}{y_3} - 1 \right) + c s (y_1 - y_3) = 0$$

O bien como sigue:

$$\left(\frac{y_3}{y_1} \right)^3 - c \frac{s}{y_1} \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^2 + \left(c \frac{s}{y_1} - 2 Fr_1^2 - 1 \right) \frac{y_3}{y_1} + 2 Fr_1^2 = 0$$

El grado de la ecuación se puede reducir si se divide entre $(y_3/y_1 - 1)$, resultando así:

$$\left(\frac{y_3}{y_1} \right)^2 + \left(1 - c \frac{s}{y_1} \right) \frac{y_3}{y_1} - 2 Fr_1^2 = 0$$

cuya solución es:

$$\frac{y_3}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(1 - c \frac{s}{y_1} \right)^2 + 8 Fr_1^2} - \left(1 - c \frac{s}{y_1} \right) \right] \quad (6.3)$$

En esta ecuación, el coeficiente c puede determinarse sólo experimentalmente. Un valor aproximado se puede obtener si se conoce bien la posición del perfil del agua sobre el escalón. Por ejemplo, suponiendo una distribución hidrostática de presiones del tirante y_1 sobre el escalón, la fuerza P_2 sería:

$$P_2 \approx \gamma b s \left[\frac{(\pm y_1 + s) + y_1}{2} \right] = \frac{1}{2} \gamma b s (\pm 2y_1 + s)$$

Comparando este valor con el anteriormente utili-

zado, resultaría que:

$$c \approx \frac{\pm 2 - s/y_1}{1 - y_3/y_1}$$

donde el signo más se aplicaría al escalón positivo y el menos al negativo. Cuando $s = 0$; la (6.3) se convierte en la conocida ecuación del salto hidráulico.

Por otra parte, de la ecuación de energía la pérdida por convección entre las secciones 1 y 3 sería:

$$h_C = y_1 - y_3 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} \mp s$$

siendo $V_1 y_1 = V_3 y_3$, de aquí se obtiene que:

$$\frac{h_C}{y_1} = 1 \mp \frac{s}{y_1} - \frac{y_3}{y_1} - \frac{1}{2} Fr_1^2 \left(\frac{1 - (y_3/y_1)^2}{(y_3/y_1)^2} \right) \quad (6.4a)$$

donde y_3/y_1 sería el valor obtenido de la Ec. (6.3) y el signo superior correspondería al escalón positivo y el inferior al negativo. Si la pérdida se expresa en la forma $h_C = K V_3^2 / 2g$, el coeficiente K vale:

$$K = \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^2 \left[1 + \frac{2}{Fr_1^2} \left(1 - \frac{y_3}{y_1} \mp \frac{s}{y_1} \right) \right] - 1 \quad (6.4b)$$

La aplicación de la ecuación del impulso y cantidad de movimiento al caso de expansión brusca en el ancho (Figs. 6.9 c y d) conduce a que:

$$P_1 + P_2 - P_3 = \frac{\gamma b_1 y_1^2}{2} + \frac{\gamma (b_3 - b_1)}{2} y_2^2 - \frac{\gamma b_3 y_3^2}{2} = \\ = \frac{\gamma Q}{g} (V_3 - V_1)$$

Por otra parte, de la ecuación de continuidad se

tiene que:

$$V_3 = \frac{V_1 b_1 y_1}{b_3 y_3} ; Q = V_1 b_1 y_1$$

Además de las hipótesis indicadas, al aceptar $y_2 \approx y_1$ se tiene que la ecuación anterior se puede escribir como sigue:

$$\frac{b_3}{2} (y_1^2 - y_3^2) = \frac{V_1^2 b_1^2 y_1^2}{g} \left(\frac{1}{b_3 y_3} - \frac{1}{b_1 y_1} \right) = Fr_1^2$$

$$b_1^2 y_1^3 \left(\frac{1}{b_3 y_3} - \frac{1}{b_1 y_1} \right)$$

Al ordenar los términos resulta que:

$$\left(\frac{y_3}{y_1} \right)^3 - \left(1 + \frac{2 b_1}{b_3} Fr_1^2 \right) \frac{y_3}{y_1} + 2 \left(\frac{b_1}{b_3} \right)^2 Fr_1^2 = 0$$

La solución de esta ecuación es:

$$\frac{y_3}{y_1} = 1 + Fr_1^2 \frac{b_1}{b_3} \left(1 - \frac{b_1}{b_3} \right) \quad (6.5)$$

Lo cual puede verificarse por sustitución si se toma en cuenta la hipótesis b.

Por otra parte, de la ecuación de energía la pérdida por convección entre las secciones 1 y 3 vale:

$$h_C = y_1 - y_3 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g}$$

De la que, al sustituir V_3 de la ecuación de continuidad, se obtiene

$$h_C = \frac{2g y_1}{V_1^2} \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{y_3}{y_1} \right) + \frac{V_1^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{b_1}{b_3} \right)^2 \left(\frac{y_1}{y_3} \right)^2 \right]$$

o bien:

$$h_C = \frac{V_1^2}{2g} \left[1 + \frac{2}{Fr_1^2} \left(1 - \frac{y_3}{y_1} \right) - \left(\frac{b_1}{b_3} \right)^2 \left(\frac{y_1}{y_3} \right)^2 \right]$$

Sustituyendo aquí la Ec. (6.5) y tomando en cuenta la hipótesis b, al hacer las simplificaciones nece-

rias se obtiene finalmente:

$$h_C = \frac{V_1^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{b_1}{b_3} \right)^2 + 2 Fr_1^2 \left(\frac{b_1}{b_3} \right)^3 \left(1 - \frac{b_1}{b_3} \right) \right] \quad (6.6)$$

El último término dentro del paréntesis de la Ec. (6.6) contiene a Fr_1^2 , y no tiene mucha influencia en el valor de h_C a menos que $Fr_1 > 0.5$, o bien que $b_1/b_3 > 0.67$. Esta condición, a menudo, no se satisface plenamente, por lo que es factible simplificar la Ec. (6.6) aceptando que dicho término desaparezca, de mane ra que:

$$h_C = \left(1 - \frac{b_1}{b_3} \right)^2 \frac{V_1^2}{2g} = \left(\frac{b_3}{b_1} - 1 \right)^2 \frac{V_3^2}{2g} = \frac{(V_1 - V_3)^2}{2g} \quad (6.7)$$

ya que de la Ec. (6.5): $y_1 = y_2 = y_3$ cuando Fr_1 tiene a cero. La Ec. (6.7) coincide con la fórmula de Borda, para la pérdida de energía en la ampliación brusca de un conducto a presión y se recomienda como más segura para los casos normales. En efecto, los experimentos de Formica (Ref. 30) indican una pérdida en expansiones bruscas 82 porciento del valor dado por la Ec. (6.7); esto es:

$$h_C = \epsilon \frac{(V_1 - V_3)^2}{2g} \quad (6.8)$$

donde $\epsilon = 0.82$

Es factible realizar un análisis similar al anterior para una contracción brusca y derivar una ecuación análoga a la (6.6) (Ref. 24); la diferencia en dicho análisis consiste en usar la sección 2 en la vena contraída justo aguas abajo de la entrada al canal más angosto y la 3 donde ya se hubiera uniformizado el flujo también aguas abajo. De cualquier manera, es necesario corregir el resultado ya que se desconoce el ancho efectivo de la sección 2.

De manera análoga a los conductos forzados, la pérdida de energía en una expansión brusca se puede reducir considerablemente si la expansión se realiza de

manera gradual, disminuyendo el ángulo de divergencia. Sin embargo, la longitud de la expansión gradual tiene un límite a partir del cual el aumento en eficiencia llega a ser insignificante.

Las expansiones graduales en canales rectangulares fueron estudiadas experimentalmente en Santiago de Chile, por Mathaei y Lewin en 1932, (Ref. 24), quienes encontraron que es factible generalizar la Ec. (6.8) al caso de expansiones graduales con valores de ϵ dependientes del ángulo θ con que se realiza la expansión y en menor grado, de la relación de anchos b_3/b_1 según se muestra en la Fig. 6.10a. Esto fue confirmado por Formica (Ref. 30), si bien en este caso no se estudió la dependencia con b_3/b_1 . Ambos resultados se presentan en la Fig. 6.10a en la que se aprecian tendencias de variación similares, si bien con discrepancias en los valores de ϵ hasta del 50 por ciento. La Fig. 6.10b muestra valores de ϵ para otras formas de expansión estudiadas por Formica, que complementan lo anterior.

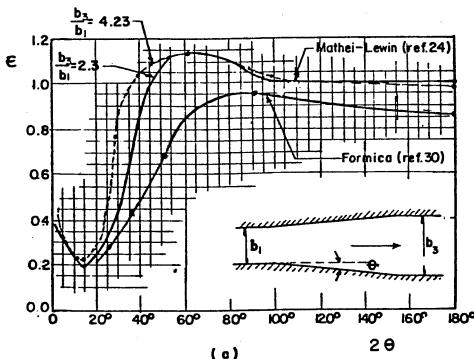


Fig. 6.10 Coeficientes de pérdida ϵ en expansiones a régimen subcrítico.

Las expansiones graduales con relaciones de ampliación $1:4(2\theta=28^\circ, \epsilon=0.27)$ a $1:7.6 (2\theta=15^\circ, \epsilon=0.2)$ son las que tienen el coeficiente de pérdida mínimo. Hinds recomienda utilizar $2\theta=25^\circ$ para diseñar la expansión; sin embargo, es recomendable usar la relación $1:4$, debido a que no se obtiene una reducción sensible de la pérdida al aumentar la longitud. La forma exacta de las paredes de la transición no es de importancia siempre que siga curvas razonablemente regulares evitando aristas agudas, como se muestra en la Fig. 6.11a. La Fig. 6.11b presenta la forma que podría tener la expansión equivalente con relación $1:4$, para cambiar de canal trapezoidal a rectangular, donde la superficie de la pared es alabeada. En ambos casos, la pérdida puede calcularse con la Ec. (6.8) y los valores de que indican las Figs. 6.11.

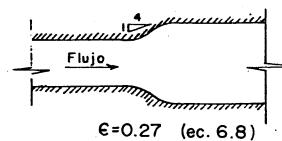


Fig. 6.11a Expansión en un canal rectangular a régimen subcrítico

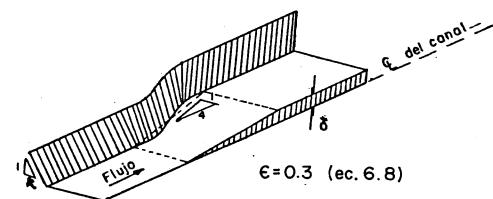


Fig. 6.11b Expansión alabeada de canal trapezoidal a rectangular

Otras formas de expansión se pueden realizar de la manera que señala la Fig. 6.12. Para estos tipos de geometría, Mostkow y Chow (Ref. 31y2) proponen calcular la pérdida en términos del cambio en la carga de velocidad antes y después de la expansión, mediante la fórmula:

$$h_C = c_0 \left(\frac{V_1^2 - V_3^2}{2g} \right) = c_0 \left[\left(\frac{A_3}{A_1} \right)^2 - 1 \right] \frac{V_3^2}{2g} = K \frac{V_3^2}{2g} \quad (6.9a)$$

donde A_1 y A_3 son las áreas de las secciones aguas arriba y aguas abajo de la expansión respectivamente. Se—gún Mostkow, el coeficiente c_0 se mantiene prácticamen—te constante entre 0.35 y 0.40. Según Chow, c_0 depende de la forma de la expansión como indica la Fig. 6.12, alcanzando el valor de 0.75 en la expansión brusca. Pa—ra estos casos, la longitud de la expansión se calcula siguiendo el criterio de Hinds de utilizar un ángulo de divergencia $\theta = 25^\circ$ entre la proyección horizontal del nivel del agua en las secciones aguas arriba y aguas abajo de la transición. Formas de transición más com—plicadas, como la de cambiar la sección del túnel circu—lar a un canal rectangular, pueden diseñarse utilizando superficies de manto de cono.

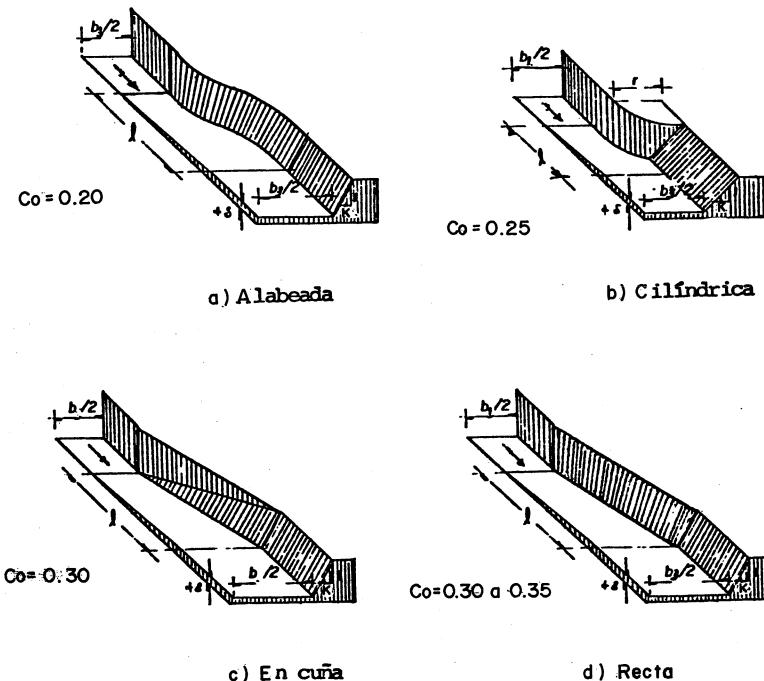


Fig. 6.12 Tipos de expansión y coeficientes de pérdida aplicables a la Ec. (6.9a)

Conviene insistir en que los resultados antes señalados se aplican a expansiones con paredes lisas. Si la pared tiene rugosidades importantes, es necesario agregar la pérdida por fricción, calculada a par—tir de las características hidráulicas medias en el tramo.

En el caso de contracciones es necesario evitar un estrangulamiento excesivo más allá del que permitan las condiciones de régimen crítico aguas abajo, como resultaría de la Fig. 3.7 en el caso de disminuir dema—siado el ancho del canal, aumentando excesivamente el gasto unitario.

Los resultados experimentales de G. Formica en contracciones rectangulares bruscas muestran para ellas pérdidas de energía mayores que para las expan—siones bruscas. Ello se debe a que en las contracciones el flujo primero se contrae y después se expande, siguiendo un proceso de conversión primero de energía potencial a cinética y después de cinética a potencial. La pérdida de energía se puede seguir calculando en términos del cambio en la carga de velocidad antes y después de la contracción, como en la Ec. (6.9a), pero escrita como sigue:

$$h_C = c_i \left(\frac{V_3^2 - V_1^2}{2g} \right) = c_i \left[1 - \left(\frac{A_3}{A_2} \right)^2 \right] \frac{V_3^2}{2g} = K \frac{V_3^2}{2g} \quad (6.9b)$$

En la Ec. (6.9b), c_i y K son coeficientes de pérdida que dependen de la forma del contorno. Algu—nos valores de K se muestran en la Fig. 6.13 para con—tracciones rectangulares.

- 314 -

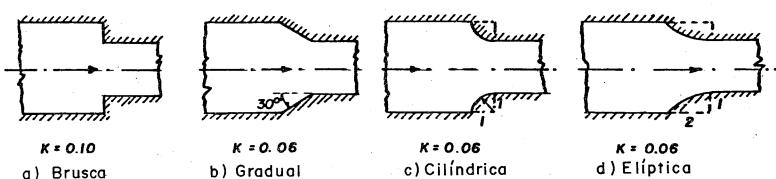


Fig. 6.13 Coeficiente de pérdida K (Ec. 6.9a) en contracciones de un canal rectangular, según Formica (Ref. 30).

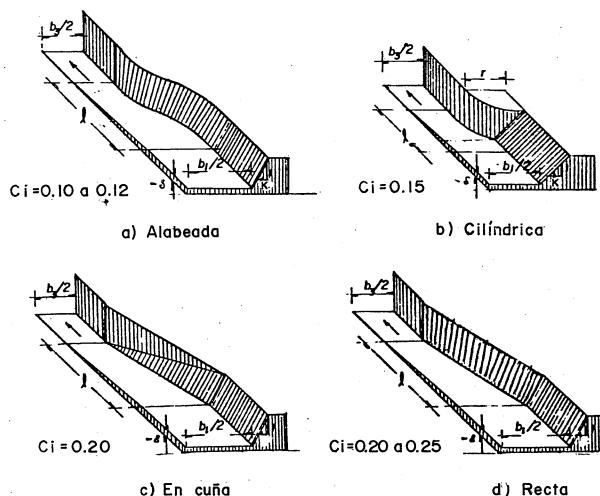


Fig. 6.14 Tipos de contracción y coeficientes de pérdida aplicables a la Ec. (6.9b)

Hinds propone que la contracción de un canal trapezoidal a un rectangular se realice siguiendo el mismo criterio que se ha indicado para la expansión. Algunas formas geométricas para diseñar estas contracciones se presentan en la Fig. 6.14. Para estos casos Mostkow y Chow indican que el coeficiente c_i de la Ec. (6.9b) tiene los valores indicados en la propia Fig. 6.14 y para una contracción brusca alcanza el valor de 0.30 o más.

Kisieliev (Ref. 32) indica que la pérdida en una contracción alabeadá de canal trapecial a trapecial se calcula de la Ec. (6.9b), con $K = 0.05$ a 0.10.

Por lo que se refiere a la pérdida por contracción a la entrada de un canal, Press (Ref. 33) propone los valores de K que se indican en la Fig. 6.15 de acuerdo con la forma que tenga la entrada, mismos que fueron considerados en la solución del ejemplo 5.1. Otros valores para la entrada a un conducto abovedado se presentan en la tabla 6.6 correspondientes a una alcantarilla.

La pérdida en una expansión o contracción puede cambiar las condiciones del escurrimiento aguas arriba de la transición. Es más, una contracción con una relación b_1/b_3 grande puede "estrangular" el canal y producir sobreelevaciones del tirante en una distancia aguas arriba de la contracción. Para compensar estos cambios es necesario proporcionar un desnivel δ entre el piso de las secciones transversales antes y después de la transición y que se distribuya gradualmente en la longitud de la misma (Fig. 6.14). Dicho desnivel se determina a partir de la ecuación de energía, siendo su magnitud

$$\delta = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} - (y_3 + \frac{V_3^2}{2g} + h_C) \quad (6.10)$$

El signo que resulte en esta ecuación define si el piso debe ascender ($\delta > 0$) en la dirección del escurrimiento, o bien descender ($\delta < 0$), como en los casos indicados en las Figs. 6.12 y 6.14. Debe tenerse cuidado que la magnitud de y_3 se conserve dentro del régimen subcrítico. Así mismo, es conveniente analizar que en secciones intermedias de la transición no se presenten tirantes iguales o menores que el crítico.

Esta situación podría ocurrir en contracciones donde el cambio de sección es importante.

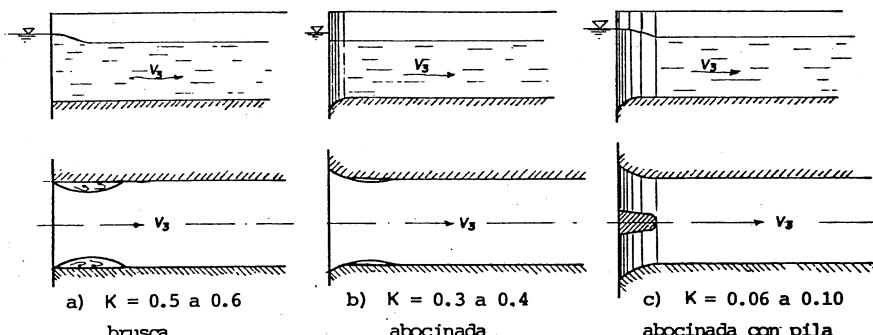


Fig. 6.15 Coeficientes de pérdida por entrada a un canal (en la ec. 6.9a)
(ref. 33)

En cualquier caso, h_c debe incluir no sólo el valor de la pérdida por convección, sino también el de la pérdida por fricción del tramo en que se diseña la transición.

Ejemplos 6.2. Un túnel de sección rectangular de 4 m de ancho de plantilla y tirante de 4.63 m, conduce un gasto de 50 m³/s, para continuar hacia un canal de sección trapezoidal de 4.50 m de ancho de plantilla, talud $k=1$ y tirante de 3.50 m. La transición entre ambas estructuras tiene un revestimiento cuyo factor de fricción de Manning es $n=0.018$. Determinar la geometría completa de la transición, el perfil de la super-

ficie libre del agua y de la línea de energía a lo largo de la misma.

Solución. El área hidráulica al principio de la transición (corresponde a la del túnel) vale: $A_1 = 4 \times 4.63 = 18.52 \text{ m}^2$, su perímetro mojado es:

$$P_1 = 4 + 2 \times 4.63 = 13.26 \text{ m},$$

la velocidad media: $V_1 = 50/18.52 = 2.70 \text{ m/s}$,
la carga de velocidad: $V_1^2/2g = 0.372 \text{ m}$
y la energía específica: $E_1 = 4.63 + 0.372 = 5.002 \text{ m}$.

De la misma manera, la sección final de la transición corresponde al canal y las magnitudes correspondientes son: $A_3 = (4.50 + 3.50) 3.5 = 28 \text{ m}^2$,

$$P_3 = 4.5 + 2 \sqrt{2} \times 3.5 = 14.399 \text{ m}, \quad V_3 = 1.786 \text{ m/s},$$

$$V_3^2/2g = 0.163 \text{ m} \text{ y } E_3 = 3.50 + 0.163 = 3.663 \text{ m}.$$

Los números de Froude, al principio y final de la transición respectivamente, son:

$$Fr_1 = 2.70 / \sqrt{9.81 \times 4.63} = 0.4$$

$$Fr_3 = 1.786 / \sqrt{9.81 [28/(4.5 + 2 \times 1 \times 3.5)]} = 0.366,$$

éste último calculado con el tirante medio de la sección. Estos valores muestran que la transición se va a realizar para unir dos canales a régimen subcrítico, esto es, manteniendo el régimen.

Siguiendo el criterio de Hinds, la longitud mínima de la transición es:

$$l = \frac{B_3 - B_1}{2 \tan 12^\circ 30'} = \frac{(4.5 + 2 \times 1 \times 3.5) - 4}{2 \tan 12^\circ 30'} = 16.915 \text{ m}$$

Se elige una longitud de 17 m y para el análisis del perfil de la superficie del agua se utilizan 5 tramos de 3.40 m de longitud.

Puesto que las dimensiones de la sección aumentan en el sentido del flujo, se trata de una expansión, eligiendo un diseño recto del tipo mostrado en la Fig. 6.12d. En este caso, la pérdida por convección se determina de la Ec. (6.9a) en la que $C_o = 0.30$:

$$h_c = 0.30 \left[\left(\frac{28}{18.52} \right)^2 - 1 \right] 0.163 = 0.063 \text{ m}$$

La pérdida de fricción se puede calcular mediante la fórmula de Manning, utilizando la pendiente media de fricción. Esto es, para el túnel, se tiene que:

$$S_{f_1} = \left(\frac{2.7 \times 0.018}{(18.52/13.26)^{2/3}} \right)^2 = 0.001513$$

y para el canal resulta que:

$$S_{f_3} = \left(\frac{1.76 \times 0.018}{(28/14.399)^{2/3}} \right)^2 = 0.000426$$

y la pérdida de fricción es:

$$h_f = \frac{(0.001513 + 0.000426)}{2} \times 17 = 0.0165$$

La pérdida total vale $h_p = 0.063 + 0.0165 = 0.079$ m y de la ec. (6.10) el desnivel total para compensar dicha pérdida resulta:

$$\delta = 5.002 - (3.663 + 0.079) = 1.26 \text{ m}$$

El signo positivo para δ indica que el piso del canal debe ascender en el sentido del flujo. También es posible diseñar dicho ascenso mediante un perfil suave, logrado mediante una parábola que revierta alrededor del punto medio de la transición y vértices en la entrada y salida; sin embargo, su trazo puede presentar algunas dificultades durante su construcción. En ese caso es preferible que dicho ascenso se logre con un perfil recto de pendiente constante.

El análisis del perfil de la línea de energía y de la superficie libre del agua en la transición, se realiza utilizando 5 tramos de 3.40 m de longitud y considerando que la pérdida total se reparte proporcionalmente en dichos tramos. El ancho de plantilla y el talud varía también linealmente a lo largo de la transición, para tener una superficie alabeada en las paredes del canal. La Fig. 6.16 muestra estas consideraciones.

De esta manera, la línea de energía desciende uniformemente una cantidad igual a $0.079/5 = 0.0158$ m y la ta-

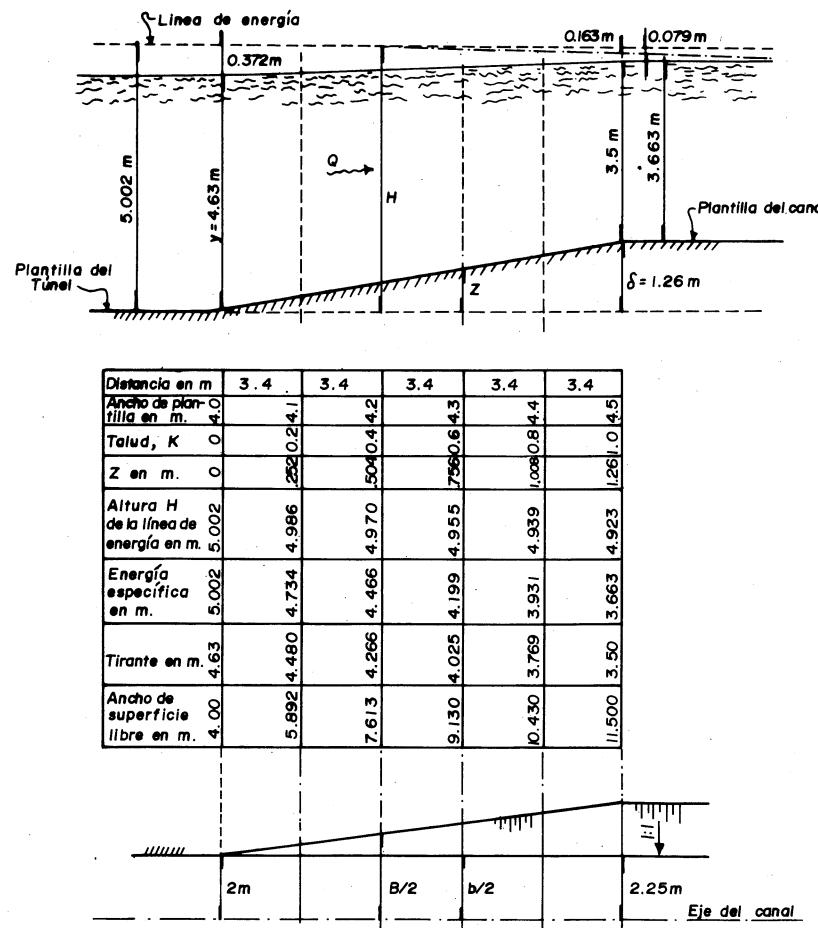


Fig. 6.16 Transición del ejemplo 6.2

bla de la Fig. 6.16 indica la altura H de la línea de energía en cada sección, medida a partir del nivel de plantilla de la sección final del túnel.

Conocida la altura z del piso de la transición en cada sección (medida desde el piso de la sección final del túnel), se puede calcular la energía específica en la misma como sigue:

$$E = H - z$$

Mediante un proceso iterativo se determina el tirante en cada sección para cada energía específica que resulte. Finalmente, el ancho de la superficie libre en cada sección resulta:

$$E = b + 2 k y$$

Estos resultados se presentan en la Fig. 6.16.

Ejemplo 6.3. Un canal trapezoidal tiene 5.50 m de ancho de plantilla y talud $k = 2$, excavado en tierra con $n = 0.018$ (Manning) y para una pendiente $S_0 = 0.00025$, tiene un tirante normal en flujo uniforme $y_0 = 1.31$ m. Por razones topográficas se hace necesario continuarlo sobre un puente canal de sección rectangular con 3.80 m de ancho de plantilla y gran longitud, construido de concreto con $n = 0.014$ (Manning) y una pendiente $S_0 = 0.0009$. Una vez terminado el puente - canal, el escurrimiento debe continuar por un canal con la misma sección que el primero, pero con una pendiente $S_0 = 0.0004$, manteniendo $n = 0.018$. Diseñar la geometría de las transiciones de entrada y salida al puente-canal y calcular el perfil que adopta la superficie libre del agua en las mismas.

Solución. Las propiedades geométricas del canal aguas arriba son:

$$A = (5.50 + 2 \times 1.31) 1.31 = 10.6372 \text{ m}^2$$

$$P = 5.50 + 2 \sqrt{1 + 2^2} \times 1.31 = 11.3585 \text{ m}$$

$$R_h = 0.9365 \text{ m}$$

La velocidad y gasto en el canal son entonces:

$$V = \frac{1}{0.018} (0.9365)^{2/3} (0.00025)^{1/2} = 0.8408 \text{ m/s}$$

$$Q = 10.6372 \times 0.8408 = 8.9439 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para el cálculo del tirante crítico en el canal, se tiene que:

$$\frac{Qk^{3/2}}{b^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{8.9439 \times 2^{3/2}}{5.50^{5/2} \sqrt{9.81}} = 0.1139$$

y de la Fig. 3.9 se obtiene que: $k y_c/b = 0.218$, o sea que:

$$y_c = \frac{0.218 \times 5.50}{2} = 0.5995 \text{ m} < 1.31$$

Por tanto, el régimen es subcrítico.

Suponiendo que el tirante normal en el puente-canal fuera $y_0 = 1.304$ m, las propiedades geométricas de la sección serían:

$$A = 3.80 \times 1.304 = 4.9552 \text{ m}^2$$

$$P = 3.80 + 2 \times 1.304 = 6.408 \text{ m}$$

$$R_h = 0.7733 \text{ m}$$

La velocidad y gasto serían entonces:

$$V = \frac{1}{0.014} (0.7733)^{2/3} (0.0009)^{1/2} = 1.8053 \text{ m/s}$$

$$Q = 4.9552 \times 1.8053 = 8.9457 \text{ m}^3/\text{s} \approx 8.9439$$

El gasto calculado coincide prácticamente con el gasto

en el canal, por lo cual el tirante normal $y_0 = 1.304 \text{ m}$ (supuesto) es correcto. Por otra parte, con un gasto unitario: $q = 8.9439/3.80 = 2.3537 \text{ m}^3/\text{seg/m}$, el tirante crítico es:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{2.3537^2}{9.81}} = 0.827 \text{ m} < 1.304 \text{ m}$$

Por tanto, el régimen en el puente-canal es también subcrítico.

De la misma manera, para el canal aguas abajo del puente-canal suponemos que su tirante normal es $y_0 = 1.154 \text{ m}$ y las propiedades geométricas:

$$A = (5.50 + 2 \times 1.154) 1.154 = 9.0104 \text{ m}^2$$

$$P = 5.50 + 2 \sqrt{1 + 2^2} 1.154 = 10.6608 \text{ m}$$

$$R_h = 0.8452 \text{ m}$$

La velocidad y el gasto serían:

$$V = \frac{1}{0.018} (0.8452)^{2/3} (0.0004)^{1/2} = 0.9933 \text{ m/s}$$

$$Q = 9.0104 \times 0.9933 = 8.9496 \text{ m}^3/\text{s} \approx 8.9439 \text{ m}^3/\text{s}$$

Lo que significa que el tirante normal $y_0 = 1.154 \text{ m}$ (supuesto) es correcto; además, es mayor que el crítico, por lo que el régimen es también subcrítico.

Longitud de las transiciones. La transición de salida será una expansión alabeada, cuya longitud se podría obtener con la relación de convergencia de la Fig. 6.11b, con la salvedad de que dicha relación se refiere a los anchos que se tengan al nivel de la superficie del agua. Esto es, la longitud resulta:

$$l = 4 \left[\left(\frac{b_3}{2} + k y_3 \right) - \frac{b_1}{2} \right] =$$

$$4 \left[\left(\frac{5.50}{2} + 2 \times 1.154 \right) - \frac{3.80}{2} \right] = 12.632 \text{ m}$$

De la misma manera, para la transición de entrada (contracción) la longitud, con el mismo criterio, vale:

$$l = 4 \left[\left(\frac{5.50}{2} + 2 \times 1.31 \right) - \frac{3.80}{2} \right] = 13.88 \text{ m}$$

Como en el caso de la contracción el ángulo de convergencia adquiere menos importancia que en la expansión, elegimos la longitud de 12.632 m para ambas transiciones con el fin de obtener diseños geométricos similares.

Pérdida de energía. En el caso de la transición de entrada, la pérdida total de energía -incluida la de fricción- con la Ec. (6.9b) resulta:

$$h_C = C_i \left[1 - \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^2 \right] \frac{V_3^2}{2g} + \frac{Sf_1 + Sf_3}{2} l$$

De la Fig. 6.14a C_i vale 0.12, siendo la pérdida total como sigue:

$$h_C = 0.12 \left[1 - \left(\frac{4.9552}{10.6372} \right)^2 \right] \frac{1.8053^2}{19.62} + \frac{0.00025 + 0.0009}{2} \times 12.632 = 0.016 + 0.007$$

$$h_c = 0.023 \text{ m}$$

De acuerdo con la Ec. (6.10), para compensar la pérdida y el cambio de sección el desnivel en el piso es

$$\delta = 1.31 + \frac{0.8408^2}{19.62} - (1.304 + \frac{1.8053^2}{19.62} + 0.023) = -0.147 \text{ m}$$

Este resultado implica que la plantilla al inicio del puente-canal, debe tener un desnivel de 0.147 m por debajo del piso del canal aguas arriba. Este desnivel se repartirá uniformemente a lo largo de la transición.

Para la transición de salida, $c_0 = 0.20$ en la ec. (6.9a); en este caso la pérdida total vale:

$$h_c = 0.20 \left[\left(\frac{9.0104}{4.9552} \right)^2 - 1 \right] \frac{0.9933^2}{2g} + \frac{0.0009 + 0.0004}{2} \times 12.632$$

$$h_c = 0.023 + 0.008 = 0.031 \text{ m}$$

Finalmente, de la Ec. (6.10) resulta:

$$\delta = 1.304 + \frac{1.8053^2}{19.62} - (1.154 + \frac{0.9933^2}{19.62} + 0.031) = 0.235 \text{ m}$$

Ahora resulta signo positivo para δ , lo que implica que el piso al inicio del canal aguas abajo debe quedar por encima del piso de la sección final del puente canal. El desnivel se distribuirá a lo largo de la transición.

Por lo que se refiere al bordo libre, se sigue el mismo criterio de la Fig. 2.16, de la cual, para el gasto calculado resulta un bordo libre total de 0.80 m y una altura del revestimiento de 0.30 m.

Diseño geométrico de la transición de entrada. Para reducir gradualmente el ancho de plantilla y de bordos, se utilizan arcos de círculo, tangentes en un punto c_0

locado a una distancia de $3\ell/8$ para la de entrada y de $5\ell/8$ para la de salida, desde el inicio de la misma, como se indica en la Fig. 6.17a.

De la figura 6.17a resulta que:

$$\tan \theta = \frac{3a/8}{3\ell/8} = \frac{a}{\ell}$$

$$\tan 2\theta = \frac{3\ell/8}{R_1 - 3a/8}$$

siendo además:

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

resulta entonces que:

$$R_1 = \frac{3}{16} \left(\frac{\ell^2}{a} + a \right)$$

Por un desarrollo análogo se obtiene que:

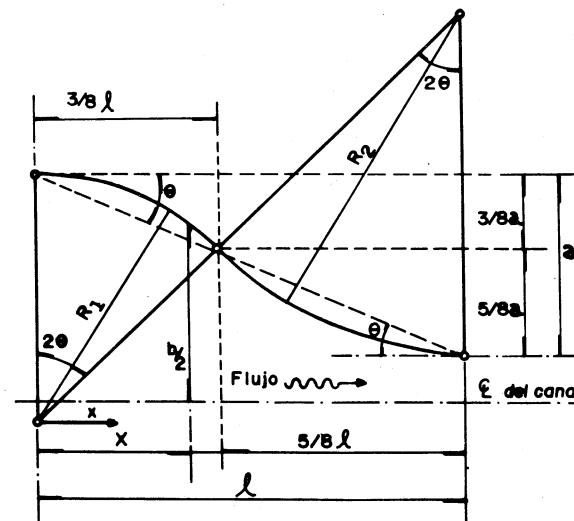
$$R_2 = \frac{5}{16} \left(\frac{\ell^2}{a} + a \right)$$

Fig. 6.17a Diseño geométrico en planta de la transición de entrada en el ejemplo 6.3.

Estos resultados se pueden utilizar para el diseño en planta, tanto de la traza de la plantilla como de los bordos. En el caso de la plantilla se tiene que:

$$a = \frac{5.50 - 3.80}{2} = 0.85 \text{ m}; \quad \ell = 12.632 \text{ m}$$

$$R_1 = \frac{3}{16} \left(\frac{12.632^2}{0.85} + 0.85 \right) = 35.358 \text{ m}$$



$$R_2 = \frac{5}{16} \left(\frac{12.632^2}{0.85} + 0.85 \right) = 58.930 \text{ m}$$

Con estos valores de los radios, se puede obtener la variación del ancho de plantilla mediante las siguientes ecuaciones:

$$\frac{b}{2} = \sqrt{35.358^2 - x^2} - 32.608 \quad \text{para } 0 \leq x \leq 4.737 \text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = 60.830 - \sqrt{58.930^2 - (12.632 - x)^2} \\ \text{para } 4.737 \leq x \leq 12.632 \text{ m}$$

$$\text{donde } 3\ell/8 = 4.737 \text{ m}$$

De la misma manera, para los bordos:

$$a = \frac{5.50 + 2 \times 2 (1.31 + 0.80) - 3.80}{2} = 5.07 \text{ m}$$

$$R_1 = \frac{3}{16} \left(\frac{12.632^2}{5.07} + 5.07 \right) = 6.852 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{5}{16} \left(\frac{12.632^2}{5.07} + 5.07 \right) = 11.42 \text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{6.852^2 - x^2} + 0.118 \quad \text{para } 0 \leq x \leq 4.737 \text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = 13.32 - \sqrt{11.42^2 - (12.632 - x)^2}$$

$$\text{para } 4.737 \leq x \leq 12.632$$

Diseño geométrico de la transición de salida. La geometría se diseña de manera similar a la anterior y en planta se presenta en la Fig. 6.17b.

Debido a que "a" es igual que en la transición de entrada, los radios para la plantilla son los mismos para esta transición. Es decir:

$$a = 0.85$$

$$\ell = 12.632 \text{ m}$$

$$R_1 = 35.358 \text{ m}$$

$$R_2 = 58.930 \text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = 37.258 - \sqrt{35.358^2 - x^2}$$

$$\text{para } 0 \leq x \leq 4.737 \text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{58.93^2 - (12.632 - x)^2}$$

$$- 56.18$$

$$\text{para } 4.737 \leq x \leq 12.632 \text{ m}$$

En el caso de los bordos, el valor de a difiere del obtenido en el caso anterior. Ahora vale:

$$a = \frac{5.50 + 2 \times 2 (1.154 + 0.80) - 3.80}{2} = 4.758 \text{ m}$$

$$R_1 = \frac{5}{16} \left(\frac{12.632^2}{4.758} + 4.758 \right) = 11.967 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{3}{16} \left(\frac{12.632^2}{4.758} + 4.758 \right) = 7.180 \text{ m}$$

$$\frac{b}{2} = 13.867 - \sqrt{11.967^2 - x^2} \quad \text{para } 0 \leq x \leq 7.895 \text{ m}$$

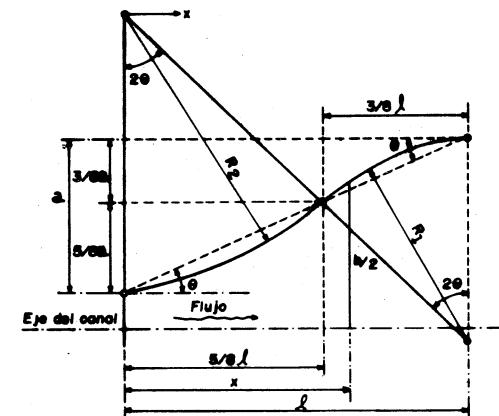


Fig. 6.17b Diseño geométrico en planta de la transición de salida en el ejemplo 6.3.

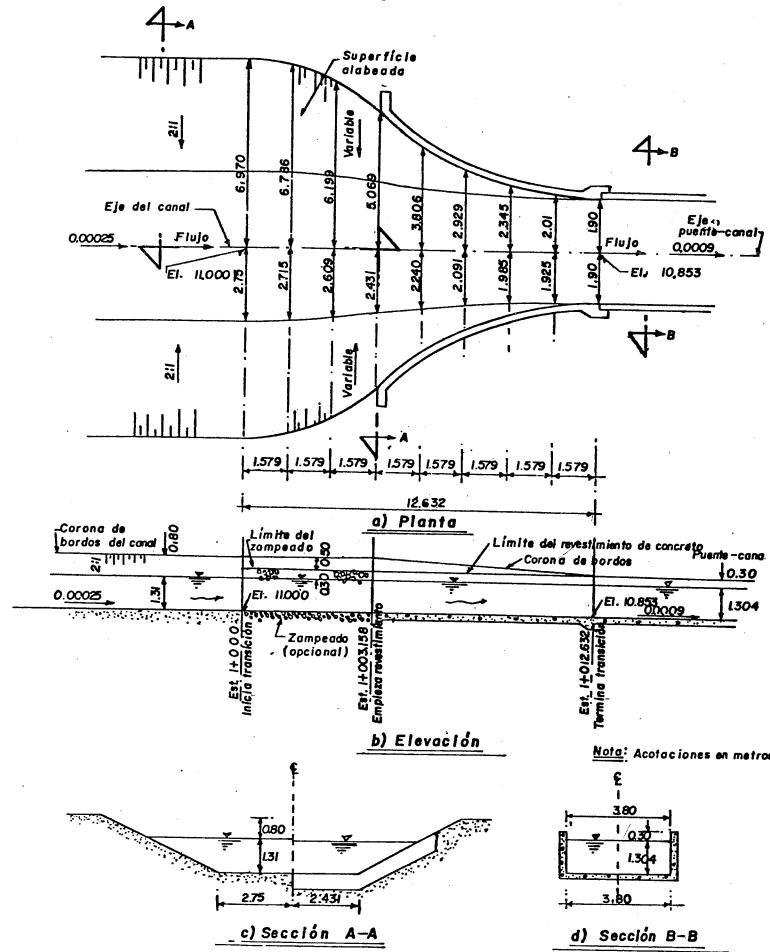


Fig. 6.18 Transición de entrada del ejemplo 6.3

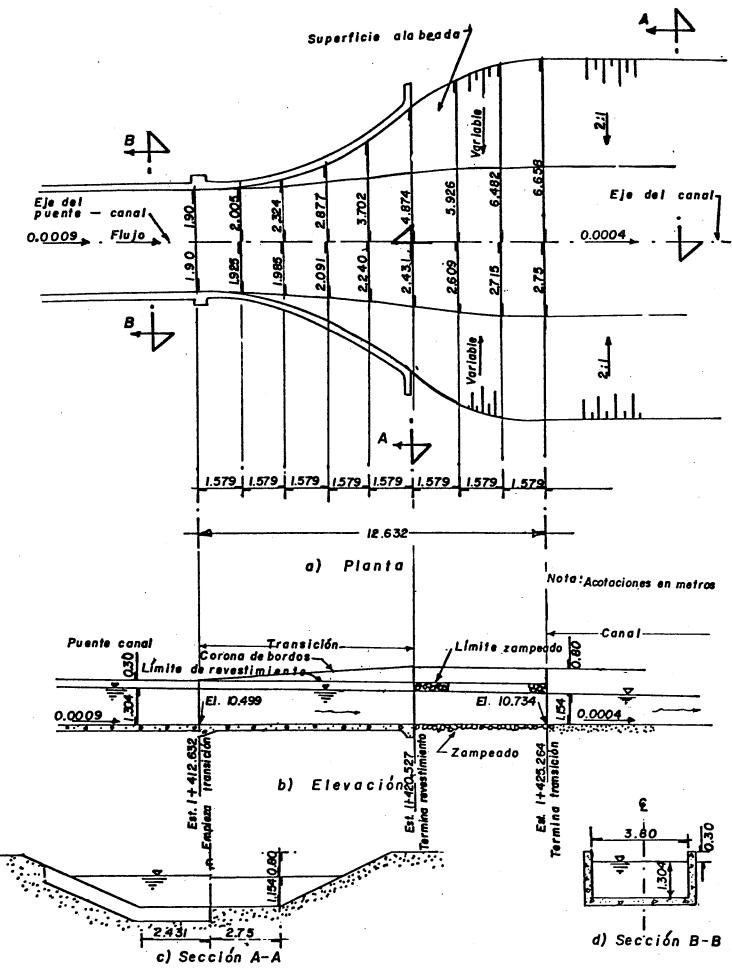


Fig. 6.19 Transición de salida del ejemplo 6.3

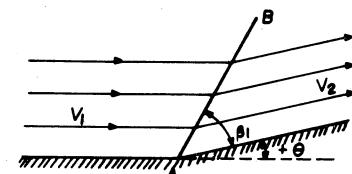
$$\frac{b}{2} = \sqrt{7.180^2 - (12.632 - x)^2} - 0.522$$

para $7.895 \leq x \leq 12.632$ m

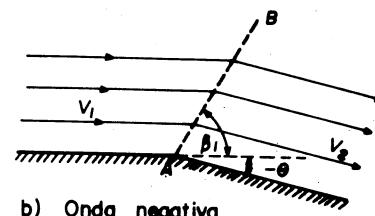
Las Figs. 6.18 y 6.19 muestran la geometría completa de las transiciones de entrada y salida.

6.3.3 Cambios de sección en régimen supercrítico

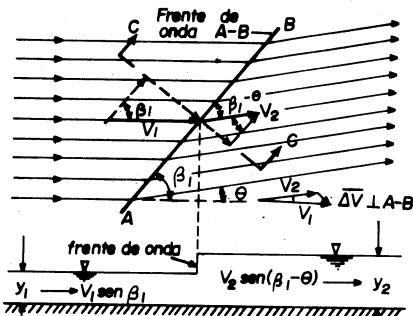
6.3.3.1 Teoría de la onda oblicua. Cuando se modifica la alineación de la pared lateral de un canal con flujo a régimen supercrítico, se produce una onda estacionaria que incrementa bruscamente el tirante (onda positiva) a lo largo del frente cuando la deflexión acerca la pared al escurrimiento (Fig. 6.20a), esto es, la pared lateral deflecta hacia el interior del escurrimiento, o lo disminuye (onda negativa) cuando aleja la pared del escurrimiento (Fig. 6.20b), esto es, la pared deflecta hacia el exterior. En ambos casos, la onda es superficial, estacionaria, oblicua y se prolonga hacia aguas abajo, siendo similar a la onda de Mach típica del flujo supersónico de un gas.



a) Onda positiva



b) Onda negativa



c) Análisis de la onda positiva

Fig. 6.20 Frente de onda oblicua estacionaria

El análisis de la onda oblicua positiva se realiza bajo la hipótesis de un canal horizontal. La Fig. 6.20c muestra las características del flujo cuando ocurre una onda positiva que forma el ángulo β_1 con la dirección original de la corriente. Esta deflecta el ángulo θ y crece su tirante de y_1 a y_2 , a lo largo del frente A - B de la figura. Antes y después del frente de onda, la velocidad tiene componentes tangencial y normal al mismo. La componente tangencial debe ser igual a ambos lados del frente debido a que éste no modifica su posición y con ello dicha componente define a la celeridad de la onda. Lo anterior implica que:

$$V_1 \cos \beta_1 = V_2 \cos (\beta_1 - \theta) \quad (6.11)$$

Por otra parte, al considerar las componentes de velocidad normales al frente de onda, la ecuación de continuidad es:

$$V_1 y_1 \sin \beta_1 = V_2 y_2 \sin (\beta_1 - \theta) \quad (6.12a)$$

De la definición de número de Froude (al sustituir a la velocidad $V = Fr \sqrt{gy}$), la ecuación anterior también se puede escribir como sigue:

$$\frac{Fr_2}{Fr_1} = \frac{\sin \beta_1}{\sin (\beta_1 - \theta)} \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^{3/2} \quad (6.12b)$$

Además, dividiendo la Ec. (6.12a) entre la (6.11) y despejando y_2/y_1 , resulta que:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{\tan \beta_1}{\tan (\beta_1 - \theta)} \quad (6.13)$$

El establecimiento de la ecuación de momentum, por unidad de longitud de onda y en dirección perpendicular al frente de la misma, conduce a que:

$$\frac{y_2^2 - y_1^2}{2} = \frac{q}{g} \left[V_1 \sin \beta_1 - V_2 \sin (\beta_1 - \theta) \right]$$

O bien, si se toma en cuenta la Ec. (6.12a) y se simplifica, resulta que:

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \frac{y_2}{y_1} - 2 Fr_1^2 \sin^2 \beta_1 = 0$$

cuya solución es:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 Fr_1^2 \sin^2 \beta_1} - 1 \right) \quad (6.14)$$

Si en la ecuación anterior $\beta_1 = 90^\circ$, la resultante coincide con la ecuación ordinaria del salto hidráulico en canales rectangulares (Ec. 4.7) y el frente de onda se sitúa en dirección perpendicular al flujo. La Ec. (6.14) se puede también expresar como sigue:

$$\sin \beta_1 = \frac{1}{Fr_1} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{y_2}{y_1} \left(\frac{y_2}{y_1} + 1 \right)} \quad (6.15)$$

Al eliminar y_2/y_1 en las Ecs. (6.13) y (6.14), se tiene que:

$$\tan \theta = \frac{\tan \beta_1 (\sqrt{1 + 8 Fr_1^2 \sin^2 \beta_1} - 3)}{2 \tan^2 \beta_1 + \sqrt{1 + 8 Fr_1^2 \sin^2 \beta_1} - 1} \quad (6.16)$$

lo que permite obtener el valor de β_1 en términos de Fr_1 y θ . Sin embargo, la solución directa de esta ecuación para β_1 en términos de Fr_1 y θ , es prácticamente imposible. Para eliminar este problema, Ippen (Ref. 34) preparó las gráficas en cuatro cuadrantes de la Fig. 6.21 que resuelve simultáneamente las relaciones indicadas por las ecs. (6.13) a (6.16) y que pueden usarse para la solución en la teoría de la onda oblicua.

La observación de la Fig. 6.21 permite obtener las siguientes características:

- 1) Para cada valor de Fr_1 , existe un máximo para θ que se localiza en la proximidad de la línea divisoria entre régimen supercrítico y subcrítico, esto es, para $Fr_2 = 1$.
- 2) Con excepción del máximo, para todos los valores posibles de θ se obtienen dos de β_1 , siendo de interés práctico el menor que corresponde a $Fr_2 > 1$. El valor mayor de β_1 para $Fr_2 < 1$ es poco importante debido a que para el flujo subcrítico las condiciones de aguas abajo tienen tanta influencia como la deflexión de la pared.
- 3) Para cada valor Fr_1 , existe un máximo de y_2/y_1 , que corresponde a $\beta_1 = 90^\circ$ y al caso del salto hidráulico convencional.
- 4) Cuando $\beta_1 = 90^\circ$, el ángulo de deflexión θ vale cero para todos los valores de Fr_1 . Esto significa que el salto hidráulico convencional es resultado del control realizado desde aguas abajo y no de una deflexión en la pared.
- 5) A medida que Fr_1 se aproxima a uno, y_2/y_1 y Fr_2 también se aproxima a uno, mientras que $\beta_1 = 90^\circ$ para $\theta = 0$. Por otra parte, no existen soluciones reales para $Fr_1 < 1$ y en el caso de régimen crítico, un disturbio de magnitud infinitamente pequeña tiene un ángulo de onda de 90° que equivale a la condición límite.

Como se observa en la Fig. 6.21, la teoría no contempla el caso de relaciones $y_2/y_1 < 1$, esto es, sus aplicaciones prácticas se restringen a una onda oblicua positiva, formada en un canal de sección rectangular horizontal o con pendiente longitudinal, en el que se presenta flujo esencialmente uniforme antes del cambio angular. Así mismo, la teoría no se puede utilizar para determinar las condiciones del flujo con ángulo de deflexión negativo, ya que en una onda de este signo no es posible la suposición de distribución hidrostática de la presión en la proximidad del punto de

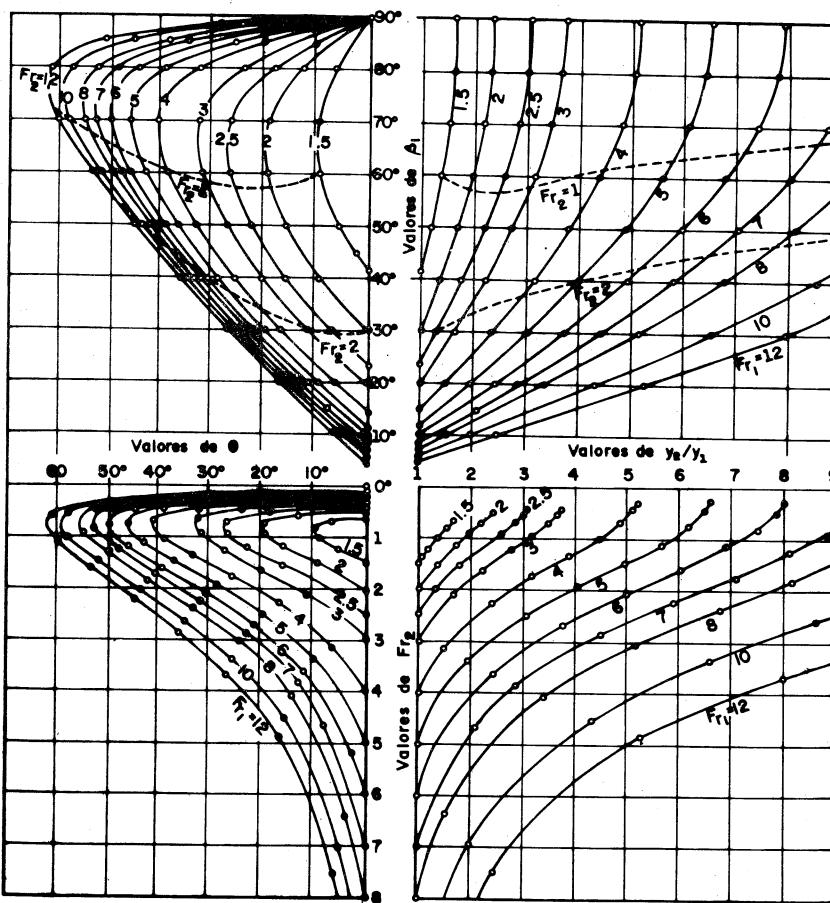


Fig. 6.21 Relaciones generales entre Fr_1 , θ , β_1 , y_2/y_1 y Fr_2 en la teoría de la onda oblicua (Ref. 2)

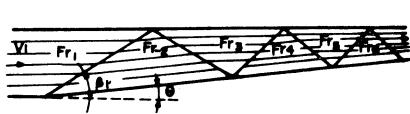
deflexión de la pared. Para esta situación y en caso de cambio brusco en la alineación de la pared, se presenta un cambio gradual del tirante y el problema se trata en el inciso 6.3.3.4 como una expansión.

El cambio de tirante, positivo o negativo, solamente puede existir cuando efectivamente se modifica la alineación de la pared de un canal y no puede ocurrir en caso de una pared rectilínea limpia. Una vez generada la perturbación, ésta se propaga desde una pared a la otra y actúa sobre el flujo modificando la dirección de sus líneas de corriente para reorientarlas según la nueva dirección de la pared.

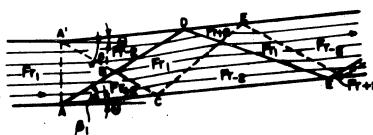
Por otra parte, una onda oblicua rara vez ocurre de manera aislada en un canal ordinario, ya que más bien se desarrollan ondas múltiples por el efecto de otras fuentes de signo opuesto, de reflexiones sobre la pared opuesta y de intersecciones con otros frentes de onda. Los disturbios producidos pueden transmitirse a una distancia considerable hacia aguas abajo y modificar fuertemente las características del escurrimiento.

Una onda positiva se produciría en el caso de la deflexión θ de una de las paredes del canal acercándose al escurrimiento, como en la Fig. 6.22a. El frente de onda se propagaría hacia aguas abajo y se reflejaría sucesivamente en las paredes, de acuerdo con las leyes de reflexión e interferencia. Dicho frente no produciría modificaciones del flujo aguas arriba del mismo, pero hacia abajo crearía campos de número de Froude Fr_2 , Fr_3 , etc. decreciente, ya que el tirante aumentaría progresivamente cada vez que el flujo cruzara cada frente de onda.

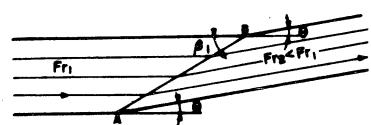
La superposición de efectos por deflexiones simultáneas en la alineación de ambas paredes, como en la Fig. 6.22b produce dos frentes de onda, uno positivo en el punto de inflexión A, el otro negativo en el punto A' (como el de la Fig. 6.20b). Ambos frentes se intersectan en B y continúan reflejándose en las paredes opuestas y con ello crean una conformación de disturbios de ondas positivas y negativas que se suman algebraicamente en los puntos de intersección. Cuando el flujo cruza el frente positivo generado en A, se reorienta el ángulo θ para seguir la nueva dirección de la pared, incrementa su tirante y crea el campo de



a) Deflexión angular en una pared produciendo un frente positivo.



b) Deflexión angular de las dos paredes produciendo frentes positivo y negativo.



c) Eliminación de un frente positivo.



d) Eliminación de un frente negativo.

Fig. 6.22 Configuración de los frentes de onda en un canal rectangular con flujo supercrítico, donde cambia la alineación de sus paredes.

números de Froude de Fr_2 , aguas abajo de dicho frente. El frente negativo generado en A' actúa de manera similar, pero disminuye el tirante creando el campo de número de Froude de Fr_{-2} , aguas abajo de dicho frente. El positivo continúa más allá de B y entra en un campo de flujo de características Fr_{-2} y lo reorienta en una nueva dirección, con un ángulo β_1 menor que el original con que se generó dicho frente, deflectando las líneas de corriente para acercarse a ellas y restablecer las características originales a un campo de número de Fr_1 aguas abajo del frente BD. A su vez el frente negativo BC entra en el campo de características hidráulicas Fr_{-2} y deflecta las líneas de flujo para alinear las aguas abajo del frente en la misma dirección de aquellas que se encuentran aguas abajo del frente BD, restaurando así el flujo al valor original Fr_1 . A lo largo de la pared AC el tirante se eleva, mientras que

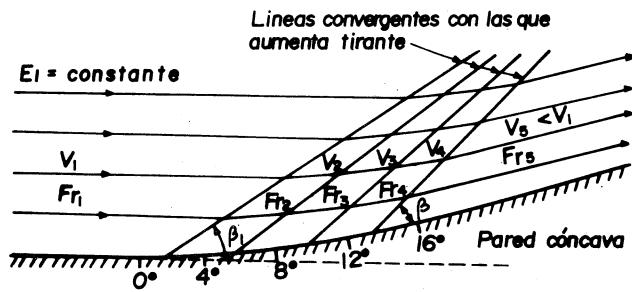
entre los puntos A'D, disminuye respecto del valor original por influencia de los frentes AD y A'C y sus reflexiones. Por consiguiente, a lo largo de las paredes se alternarán tirantes mayores y menores que y_1 , creciendo cuando se trate de puntos de reflexión de onda positiva y disminuyendo cuando lo sean de onda negativa. El flujo aguas abajo de los frentes ABA' siempre estará perturbado a menos que se establezcan cambios angulares adicionales. Los cambios de alineación de las paredes podrían realizarse de tal forma que se eliminen las perturbaciones indeseables. La Fig. 6.22c ilustra la manera en que la onda positiva producida en A se eliminaría en el punto de reflexión B sobre la pared opuesta, si en dicho punto se produce un cambio angular que aleje la pared del escurrimento y genere una onda negativa. La Fig. 6.22d muestra una segunda posibilidad, donde la onda negativa que se origina en A' es eliminada por la positiva que se produciría en B si en dicho punto se hace un cambio angular que acerque la pared al escurrimento y produzca el cambio deseado.

6.3.3.2 Teoría de las perturbaciones pequeñas.

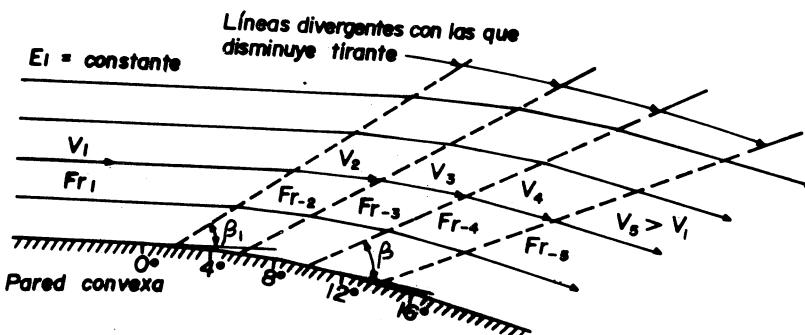
Los cambios angulares de la pared, mostrados en las Figs. 6.2 a y b, se sustituyen ahora por los cambios graduales equivalentes que indican las Figs. 6.23 a y b respectivamente. El cambio gradual se puede suponer que se reemplaza por una secuencia de cuerdas cortas, cada una de las cuales deflecta un pequeño ángulo $\Delta\theta$ respecto de la anterior, como se indica en las Figs. 6.23 para deflexiones de curvatura cóncava o convexa.

En caso de pared cóncava (Fig. 6.23a), cada deflexión $\Delta\theta$ de la pared produce un cambio angular gradual en las líneas de corriente y líneas de perturbación positiva de inclinación cada vez mayor y por tanto convergentes. Dichas líneas producen un crecimiento gradual del tirante en cada intersección y crean campos de flujo de número de Froude decreciente.

En el caso de curvatura convexa (Fig. 6.23b) cada deflexión $\Delta\theta$ de la pared produce líneas de perturbación negativa de inclinación cada vez menor y por tanto divergentes y a su vez un decrecimiento gradual del tirante en cada intersección, creando así campos de flujo con números de Froude sucesivamente creciente.



- a) Frentes de perturbación positiva producidos a lo largo de una pared cónica.



- b) Frentes de perturbación negativa producidos a lo largo de una pared convexa.

Fig. 6.23 Configuración de los frentes de perturbación producidos en la proximidad de la pared de un canal de flujo supercrítico.

Para las condiciones antes señaladas se observa que el tratamiento de las líneas de perturbación, positivas o negativas, difiere del considerado para una deflexión angular de la pared. En este caso se observa un crecimiento o decrecimiento gradual y continuo del tirante, distinto del cambio brusco estudiado

para la onda oblicua aislada. Para esta situación es factible desarrollar la teoría de las pequeñas perturbaciones aceptando que los frentes de onda se producen por cambios con ángulos de deflexión $\Delta\theta$ pequeños, que inducen incrementos Δy en el tirante también pequeños.

Al existir un disturbio pequeño, y_2 / y_1 tiende a uno y de la ec. (6.15) resulta que:

$$\sin \beta = \frac{1}{Fr} \quad (6.17)$$

Sustituyendo y por y_1 , a $y + \Delta y$ por y_2 y a $\Delta\theta$ por θ en la Ec. (6.13), se tiene que:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\tan \beta (1 + \tan \beta \tan \Delta\theta)}{\tan \beta - \tan \Delta\theta} - 1 = \frac{\sec^2 \beta \tan \Delta\theta}{\tan \beta - \tan \Delta\theta} \quad (6.18)$$

Para un ángulo de deflexión pequeño, $\tan \Delta\theta$ puede ser reemplazado por $\Delta\theta$, siendo además $\tan \Delta\theta \ll \tan \beta$, de modo que la Ec. (6.18) sería:

$$\frac{\Delta y}{\Delta\theta} = \frac{y \sec^2 \beta}{\tan \beta} = \frac{y}{\sin \beta \cos \beta}$$

y al considerar que $\Delta\theta$ tiende a cero y sustituir la Ec. (6.17), se obtiene que:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{y}{\sin^2 \beta} \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{V^2}{g} \tan \beta \quad (6.19)$$

Esta ecuación muestra cómo el tirante se incrementa continuamente a lo largo de la pared cónica de la Fig. 6.23a.

Con el fin de simplificar la solución de la Ec. (6.19) y con ello el cálculo de la elevación de la superficie libre del agua, Ippen consideró necesario aceptar las siguientes suposiciones importantes:

- a) El flujo es bidimensional
- b) El canal es horizontal

c) El flujo es sin fricción

Por lo que se refiere a las últimas suposiciones, la solución resultante incluye la aplicación a cañales con pendiente si ésta compensa la pérdida por fricción. Por otra parte, la última suposición equivale a que la energía específica E permanece constante y que el flujo es con potencial. Siendo

$V = \sqrt{2g(E-y)}$, al sustituir en las ecs. (6.17) y (6.19) y eliminar a β , se obtiene que:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{2(E-y)}{\sqrt{2E-3y}}$$

La solución exacta de esta ecuación es:

$$\theta + \theta_1 = \sqrt{3} \text{ áng } \tan \sqrt{\frac{3y}{2E-3y}} - \text{ (6.20)}$$

$$\text{áng } \tan \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3y}{2E-3y}}$$

Puesto que la energía específica vale:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{yFr^2}{2} = y \left(1 + \frac{Fr^2}{2}\right) \quad (6.21)$$

Al sustituir la ec. (6.21) en la (6.20), ésta última también es:

$$\theta + \theta_1 = \sqrt{3} \text{ áng } \tan \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{Fr^2 - 1}} - \text{ áng } \tan \frac{1}{\sqrt{Fr^2 - 1}} \quad (6.22)$$

La Fig. 6.21 presenta la solución gráfica de la ec. (6.22).

La constante de integración θ_1 se determina de

la Ec. (6.22) o de la Fig. 6.24, a partir de la condición de que para $\theta = 0$ el número de Froude es el inicial Fr_1 . El valor de θ_1 obtenido se mantiene constante en el resto de los cálculos.

En las ecs. (6.20) y (6.22) cada valor de θ determina un valor de y , no sólo sobre la pared si no también a lo largo de una línea radiando desde la misma, como en la Fig. (6.23).

La línea representa a una componente de la serie de frentes de onda, cada uno originado por un cambio pequeño en θ . Para ser consistente con el ángulo β representado en la Fig. 6.20a, éste debe definirse como el ángulo entre la tangente a la curva de la pared y la línea de perturbación como en la Fig. 6.23 y calcularse con la Ec. (6.17). Esto se debe a que el líquido que está próximo a cruzar cada frente de onda en cualquier posición, se mueve paralelo a la tangente a la pared. El tirante se obtiene de la Ec. (6.21) manteniendo la energía específica inicial constante en la zona curva y a partir del número de Froude obtenido de la Ec. (6.22), resultando el máximo en el punto en que termina la pared cóncava y el mínimo en el que termina la pared convexa.

En el caso de la pared convexa en la Fig. 6.23b, cada disminución del tirante corresponde a una línea de perturbación negativa generada por cada deflexión angular $\Delta\theta$. Los ángulos β decrecen, las velocidades V y los números de Froude aumentan. Debido a que los ángulos β de las líneas de perturbación se producen respecto al flujo precedente, aquellas deben divergir. Aún para un cambio brusco negativo en la alineación de la pared, donde las líneas de perturbación se concentran en el punto de deflexión, el cambio de tirante es gradual y la hipótesis de cambio diferencial del tirante sería entonces aplicable, esto es, sería válido aplicar la teoría de las perturbaciones pequeñas. Además, la hipótesis de una distribución hidrostática de presiones utilizada en la teoría de la onda oblicua, no puede ser mantenida en la vecindad del punto de deflexión, ya que en dicho punto la curvatura de las líneas de corriente es teóricamente infinita y la configuración superficial no concuerda con la experimental. Más bien, a cierta distancia del punto de deflexión, es donde la curvatura de las líneas de corriente decrece y se obtiene mejor precisión en los cálculos.

Finalmente, la teoría de las perturbaciones pequeñas tiene validez en la determinación del tirante a lo largo de una pared cóncava o convexa o de cada línea de perturbación, pero no considera la superposición de los efectos generados por la reflexión de las propias perturbaciones o por la producción de nuevas perturbaciones en la pared opuesta.

Según Ippen y Knapp (Ref. 2), es posible obtener resultados adecuados por una ecuación más simple que las Ecs. (6.20) ó (6.22) y que se obtiene de aceptar la hipótesis de que la velocidad V permanece constante en toda la zona de curvatura de la pared, en vez de energía específica constante. De la Ec. (6.19) resulta que:

$$\frac{y}{y_1} = Fr_1^2 \quad \text{sen}^2 \left(\beta_1 + \frac{\theta}{2} \right) \quad (6.23)$$

siendo desde luego también válida la Ec. (6.17). La Ec. (6.23) conduce a resultados un poco inferiores que los proporcionados por la Ec. (6.20) o la (6.22), siendo útil para cálculos aproximados.

6.3.3.3 Diseño de contracciones

En el diseño de una contracción en régimen supercrítico es posible llegar al punto de estrangular con exceso el ancho de la sección aguas abajo. Al igual que en régimen subcrítico, un primer mecanismo de estrangulamiento consiste en que se eleve el tirante aguas abajo hasta el valor del crítico, conservando todavía válida la condición de energía específica constante $E_1 = E_3$. Esto equivaldría a que las condiciones en la sección 1 antes de la contracción quedaran representadas por un punto en la rama inferior de la curva en la Fig. 3.7 y las de la sección 3 después de la contracción, por el punto correspondiente al tirante crítico.

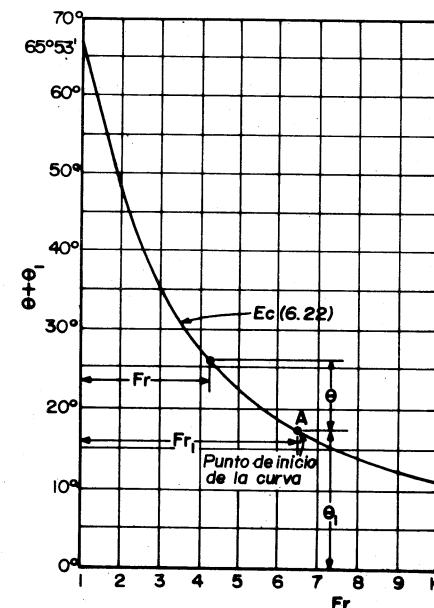


Fig. 6.24 Variación del número de Froude con el ángulo de deflexión a lo largo de una pared curva de un flujo supercrítico (Ref. 13).

La curva dibujada sobre el lado izquierdo de la Fig. 6.25 corresponde a los puntos de coordenadas (σ , Fr_1) para los que se satisface la citada condición $E_1 = E_3$ y representa el límite de estrangulamiento siguiendo este criterio.

Para el régimen supercrítico existe la posibilidad de un segundo mecanismo de estrangulamiento que consiste en que la contracción produzca un salto hidráulico aguas arriba de la misma entre las secciones 1 y 2, para el cual se verificaría igualdad de momento $M_1 = M_2$. Además, entre la sección 2 del salto y

la 3 dentro de la contracción también se verificaría que $E_2 = E_3$, y que el tirante y_3 disminuyera al valor del crítico de manera similar al del primer mecanismo.

La curva dibujada sobre la derecha de la Fig. 6.25 corresponde a los puntos para los que se satisfacen las condiciones $M_1 = M_2$ y $E_2 = E_3$, y representa la condición límite de estrangulamiento siguiendo este criterio.

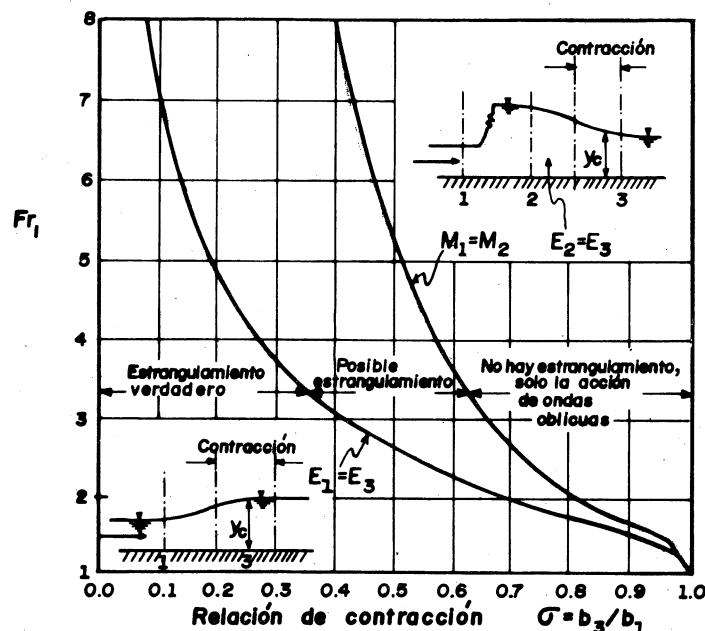


Fig. 6.25 Límite de estrangulamiento de una contracción en régimen supercrítico (ref. 13).

Las dos curvas de la Fig. 6.25 definen tres zonas. Un punto que quede sobre la zona a la izquierda de la primera curva representa las condiciones de un seguro estrangulamiento del flujo, por efecto de la contracción y de un cambio de régimen en el escurrimiento. La zona comprendida entre las dos curvas representa condiciones menos extremas y la posibilidad de un estrangulamiento si no se garantiza la prevalencia del régimen supercrítico aguas abajo de la contracción. Finalmente, para la zona a la derecha de la segunda curva, no existe el peligro de estrangulamiento si no más bien condiciones estables del flujo.

Debe ser claro que el análisis antes descrito toma en consideración únicamente la relación de contracción y el número de Froude Fr_1 aguas arriba.

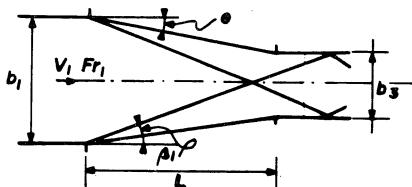
Para propósitos de diseño es conveniente tener un valor Fr_1 suficientemente grande y una relación de contracción suficientemente pequeña que evite cualquier mecanismo de estrangulamiento, pero además un número de Froude Fr_1 aguas abajo alejado de uno.

En lo que se refiere al efecto de los cambios de alineación de las paredes en la contracción, se forman líneas de perturbación positivas y negativas como resultado de los cambios simultáneos en la alineación de las dos paredes. La superposición de los efectos produce perturbaciones que se suman y también se transmiten a las paredes opuestas, donde se reflejan y crean una configuración en forma de diamante, de ondas estacionarias que pueden persistir en el canal aguas abajo. Dicha configuración puede incrementar de manera importante los requerimientos de bordo libre a lo largo del canal y de ello se deriva la necesidad de un buen diseño.

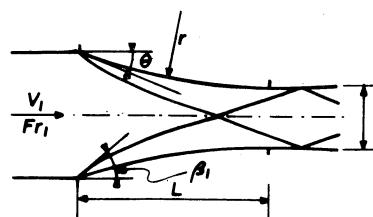
La Fig. 6.26 muestra tres diferentes geometrías típicas con que puede diseñarse la contracción de un canal rectangular a régimen supercrítico. Para compararlas es necesario estudiar su funcionamiento hidráulico, considerando las mismas dimensiones de los canales antes y después e igual longitud de contracción.

La contracción recta de la Fig. 6.26a es sencilla y en ella se producen frentes oblicuos positivos en los puntos de inflexión de ambas paredes, con ángulos de inclinación β_1 acordes con el ángulo θ . En la contracción de la Fig. 6.26b la forma de las paredes

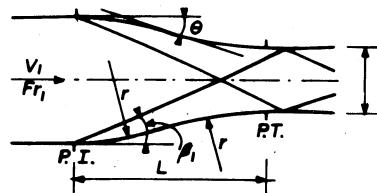
es convexa y aunque se desarrolla en la misma longitud de la anterior, el ángulo θ es mayor y produce líneas de perturbación positiva con inclinación β_1 también mayor. Finalmente, en la contracción de la Fig. 6.26c las paredes son de forma S, combinando arcos circulares de igual radio que revierten y deflectan un ángulo θ del doble producido en la contracción recta, por lo que las líneas de perturbación tienen también inclinación β_1 mayor.



a) Trazo de paredes rectas.



b) Trazo de paredes convexas



c) Trazo de paredes en forma de S

Fig. 6.26 Tipos de geometría en una contracción de un canal rectangular con régimen supercrítico

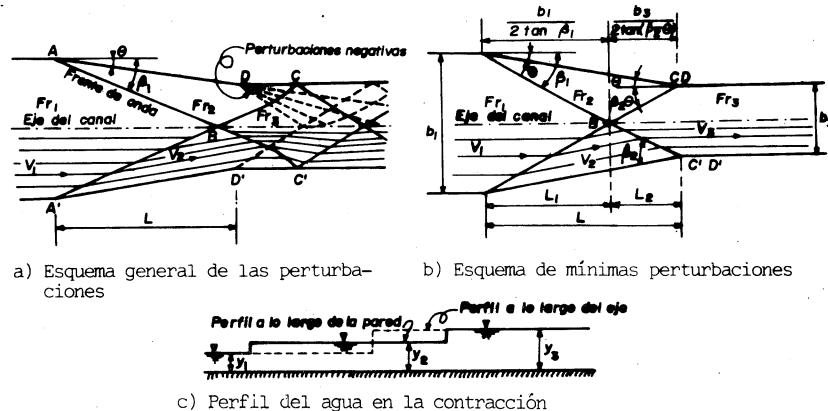
En la medida que θ crece, aumenta también el tirante aguas abajo de las líneas de perturbación, de manera que el orden de mejor o peor funcionamiento es el que tienen las figuras 6.26. En efecto, las investigaciones analíticas y experimentales de Ippen y Dawson (Ref. 35) han mostrado, que las contracciones simétricas de paredes rectas y convergentes (Fig. 6.26a) son mejores que las del trazo curvo de igual longitud, siempre que el ángulo θ de la pared sea adecuadamente elegido para lograr un comportamiento hidráulico similar al de la Fig. 6.22c. Según el U.S. Bureau of Reclamation (Ref. 21), una fórmula experimental aproximada para calcular dicho ángulo es:

$$\tan \theta = \frac{1}{3 Fr} \quad (6.24)$$

donde Fr es el número de Froude calculado con los valores promedio de tirante y velocidad que se tengan antes y después de la contracción.

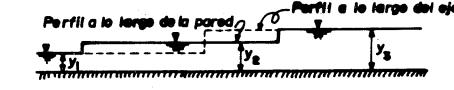
En las contracciones de pared recta se producen frentes de onda con inclinación β en los puntos A y A' al principio de la transición, los cuales se extienden e intersectan en el punto B sobre su eje, y después de sufrir algunas alteraciones, alcanzan las paredes opuestas en C y C' (Fig. 6.27a). En las regiones ABC y A'B'C' el flujo continúa a través de un nuevo campo caracterizado por el número de Froude Fr_2 y en los puntos D y D' al final de la contracción, se crean perturbaciones negativas por el nuevo cambio de alineación de las paredes y una configuración más complicada hacia aguas abajo.

A fin de tener el mínimo de perturbaciones, es necesario elegir un ángulo θ de la contracción de manera que los disturbios generados en A y A' intersecten a las paredes opuestas en D y D' y se cancelen con los negativos que se crearían en estos últimos puntos, eliminando con ello la propagación hacia aguas abajo. Esta situación se presenta en la Fig. 6.27b que también indica la geometría que se debe satisfacer de acuerdo con las líneas de perturbación generadas y la geometría de la contracción. Por supuesto, la transición nunca debe producir un cambio de régimen, esto es, Fr_3 debe ser mayor que 1 y además, es recomendable que la relación y_3/y_1 se mantenga entre los valores 2 y 3.



a) Esquema general de las perturbaciones

b) Esquema de mínimas perturbaciones



c) Perfil del agua en la contracción

Fig. 6.27 Diseño de contracciones de paredes de trazo recto y simétrico, según Ippen y Dawson (Ref. 35)

Cualquiera que sea el esquema de perturbaciones que se presente en la contracción, se debe satisfacer la ecuación de continuidad de manera que:

$$b_1 y_1 V_1 = b_3 y_3 V_3 \text{ o bien que:}$$

$$\frac{b_1}{b_3} = \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^{3/2} \frac{Fr_3}{Fr_1} \quad (6.25)$$

y también la longitud de la contracción recta es:

$$L = \frac{b_1 - b_3}{2 \tan \theta} \quad (6.26)$$

La geometría de las paredes y de los frentes de onda puede determinarse a partir de la teoría de la onda oblicua. En general se conocen las características del campo 1: y_1 , Fr_1 , b_1 y también el ancho b_3 , debiendo determinar el ángulo θ y la longitud de la contracción necesaria para lograr el esquema de mínimas perturbaciones mostrado en la Fig. 6.27b. Dicho esquema exige que la longitud de la contracción sea:

$$L = \frac{b_1}{2 \tan \beta_1} + \frac{b_3}{2 \tan (\beta_2 - \theta)}$$

O bien, al sustituir esta expresión en la Ec. (6.26), resulta que:

$$\tan (\beta_2 - \theta) = \frac{\tan \theta}{\frac{b_1}{b_3} \left(1 - \frac{\tan \theta}{\tan \beta_1} \right) - 1} \quad (6.27)$$

El diseño de la contracción puede realizarse con la teoría de la onda oblicua, pasando del campo 1 al campo 2 y reiterando el proceso, del 2 al 3. Para ello se puede utilizar la Fig. 6.21 o bien directamente las ecuaciones resultantes de la teoría.

En el caso de utilizar el diagrama de la Fig. 6.21, conviene seguir los siguientes pasos:

1. Se supone un valor de θ entre los posibles que cubre la curva correspondiente a Fr_1 en el tercer cuadrante.
2. Con Fr_1 y θ se pasa al cuarto cuadrante para obtener β_1 y al cuarto para obtener y_2/y_1 y Fr_2 .
3. Se reitera el paso anterior con el mismo valor de θ pero reemplazando a Fr_1 por Fr_2 , para obtener ahora a β_2 .
4. Sustituyendo los valores obtenidos de los pasos 2 y 3 en la Ec. (6.27), se determina otro valor de θ , mismo que deberá ser igual al supuesto en el paso 1. En caso negativo se reitera el procedimiento desde el paso 1 eligiendo un nuevo valor de θ . En caso positivo se continua con el paso 5.
5. Con los valores de θ y Fr_2 correctos, del cuarto cuadrante se determina y_3/y_2 y Fr_3 . El valor de $y_3/y_1 = (y_3/y_2)(y_2/y_1)$ conviene que sea entre 2 y 3. En caso negativo podría probarse otro ancho b_3 si las condiciones topográficas lo permiten. La longitud definitiva de la contracción se determinaría de la Ec. (6.26) y co

mo comprobación debe verificarse la Ec. (6.25).

Cuando se desea utilizar las Ecs. (6.11) a (6.16) en la solución, el proceso se alarga en virtud de que con ninguna de ellas se pueden determinar las variables indicadas en los pasos 1 y 2 anteriores sin calcular a β_1 . En esta situación es preferible utilizar el siguiente procedimiento equivalente:

1. Suponer un valor de y_2/y_1 y de la Ec. (6.15) calcular β_1 . De la Ec. (6.16) se obtiene el valor θ_1 y de la Ec. (6.12b) a Fr_2 .
2. Sustituyendo θ_1 y β_1 en la Ec. (6.27), se calcula β_2 y de la Ec. (6.16) a θ_2 .
3. Si los valores θ_1 y θ_2 no son iguales, se reitera el procedimiento desde el paso 1. En caso afirmativo se continúa con el paso 4.
4. Con los valores finales se calcula y_3/y_2 , Fr_3 y L a partir de las Ecs. (6.14), (6.25) y (6.26) respectivamente. Aquí nuevamente el valor de $y_3/y_1 = (y_3/y_2)(y_2/y_1)$ conviene que sea entre 2 y 3 y en caso negativo probar otro ancho b_3 si esto es posible.

El ejemplo 6.4 aclara mejor el procedimiento.

La objeción al procedimiento de diseño de una contracción recta antes descrito reside en el hecho de que el sistema de ondas considerado se produce sólo para un valor de Fr_1 . Si éste cambia al variar el gasto, las ondas reflejadas no intersectan a la pared opuesta en los puntos C y C'. Por ello, el diseño da buenos resultados en el extremo aguas abajo de rápidas y caídas en las que Fr_1 depende menos del gasto.

Por lo que se refiere a canales trapezoidales o de otra forma de sección, no existe una teoría que permita diseñar contracciones, debido a la complejidad de las perturbaciones que se producen. Los experimentos de Harrison en canales trapezoidales han mostrado que la inclinación β_1 de la perturbación inicial se aproxima bastante a los resultados obtenidos de la ecuación teórica de Engelund y Münch Petersen (Ref. 36)

para canales rectangulares, que es:

$$\tan \beta_1 = \frac{1}{Fr_1} \sqrt{\frac{\tan h(2\pi y_1/b_1 \cos \beta_1)}{2\pi y_1/b_1 \cos \beta_1}} \quad (6.28)$$

Para utilizarla en canales trapeciales, se sustituye a $b = B_1$, $y_1 = A_1/B_1$ y

$$Fr_1 = V_1 / \sqrt{gA_1/B_1}.$$

Es obvia la necesidad de una teoría general que combine diferentes aspectos básicos del análisis y que permita predecir el comportamiento del flujo en diferentes condiciones.

Ejemplo 6.4. Un canal rectangular revestido de concreto ($n = 0.016$) tiene un ancho de 6 m y conduce un gasto de 35 m³/s con una pendiente $S_0 = 0.061$. Es necesario disminuir el ancho del canal a 3 m mediante una contracción recta simétrica, como en la Fig. 6.27b, manteniendo la misma pendiente de plantilla aguas abajo de la contracción, y que teóricamente produzca el mínimo de perturbaciones.

Solución. Es necesario primero determinar las condiciones hidráulicas aguas arriba de la contracción y para ello iniciamos con el tirante normal. Suponiendo que dicho tirante es $y_1 = 0.60$ m, el área hidráulica, perímetro y radio hidráulico respectivamente son: $A_1 = 3.60$ m², $P_1 = 7.20$ m y $R_h = 0.50$ m. Por la fórmula de Manning, la velocidad y el gasto para el tirante supuesto son: $V_1 = 9.724$ m/s y $Q = 35.007$ m³/s. El valor de Q coincide prácticamente con el gasto que conduce el canal, por lo que el tirante supuesto $y_1 = 0.60$ m es el tirante normal. Por tanto, el número de Froude vale:

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{9.724}{\sqrt{9.18 \times 0.6}} = 4.008 > 1$$

Esto significa que la contracción es en régimen supercrítico.

Si el canal aguas abajo de la contracción continúa con la misma pendiente pero con 3 m de ancho; el tirante normal se calcula de la misma manera que antes, resultando: $y_3 = 1.045 \text{ m}$, $V_3 = 11.1643 \text{ m/s}$ y $Fr_3 = 3.4869$.

La relación de contracción es: $b_3/b_1 = 0.5$ y con $Fr_1 = 4$, en la Fig. 6.25 se cae en la zona de posible estrangulamiento, si bien las condiciones del canal aguas abajo ($Fr_3 > 1$) garantizan la prevalencia del régimen supercrítico.

Un valor aproximado de la longitud de la contracción se puede conocer utilizando el criterio del U.S. Bureau of Reclamation. Los promedios de tirante, velocidad y número de Froude de las secciones aguas arriba y aguas abajo son:

$$y = \frac{0.6 + 1.045}{2} = 0.8225 \text{ m}$$

$$V = \frac{9.724 + 11.1643}{2} = 10.4442 \text{ m/s}$$

$$Fr = \frac{10.4442}{\sqrt{9.81 \times 0.8225}} = 3.6768$$

y de la Ec. (6.24) $\tan \theta = 0.0907$ o bien $= 5^{\circ}11'$. De la Ec. (6.26), la longitud de la contracción es:

$$L = \frac{6 - 3}{2 \times 0.0907} = 16.546 \text{ m}$$

Es necesario recordar que una de las hipótesis para desarrollar la teoría de la onda oblicua consiste en considerar que el canal es horizontal o con una pendiente tal que compense a las pérdidas por fricción dentro de la transición. Por tanto, el cálculo del tirante aguas abajo queda sujeto a la teoría de la onda oblicua para que después se revise su valor de acuerdo con la transición.

Para determinar dicho tirante, se puede seguir el proceso iterativo indicado en el diagrama que se presenta en la Fig. 6.28 y a continuación indicamos los cálculos

que corresponden al valor final que satisface dicho proceso.

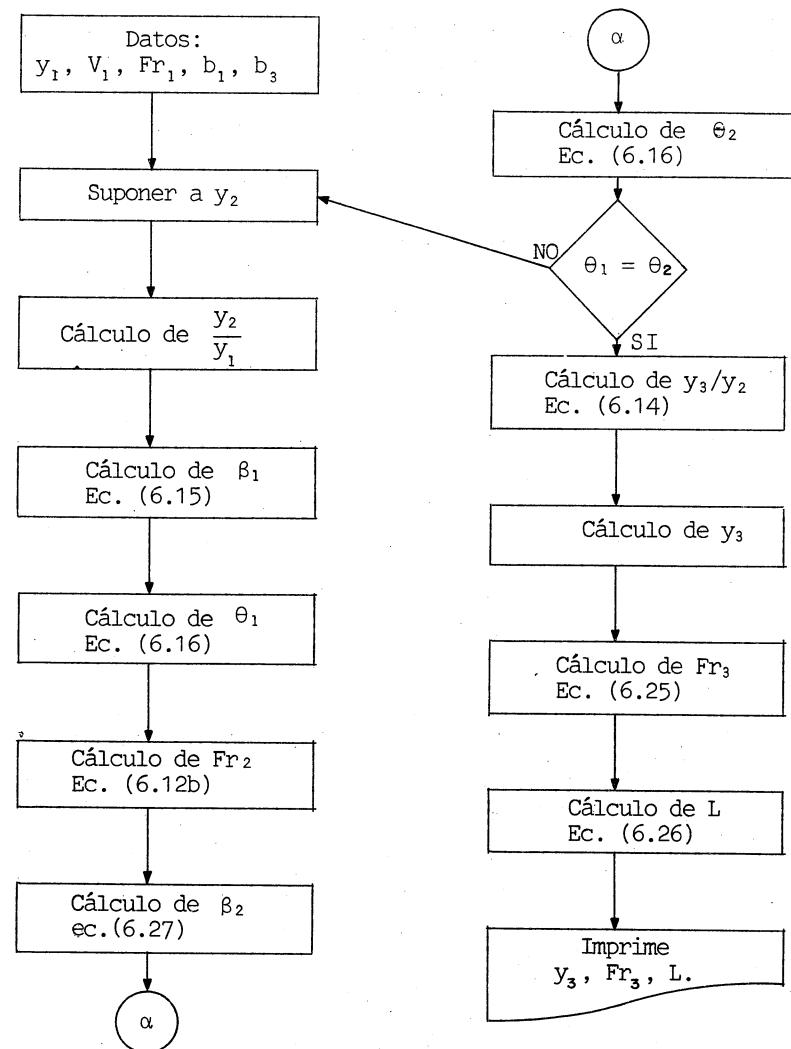


Fig. 6.28 Proceso iterativo en la solución del ejemplo 6.4

Suponiendo $y_2 = 0.9191$ m; $y_2/y_1 = 1.53189$ y con $Fr_1 = 4.008$, de la ec. (6.15) resulta que:

$$\operatorname{sen} \beta_1 = \frac{1}{4.008} \sqrt{\frac{1}{2} \times 1.53189 \times 2.53189} = 0.34745; \beta_1 = 20.33152^\circ$$

También, de la Ec. (6.16) se tiene que:

$$\tan \theta_1 = \frac{\tan 20.33152^\circ (\sqrt{1 + 8(4.008)^2} \operatorname{sen}^2 20.33152 - 3)}{2 \tan^2 20.33152^\circ + \sqrt{1 + 8(4.008)^2} \operatorname{sen}^2 20.33152 - 1} = 0.118073$$

$$\theta_1 = 6.7339^\circ$$

De la Ec. (6.12b) resulta que:

$$Fr_2 = \frac{4.008 \times 0.34745 (1/1.53189)^{3/2}}{\operatorname{sen}(20.33152 - 6.7339)} = 3.124087$$

Así mismo, de la Ec. (6.27) se obtiene que:

$$\tan(\beta_2 - \theta_1) = \frac{0.118073}{\frac{6}{3} (1 - \frac{0.118073}{0.370537}) - 1} = 0.325545; \beta_2 = 24.76613^\circ$$

y de la Ec. (6.16):

$$\tan \theta_2 = \frac{\tan 24.7661^\circ (\sqrt{1 + 8(3.12408)^2} \operatorname{sen}^2 24.7661^\circ - 3)}{2 \tan^2 24.7661^\circ + \sqrt{1 + 8(3.12408)^2} \operatorname{sen}^2 24.7661^\circ - 1} = 0.118073$$

$$\text{Siendo } \theta_2 = 6.7339^\circ = \theta_1$$

Por tanto, de la Ec. (6.14) resulta que:

$$\frac{y_3}{y_2} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8(3.1241)^2} \operatorname{sen}^2 24.7663^\circ - 1) = 1.41717$$

siendo que $y_3/y_1 = 1.41717 \times 1.53189 = 2.17095$ que es mayor que 2 y menor que 3, siendo $y_3 = 1.3026$ m.

Además, de la Ec. (6.12b) se tiene que:

$$Fr_3 = \frac{3.124087 \operatorname{sen} 24.7661^\circ}{\operatorname{sen}(24.7661^\circ - 6.7339^\circ) (1.41717)^{3/2}} = 2.506013$$

Así mismo, de la Ec. (6.25) se verifica que:

$$\frac{b_1}{b_3} = (2.17095)^{3/2} \times \frac{2.506013}{4.008} = 2$$

Finalmente, la longitud de la contracción resulta de la Ec. (6.26) y es:

$$L = \frac{6 - 3}{2 \times 0.118073} = 12.704 \text{ m}$$

Puesto que el tirante calculado aguas abajo de la transición $y_3 = 1.3026$ m es mayor que el normal $y_0 = 1.045$ m, esto significa que el flujo después de la contracción vuelve a acelerarse a través de un perfil tipo S_3 , hasta alcanzar el tirante normal $y_0 = 1.045$ m.

Ejemplo 6.5. La contracción del ejemplo 6.4 se desea diseñar con la geometría del tipo presentado en la Fig. 6.26c y las dimensiones que muestra la Fig. 6.29, siendo su longitud la misma que resultó para la transición recta. Determinar la variación del tirante sobre la pared de la contracción utilizando la teoría de las pequeñas perturbaciones.

Solución. Los resultados de los cálculos preliminares del ejemplo 6.4 son válidos también para éste.

Los frentes de onda positivos y convergentes señalados en la Fig. 6.23a correspondientes al arco AB, resultan con deflexiones $\Delta\theta = 2^\circ$, siguiendo posteriormente con el mismo incremento para el arco BC pero con frentes de onda negativos y divergentes.

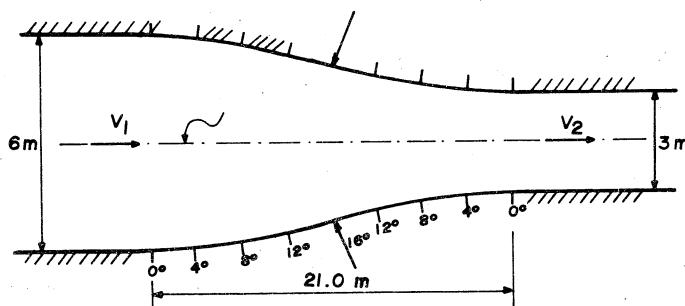


Fig. 6.29 contracción del ejemplo 6.5

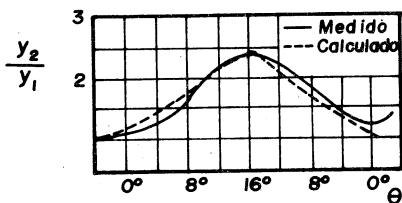


Fig. 6.30 Perfil de la superficie del agua sobre la pared de la contracción en el ejemplo 6.5. (Ref. 35)

La energía específica antes de la contracción y que se considera constante, tiene el valor

$$E = 0.60 + \frac{9.724^2}{19.62} = 5.42 \text{ m}$$

Por tanto, de la Ec. (6.21) se tiene que:

$$\dot{y} = \frac{5.42}{1 + 0.5 Fr^2}$$

con la cual se obtiene y , a partir de los valores de Fr calculados de la Ec. (6.21). Para $\theta = 0$ y $Fr_1 = 4$,

de la Ec. (6.22) o de la Fig. 6.24: $\theta_1 = 27.256^\circ$ y permanece constante. Aplicando esta misma ecuación o la misma figura se utilizan valores de Fr hasta encontrar aquél que corresponde al de deflexión θ , para después calcular los valores de y sobre la pared. Los cálculos se resumen en la tabla 6.1 en la que además aparecen los valores obtenidos experimentalmente por Ippen y Dawson (Ref. 35) para una transición de geometría similar, encontrándose discrepancias entre los valores teóricos y experimentales que oscilan entre -18% y + 11%.

Tabla 6.1 Solución de la Ec. (6.22) para el ejemplo 6.5

θ	Fr	β	y	\dot{y}/y_1	y	y/y_1
	Ec. (6.22)	Ec. (6.17)	Ec. (6.21)	Ec. (6.21)	(Experim)	(Experim)
0°	4.000	14.478°	0.60	1.0	0.654	1.09
2°	3.696	15.698°	0.692	1.153	0.678	1.13
4°	3.429	16.956°	0.788	1.313	0.708	1.18
6°	3.192	18.257°	0.889	1.482	0.810	1.35
8°	2.980	19.607°	0.996	1.66	0.900	1.50
10°	2.788	21.019°	1.109	1.918	1.092	1.82
12°	2.613	22.501°	1.228	2.047	1.254	2.09
14°	2.454	24.048°	1.351	2.252	1.368	2.28
16°	2.306	25.700°	1.481	2.468	1.398	2.33
14°	2.454	24.048°	1.351	2.252	1.44	2.40
12°	2.613	22.501°	1.228	2.047	1.392	2.32
10°	2.788	21.019°	1.109	1.918	1.308	2.18
8°	2.980	19.607°	0.996	1.66	1.134	1.89
6°	3.192	18.257°	0.889	1.482	0.954	1.59
4°	3.429	16.956°	0.788	1.313	0.87	1.45
2°	3.696	15.698°	0.692	1.153	0.75	1.25
0°	4.000	14.478°	0.60	1.000	0.732	1.22

Si el canal aguas abajo de la contracción continúa con la misma pendiente de plantilla pero 3 m de ancho, el tirante normal para esta nueva condición sería de 1.045 m, como es factible comprobarlo. Esto significa que al alcanzar la sección para la que se tiene este tirante, ya no disminuye el mismo. En la tabla 6.1 se observa que esto ocurre para la sección comprendida entre valores de θ de 10° y 8° , casi al final de la transición.

Los valores de y obtenidos de la tabla 6.1 permiten definir la altura de los bordos de la transición, utilizando el criterio adecuado según el tipo de régimen en el canal. La Fig. 6.30 muestra una comparación entre los resultados teóricos y los experimentales obtenidos por Ippen y Dawson (Ref. 35).

6.3.3.4 Diseño de expansiones.

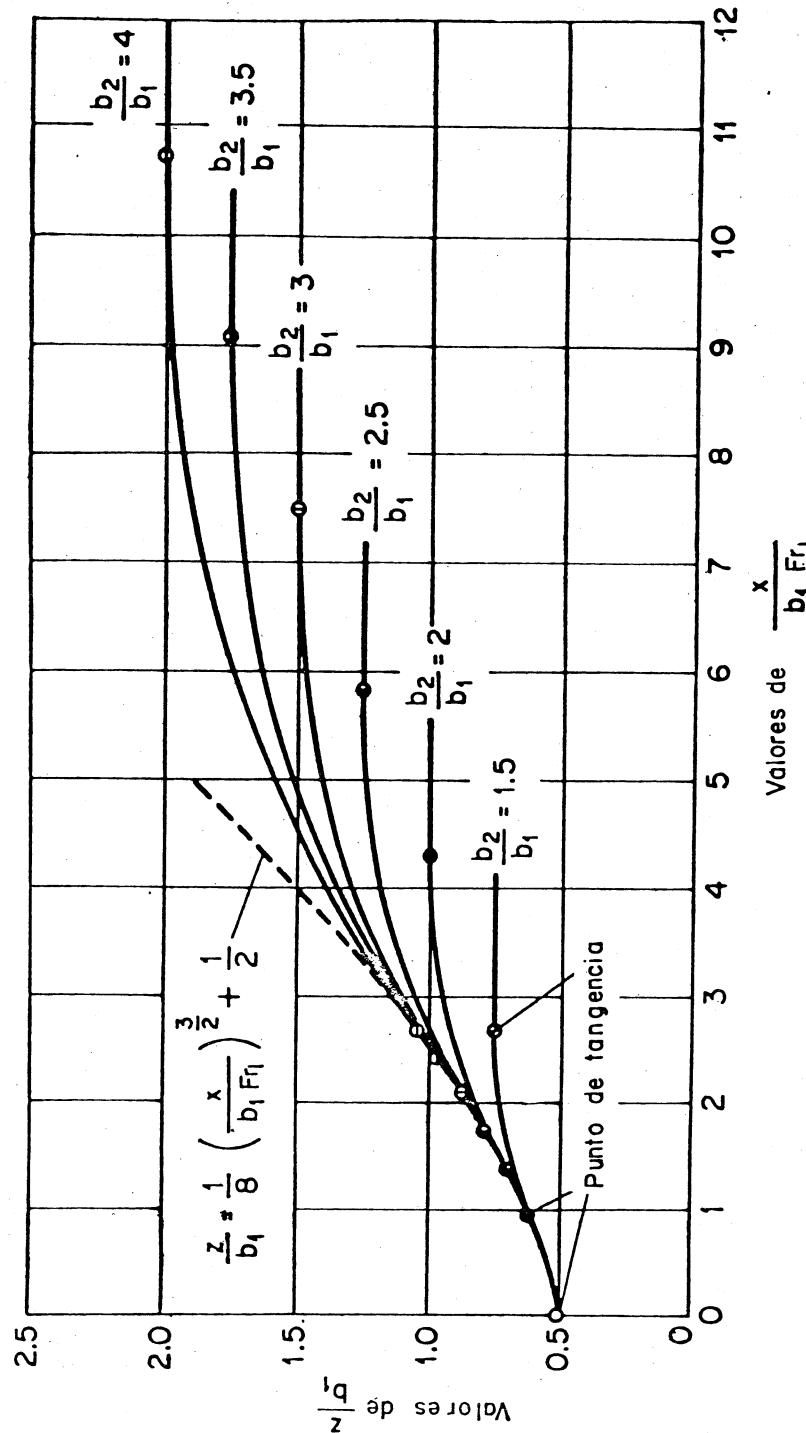
La descarga de un conducto cerrado -compuerta, vertedor o rápida- con frecuencia ocurre a régimen supercrítico y a veces en expansión. Esto puede occasionar la posible separación desde las paredes si éstas divergen demasiado y la formación de zonas muertas propicias para el depósito y circulación de material sólido arrastrado por el agua.

Con base en estudios analíticos y experimentales, Rouse, Bhoota y Hsu (Ref. 37) obtuvieron resultados útiles en el diseño preliminar de estas expansiones. La primera etapa de sus investigaciones consistió en estudiar el mecanismo de la expansión más brusca posible: un flujo supercrítico saliendo de un canal rectangular de ancho b_1 y número de Froude Fr_1 expandiéndose sobre un piso horizontal.

La segunda etapa se encaminó a determinar la forma más satisfactoria que deberían tener las paredes de manera que, siguiendo líneas de corriente, confinaran 90 porciento del gasto descargado en la situación antes descrita. La ecuación de la pared para esas condiciones resultó ser:

$$\frac{z}{b_1} = \frac{1}{8} \left(\frac{x}{b_1 Fr_1} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2} \quad (6.29)$$

donde x es la distancia sobre el eje del canal desde



el inicio de la expansión, para la cual el semiancho entre paredes es z . La Fig. 6.31 aclara mejor estas notaciones.

La tercera etapa consistió en ajustar la forma de las paredes, toda vez que siguiendo la Ec. (6.29), estas divergen indefinidamente. Por la vía experimental se consiguió un diseño, mediante curvas que revierten, que permite dirigir el flujo a un ancho finito b_2 aguas abajo con el mínimo de perturbaciones.

Los resultados finales de la investigación se presentan en la Fig. 6.31 a través de curvas generalizadas de expansión, que proporcionan la forma que deben tener las paredes para cualquier valor de Fr_1 y para una amplia variedad de relaciones de expansión b_2/b_1 . Dichas curvas pueden utilizarse para el diseño preliminar de las paredes.

Cambios de dirección horizontal

6.4.1 Aspectos generales

El ingeniero que proyecta un canal se encuentra frecuentemente con la necesidad de diseñar curvas o codos para cambiar la dirección de su eje. Por otra parte, el desarrollo de curvas sucesivas o meandros en un río forma parte esencial del proceso de estabilización del cauce, al cual tienden sus condiciones cambiantes.

Los cambios de dirección horizontal en un canal o río producen a menudo modificaciones importantes en el flujo, debido a la complejidad de las trayectorias curvas resultantes y a los siguientes problemas:

- a) Se producen corrientes de forma espiral y ondas cruzadas.
- b) La fuerza centrífuga resultante de la trayectoria curva produce el ascenso del agua sobre el lado exterior y un descenso sobre el lado interior; la diferencia de niveles entre ambos lados de la curva se conoce como sobreelevación.
- c) La distribución de velocidades en las sec-

ciones transversales de la curva es muy irregular, con coeficientes α y β usualmente mayores que uno.

- d) Si las curvas son muy forzadas, esto puede dar lugar a pérdidas de energía importantes que alteran el perfil de la superficie libre aguas arriba de la curva.

El flujo en una curva horizontal se comporta de manera diferente en el caso de un régimen subcrítico que en supercrítico. En el primer caso se presentan perfiles de flujo con pocas alteraciones, sobreelevaciones y pérdidas pequeñas e inducen disturbios que persisten cierta distancia, hacia aguas arriba y hacia aguas abajo, pudiendo rebasar y dañar los bordos del canal.

Cuando el régimen es supercrítico se producen ondas oblicuas por el efecto del cambio en la alineación de las paredes, las que incrementan notablemente la sobreelevación. Por otra parte, la interacción de las fuerzas de fricción, centrífuga y de inercia en el líquido dentro de la curva, producen el llamado flujo espiral. Cerca del fondo del canal, la velocidad de las partículas se ve retardada por la resistencia de pared. Las partículas sobre la superficie tienen fuerzas de inercia mayores, debido a que su velocidad es también mayor y tienden a mantener su dirección descendente en el canal. Mientras tanto, las partículas más lentas cerca del fondo son forzadas a seguir trayectorias de gran curvatura para mantener un balance entre las fuerzas centrífugas y de presión. Para cumplir con la continuidad en la masa de líquido, se produce un flujo ascendente desde el fondo, a lo largo de la margen interior, que se ve forzada a desceder hacia la pared exterior y a seguir a lo largo de trayectorias helicoidales según la dirección general del movimiento, teniendo componentes de velocidad, normales y transversales al plano de la sección transversal. Las componentes transversales crean el llamado flujo secundario que se muestra en la Fig. 6.32a.

Si se observa la sección del canal hacia aguas abajo, una curva hacia la derecha produce un flujo espiral en sentido contrario al de las manecillas del reloj, mientras que una curva hacia la izquierda produce un flujo espiral en el sentido de las manecillas del reloj (Fig. 6.32a).

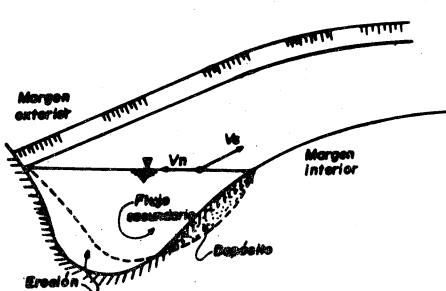


Fig. 6.32a Corriente secundaria en una curva horizontal

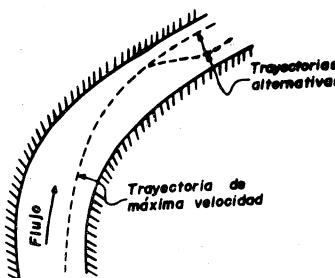


Fig. 6.32b Flujo espiral

El flujo espiral es tridimensional y por lo mismo complicado. Se presenta tanto en canales rectos como en curvos; sin embargo, en los últimos ocurre con mayor intensidad y de manera muy irregular. Esto se debe a la combinación e interferencia entre el flujo espiral generado en el canal recto antes de la curva y el generado en la misma. Las corrientes transversales de mayor magnitud se presentan en la pared exterior para la sección a la mitad de la curva; después se desplazan gradualmente, con inclinación ascendente hacia la pared interior al final de la misma. Si la curva es seguida por una tangente larga, el flujo espiral desarrollado persiste por alguna distancia hacia aguas abajo.

La Fig. 6.32b muestra cómo se mueve el punto de velocidad máxima, en dirección transversal hacia el lado exterior de la curva e inmediatamente aguas abajo de ésta. En algunos casos puede después oscilar de un lado a otro del canal. En el caso de que el material sea erosionable, este efecto puede dañar la plantilla del canal.

Se han realizado diferentes estudios del flujo espiral tendientes a encóntrar las causas del fenóme-

no, siendo las principales: a) la fricción sobre las paredes del canal, la cual disminuye la velocidad de las partículas cercanas a la pared respecto de las que se mueven por el centro; b) la fuerza centrífuga que desvía las partículas de agua de su movimiento rectilíneo y que además produce la sobreelevación; c) la distribución no uniforme de las velocidades sobre la vertical en las secciones del canal de llegada y de la propia curva y que inicia el movimiento espiral en el flujo.

En los ríos naturales el flujo secundario puede ser importante, con tendencia a erosionar el sedimento en el lado exterior y a depositarlo en el lado interior, formando una sección como la mostrada en la Fig. 6.32a. Esto significa que la orilla exterior de la curva constituye una zona de escasa concentración de sedimentos, propicia para ubicar la boca-toma de un canal que derive agua del escurrimiento principal y construir las obras necesarias para evitar la erosión.

En algunos ríos muy anchos, el flujo espiral puede ser tan débil que su efecto es eliminado por las fuerzas resultantes de la fricción con la plantilla y bordos.

6.4.2 Curvas en régimen subcrítico

6.4.2.1 Características básicas del flujo

El flujo subcrítico en una curva tiene la característica importante de tridimensionalidad que no poseen los escurrimientos sobre tramos rectos hasta ahora tratados. Dicho escurrimiento se puede describir con la ayuda de la teoría del flujo con potencial, bajo condiciones de bidimensionalidad sobre planos horizontales y haciendo ciertas hipótesis. Para ello se supone una distribución uniforme de velocidades sobre la vertical de una sección transversal en la curva.

El tratamiento del problema con la teoría del flujo con potencial concuerda con la realidad en ausencia de separaciones y pérdidas de energía en el escurrimiento, ya que de ocurrir éstas, invalidarían la aplicación del procedimiento. También si la sección transversal del canal se viera muy afectada por el es-

currimiento tridimensional en la curva (socavaciones, depósitos, etc.), los resultados perderían también validez; esto también ocurre en el caso de que el régimen en el canal fuera supercrítico.

El caso más simple del movimiento en trayectorias curvas sobre planos paralelos a la plantilla, se asemeja al escurrimiento circular bidimensional llamado del vórtice libre (tratado en el inciso 10.6.1 y Fig. 10.33 del Vol. 1). Este queda limitado por las paredes curvas del canal, y se supone válida la ley de variación de velocidades, dada por la Ec. (10.47b) del mismo libro y que es:

$$v = \frac{k}{r} \quad (6.30)$$

Esta ley indica que para el radio más pequeño, resulta la velocidad más grande, y que en la orilla interior de una curva circular se presenta una mayor velocidad que en la exterior. La Fig. 6.33 muestra la red de flujo de una curva circular a 90°. Puesto que la teoría del potencial se fundamenta en un escurrimiento de vórtice libre sin fricción, el horizonte de energía se mantiene constante para cada línea de corriente del movimiento y cada sección transversal, al ser válida la Ec. (10.3) del Vol. 1. Esto significa que, para $y = p/\gamma + z$ (Fig. 6.34) se tiene que:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = \text{const.}$$

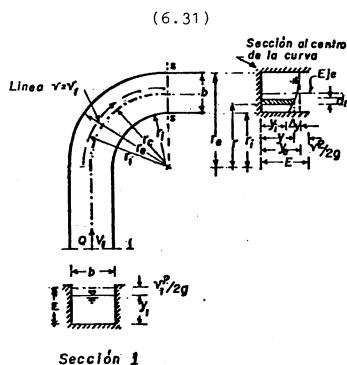
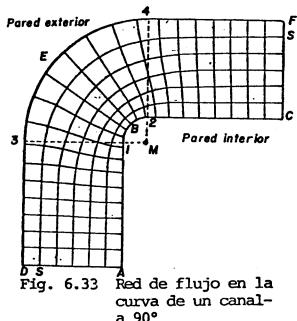


Fig. 6.34 Comportamiento del flujo en una curva de un canal rectangular

o bien, considerando además a la Ec. (6.30), se tiene que:

$$y = E - \frac{V^2}{2g} = E - \frac{k^2}{2g} \frac{1}{r^2} \quad (6.32)$$

Aceptando que todas las líneas de corriente son concéntricas con el centro de curvatura de las paredes, el gasto en la sección es:

$$Q = \int_{r_i}^{r_e} v \cdot y \, dr = \int_{r_i}^{r_e} \frac{k}{r} \left(E - \frac{k^2}{2g} \frac{1}{r^2} \right) dr \quad (6.33)$$

La integración proporciona el siguiente resultado:

$$Q = K E \ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{k^3}{4g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right) \quad (6.34)$$

La pendiente transversal de la superficie libre del agua se determina derivando la Ec. (6.32) con respecto a r ; esto es:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{k^2}{gr^3} = \frac{V^2}{gr} \quad (6.35)$$

Debido a que v/r y v^2/gr son siempre positivos, las Ecs. (6.30) y (6.35) indican que v disminuye y y aumenta, de la orilla interior hacia la exterior. Los efectos de resistencia al flujo modifican este comportamiento ya que el punto de velocidad máxima no se encuentra sobre la pared interior, sino a cierta distancia de ella.

La diferencia de tirantes entre el correspondiente y para el radio r , y el del interior de la curva y_i , vale:

$$y - y_i = \frac{k^2}{2g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r^2} \right) \quad (6.36)$$

La diferencia de tirantes entre el lado exterior y el interior de la curva es entonces:

$$\Delta y = \frac{k^2}{2g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right) \quad (6.37)$$

Las ecuaciones anteriores proporcionan resultados confiables, pero tienen la dificultad de requerir el valor de la constante k ; sin embargo, se pueden encontrar algunas aproximaciones, sea para el valor de k o para el cálculo directo de la sobreelevación.

a) Una aproximación para k consiste en omitir en la Ec. (6.33) la variación del tirante, lo cual parece permisible para velocidades pequeñas y grandes radios de curvatura. Considerando entonces que y_i permanece constante, de la ec. (6.33) resulta:

$$Q = \int_{r_i}^{r_e} y_i \frac{k}{r} dr = k y_i \ln \frac{r_e}{r_i}$$

y de aquí, la constante vale:

$$k = \frac{Q}{y_i \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right)} \quad (6.38)$$

b) Otra aproximación consiste en suponer que, en cualquier sección transversal de la curva, se mantiene una velocidad constante en todos los puntos de la sección igual a la velocidad media V_1 antes de la curva, tal como se indica en la Fig. 6.34. De la Ec. (6.35) resulta entonces que la sobreelevación vale:

$$\Delta y = \frac{V_1^2}{g} \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{r} = \frac{V_1^2}{g} \ln \frac{r_e}{r_i} \quad (6.39)$$

Este resultado ya se había obtenido en el ejemplo 2.11 del Vol. I.

c) Una aproximación más burda consiste en considerar constante tanto a la velocidad V_1 , como al radio medio r_c al eje del canal. De la misma Ec. (6.35), con $b = r_e - r_i$ se tiene que:

$$\Delta y = \frac{V_1^2}{g r_c} \int_{r_i}^{r_e} dr = \frac{V_1^2 b}{g r_c} \quad (6.40)$$

A este mismo resultado se llega bajo la hipótesis de un vórtice forzado, haciendo las mismas consideraciones de velocidad V_1 y radio medio r_c constantes. También se puede demostrar que, para estas condiciones, el perfil transversal de la superficie del agua es una línea recta.

d) Finalmente, el valor más exacto para Δy en la sección transversal de una curva, se obtiene si se determina el radio $r = r_i$ para el cual la velocidad $v = V_1$ (Fig. 6.34). De la Ec. (6.30), $k = V_1 r_i$, y de la Ec. (6.34) es:

$$Q = V_1 r_i E \ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{V_1^3 r_i^3}{4g} \left(\frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2 r_i^2} \right)$$

Siendo además: $r_e = r_c + \frac{b}{2}$ y $r_i = r_c - \frac{b}{2}$ (Fig. 6.34), se tiene que:

$$\frac{r_e^2 - r_i^2}{r_e^2 r_i^2} = \frac{2r_c b}{\left[(r_c + \frac{b}{2})(r_c - \frac{b}{2}) \right]} \quad \frac{2r_c b}{(r_c^2 - \frac{b^2}{4})^2} = \frac{2b}{r_c^3 \left(1 - \frac{b^2}{4r_c^2} \right)^2} \quad (6.41)$$

Así mismo, con $Q = V_1 b y_i$, resulta que:

$$V_1 b y_i - V_1 r_i E \ln \frac{r_e}{r_i} + \frac{V_1^3 r_i^3}{2g r_c^3} \frac{b}{\left(1 - \frac{b^2}{4r_c^2} \right)^2} = 0$$

Multiplicando a esta ecuación por:

$2g (1 - b^2/4r_c^2)^2/V_1^3 b$, al ordenar términos se obtiene que:

$$\left(\frac{r_1}{r_c}\right)^3 - 2 \frac{r_1}{y_1} \frac{E}{V_1^2} - \frac{(1 - \frac{b^2}{4r_c^2})^2}{b} \ln \frac{r_e}{r_1} + 2 \frac{g}{V_1^2} \frac{r_e^2 r_1^2}{r_c^4} = 0$$

Al sustituir en esta ecuación al número de Froude

$Fr_1 = V_1 / \sqrt{g y_1}$ del escurrimiento antes de la curva, resulta que:

$$\left(\frac{r_1}{r_c}\right)^3 - 2 \frac{r_1}{r_c} \frac{E}{y_1 Fr_1^2} \frac{\left(1 - \frac{1}{4} \frac{b^2}{r_c^2}\right)^2}{b/r_c} - \ln \frac{1 + \frac{1}{2} \frac{b}{r_c}}{1 - \frac{1}{2} \frac{b}{r_c}} + \frac{2}{Fr_1^2} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{b^2}{r_c^2}\right)^2 = 0 \quad (6.42)$$

En esta ecuación, E representa la energía específica en la sección transversal analizada de una curva y es igual a la energía específica antes de la misma; de este modo, de la Ec. (6.31) se tiene que:

$$\frac{E}{y_1} = 1 + \frac{V_1^2}{2g y_1} = 1 + \frac{1}{2} Fr_1^2$$

Al sustituir esta relación en la Ec. (6.42), haciendo $a = b/2 r_c$ resulta:

$$\left(\frac{r_1}{r_c}\right)^3 - \left(\frac{r_1}{r_c}\right) \left(\frac{2 + Fr_1^2}{2 Fr_1^2}\right) \frac{(1 - a^2)^2}{a} \ln \frac{1 + a}{1 - a} + 2 \frac{(1 - a^2)^2}{Fr_1^2} = 0 \quad (6.43)$$

Por otra parte, siendo $k = V_1 r_1$ y tomando en cuenta la Ec. (6.41), la Ec. (6.37) se puede escribir como sigue:

$$\frac{\Delta y}{y_1} = \frac{V_1^2}{g y_1} \frac{r_1^2}{r_c^2} \frac{2b/2r_c}{\left(1 - \frac{b^2}{4r_c^2}\right)^2} = Fr_1^2 \frac{r_1^2}{r_c^2} \frac{2a}{(1 - a^2)^2}$$

O bien:

$$\frac{r_1}{r_c} = \frac{\sqrt{\Delta y/y_1}}{Fr_1} \frac{1 - a^2}{\sqrt{2a}}$$

Al sustituir esta ecuación en la (6.43), teniendo en cuenta que

$(\sqrt{2a})^3 = 2a \sqrt{2a}$, resulta finalmente que:

$$\left(\frac{\Delta y}{y_1}\right)^3 - \sqrt{\frac{\Delta y}{y_1}} (2 + Fr_1^2) \ln \frac{1 + a}{1 - a} + 4 Fr_1 \frac{a\sqrt{2a}}{1 - a^2} = 0 \quad (6.44)$$

Esta ecuación proporciona la sobreelevación máxima de tirantes en la proximidad de la sección transversal a la mitad de la curva, y la Fig. 6.35 representa gráficamente la solución de dicha ecuación, para valores de $Fr_1 < 0.7$.

En caso de canales trapezoidales pueden utilizarse las mismas ecuaciones antes deducidas para el cálculo de Δy , siempre que el ancho b se sustituya por el de la superficie libre B en el canal antes de la curva.

Para disminuir el efecto de flujo helicoidal, se recomienda que $r_c/b > 3$.

El comportamiento del flujo en una curva de un canal natural es más complicado que los modelos anteriores expuestos. Esto se debe principalmente al flujo circulatorio residual que se origina en otras curvas ubicadas aguas arriba y a la geometría generalmente irregular de los canales naturales. Además, sobre la pared interior de la curva (de radio y tirante generalmente pequeño), se puede producir la separación de la corriente y crear una zona de estancamiento y voracidad.

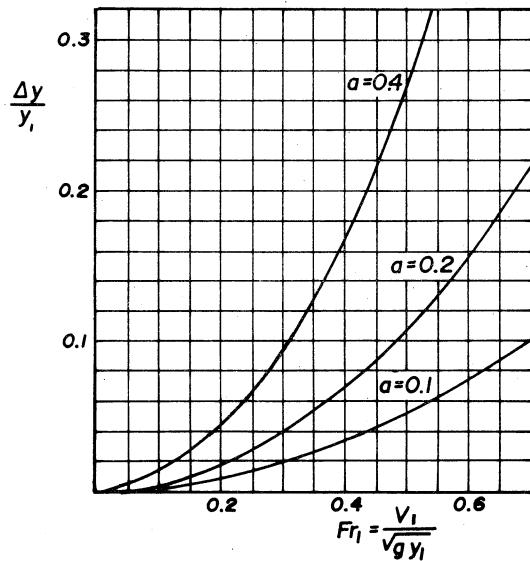


Fig. 6.35 Sobrelevación en una curva según la ec. 6.44 (Ref. 38)

R. P. Apmann (Ref. 39) realizó mediciones en ríos naturales y verificó la siguiente ecuación.

$$\frac{y_e}{\bar{y}} = \frac{(n+1)(1 - r_i/re)}{1 - (r_i/re)^{n+1}} \quad (6.45)$$

donde: $\bar{y} = (y_e + y_i)/2$ es el tirante medio en la curva y n es una variable que Apmann encontró igual al valor de 2.5, la que parece concordar con los resultados en canales artificiales.

Para fines de diseño, Apmann recomienda incrementar el tirante obtenido de la ecuación antes indicada, en 20% cuando el talud en la margen es de 45° , en 25% en talud vertical y 15% en talud 2:1.

Los resultados de Apmann también conducen a estimar que:

$$\frac{b_m}{b_e} = \frac{I}{2} \frac{b_e}{r_e} + 1 \quad (6.46)$$

donde b_m es el ancho máximo del río dentro de la curva, b_e es el ancho en la sección de entrada a la curva y r_e es el radio de la margen exterior.

De acuerdo con los estudios de Ripley (Ref. 2), la configuración del fondo de un río aluvial (Fig. 6.36) puede ser representada por la siguiente ecuación empírica:

$$y = 6.35 y (\sqrt{0.437 - \frac{x^2}{B^2}} - 0.433) (1 + \frac{Kx}{r_e}) \quad (6.47)$$

La Fig. 6.36 permite identificar la simbología usada, siendo Y el tirante hidráulico o medio en la curva y K es un coeficiente que usualmente vale 17.52.

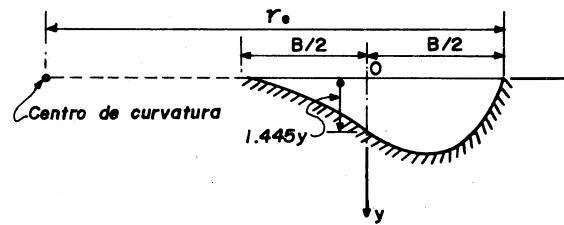


Fig. 6.36 Sección transversal empírica en una curva de un río aluvial.

Para utilizar la ecuación anterior debe observarse lo siguiente:

a) Hasta $r_e = 40\sqrt{A}$ no parece haber profundización mayor en la sección como resultado de un incremento en la curvatura, de aquí que en dichos casos, r_e en la ecuación no puede ser mayor que $40\sqrt{A}$ ya que valores mayores estabilizan la sección.

b) La ecuación pierde validez cuando

$$r_c > 110\sqrt{A}$$

c) La ecuación se puede aplicar a canales curvos que no ocupen el total del ancho del cauce. Si esto ocurre $K = 26.28$ y el valor de y obtenido debe incrementarse en 14%.

d) La ecuación generalmente proporciona un ancho de río aproximadamente 20% mayor que el real cuando se utiliza el tirante hidráulico.

Ejemplo 6.6. Böss (Ref. 40) realizó experimentos con la curva de un canal de 30 cm de ancho, radio interior de 50 cm, gasto de 15.52 l/s y un tirante medio de 11.08 cm. Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 6.37. Efectuar una comparación con los resultados obtenidos teóricamente, según las diferentes aproximaciones antes presentadas.

Solución. La velocidad media antes de la curva y la carga de velocidad correspondiente, valen:

$$V_1 = \frac{0.01552}{0.3 \times 0.1108} = 0.467 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{0.467^2}{2 \times 9.81} = 0.0111 \text{ m}$$

Siendo la energía específica:

$$E = 0.1108 + 0.0111 = 0.1219 \text{ m}$$

a) De la Ec. (6.38) se puede obtener entonces un valor aproximado de k

$$k = \frac{0.01552}{0.1108 \ln \frac{0.80}{0.50}} = 0.298$$

que sustituido en la Ec. (6.34), resulta un valor del gasto de:

$$Q = 0.298 \times 0.1219 \ln \frac{0.80}{0.50} \cdot \frac{0.298^3}{4 \times 9.81} \left(\frac{1}{0.5^2} - \frac{1}{0.8^2} \right) = 0.01543 \text{ m}^3/\text{s}$$

Este valor tiene una diferencia del 0.6% respecto del correcto, lo cual es suficientemente aproximado.

Para el radio interior, la velocidad vale:

$$V_i = \frac{0.298}{0.5} = 0.596 \text{ m/s}$$

con una carga de velocidad:

$$\frac{V_i^2}{2g} = \frac{0.596^2}{19.62} = 0.0181 \text{ m}$$

El tirante en el lado interior vale entonces:

$$y_i = E - \frac{V_i^2}{2g} = 0.1219 - 0.018 = 0.1038 \text{ m}$$

De la Ec. (6.36), la diferencia de tirantes es:

$$y - y_i = \frac{0.298^2}{2 \times 9.81} \left(\frac{1}{0.5^2} - \frac{1}{r^2} \right) = 0.004526 \left(4 - \frac{1}{r^2} \right) \quad (\text{a})$$

Con los resultados obtenidos se pueden calcular los tirantes y velocidades sobre una sección transversal de la curva y esto aparece en la tabla 6.2

Tabla 6.2 Cálculo de v y y en función de r , en el ejemplo 6.6

r	$v = \frac{0.298}{r}$	$y_{ec(b)}$	$\Delta y = y - y_i$
m	m/s	m	m
0.50	0.596	0.1038	0
0.60	0.497	0.1093	0.0055
0.70	0.426	0.1127	0.0089
0.80	0.373	0.1148	0.0110

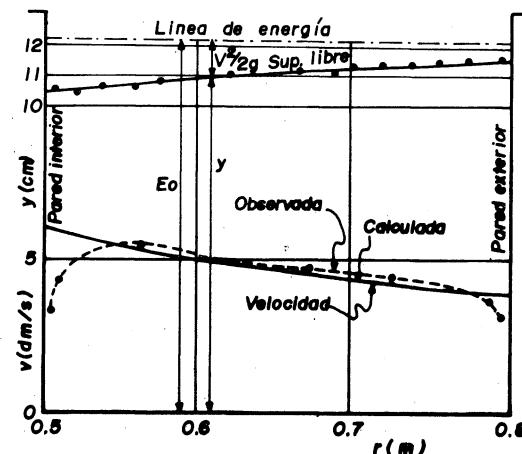


Fig. 6.37 Comparación entre los valores observados y los calculados en el ejemplo 6.6 (Ref. 40)

b) La Ec. (6.39) proporciona la diferencia de niveles entre el lado exterior y el interior de la curva y vale:

$$\Delta y = \frac{0.467^2}{9.81} \ln \frac{0.80}{0.50} = 0.0105 \text{ m}$$

que debe compararse contra 0.011 m calculado en la tabla 6.2.

c) Utilizando la Ec. (6.40), para la misma magnitud se obtiene ahora que:

$$\Delta y = \frac{0.467^2}{9.81} \frac{0.30}{0.65} = 0.0103 \text{ m}$$

d) Finalmente, con $a = 0.30/2 \times 0.65 = 0.2308$ y $F_{r1} = 0.467/\sqrt{9.81 \times 0.1108} = 0.448$, de la Ec. (6.44) resulta:

$$(\sqrt{\frac{\Delta y}{y}})^3 - \sqrt{\frac{\Delta y}{y_1}} (2 + 0.448^2) \ln \frac{1 + 0.2308}{1 - 0.2308} + 4 \times 0.448 \frac{0.2308 \sqrt{2 \times 0.2308}}{1 - 0.2308^2} = 0$$

O bien:

$$(\sqrt{\frac{\Delta y}{y}})^3 - 1.03448 \sqrt{\frac{\Delta y}{y_1}} + 0.29681 = 0$$

Esta ecuación se satisface para $\Delta y/y_1 = 0.1011$, lo cual puede también verificarse en la Fig. 6.37. Resulta entonces que:

$$\Delta y = 0.1011 \times 0.1108 = 0.0112 \text{ m}$$

que es prácticamente igual al obtenido en la tabla.

Los valores calculados en la tabla se presentan también en la Fig. 6.37. Se observa buena concordancia entre los tirantes calculados y los medidos experimentalmente por Böss; sin embargo, existen desviaciones de las magnitudes de la velocidad en la proximidad de la pared, especialmente en el lado interior de la curva. Estas desviaciones se deben a la influencia de la fricción con la pared, siendo posible que haya habido separación del flujo en el lado interior de la curva del modelo.

6.4.2.2 Pérdida de energía

Las modificaciones en el comportamiento del flujo en la curva de un canal, las corrientes secundarias y las zonas de separación producen pérdidas de energía en el escurrimiento, en adición a las que ocurren por efecto de la fricción. Los resultados experimentales sobre este tema son incompletos debido al gran número de variables independientes que intervienen.

La pérdida de energía en la curva depende del número de Reynolds del escurrimiento (Ec. 1.1), del ángulo de deflexión, de las relaciones geométricas y de la forma de la sección; queda determinada de la siguiente expresión:

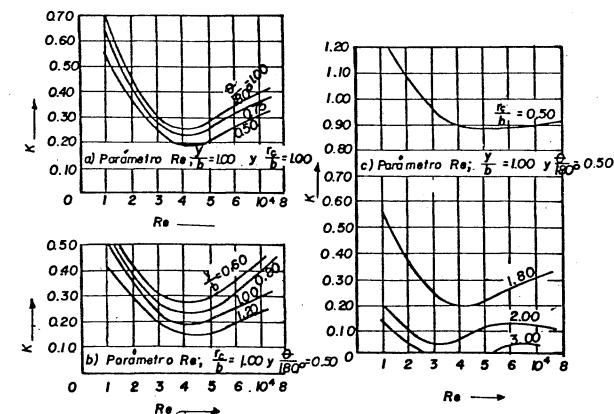
$$h_c = K \frac{V^2}{2g} \quad (6.48)$$

donde V es la velocidad media en la sección del canal. Las Figs. 6.38 muestran los valores del coeficiente K obtenidos experimentalmente por Shukry (Ref. 41) en canales rectangulares lisos, que cubren intervalos amplios de las diferentes variables que intervienen y números de Reynolds hasta de 7.5×10^4 , valor todavía pequeño en comparación con los que normalmente resultan en la práctica. Por esta última razón, los resultados se circunscriben casi exclusivamente a canales de laboratorio.

En los resultados de Shukry se observa que el coeficiente K varía mucho con los parámetros Re , r_c/b , y/b y θ . Para un caso dado, K se obtiene fijando primeramente su valor con respecto a la tercera y cuarta variable. El mínimo de K se obtiene para $r_c/b = 3$.

Otros trabajos experimentales realizados muestran algunas discrepancias con los de Shukry y hay indicios en el sentido de que K depende mucho del flujo secundario, de tal manera que si éste ya existe en el flujo de llegada a la curva (como parece haber ocurrido en los experimentos de Shukry), puede diferir bastante la magnitud de la pérdida.

Mockmore (Ref. 42) obtuvo experimentalmente una ecuación aproximada para estimar el coeficiente



Figs. 6.38 valores del coeficiente de pérdida de energía en curvas de canales rectangulares, según Shukry (ref. 41)

de pérdida y que es:

$$K = \frac{2b}{r_c} \quad (6.49)$$

válida para canales artificiales y ríos naturales en los que θ varía de 90° a 180° .

La pérdida de energía en una curva tiene mayor interés en el caso de régimen subcrítico, debido a que la sobreelevación puede transmitir el efecto de remanso hacia aguas arriba. Según Müller (Ref. 43), en este caso la línea de energía y el perfil de flujo son como se muestran en la Fig. 6.39. Dicha línea se sobreeleva en una cantidad h_c igual a la pérdida en

el punto A al principio de la curva. La mayor parte de esta energía se disipa en la longitud L y el resto sobre la distancia L' aguas abajo, que es la requerida para que el flujo llegue nuevamente a ser uniforme.

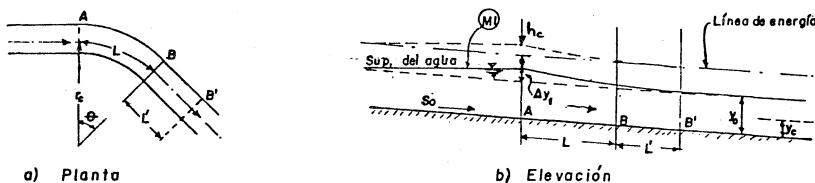


fig. 6.39 Perfil de flujo y línea de energía en una curva a régimen subcrítico (Ref. 43)

La pendiente de la línea de energía entre A y B' es mayor que S_0 hasta B' , a partir del cual nuevamente se igualan. Para que la línea de energía se sostenga h_c en la sección A, debe producirse un incremento Δy_1 en el tirante mayor que h_c y un remanso en el canal aguas arriba con perfil tipo M1, que tiene a A como sección de partida en los cálculos.

6.4.2.3 Diseño.

El diseño geométrico de curvas horizontales en régimen subcrítico, en general está supeditado a factores topográficos y geológicos. Sin embargo, en virtud de que las curvas incrementan la pérdida y pueden producir socavaciones serias, es necesario tomar en cuenta dichos efectos.

Las curvas normalmente se diseñan con un arco circular simple de radio pequeño. La sobre elevación que se produce en el tirante es de poca magnitud y usualmente no es necesario tomar medidas especiales

para reducirla. El efecto del flujo espiral se minimiza al elegir el radio medio r_c entre valores de 3 a 7 veces el ancho de la superficie libre, siendo 6 el mínimo en canales grandes, cualquiera que sea la forma de la sección.

Algunos autores recomiendan aumentar la pendiente de plantilla en la zona de la curva, a fin de compensar el efecto de la pérdida y lograr una recuperación más rápida del flujo uniforme.

Ejemplo 6.7. Un canal rectangular revestido de concreto ($n = 0.016$ Manning) tiene un ancho de plantilla de 8.00 m. Diseñar una curva simple en dicho canal para hacer un cambio de dirección horizontal de 60° , cuando la pendiente es $S_0 = 0.00085$ y el tirante normal $y_1 = 3.50$ m.

Solución. Las magnitudes geométricas de la sección son: $A = 28 \text{ m}^2$; $P = 15 \text{ m}$; $R_h = 1.8667 \text{ m}$. Por tanto, la velocidad y gasto que conduce son, respectivamente:

$$V_1 = \frac{1}{0.016} (1.8667)^{2/3} \times 0.00085^{1/2} = 2.7625 \text{ m/s}$$

$$Q = 28 \times 2.7625 = 77.35 \text{ m}^3/\text{s}$$

El número de Froude y la energía específica valen:

$$Fr_1 = \frac{2.7625}{\sqrt{9.81 \times 3.5}} = 0.472$$

$$E = 3.50 + \frac{2.7625^2}{2g} = 3.889 \text{ m}$$

Se deduce que el flujo es a régimen subcrítico. En este caso, de la Fig. 2.16 el bordo libre necesario es de 1.13 m.

Debido a que $r_c/b = 3$ produce la pérdida mínima (Fig. 6.38), convendría probar con $r_c = 3 \times 8 = 24 \text{ m}$. De esta manera, se tiene que:

$$r_i = 24 - \frac{8}{2} = 20 \text{ m}$$

$$r_e = 24 + \frac{8}{2} = 28 \text{ m}$$

Un valor aproximado de la sobreelevación se obtiene de la Ec. (6.39):

$$\Delta y = \frac{2.7625^2}{9.81} \ln \frac{28}{20} = 0.262 \text{ m}$$

$\Delta y/2$ representa el 11.58% del bordo libre y el resultado es aceptable. Desde luego que el radio a elegir queda también supeditado a la topografía, pero si ésta no es una limitación, es preferible abatir la sobreelevación, incrementando el radio. Por ejemplo, haciendo que: $r_c/b = 5$, entonces $r_c = 5 \times 8 = 40 \text{ m}$ y de esta manera: $r_i = 36 \text{ m}$ y $r_e = 44 \text{ m}$.

De la Ec. (6.38) resulta que:

$$k = \frac{77.35}{3.5 \ln \left(\frac{44}{36} \right)} = 110.1307$$

Este valor, sustituido en la Ec. (6.34), proporciona el siguiente resultado:

$$Q = 110.1307 \times 3.889 \ln \left(\frac{44}{36} \right) - \frac{110.1307^3}{4 \times 9.81} \left(\frac{1}{36^2} - \frac{1}{44^2} \right) = 77.264 \text{ m}^3/\text{s}$$

Esto representa una diferencia de 0.2% respecto al gasto real.

De la Ec. (6.37), la sobreelevación máxima vale:

$$\Delta y = \frac{110.1307^2}{2 \times 9.81} \left(\frac{1}{36^2} - \frac{1}{44^2} \right) = 0.158 \text{ m}$$

$\Delta y/2$ representa el 7% del bordo libre, lo que es más aceptable. Prácticamente sin ninguna diferencia,

otros valores para Δy son los siguientes:

$$\Delta y = 0.156 \text{ m}, \text{ de la Ec. (6.39)}$$

$$\Delta y = 0.156 \text{ m}, \text{ de la Ec. (6.40)}$$

$$\Delta y = 0.1585 \text{ m}, \text{ de la Ec. (6.44)}$$

Para calcular la pérdida en la curva se requieren los siguientes parámetros:

$$Re = \frac{276.25 \times 186.67}{0.0124} = 4.16 \times 10^6$$

$$\frac{r_c}{b} = 5$$

$$\frac{y}{b} = \frac{3.50}{8} = 0.4375$$

$$\frac{\theta}{180} = \frac{60}{180} = 0.333$$

El número de Reynolds es muy grande para extraer polar en las curvas de la Fig. 6.38 y por tanto es preferible usar la Ec. (6.49) por no disponer de mayor información, aún cuando no fue obtenida para ángulos menores de 90°. Por tanto, se tiene que:

$$K = \frac{2 \times 8}{40} = 0.40; h_C = 0.40 \times \frac{2.7625^2}{2g} = 0.156 \text{ m}$$

Siendo entonces: $E = 3.889 + 0.156 = 4.045 \text{ m}$. El tirante que satisface a dicho valor de la energía específica es de 3.696, por lo cual el incremento Δy indicado en la Fig. 6.39b vale:

$$\Delta y = 3.696 - 3.50 = 0.196 \text{ m}$$

6.4.3 Curvas en régimen supercrítico.

6.4.3.1 Características básicas del flujo.

El flujo supercrítico en una curva tiene las características descritas en el inciso 6.3.3.2, creando líneas de perturbación positiva (Fig. 6.23a) en la pared exterior y negativa (Fig. 6.23b) en la pared interior.

La Fig. 6.40 muestra la disposición típica en planta de las ondas oblicuas formadas en una curva de un canal rectangular, con los frentes positivos y negativos señalados por las líneas ABD y A'BC respectivamente. Estos se generan en los puntos de tangencia A y A', con el ángulo β_1 dado por la Ec. (6.15).

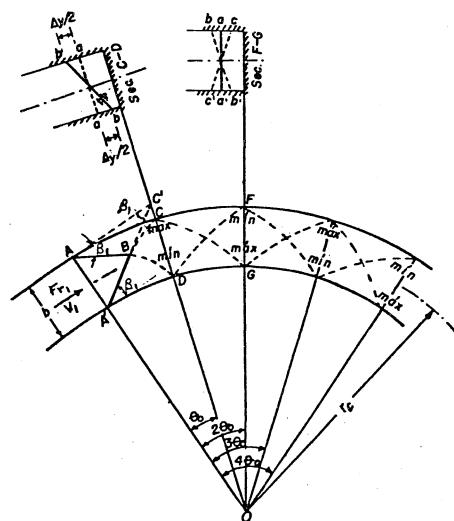


Fig. 6.40 Configuración de las ondas oblicuas para el flujo supercrítico en una curva simple horizontal.

La zona ABA' se muestra libre de disturbios y resulta claro que el tirante aumenta a lo largo de la línea AC hasta alcanzar un máximo en el punto C, en el cual, la primera línea de disturbios negativos llega a la pared exterior de la curva. De manera similar, el tirante mínimo se alcanza en el punto D sobre la pared interior.

Considerando que AC (a lo largo de la pared) representa la mitad de la longitud de onda que desarrolla el arco central θ_0 , esta longitud es aproximadamente $AC \approx AC' = b/\tan \beta_1$. Por tanto, se tiene que:

$$\tan \theta_0 = \frac{b}{(r_c + \frac{b}{2}) \tan \beta_1} \quad (6.50)$$

donde β_1 está dado por la Ec. (6.17) de manera aproximada.

La continuación del trazo de los frentes de onda determina otros puntos de tirante máximo sobre la pared exterior, a intervalos de $2\theta_0$ después del primero, alternándose con mínimo sobre la pared opuesta. De la misma manera, ocurren mínimos sobre la pared exterior y máximos sobre la interior, con intervalos también de valor $2\theta_0$ intercalados entre los de signo opuesto antes señalado (Fig. 6.40). Esta configuración persiste más allá de la curva, manteniendo la misma longitud de onda hacia aguas abajo por una distancia mayor de la que se produce en régimen subcrítico.

La Ec. (6.22) se puede utilizar para calcular la variación del tirante a lo largo de las paredes y al principio de la curva, esto es, para $\theta < \theta_0$. Sin embargo, es más sencillo utilizar la Ec. (6.23) de Ippen y Knapp (Ref. 44). En el uso de ambas ecuaciones, el ángulo θ se considera positivo para el cálculo de tirantes a lo largo de la pared exterior, y negativo para tirantes a lo largo de la pared interior. El tirante en los primeros máximos de las ondas oblicuas se puede obtener usando el valor de θ_0 que resulte de la Ec. (6.50).

El perfil del agua en la sección A-A' al inicio de la curva, queda representado por la línea aa'. El primer máximo se presenta sobre la pared exterior de la sección C-D y queda representada por la línea

b-b'. La línea c-c' representa la posición de la superficie libre del agua en la sección transversal F-G, donde se produce el mínimo sobre la pared exterior y el máximo sobre la interior. Ippen y Knapp (Ref. 44) verificaron experimentalmente los valores analíticos obtenidos en los máximos para todas las condiciones prácticas de geometría en la curva y de números de Froude. Como primera aproximación, las sobreelevaciones máximas tienen la magnitud dada por la Ec. (6.40), medidas por encima de la superficie libre del flujo antes de entrar a la curva, en lugar de por encima de la superficie en la pared interior. Esto significa que para el régimen supercrítico la sobreelevación máxima entre los niveles de la pared interior y exterior de la curva es el doble de la que resulta para el régimen subcrítico; esto es, vale que:

$$\Delta y = \frac{2 V_1^2 b}{g r_c} \quad (6.51)$$

En la sección F-G y similares se produce el tirante mínimo sobre la pared exterior y la superficie real del agua es a-a', debido a que el efecto de las ondas oblicuas es prácticamente eliminado por la sobreelevación.

Para el cálculo aproximado del perfil del agua en una curva en régimen supercrítico, se puede concluir que la onda de perturbación tiene una longitud de $2b/\tan \beta_r$ y una amplitud de $\pm V_1^2 b/g r_c$ en cada pared.

En canales trapeciales los taludes favorecen la sobreelevación en las curvas hasta magnitudes diez veces mayores que los obtenidos de la Ec. (6.51).

6.4.3.2 Diseño.

El problema mayor en el diseño de curvas a régimen supercrítico consiste en eliminar o reducir el efecto de las ondas oblicuas y de la sobreelevación. El efecto consiste en la disminución del borde libre disponible, incremento de la pérdida por fricción debido al flujo helicoidal, la propagación hacia aguas abajo y el peligro de erosión del revestimiento en los puntos en que las ondas intersectan a las paredes.

La eliminación de estas perturbaciones es un problema difícil de resolver por lo que una medida recomendable sería disminuir, hasta donde sea posible, las curvas en régimen supercrítico.

Para disminuir el efecto de las ondas oblicuas en curvas simples, se recomienda que el radio medio r_c satisfaga la condición:

$$\frac{r_c}{B_1} > 4 F_{r1}^2 \quad (6.52)$$

donde B_1 y F_{r1} son el ancho de la superficie libre y número de Froude antes de la curva respectivamente.

Para reducir el efecto de la sobreelevación Knapp aplicó la Ec. (6.17) al diseño de curvas simples en régimen supercrítico y encontró conveniente una inclinación de la plantilla que ayuda también a disminuir la acción de la onda. Esto es similar a la que se utiliza en las curvas de una carretera o ferrocarril y consiste en dar pendiente transversal a la plantilla, a fin de equilibrar la componente del peso del agua en la dirección radial con la fuerza centrífuga (Fig. 6.41). Esto implica que la resultante -del peso W del agua y de la fuerza centrífuga- sea perpendicular al piso del canal; esto es que:

$$\tan \theta = \left(\frac{W}{g} \frac{V_1^2}{r_c} \right) / W$$

por tanto, la pendiente transversal $S_t = \tan \theta$ adecuada debe ser:

$$S_t = \frac{V_1^2}{g r_c} \quad (6.53)$$

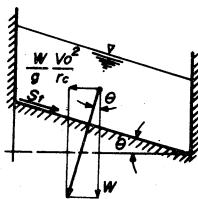


Fig. 6.41 Equilibrio y pendiente transversal en una curva horizontal

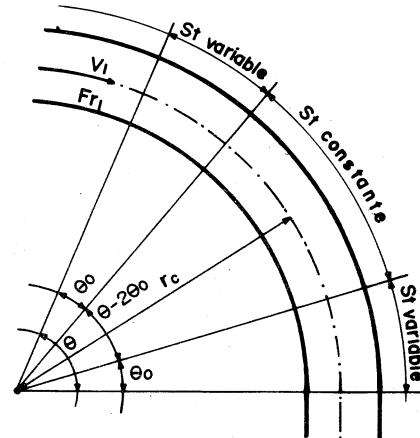


Fig. 6.42 Diseño de una curva simple a régimen supercrítico.

Para evitar cambios bruscos en las características del flujo, la pendiente transversal debe proporcionarse de manera gradual, desde cero al principio de la curva (Fig. 6.42) y aumentando linealmente hasta el máximo al final de la deflexión θ_0 . Despues se mantiene dicho máximo en toda la parte central, para disminuir gradualmente hasta cero en una longitud de arco que corresponda tambien a θ_0 antes de terminar la curva. De esta manera, la parte de curva con pendiente transversal constante, corresponde al ángulo $\theta - 2\theta_0$, donde θ es la deflexión total de la curva.

Para ello se pueden seguir tres opciones:

a) Mantener la pendiente longitudinal sobre la pared exterior de la curva, dando la pendiente transversal hacia la pared interior. Si la pendiente longitudinal no es suficientemente grande, esto puede conducir a formar una depresión (con niveles más bajos) en el lado interior de la curva, lo que ocasiona que el

agua se aloje en dicha depresión cuando no exista escorrimiento en el canal.

b) Mantener la pendiente longitudinal sobre el eje del canal, proporcionando la mitad de la depresión hacia cada pared de la curva. Esto simplifica el diseño, si bien puede formarse una depresión semejante a la del caso anterior, sobre la pared interior de la curva.

c) Mantener la pendiente longitudinal sobre la pared interior de la curva, proporcionando la pendiente transversal hacia el lado exterior. Esto eleva demasiado el lado exterior de la curva y puede resultar pendiente longitudinal negativa en dicho lado.

El procedimiento a seguir queda a criterio del proyectista según cada caso, sin embargo, el primero es el más utilizado.

La pendiente calculada con la Ec. (6.53) vale sólo para la velocidad de diseño; cuando ésta cambia, la pendiente transversal calculada es menos efectiva, por ello sólo se recomienda en canales que operan cerca o en las condiciones de gasto máximo.

La pendiente transversal es una solución costosa desde el punto de vista de diseño y de la construcción; se justifica sólo en estructuras importantes o en sitios donde es necesaria una deflexión angular grande con longitud de desarrollo corta.

Otra alternativa en el diseño de curvas a régimen supercrítico la constituye el uso de curvas compuestas. Con objeto también de reducir las ondas, Knapp e Ippen (Ref. 43) realizaron experimentos con curvas formadas de una circular central de radio r_c , precedida y seguida por curvas circulares de transición de radio $2r_c$ (Fig. 6.43). El ángulo θ_0 de las curvas de transición se obtiene de la Ec. (6.50) sustituyendo $2r_c$ en lugar de r_c . El ángulo θ'_0 es el necesario para lograr la deflexión total θ que requiera el cambio de dirección, esto es: $\theta'_0 = \theta - 2\theta_0$.

La curva compuesta con esta disposición geométrica produce una contraonda de signo opuesto a la positiva ABD en la Fig. 6.40. La onda negativa A'BC se

inicia con la curva de transición y alcanza la pared exterior justo en el punto en que principia la curva central.

Para utilizar la Ec. (6.50) es deseable calcular un valor preciso de β_1 mediante la Ec. (6.28), la cual ha sido aplicada por Harrison al diseño de curvas en canales trapeziales con buenos resultados. También puede utilizarse la Ec. (6.17) para valores aproximados de β_1 .

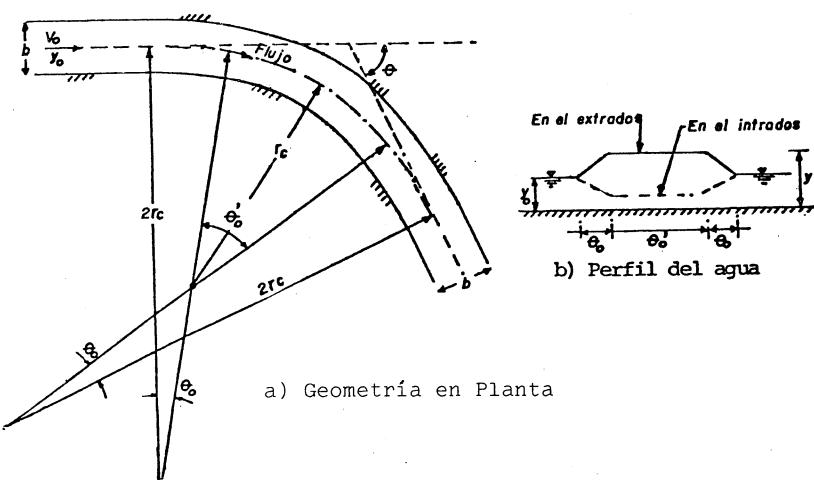


Fig. 6.43 Curva compuesta según Knapp e Ippen.

El tirante a lo largo de la margen exterior de la curva se calcula utilizando la Ec. (6.22) como se realizó en el ejemplo 6.4. Para cálculos aproximados puede utilizarse la Ec. (6.23). En la margen interior el tirante se deprime la misma magnitud (Fig. 6.43b).

Los experimentos con curvas compuestas han pro

bado que al inicio de la curva central se produce una onda positiva con la mitad de la altura de la producida en la curva circular simple. Esto implica que Δy para estas curvas es la mitad de la calculada con la Ec. (6.51) para el radio de la curva central, lo cual vale también para diseños basados en curvas de transición de forma espiral, que mejoran el funcionamiento pero complican la geometría y aumentan el costo de construcción.

En ocasiones también se utilizan umbrales sobre la plantilla del canal antes del inicio y al final de la curva, a fin de producir efectos similares a los de las curvas compuestas (ref. 45). Sin embargo, tienen un gran costo de mantenimiento producen perturbaciones notables con caudales pequeños y posible cavación cuando la velocidad es grande.

La curva compuesta puede mejorar su funcionamiento si se combina con la solución de pendiente transversal. La magnitud de dicha pendiente queda determinada de la Ec. (6.53), utilizando el radio $2r_c$ de la forma curva de transición, y se proporciona gradualmente desde el cero al inicio de la primera curva de transición hasta la magnitud que debe tener al terminar la misma. Después se mantiene constante en toda la curva central y nuevamente disminuye a cero en el arco de desarrollo de la segunda curva de transición. Por lo que se refiere a la pendiente longitudinal, puede seguir cualquiera de las opciones indicadas para la curva simple, con la ventaja ahora de que la pendiente transversal tiene por magnitud la mitad de la correspondiente a la curva simple por lo que disminuye el problema de las depresiones en el canal.

Ejemplo 6.8. El canal de descarga de un vertedor de desmasías tiene una sección trapezoidal de 30 m de ancho de plantilla, talud 0.5:1, revestido de concreto ($n = 0.015$) y conduce un gasto de $3250 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente $S = 0.021$. Por razones topográficas es necesario diseñar una curva de 280 m de radio medio y una deflexión total aproximada de 48° . Los cálculos de flujo variado, aguas arriba de la curva, indican que el tirante al inicio de ésta es $y_1 = 6.50 \text{ m}$ y la velocidad $V_1 = 15.0376 \text{ m/s}$. a) Calcular los tirantes que se presentan sobre ambas paredes del canal y la pendiente transversal necesaria. b) Diseñar la curva de manera que mejore el funcionamiento hidráulico.

Solución a. El área y ancho de superficie libre en la sección del canal al inicio de la curva valen:
 $A_1 = 216.125 \text{ m}^2$, $B_1 = 36.5 \text{ m}$, $Y_1 = 5.921 \text{ m}$. Por tanto, el número de Froude para el tirante hidráulico es:

$$Fr_1 = \frac{15.0376}{\sqrt{9.81 \times 5.921}} = 1.973$$

valor que indica un régimen supercrítico. El bordo libre necesario de la Ec. (2.53) es:

$$B.L. = 0.61 + 0.0372 \times 15.0376 \quad 3\sqrt{6.5} = 1.654 \text{ m}$$

De la Ec. (6.17), también se tendría que $\beta_1 = 30.4573^\circ$. Sin embargo, por tratarse de un canal trapezoidal, es preferible sustituir en la Ec. (6.28) y resulta que:

$$\operatorname{sen} \beta_1 = \frac{1}{1.973} \sqrt{\frac{\tan h(2 \pi 5.921/36.5 \cos \beta_1)}{2 \pi 5.921/36.5 \cos \beta_1}}$$

resolviendo la ecuación, se obtiene que:

$$\beta_1 = 25^\circ 26' 13.49''$$

No existe aclaración precisa en cuanto a la aplicación de la Ec. (6.50) en canales trapezoidales; así que consideramos primero el ancho real de la plantilla del canal, para determinar el ángulo con el que se presenta el máximo sobre la pared exterior y el mínimo sobre la interior.

Dicho ángulo vale:

$$\theta_0 = \operatorname{ang} \tan \frac{30}{(280 + \frac{30}{2}) \tan 25^\circ 26' 13.5''} = 12^\circ 4' 8''$$

Si se utiliza el ancho de superficie libre, $B_1 = 36.5$,

entonces $\theta_0 = 14^\circ 25' 46''$. Para determinar la variación de tirantes sobre ambas paredes de la curva se utiliza la Ec. (6.22) y para ello es necesario calcular θ_1 . Para $\theta = 0$, $Fr = 1.973$ y de la Ec. (6.22) $\theta_1 = 48.391880^\circ$ que permanece constante en todos los cálculos. Por otra parte, la energía específica antes de la curva es:

$$E = 6.50 + \frac{15.0376^2}{2g} = 18.0255$$

De la Ec. (6.21) se tiene que:

$$y = \frac{18.0255}{1 + 0.05 Fr^2}$$

Siguiendo el mismo procedimiento en la elaboración de la tabla 6.1 del ejemplo 6.5, se presentan para este caso los resultados de la tabla 6.3. Además, también se incluyen los cálculos utilizando la Ec. (6.23), para la determinación del tirante en la pared, siendo entonces:

$$\frac{y}{y_1} = 1.973^2 \operatorname{sen}^2 (30.4573^\circ \pm \frac{\theta}{2})$$

utilizando el signo positivo para la pared exterior y el negativo para la interior.

Tabla 6.3 Variación del tirante en la curva del ejemplo 6.8 caso a.

θ	Pared exterior		Pared interior		Δy Ec. (6.21)	Δy Ec. (6.23)			
	Fr Ec. (6.22)	y (m) Ec. (6.21)	y (m) Ec. (6.23)	Fr Ec. (6.22)	y (m) Ec. (6.21)	y (m) Ec. (6.23)			
0°	1.973	6.500	6.500	0°	1.973	6.500	6.500	0	0
5°	1.6937	7.405	7.487	-5°	2.2966	4.956	5.560	2.449	1.927
10°	1.4404	8.847	8.513	-10°	2.6869	3.910	4.674	4.937	3.839
12°4'8"	1.3381	9.511	8.947	-12°4' 8"	2.8752	3.511	4.324	6.000	4.623
14°25'46"	1.2175	10.353	9.449	-14°25'46"	3.1147	3.081	3.939	7.272	5.510

La Fig. 6.44a muestra la variación de tirantes en las paredes, de acuerdo con la tabla 6.3. La sobreelevación máxima en la curva para el ancho real de plantilla resulta entonces:

$$\Delta y = 9.511 - 3.511 = 6.000 \text{ m}$$

y para el ancho de superficie libre:

$$\Delta y = 10.353 - 3.081 = 7.272 \text{ m}$$

En el caso de usar la Ec. (6.23), los valores de Δy son menores que los anteriores.

Al aplicar la Ec. (6.51), la sobreelevación resulta ser:

$$\Delta y = \frac{2 \times 15.0376^2 \times 36.50}{280 \times 9.81} \text{ m}$$

Puede observar que se obtiene el mismo resultado cuando en la Ec. (6.51) se utiliza el ancho de plantilla, y una diferencia del 17% cuando se utiliza el ancho de superficie libre. A fin de simplificar la geometría, elegimos $\theta_0 = 14^\circ$.

Para evitar que el agua desborde el canal al rebasar el bόrdo libre y para uniformizar el tirante a lo ancho, conviene inclinar la plantilla. La pendiente transversal máxima de la Ec. (6.53) resulta ser:

$$St = \frac{15.0376^2}{9.81 \times 280} = 0.0823$$

y crece gradualmente desde cero al inicio de la curva, hasta el máximo para el ángulo $\theta_0 = 14^\circ$. Con este ángulo, la longitud del arco siguiendo el eje del canal es de:

$$l_c = \frac{14^\circ \times \pi}{180} \times 280 = 68.417 \text{ m}$$

y para el extrados e intrados respectivamente son:

$$l_e = 72.082 \text{ m}, l_i = 64.752 \text{ m.}$$

Manteniendo la pendiente longitudinal sobre el eje del canal, el desnivel entre el inicio de la curva y el punto para θ_0 resulta:

$$\Delta z = 0.021 \times 68.417 = 1.4368 \text{ m}$$

Con la pendiente transversal indicada, el desnivel entre el inicio de la curva (plantilla horizontal) y el extrados e intrados de la misma (para θ_0) respectivamente son:

$$\Delta z_e = 1.4368 - 0.0823 \times 15 = 0.202 \text{ m}$$

$$\Delta z_i = 1.4368 + 0.0823 \times 15 = 2.671 \text{ m}$$

Esto significa que la pendiente longitudinal media sobre el extrados de la curva es:

$$S_e = \frac{0.202}{72.082} = 0.0028$$

y para el intrados vale:

$$S_i = \frac{2.671}{64.752} = 0.04125$$

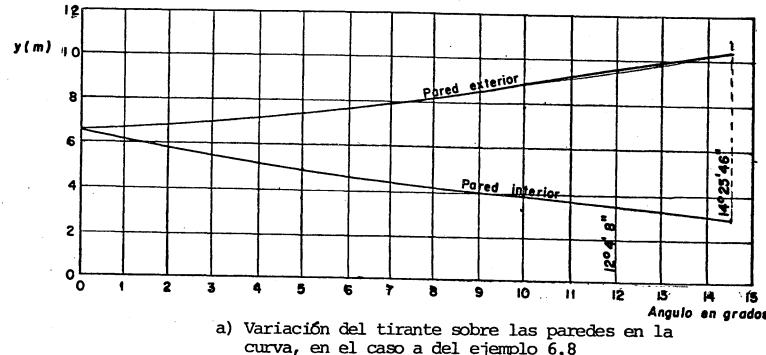
esto es, en ningún caso negativa.

La pendiente transversal y longitudinal sobre el eje deben permanecer constantes a partir de la sección de $\theta_0 = 14^\circ$, por un ángulo de valor: $48^\circ - 2 \times 14^\circ = 20^\circ$, para disminuir gradualmente en el último arco de ángulo θ_0 (Fig. 6.44, b, c, d y e). Para el lado interior en este último arco, el desnivel en el sentido longitudinal vale:

$$\Delta z_i = 1.4368 - 0.0823 \times 15 = 0.202 \text{ m}$$

teniendo en este caso una pendiente longitudinal de valor $S_i = 0.202/64.752 = 0.00312$, que sigue siendo positiva.

Analizamos también que se cumpla la condición de que $rc/B_1 > 4 F_{r1}^2$. Siendo la sección trapezoidal, consideramos que B_1 es el ancho de la superficie libre y F_{r1} el número de Froude aguas arriba de la curva; esto es resulta entonces que: $rc/B = 280/36.5 = 7.671$ y que $4 F_{r1}^2 = 4 \times 1.973^2 = 15.571$, esto indica que no se satisface esta condición y es probable que no exista buen funcionamiento con este diseño.



a) Variación del tirante sobre las paredes en la curva, en el caso a del ejemplo 6.8

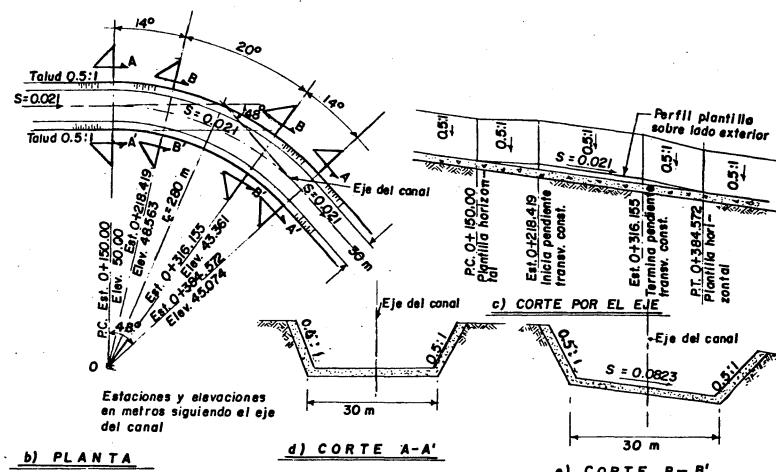


Fig. 6.44 Curva circular del ejemplo 6.8, caso a

Solución b. Para mejorar el funcionamiento, es recomendable utilizar curvas compuestas como en la Fig. 6.43. El radio de las curvas de transición es $2 r_c = 560 \text{ m}$ y de la Ec. (6.50), para el diseño de superficie libre el ángulo θ_0 de las mismas vale:

$$\theta_0 = \text{áng tan} \frac{36.5}{(560 + 36.5/2) \tan 25^\circ 26' 13.5''} = 7^\circ 33' 35''$$

Para simplificar la geometría, utilizamos $7^\circ 30'$.

El ángulo de la curva central es entonces:

$$\theta_0 = 48^\circ - 2 \times 7^\circ 30' = 33^\circ$$

y su radio se mantiene de 280 m.

La variación del tirante en la primera curva de transición es la misma de la Fig. 6.50b hasta el valor del ángulo $\theta_0 = 7^\circ 30'$, para el cual se lee como tirante máximo sobre la pared exterior: $y_{\max} = 8.0$ m y como mínimo en el interior $y_{\min} = 4.40$ m. Esto implica una sobreelevación máxima de aproximadamente 3.6 m que es la mitad de la calculada en la solución a.

Al sustituir como radio de la curva de transición a 560 m, de la ec. (6.51) resulta $\Delta y = 3.0$ m.

En ocasiones ha resultado conveniente combinar la solución de curva compuesta y pendiente transversal, para uniformizar los tirantes en ambos lados del canal. Si se elige una solución de este tipo, la pendiente transversal máxima en la curva, de la Ec. (6.53) resulta ser la mitad de la obtenida en la solución a, esto es:
 $St = 0.04116$. De la misma manera, crece gradualmente desde cero, al inicio de la primera curva de transición hasta este máximo al iniciar la curva central ($\theta_0 = 7^\circ 30'$). La longitud del arco en las curvas de transición, siguiendo el eje del canal, es de:

$$l_t = \frac{7^\circ 30' \times \pi}{180} \times 560 = 73.3038 \text{ m}$$

y para el extrados e intrados respectivamente son:
 $l_e = 75.2673 \text{ m}$ y $l_i = 71.3403 \text{ m}$.

Manteniendo la pendiente longitudinal sobre el eje, el desnivel entre el inicio y final de las curvas de transición es de:

$$\Delta z = 0.021 \times 73.3038 = 1.5394 \text{ m}$$

Para la pendiente transversal máxima calculada, el desnivel entre el inicio de la curva de transición (plantilla horizontal) y las paredes de la misma, respectivamente, son:

$$\Delta z_e = 1.5394 - 0.04116 \times 15 = 0.922 \text{ m}$$

$$\Delta z_i = 1.5394 + 0.04116 \times 15 = 2.1568 \text{ m}$$

lo que indica que no hay pendiente negativa sobre ninguna pared de la curva.

Las pendientes transversal y longitudinal sobre el eje del canal se mantienen constantes sobre toda la curva central, para disminuir la primera gradualmente sobre la curva de transición final hasta hacer la plantilla horizontal. La Fig. 6.45 muestra la geometría de esta solución combinada.

6.4.4 Teoría del gasto unitario constante

La sobreelevación del tirante en la pared exterior de una curva y el aumento de velocidad en la pared interior implican una concentración del gasto q (por unidad de ancho de plantilla) en la proximidad de la última. Según Henderson (Ref. 13) la utilización de una pendiente transversal variable en la plantilla de un canal rectangular, que uniformice la distribución de q a lo ancho de la sección transversal, permite que el flujo vuelva más rápidamente a su estado original después de pasar la curva. Lo anterior se consigue conservando la hipótesis inicial del movimiento en vórtice libre, de manera que, siendo $q = vy$, de la Ec. (6.30) se tiene:

$$\frac{q}{k} = \frac{y}{r} = \text{constante}$$

(6.54)

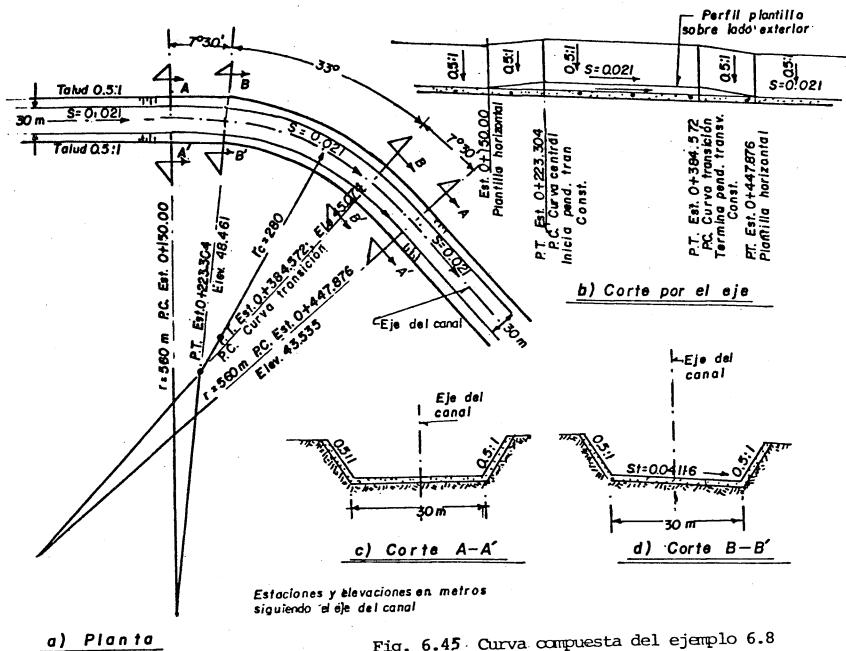


Fig. 6.45. Curva compuesta del ejemplo 6.8
solución b.

La superficie libre se encuentra en su más alto nivel en la pared exterior y por ello es conveniente forzar a que el tirante y el nivel de plantilla sobre dicha pared se mantengan iguales a los valores originales aguas arriba de la curva. La altura z de los restantes puntos de la plantilla queda por encima o por debajo del nivel de plantilla de la pared exterior y el

nivel de la superficie en todos los puntos queda debajo del nivel de la superficie libre sobre la pared exterior (Fig. 6.46).

Si y_1 y V_1 representan tirante y velocidad antes de la curva, r_c el radio exterior de la misma y E la energía referida al nivel de plantilla aguas arriba, (la que permanece constante a través de la sección transversal del canal), se tiene que:

$$E = z + y + \frac{V^2}{2g} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \quad (6.55)$$

De la Ec. (6.54), $y = qr/k$; y de la Ec. (6.30): $k = vr = V_1 r_e$, por lo cual, de la Ec. (6.55) resulta que:

$$z = E - (y + \frac{V^2}{2g}) = E - (\frac{q r}{V_1 r_e} + \frac{V_1^2 r_e^2}{2g r^2}) = E - y_1 \left(\frac{r}{r_e} + \frac{F_{r_1}^2 r_e^2}{2 r^2} \right) \quad (6.56)$$

Esta ecuación define el perfil transversal de la plantilla del canal y , en ella, F_{r_1} es el número de Froude aguas arriba de la curva.

Para aclarar algunos aspectos importantes, conviene hacer algunas consideraciones adicionales.

Debido a que y/r es constante para cantidades diferenciales en la Ec. (6.54), se puede también escribir que:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{y}{r} \quad (6.57)$$

y puesto que E es constante, se tiene que:

$$\frac{dE}{dr} = \frac{d}{dr} (z + y + \frac{V^2}{2g}) = \frac{dz}{dr} + \frac{dy}{dr} = 0$$

Tomando en consideración la Ec. (3.3b), la ecuación anterior también es:

$$\frac{dz}{dr} + \frac{dE}{dy} \frac{dy}{dr} = \frac{dz}{dr} + (1 - F_{r_1}^2) \frac{dy}{dr} = 0$$

y de aquí resulta que:

$$\frac{dz}{dr} = (F_{r_1}^2 - 1) \frac{dy}{dr} = (F_{r_1}^2 - 1) \frac{y}{r} = \frac{V^2}{gr} - \frac{y}{r} \quad (6.58)$$

La Ec. (6.58) indica que en caso de régimen subcrítico ($F_{r_1} < 1$): $dz/dr < 0$, ya que y/r será siempre positivo; esto significa que la plantilla del canal debe ascender hacia el lado interior de la curva. En caso de régimen supercrítico ($F_{r_1} > 1$), $dz/dr > 0$ y la plantilla debe descender hacia el lado interior de la curva (Fig. 6.46).

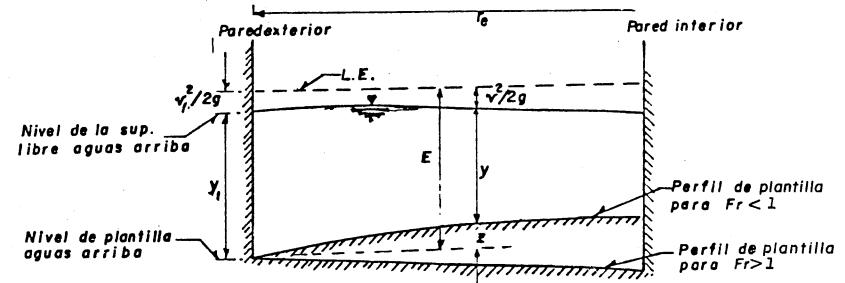


Fig. 6.46 Perfil de la plantilla en un canal curvo, necesario para que q sea constante a través de la sección.

Cuando el radio de la curva es grande, se pueden usar valores medios de y , F_{r_1} y de la Ec. (6.58) obtener una pendiente transversal constante de valor aproximadamente igual al dado por la Ec. (6.53) ($y/r \approx 0$).

En caso de régimen subcrítico, el número de Froude sobre la pared interior es mayor que el correspondiente F_{r_1} aguas arriba de la curva y puede alcanzar el valor crítico ($F_{r_1} = 1$); esta situación debe evitarse.

modificando el radio de la curva. Para detectar estas condiciones, la Ec. (6.56) para la pared interior se puede escribir como sigue:

$$\frac{E - z_i}{y_i} = \frac{r_i}{r_e} + \frac{Fr_i^2}{2} \frac{r_e^2}{r_i^2} \quad (6.59)$$

Pero además siendo que:

$$E - z_i = y_i + \frac{v_i^2}{2g} = y_i \left(1 + \frac{v_i^2}{2gy_i}\right) = y_i \left(1 + \frac{Fr_i^2}{2}\right)$$

Haciendo $Fr_i = 1$ en la ecuación anterior y sustituyendo la Ec. (6.54), se tiene que

$$\frac{E - z_i}{y_i} = \frac{3}{2} \frac{y_i}{r_i} = \frac{3}{2} \frac{r_i}{r_e}$$

Al sustituir este resultado en la Ec. (6.59) y simplificar, se obtiene que:

$$\frac{r_i}{r_e} = Fr_i^{2/3} \quad (6.60)$$

Si r_c es el radio al eje del canal, la ecuación anterior también es:

$$\frac{r_c - b/2}{r_c + b/2} = Fr_i^{2/3}$$

y de aquí despejando a r_c/b se obtiene:

$$\frac{r_c}{b} = \frac{1}{2} \frac{1 + Fr_i^{2/3}}{1 - Fr_i^{2/3}} \quad (6.61)$$

Las Ecs. (6.60) y (6.61) indican las relaciones entre radios con las que se alcanza el régimen crítico sobre la pared interior de una curva, con la depresión en la plantilla como se muestra en la Fig. 6.46, para régimen subcrítico original ($Fr_i < 1$). A fin de evitar este problema, es necesario que r_c/b sea mayor que el

proporcionado por la Ec. (6.61).

La Fig. 6.47 muestra la representación gráfica de la Ec. (6.61).

Según Henderson, el perfil transversal de la plantilla en una curva, diseñado de acuerdo con la Ec. (6.56), debe suprimir los disturbios debidos al movimiento diagonal del filamento de máxima velocidad indicado en la Fig. 6.32b

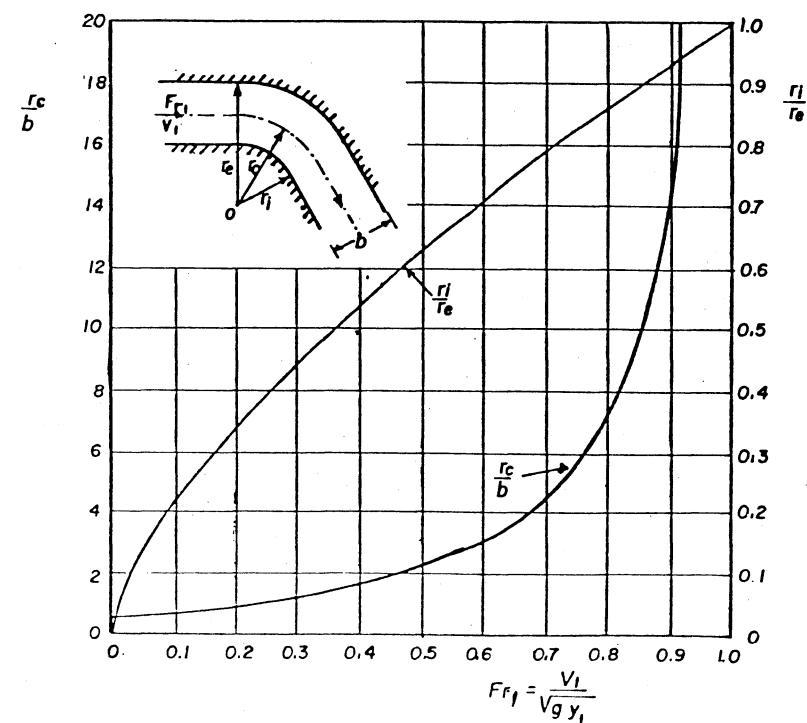


Fig. 6.47 Magnitud de los radios de una curva en régimen subcrítico, para los que ocurre tirante crítico en la pared interior.

Ejemplo 6.9. a) Para el canal del ejemplo 6.7 calcular, con la teoría del gasto unitario constante, el radio para el que se formaría tirante crítico sobre la pared interior de la curva. b) Utilizando la misma teoría, calcular el perfil transversal de la plantilla para el radio de diseño $r_c = 40$ m. c) Con la misma teoría calcular el perfil transversal de la plantilla para el caso de que el tirante antes de la curva sea $y_1 = 1.20$ m, la pendiente longitudinal $S_0 = 0.016$ y un radio de 80m.

Solución a) Con $F_{r1} = 0.472$, de la Ec. (6.61) o de la Fig. 6.47 resulta que $r_c/b = 2$. Esto es, el radio al eje del canal para el que se produce tirante crítico es de 16.00 m.

Solución b) Haciendo las sustituciones necesarias en la Ec. (6.56), resulta que

$$z = 3.889 - 3.5 \left(\frac{r}{44} + \frac{0.472^2}{2} \frac{44^2}{r^2} \right) = 3.889 - \left(0.07955r + \frac{754.79219}{r^2} \right)$$

Con esta ecuación resultan los valores de z, que indica la tabla 6.4.

Tabla 6.4 Coordenadas del perfil transversal del piso en el ejemplo 6.4 caso b.

r (m)	36	37	38	39	40	41	42	43	44
z (m)	0.443	0.394	0.343	0.290	0.235	0.178	0.120	0.60	0

Según los resultados de la citada tabla, el nivel del piso en el lado interior de la curva quedaría 0.443 m arriba del correspondiente al lado exterior y que los resultados según este procedimiento son exagerados. Normalmente no se peraltan las curvas en régimen subcrítico.

Solución c) Para el tirante dado, los elementos geométricos de la sección son: $A = 9.6 \text{ m}^2$, $P = 10.40 \text{ m}$ y $R_h = 0.923 \text{ m}$. De la fórmula de Manning $V_1 = 7.495 \text{ m/s}$. Además, el gasto, número de Froude y energía específica respectivamente son: $Q = 71.95 \text{ m}^3/\text{s}$ $F_{r1} = 2.184$ y

$E = 4.063 \text{ m}$, por lo que el régimen del escurrimiento es supercrítico.

En caso de utilizar pendiente transversal constante, de la Ec. (6.53) ésta sería

$$St = \frac{7.495^2}{9.81 \times 80} = 0.0716$$

Haciendo las sustituciones necesarias en la Ec. (6.56), se obtiene que

$$z = 4.063 - 1.2 \left(\frac{r}{84} + \frac{2.184^2 \cdot 84^2}{2 \cdot r^2} \right) = 4.063 - \left(0.01429r + \frac{20.193.66}{r^2} \right)$$

Con esta ecuación resultan los valores de z que indica la tabla 6.5.

Tabla 6.5 Coordenadas del perfil de la plantilla del ejemplo 6.9c

r (m)	76	77	78	79	80	81	82	83	84
z (m)	-0.519	-0.443	-0.37	-0.301	-0.235	-0.172	-0.112	-0.054	0

De acuerdo con los resultados de la tabla 6.5, la pendiente transversal media sería:

$$St = \frac{0.519}{8} = 0.0649$$

Que es 9 porciento menor que la calculada mediante la Ec. (6.53). Sin embargo, la pendiente transversal variable es más complicada de construir.

6.5 Cambios de dirección vertical

El perfil del piso de un canal generalmente se diseña para conformarlo a las condiciones topográficas y geológicas del sitio, mediante tramos rectos unidos por curvas verticales.

Los cambios de dirección vertical en la plantilla se requieren para unir dos tramos de pendiente distinta o

bien cuando por razones hidráulicas es necesario proporcionar una determinada geometría al perfil de la plantilla. Esto último puede presentarse al diseñar la conexión entre el pie de un cimacio y su canal de descarga, o bien al diseñar una cubeta deflectora.

Las curvas verticales bruscas deben evitarse a fin de prevenir perturbaciones del flujo en el canal. Dichas perturbaciones son más sencillas de considerar que las resultantes en un cambio de dirección horizontal, pero es necesario diseñar curvas de conexión que tomen en consideración los siguientes aspectos:

- Las curvas convexas (Fig. 1.7b) deben ser suficientemente graduales a fin de mantener presiones positivas y evitar que el escurrimiento se separe del piso.
- Las curvas cóncavas (Fig. 1.7a) deben tener un radio de curvatura suficientemente grande a fin de disminuir las fuerzas dinámicas sobre el piso, producidas por la fuerza centrífuga resultante del cambio de dirección.
- La geometría de la curva de transición en la plantilla debe ser lo más sencilla posible, preferentemente circular o parabólica, a fin de simplificar su construcción. En el caso de canales con flujo subcrítico de pequeña velocidad, los cambios de pendiente pueden ser bruscos si esto no implica erosión en el piso.
- En el análisis del perfil de flujo sobre curvas verticales se debe considerar el efecto que tiene la curvatura de las líneas de corriente y la aceleración centrífuga sobre la presión calculada en la plantilla, de la misma manera expuesta en el subcapítulo 1.6.

Para evitar la tendencia del agua a separarse del piso y disminuir la presión de contacto, el perfil de una curva convexa debe ser considerablemente más tendido que la trayectoria de un chorro descargando libremente, lanzado bajo una carga igual a la energía específica E del escurrimiento en la sección que inicia la curva. La Fig. 6.48 muestra la curva de conexión bajo las condiciones anteriores.

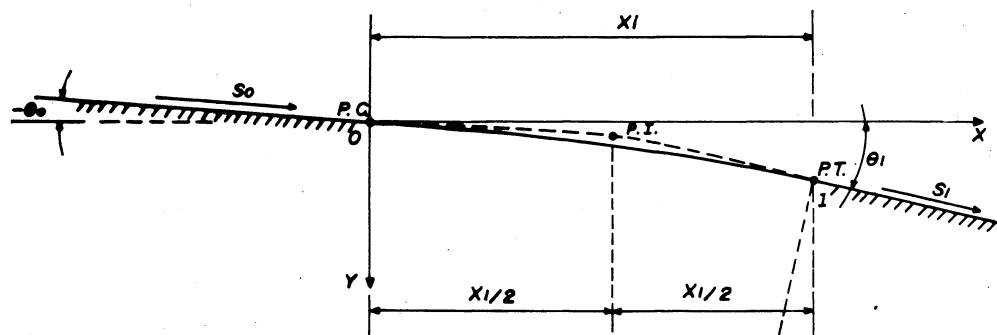


Fig. 6.48 Curva vertical convexa.

De acuerdo con los resultados del ejemplo 4.13 del Vol. I y lo expresado por la Ec. (8.7), la forma de la curva de transición para el sistema coordenado mostrado en la Fig. 6.48 está definida por la ecuación:

$$y = x \tan \theta_0 + \frac{x^2}{4 K E \cos^2 \theta_0} \quad (6.62)$$

donde θ_0 es el ángulo de inclinación del piso en el tramo aguas arriba de la curva.

Con excepción del factor K, esta ecuación corresponde a la de un chorro descargando libremente desde un orificio inclinado el ángulo θ_0 . Para asegurar presiones positivas sobre toda la superficie de contacto en la curva, el valor de K debe ser igual o mayor que 1.5.

La derivada de la ecuación es:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta_0 + \frac{x}{2 K E \cos^2 \theta_0}$$

Para obtener las coordenadas del punto en que la curva se vuelve tangente al segundo tramo, se iguala dy/dx

Con $\tan \theta_1$ y resulta:

$$\tan \theta_1 = \tan \theta_0 + \frac{x}{2KE \cos^2 \theta_0}$$

Siendo la abscisa del punto 1 de tangencia:

$$x_1 = 2KE \cos^2 \theta_0 (\tan \theta_1 - \tan \theta_0) \quad (6.63)$$

y la ordenada y_1 se obtiene sustituyendo en la ecuación del perfil del piso.

El piso puede diseñarse con la forma parabólica proporcionada por la ecuación (6.62) entre los puntos 0 y 1. Sin embargo, para simplificar su geometría y construcción, el perfil se puede también asimilar a una curva circular vertical que inicia en el origen (punto P.C.) y termina en el punto 1 (punto P.T.), donde P.I. es el punto de inflexión. El ángulo de inflexión es $\theta = \theta_1 - \theta_0$.

En caso de curvas verticales cóncavas, se debe evitar que la fuerza centrífuga produzca sobre el piso presiones dinámicas positivas elevadas. Un valor máximo de $p = 489 \text{ kg/m}^2 (100 \text{ lb/ft}^2)$ (Ref. 21) se considera aceptable, de manera que con dicho valor en la Ec. (1.17), el radio de curvatura necesario para no rebasar dicha presión sería:

$$R \geq 0.21 V^2 d \quad (6.64)$$

También se recomienda que:

$$R \geq 10 d \quad (6.65)$$

y se elige el valor que satisfaga simultáneamente ambas desigualdades, donde

d tirante medido en dirección perpendicular a la plantilla del canal, en m.

R radio de curvatura en m.

V velocidad media del escurrimiento, en m/s.

En el caso de la curva vertical para unir el perfil de un cimacio con el canal aguas abajo, se recomienda que el radio R no sea menor que $5d$.

Ejemplo 6.10. El canal de descarga de una obra de excepciones (Fig. 6.49) tiene inicialmente una pendiente longitudinal $S_0 = 0.04$ y después es necesario cambiar al valor $S_1 = 0.20$. La elevación del punto de inflexión donde cambia la pendiente es la 388.00. El canal es muy ancho y el gasto unitario que conduce es de $56.3 \text{ m}^3/\text{s/m}$. Los cálculos de flujo variado indican que la velocidad en el P.I. es de 22.1 m/s . Diseñar la curva vertical de transición entre ambas pendientes.

Solución. Suponiendo que en la Fig. 6.48 la distancia horizontal $x_1/2 = 6.50 \text{ m}$ y con $y = 56.3/22.1 = 2.55 \text{ m}$, la energía específica aproximada en el P.C. es

$$E = 2.55 + \frac{(22.1)^2}{2g} - 0.04 \times 6.5 = 27.181 \text{ m}$$

Siendo $\tan \theta_0 = 0.04$, $\cos \theta_0 = 0.9992$ y $\tan \theta_1 = 0.20$, la ecuación del perfil longitudinal del piso resulta de la Ec. (6.62) para $K = 1.5$, como sigue:

$$y = 0.04 x + 0.006142 x^2$$

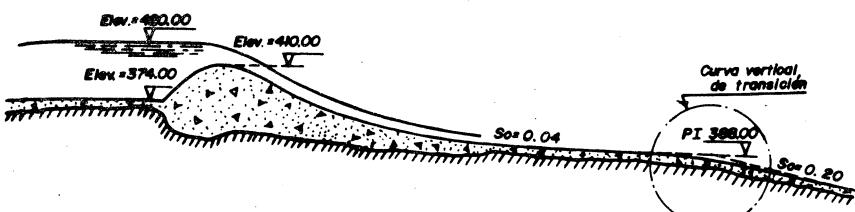
y de la Ec. (6.63), la abscisa del punto de tangencia P.T vale: $x_1 = 13.026 \text{ m}$, por lo que el valor supuesto para $x_1/2$ fue correcto. La magnitud de la ordenada es entonces

$$y_1 = 0.04 x 13.026 + 0.006142 x 13.026^2 = 1.563 \text{ m}$$

El perfil del piso puede seguir la ecuación parabólica o bien asimilarse a una curva circular tangente en P.C y P.T. Si el perfil es parabólico, sus coordenadas se indican en la tabla 6.6 y la Fig. 6.49b muestra la curva de transición.

Tabla 6.6 Coordenadas de la curva vertical de transición del Ejemplo 6.10

x (m)	0	1	2	3	4	5	6
y (m)	0	0.046	0.105	0.175	0.258	0.354	0.461
x (m)	7	8	9	10	11	12	13.026
y (m)	0.581	0.713	0.858	1.014	1.183	1.364	1.563



a) Perfil longitudinal

Fig. 6.49. Perfil longitudinal de la obra de excedencias del ejemplo 6.10.

6.6 Obstrucciones

6.6.1 Aspectos generales

El control del flujo de agua en un canal puede requerir de pilas intermedias y estrechamientos, a fin de apoyar compuertas. También el cruzamiento de una vía por encima del canal suele necesitar de pilas de apoyo intermedio y de estribos laterales. Las rejillas

colocadas a lo ancho del canal sirven para eliminar basura y objetos flotantes. Todas ellas presentan una obstrucción al paso del agua que produce efectos similares al de una contracción en el área de la sección transversal, generando un remanso hacia aguas arriba y un incremento en la altura de bordos.

Por esta razón, es importante predecir, con seguridad razonable, la magnitud del remanso causado por estas obstrucciones. El empuje del flujo sobre las pilas es bastante pequeño comparado con otras solicitudes y tiene interés en su diseño estructural. A reserva de presentar con más amplitud el problema para el caso de un río, aquí se hace una exposición de las leyes generales de la obstrucción por pilas que sirva de apoyo a otros problemas similares.

6.6.2 Umbrales de fondo

Antes de presentar las obstrucciones debidas a pilas de puentes, conviene estudiar los efectos producidos por los umbrales colocados sobre la plantilla de un canal rectangular en régimen subcrítico (Fig. 6.50). Como en casi todas las obstrucciones, las separaciones que se producen en la corriente conducen a pérdidas de energía que es necesario determinar.

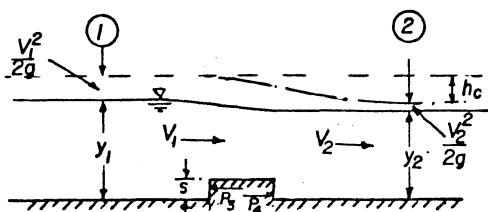


Fig. 6.50 Obstrucción debida a un umbral de fondo.

Como en el caso de los escalones (Figs. 6.9 a y b), es posible estimar la magnitud de la pérdida de energía del escurrimiento sobre un umbral de fondo. Para ello se recurre a la ley de impulso y cantidad de movimiento que, para el umbral 1 y las dos secciones 1 y 2 de la Fig. 6.50, ahora se escribe como sigue

$$P_1 - P_2 - P_3 + P_4 = \frac{\gamma Q}{g} (V_2 - V_1)$$

donde se tiene que: $P_1 = \gamma b y_1^2 / 2$, $P_2 = \gamma b y_2^2 / 2$ y empíricamente $P_3 - P_4 = \frac{1}{2} c \gamma b s (y_1 - y_2)$, siendo c un coeficiente de corrección. Además, de la ecuación de continuidad,

se tiene que: $V_2 = V_1 y_1 / y_2$ y $Q_1 = V b y_1$. Por tanto, al sustituir y ordenar la ecuación anterior, resulta

$$y_2^2 - y_1^2 + 2 Fr_1^2 y_1^2 \left(\frac{y_1}{y_2} - 1 \right) + cs (y_1 - y_2) = 0$$

De manera análoga al caso de los escalones, la solución es

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(1 - c \frac{s}{y_1} \right)^2 + 8 Fr_1^2} - \left(1 - c \frac{s}{y_1} \right) \right] \quad (6.66)$$

que es idéntica a la Ec. (6.3), sin embargo, en este caso hay algunas diferencias en el cálculo del coeficiente c . Despreciando la fricción contra las paredes y considerando que sobre el peralte del umbral la presión se distribuye hidrostáticamente, se tiene que

$$P_3 \approx \frac{1}{2} \gamma b s (2 y_1 - s)$$

$$P_4 \approx \frac{1}{2} \gamma b s (2 y_2 - s)$$

y la diferencia

$$P_3 - P_4 \approx \gamma b s (y_1 - y_2)$$

Por tanto, el coeficiente $c \approx 2$

La pérdida de energía es entonces

$$h_C = y_1 - y_2 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}$$

Siendo además: $V_1 y_1 = V_2 y_2$, de la ecuación anterior se obtiene que

$$\frac{h_C}{y_1} = 1 - \frac{y_2}{y_1} - \frac{1}{2} Fr_1^2 \frac{1 - (y_2/y_1)^2}{(y_2/y_1)^2} \quad (6.67)$$

donde y_2/y_1 se obtendría de la ec. (6.66).

Si la pérdida se expresa en la forma $h_C = K V_2^2 / 2g$,

el coeficiente K vale

$$K = \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 \left[1 + 2 \frac{1 - y_2/y_1}{Fr_1^2} \right] - 1 \quad (6.68)$$

6.6.3 Pilas de puente

La obstrucción producida por una pila de puente o por rejillas crea un comportamiento hidráulico resultado de la combinación del efecto de una contracción del área de la sección transversal, seguida de una ampliación de la misma. Esto tiene validez mientras no se produzca un cambio en el régimen del escurrimiento.

La discusión se puede centrar sobre las Figs. 6.51 que muestran el esquema básico más sencillo de pilas colocadas en dirección paralela al flujo, inicialmente uniforme, en un canal de sección rectangular de península pequeña u horizontal. El flujo original puede ser subcrítico o supercrítico. El primero es el caso más común, el segundo ocurre poco en la práctica y el efecto de las pilas consiste en dividir el escurrimiento, produciendo una estela de disturbios hacia aguas abajo, sin transmitir más efectos hacia aguas arriba que los puramente locales en el entorno de la nariz de la pila; la magnitud de aquellos depende de la forma de ésta.

La Fig. 6.51b muestra el comportamiento de la superficie del agua, en caso de flujo uniforme subcrítico, el cual, hacia aguas arriba, genera un remanso con perfil M_1 . Entre las pilas se produce un flujo acelerado con disminución del tirante (aunque siempre mayor que el crítico) y que es el resultado de la reducción en el área. Aguas abajo de la pila, más allá de cualquier estela turbulenta creada por el obstáculo, las condiciones del flujo son cercanas al uniforme.

Este flujo se denomina tipo I y es el que se encuentra con más frecuencia en la práctica.

La Fig. 6.51c muestra el comportamiento en el caso de flujo uniforme originalmente subcrítico y que también genera hacia aguas arriba un remanso con perfil M_1 . Entre las pilas, el flujo se acelera y disminuye el tirante hasta valores iguales o menores que el crítico, para después expandirse aguas abajo de la pila. En esta

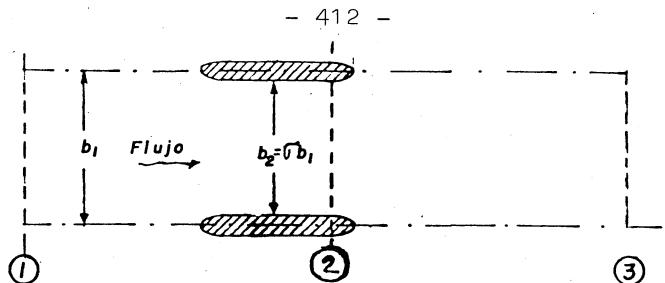


Fig. 6.51a Geometría en planta de pilas en dirección del flujo

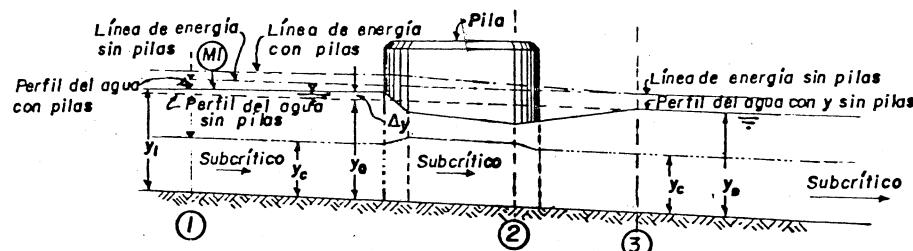


Fig. 6.51b Elevación de pilas para un flujo subcrítico. Tipo I

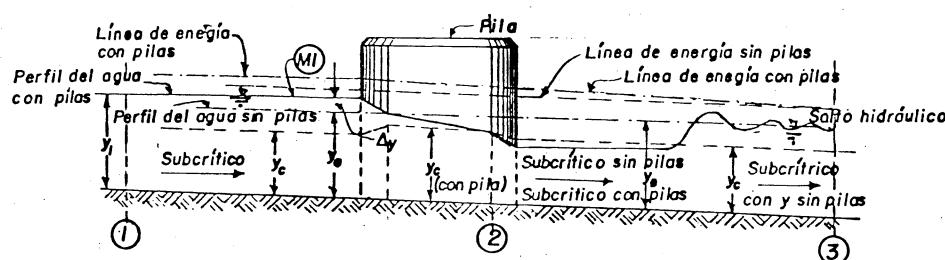


Fig. 6.51 c Elevación de pilas para un flujo originalmente subcrítico con cambio a supercrítico. Tipo II

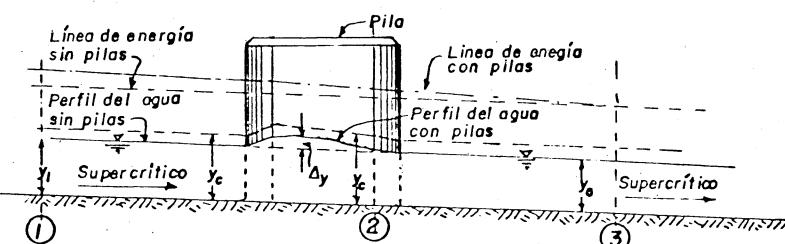


Fig. 6.51 d Elevación de pilas para un flujo originalmente supercrítico sin cambio de régimen. Tipo III

expansión puede llegar a producirse un salto hidráulico, de intensidad cada vez mayor, en la medida que el tirante entre pilas disminuye por debajo del crítico. En cualquier caso se utiliza el mismo criterio para el análisis del flujo de este tipo.

La Fig. 6.51d muestra el comportamiento del perfil del agua en el caso de flujo supercrítico antes y después de las pilas, sin generar disturbios hacia aguas arriba y es del tipo III. Para los dos primeros tipos de flujo, la sobre elevación o remanso Δy se define como la diferencia causada en el nivel del agua de la sección 1, por la introducción de las pilas en la corriente. Esta sobre elevación se produce por la presencia de diferentes pérdidas de energía por el paso del agua a lo largo de la estructura y que son: a) La pérdida al pasar de la sección 1 a la zona entre pilas, debida al efecto de las separaciones, vórtices, etc. b) Pérdida por fricción entre las pilas, por el incremento de la velocidad. c) Pérdida por ampliación al pasar de la sección 2 a la 3.

La importancia de las pérdidas de energía depende de las modificaciones que se introduzcan en el flujo. Por ejemplo, si la relación de contracción $\sigma = b_2/b_1$ es grande (0.5 o más), sería posible admitir que $E_1 = E_2$ y $M_2 = M_3$.

Esto falla debido a la distribución no uniforme de la velocidad a través del espacio entre pilas y a la fricción sobre las caras de las pilas, sin embargo para fines de estimación teórica del grado de estrangulamiento y tipo de flujo entre pilas, es posible aceptar estas dos condiciones.

Aceptando que $E_1 = E_2$ y que el flujo en la sección 2 es crítico, se tiene que

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (6.69)$$

$$y_1 (2 + Fr_1^2) = y_2 (2 + Fr_2^2) \quad (6.70)$$

donde Fr_1 y Fr_2 son los números de Froude en las secciones 1 y 2.

Por otra parte, de la ecuación de continuidad

$$V_1 b_1 y_1 = V_2 b_2 y_2$$

o bien

$$Fr_1^2 y_1^3 = Fr_2^2 \sigma^2 y_2^3 \quad (6.71)$$

Eliminando y_1 y y_2 de las Ecs. (6.70) y (6.71), resulta que

$$\sigma^2 = \frac{Fr_1^2 (2 + Fr_2^2)^3}{Fr_2^2 (2 + Fr_1^2)^3}$$

Cuando el flujo en la sección 2 es crítico, $Fr_2 = 1$ y el valor de σ , para el que se satisface esta condición, resulta

$$\sigma^2 = \frac{27 Fr_1^2 L}{(2 + Fr_1^2 L)^3} \quad (6.72)$$

Esto también significa que, para un σ dado, el flujo a través de la obstrucción es crítico si Fr_1 es igual al calculado de la Ec. (6.72), o sea a $Fr_1 L$.

Si Fr_1 es menor, el comportamiento del flujo será del tipo I; si es igual o mayor (pero siempre menor que el crítico), el flujo será del tipo II. Para este último caso se tienen condiciones de contracción bastante severas. La Fig. 6.52 presenta una solución gráfica de la Ec. (6.72) que facilita los cálculos. La curva de dicha figura contiene los puntos para los cuales $Fr_1 = Fr_1 L$.

En ocasiones, el desarrollo anterior se realiza aceptando que $E_2 = E_3$, obteniendo la misma Ec. (6.72), pero con $Fr_1 L$ en lugar de $Fr_1 L$. Sin embargo, el desarrollo con esta suposición es más criticable.

Otra manera de efectuar un desarrollo similar es aceptando que $M_2 = M_3$. De la Ec. (4.2) se tiene que:

$$\frac{Q^2}{g A_2} + \frac{y_2}{2} A_2 + \frac{y_2}{2} (b_3 - b_2) y_2 = \frac{Q^2}{g A_3} + \frac{y_3}{2} A_3$$

Siendo $b_3 = b_2/\sigma$ y factorizando, se obtiene que

$$A_2 y_2 \left[\frac{Q^2}{g A_2^2 y_2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right) \right] = A_3 y_3 \left(\frac{Q^2}{g A_3^2 y_3} + \frac{1}{2} \right)$$

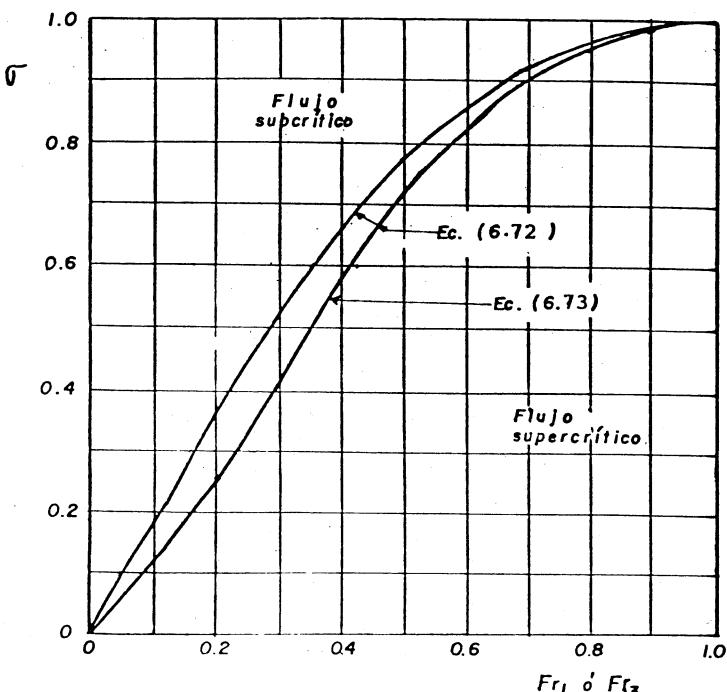


Fig. 6.52 Determinación del tipo de flujo a través de pilas de puente.

Al simplificar resulta

$$(Fr_2^2 + \frac{1}{2\sigma}) = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{y_3}{y_2} \right)^2 (Fr_3^2 + \frac{1}{2})$$

Por otra parte, de la ecuación de continuidad y de manera similar a la Ec. (6.71) se tiene

$$\frac{y_3}{y_2} = (\sigma \frac{Fr_2}{Fr_3})^{2/3}$$

la cual, sustituída en la anterior y aceptando que en la sección 2 el flujo es crítico ($Fr_2 = 1$), se obtiene finalmente que

$$\sigma = \frac{(2 + 1/\sigma)^3 Fr_3^4 L}{(2 Fr_3^2 L + 1)^3} \quad (6.73)$$

La Ec. (6.73) permite clasificar el flujo de la misma manera que la Ec. (6.72) y es probablemente más correcta en sus hipótesis y más útil en sus aplicaciones debido a que las variables independientes que intervienen son las de la sección 3, inicialmente conocidas. La Fig. 6.52 presenta también la solución gráfica de la Ec. (6.73).

Diversos autores han estudiado y derivado ecuaciones para el comportamiento del flujo en el problema que nos ocupa. Weisbach, en 1855, (Ref. 46), derivó una fórmula en base a consideraciones teóricas poco convincentes y su aplicación proporciona resultados distintos de los obtenidos experimentalmente.

d'Aubuisson, en 1840 (Ref. 47), obtuvo otra expresión aceptando que $E_1 = E_2$; esto es, con $V_2 = Q/K_A b_2 y_2$ en la Ec. (6.69) (donde K_A es un coeficiente de contracción), al simplificar se obtiene

$$Q = K_A b_2 y_2 \sqrt{2g (y_1 - y_2) + V_1^2} \quad (6.74)$$

Considerando que $y_2 \approx y_3$ y que $y_1 - y_3 = \Delta y$, la

fórmula queda finalmente

$$Q = K_A b_2 y_3 \sqrt{2g \Delta y + V_1^2} \quad (6.75)$$

K_A depende principalmente del grado de contracción del canal y de la forma y orientación de las pilas; varía entre 0.9 y 1.05 y la tabla 6.7 proporciona valores experimentales de este coeficiente. Los resultados de la fórmula de d'Aubuisson son sólo aproximados, debido a las hipótesis introducidas en su obtención.

La fórmula de Nagler (1918) (Ref. 48) es

$$Q = K_N b_2 \sqrt{2g} \left(y_3 - \theta \frac{V_3^2}{2g} \right) \sqrt{\Delta y + \beta \frac{V_1^2}{2g}} \quad (6.76)$$

Donde: K_N , coeficiente que depende del grado de contracción del canal y de las características de las pilas; la tabla 6.7 proporciona valores experimentales de este coeficiente. θ , factor de ajuste en la reducción del tirante y_3 a y_2 que varía desde cero para efectos de contracción pequeños, hasta valores mayores cuando crece dicho efecto, siendo 0.3 un valor promedio. β es un coeficiente que corrige el efecto de distribución irregular de la velocidad V_1 y que varía con la relación de contracción σ , como se indica en la Fig. 6.53.

Th: Rehbock (Ref. 50), en 1921, publicó una serie de fórmulas experimentales para determinar el valor Δy . Estas fueron simplificadas por Reh (Ref. 51), en 1958, para obtener una sola que es

$$\Delta y = \frac{a_2}{A_3} \left[\delta - \frac{a_2}{A_3} (\delta - 1) \right] \left[0.4 + \frac{a_2}{A_3} + 9 \left(\frac{a_2}{A_3} \right)^3 \right] \left(1 + 2 \frac{V_3^2}{2g y_3} \right) \frac{V_3^2}{2g} \quad (6.77)$$

En esta ecuación: a_2 es el área ocupada por las pilas debajo del nivel del agua, A_3 el área hidráulica en la sección 3, δ es un coeficiente que depende de la forma de la pila según la Fig. 6.54 y y_3 el tirante hidráulico o medio en la sección original. La Ec. (6.77)

Tabla 6.7 Valores experimentales de K_A , K_N y K en las Ecs. (6.75), (6.76) y (6.77), obtenidos por Yarnell (Ref. 49)

Tipo de pila	Relación de contracción σ										K_Y	
	0.5		0.6		0.7		0.8		0.9			
	K_A	K_N	K_A	K_N	K_A	K_N	K_A	K_N	K_A	K_N		
1. Nariz y cola de forma cuadrada	0.97	0.89	1.00	0.87	1.02	0.86	1.02	0.87	0.96	0.91	1.25	
2. Nariz y cola de forma semicircular	1.31	1.11	1.26	1.03	1.20	0.95	1.13	0.92	0.99	0.94	0.9	
3. Nariz y cola de forma triangular a 90°					0.92	0.94	0.95	1.05	
4. Doble cilindro					0.88	0.89	0.91	1.05	
5. Doble cilindro unido con diafragma					0.88	0.89	0.91	0.95	
6. Nariz y cola de forma lenticular. (Formada por dos arcos tangentes con la pared de la pila y de radio igual a dos veces el espesor).					1.22	0.97	1.14	0.94	1.00	0.95	0.9	

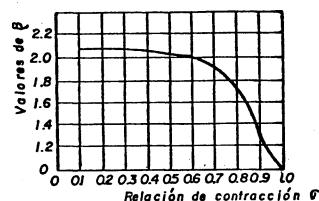


Fig. 6.53 Valores de β en la fórmula de Nagler (ec. 6.76)

se aplica a cualquier forma en la sección del canal.

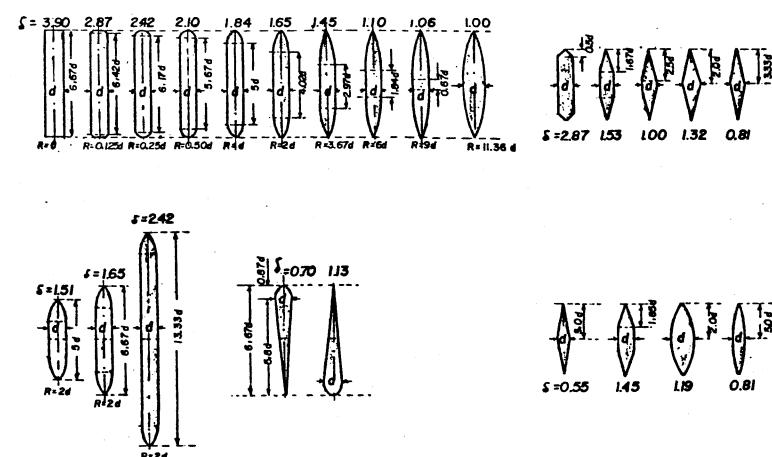


Fig. 6.54 Coeficiente δ en la ec. (6.77) según Reh (ref. 51)

La Ec. (6.77) es válida aún en el caso de canales rectangulares donde cambia el ancho de plantilla. En el caso de ancho constante: $a_2/A_3 = 1 - \sigma = \alpha$ y puesto que $\Delta y = y_1 - y_3$, de la Ec. (6.77), con $Fr_3^2 = V_3^2/g y_3$ se obtiene que

$$\frac{y_1}{y_3} = 1 + \alpha \left[\delta - \alpha (\delta - 1) \right] \left[0.4 + \alpha + 9 \alpha^3 \right] (1 + Fr_3^2) \frac{Fr_3^2}{2} \quad (6.78)$$

De la ecuación de energía entre las secciones 1

y 3, la pérdida de energía h_r vale

$$\frac{h_r}{y_3} = \frac{y_1}{y_3} - 1 + \frac{V_1^2 - V_3^2}{2g y_3} = \frac{y_1}{y_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{V_1^2}{g y_3} - Fr_3^2 \right) - 1$$

Además, de la ecuación de continuidad:
 $V_1 = V_3 y_3 / V_1$, por tanto

$$\frac{h_r}{y_3} = \frac{y_1}{y_3} + \frac{1}{2} \left[Fr_3^2 \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^2 - Fr_3^2 \right] - 1$$

Finalmente, se tiene que

$$\frac{h_r}{y_3} = \frac{y_1}{y_3} - \frac{1}{2} Fr_3^2 \frac{(y_1/y_3)^2 - 1}{(y_1/y_3)^2} - 1 \quad (6.79)$$

en la que y_1/y_3 se obtiene de la Ec. (6.78)

Considerando que la pérdida de energía se puede calcular con la ecuación general: $h_r = K V_3^2 / 2g$, de la Ec. (6.79) se tiene que el coeficiente K vale

$$K = 2 \left(\frac{y_1/y_3 - 1}{Fr_3^2} \right) - \frac{(y_1/y_3)^2 - 1}{(y_1/y_3)^2} \quad (6.80)$$

Los resultados de las Ecs. (6.77) a (6.80) son válidos en el caso de velocidades normales.

D.L. Yarnell (Ref. 49), en 1934, publicó los resultados de un estudio exhaustivo de fórmulas existentes y de un gran número de pruebas experimentales sobre diferentes clases de pilas comúnmente usadas en la práctica americana. El obtuvo experimentalmente los coeficientes de la tabla 6.7 para ser utilizados en las ecuaciones de d'Aubuisson y Nagler, en el caso de velocidades ordinarias.

Yarnell obtuvo la siguiente ecuación experimental en el caso de flujo subcrítico (tipos I y II) (Ref.

13).

$$\frac{\Delta y}{y_3} = Ky Fr_3^2 (Ky + 5Fr_3^2 - 0.6) (\alpha + 15\alpha^4) \quad (6.81)$$

Donde Ky caracteriza la forma de la pila de acuerdo con la tabla 6.7 y $\alpha=1-\sigma$ representa la relación espesor de pilas a ancho del canal. Los experimentos fueron realizados para α igual a 11.7, 23.3, 35 y 50 por ciento que representan contracciones mucho más severas que las usuales (5 a 6 porciento); sin embargo, es factible interpolar entre estos valores aun para $\alpha < 0.117$.

La Ec. (6.81) tiene la ventaja de utilizar como variables independientes a las características en la sección 3, que son inicialmente conocidas.

Para flujos de velocidad pequeña, las formas 2 y 6 en la tabla 6.7 son hidráulicamente más eficientes que las restantes, siendo la forma 1 la menos eficiente. Los coeficientes fueron obtenidos para pilas de longitud igual a cuatro veces el espesor. Pruebas posteriores en pilas de relación longitud/espesor de 7 y 13 permitieron concluir que Δy disminuye de 83 a 96 porciento los valores obtenidos de la Ec. (6.81) y la tabla 6.7, quedando la relación óptima comprendida entre 4 y 7.

En los experimentos de Yarnell las pilas fueron colocadas paralelas a la corriente, no encontrando diferencias importantes hasta con ángulos de incidencia de 10°. Cuando llega a ser de 20° o más, Δy aumenta considerablemente dependiendo del gasto, tirante y grado de contracción del canal, disminuyendo K_N y K_A en 7 porciento. Por esta razón, es necesario evitar esvajamientos grandes.

La Fig. 6.55 proporciona una solución gráfica para el flujo supercrítico (tipo III). En este caso, con el valor de σ obtenido de la geometría del canal, de las Ecs. (6.72) ó (6.73) se determina $Fr_3 L$ y de aquí a la relación $Fr_3 / Fr_3 L$. Entrando a la gráfica, se obtiene $\Delta y / y_3$ para la forma dada a la pila. En este caso, Δy se interpreta como una sobre elevación local en la proximidad aguas arriba de la pila, ya que este tipo de flujo no produce propiamente un remanso que se transmita hacia aguas arriba de la obstrucción, si no se incluyen las pérdidas (Fig. 6.51 d).

- 422 -

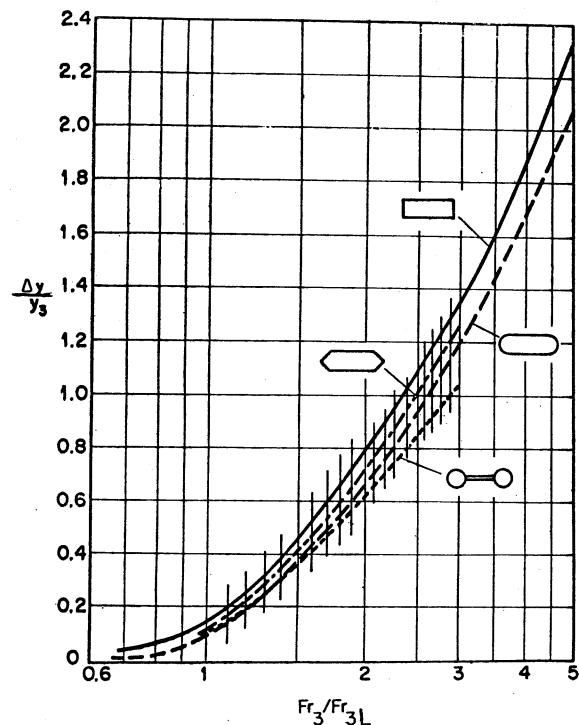


Fig. 6.55. Sobre elevación aguas arriba de las pilas en caso de régimen supercrítico (tipo III)

Böss, en 1950, planteó una solución analítica para el flujo tipo III basándose en el principio de mínima energía y tirante crítico en la sección 2, cuando ocurren contracciones importantes en el área de la sección. La energía específica mínima en la sección 2 es mayor que en la 3; esto es, $E_{\text{mín}} > E_3$. Esto significa que es necesario que la energía específica mínima en la sección 2 sea mayor que la original en la sección 3 para que fluya el gasto Q . Así mismo se tiene

$$E_1 = E_{\text{mín}} + h_r$$

donde h_r es la pérdida de energía entre la sección 1 y la sección 2 donde se produce el cambio de régimen. Esta pérdida resulta de la aparición de zonas de separación en los cantos de las pilas y se calcula con la ecuación general $h_r = K V_C^2 / 2g$; donde $V_C^2 / 2g = y_C / 2 = E_{\text{mín}} / 3$, de manera que

$$h_r = \frac{1}{3} K E_{\text{mín}}$$

Por tanto, resulta

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \left(1 + \frac{1}{3} K\right) E_{\text{mín}}$$

$$\text{O bien, con } E_{\text{mín}} = \frac{3}{2} y_C = \frac{3}{2} \sqrt[3]{Q^2 / g b_2^2}$$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2g b_1^2 y_1^2} - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{3} K\right) \sqrt[3]{Q^2 / g b_2^2} = 0$$

Resulta entonces la ecuación cúbica que sigue

$$y_1^3 - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{3} K\right) \sqrt[3]{Q^2 / g b_2^2} y_1^2 + \frac{Q^2}{2g b_1^2} = 0 \quad (6.82)$$

Esta ecuación permite calcular el tirante y_1 y con éste, el valor de la sobre elevación Δy .

Ejemplo 6.11. En un canal de forma rectangular y ancho de 120 m se construyen cuatro pilas con nariz y cola de forma semicircular, 3 m de espesor y 12 m de longitud. Para un gasto de 1275 m³/s el tirante medio en la sección aguas abajo del puente es de 5.9 m. Determinar el remanso ocasionado por el puente, considerando que no hay esviajamiento respecto de la corriente y diferentes métodos en el cálculo.

Solución. La relación de contracción es

$$\sigma = \frac{120 - 4 \times 3}{120} = 0.90$$

Por otra parte, la velocidad y el número de Froude en la sección aguas abajo del puente es:

$$V_3 = \frac{1275}{120 \times 5.9} = 1.8008 \text{ m/s}; \frac{V_3^2}{2g} = 0.1653 \text{ m}$$

$$Fr_3 = \frac{1.8008}{\sqrt{9.8 \times 5.9}} = 0.2368 \text{ (subcrítico)}$$

La Ec. (6.73) resulta:

$$0.9 = \frac{(2 + 1/0.9)^3 Fr_3^4 L}{(2 Fr_3^2 L + 1)^3}$$

Esta ecuación se satisface para $Fr_3 L = 0.678 > Fr_3$, lo cual puede verificarse con la Fig. 6.52. Esto implica que el flujo entre pilas es subcrítico; esto es, del tipo I. La Ec. (6.69) y la Fig. 6.52 conducen a un resultado similar.

De la tabla 6.7, $K_y = 0.9$ y por tanto, con $\alpha = 0.1$, de la Ec. (6.81) resulta que:

$$\Delta y = 0.9 \times 0.2368^2 \times 5.9 (0.9 + 5 \times 0.2368^2 - 0.6) (0.1 + 15 \times 0.1^4)$$

$$\Delta y = 0.0175 \text{ m}$$

Para utilizar la Ec. (6.77), de la Fig. 6.54 $\delta = 2.10$. Además se tendría: $a_2/A_3 \approx \alpha = 1 - \sigma = 0.1$, por lo tanto:

$$\Delta y = 0.1 (2.1 - 0.1 \times 1.1) (0.4 + 0.1 + 9 \times 0.1^3) (1 + 2 \frac{0.1653}{5.9}) 0.1653$$

$$\Delta y = 0.0177 \text{ m}$$

Esto es, prácticamente el mismo resultado que con la ecuación de Yarnell.

Utilizando $K_N = 0.94$ de la tabla 6.7, de la Ec. (6.76) (Nagler), con $\theta = 0.3$, se tiene que:

$$1275 = 0.94 \times 108 \sqrt{2g} (5.9 - 0.3 \times \frac{1.8008^2}{2g}) \sqrt{\Delta y + 1.3 \times \frac{1.8008^2}{2g}}$$

$$\Delta y = 0.02 \text{ m}$$

Utilizando el resultado de Yarnell, resulta que:

$y_1 = 5.9 + 0.0175 = 5.9175 \text{ m}$ y por tanto $y_1/y_3 = 1.00297$ y de la Ec. (6.79) la pérdida de energía es:

$$\frac{h_r}{y_3} = 1.00297 - \frac{1}{2} \times 0.2368^2 \frac{(1.00297)^2 - 1}{(1.00297)^2} - 1$$

$$h_r = 0.003132 \times 5.9 = 0.0185 \text{ m}$$

Ejemplo 6.12. Un canal trapezoidal de 8.00 m de ancho de plantilla, taludes 1:1, conduce agua con un tirante de 2 m y velocidad de 0.75 m/s. Para cruzar el canal se construirá un puente apoyado en pilas, con las dimensiones indicadas en la Fig. 6.56, con nariz y cola de aristas agudas a 90°. Determinar la magnitud del re-

manso introducido por el puente.

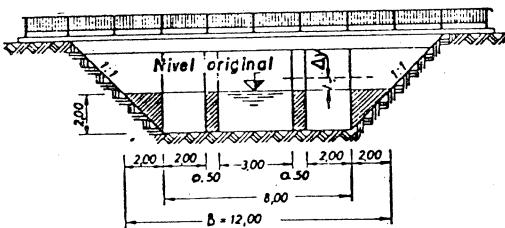


Fig. 6.56 Geometría del puente en el ejemplo 6.12

Solución. el área hidráulica, ancho de superficie y tirante hidráulico en el canal respectivamente son:

$$A_3 = (8 + 1 \times 2) 2 = 20 \text{ m}^2$$

$$B_3 = 8 + 2 \times 1 \times 2 = 12 \text{ m}$$

$$Y_3 = 20/12 = 1.6667 \text{ m}$$

y el número de Froude

$$Fr = \frac{0.75}{\sqrt{9.81 \times 20/12}} = 0.1855 \ll 1$$

Por tanto, es de esperar un régimen subcrítico entre las pilas. La carga de velocidad es:

$$\frac{V_3^2}{2g} = 0.0287 \text{ m}$$

El área ocupada por pilas y estribos es:

$$a_2 = 2 \times 0.5 \times 2.00 + 2 \times \frac{2.00 \times 2.00}{2} = 6.00 \text{ m}^2$$

De la Fig. 6.54; $\delta = 3.9$; de la Ec. (6.77) se tiene:

$$\Delta y = \frac{6}{20} (3.9 - \frac{6}{20} \times 2.9) \left[0.4 + \frac{6}{20} + 9 \left(\frac{6}{20} \right)^3 \right] (1 + 2 \frac{0.0287}{1.6667}) 0.0287$$

$$\Delta y = 0.025 \text{ m}$$

6.6.4 Hilera de Pilas Cilíndricas

Yarnell encontró que la fórmula de Nagler (Ec. 6.76) se puede aplicar al caso de flujo subcrítico a través de hileras de pilas cilíndricas y la de d'Aubuisson (Ec. 6.72) al caso de flujo supercrítico. Para ello se recomiendan los coeficientes de la tabla 6.8.

Tabla 6.8 Coeficientes K_N y K_A en las Ecs. (6.76) y (6.75) para el flujo a través de hileras de pilas cilíndricas (Ref. 49)

Tipo de hilera	K_N	K_A
Hilera de 5 pilas para una vía:		
Paralela a la corriente	0.90	0.96
Con un esviajamiento de 10°	0.90	
Con un esviajamiento de 20°	0.89	
Con un esviajamiento de 30°	0.87	
Hilera de 10 pilas para doble vía	0.82	0.88
Dos hileras de 5 pilas para una vía	0.79	0.86

En este caso, la contracción del canal se calcula como el diámetro promedio de las pilas más el espesor del contraventeo de rigidización, independientemente del ángulo para el cual la hilera de pilas se coloca contra la corriente.

6.6.5 Rejillas

El cálculo del remanso, ocasionado aguas arriba de rejillas superficiales para el control de basura, depende de la pérdida ocasionada por la obstrucción. El procedimiento de cálculo de esta pérdida ha sido presentado en el inciso 8.7.3 del Vol. I de este libro, que contempla los casos más usuales.

La sobre elevación Δy , se obtiene de la aplicación de la ecuación de energía entre las secciones aguas arriba y aguas abajo de la obstrucción, con dicha pérdida.

6.7 Bifurcaciones

6.7.1 Aspectos generales

La unión o separación de flujo en canales es más complicada que en conductos a presión, ya que involucra numerosas variables, tales como: número de canales que se unen o separan, ángulos de unión o separación, formas de la sección transversal, pendientes de plantilla, direcciones y magnitud de los gastos, redondeo en el muro de unión o separación, etc. A esto debe agregarse la posibilidad de régimen subcrítico y supercrítico o de un cambio de régimen.

El problema es tan complicado que sólo algunos casos simples y específicos han sido estudiados y, por lo mismo, sus resultados difícilmente pueden generalizarse. Así mismo, las aproximaciones teóricas del problema adolecen de muchos defectos y, por tanto, es más recomendable un estudio en modelo hidráulico para cada caso particular, cuando se desea mayor seguridad y precisión en los resultados.

6.7.2 Comportamiento general

6.7.2.1 Separaciones en régimen subcrítico

El comportamiento del perfil de flujo depende de las condiciones impuestas en los canales secundarios; esto es, de las condiciones aguas abajo. Por ejemplo, si la separación es desde un canal principal hacia dos secundarios, entonces el cálculo del perfil del agua es posible en dirección contraria al escurrimiento y hacia el punto de separación. El gasto en el canal principal se distribuye hacia los secundarios, atendiendo a la condición de igual altura de la línea de energía para ambos en el sitio de la separación, considerando también las pérdidas resultantes. Estas difieren considerablemente, según la forma de la separación, la dirección de los escurrimientos y el ángulo de la bifurcación.

Cuando el nivel de la línea de energía de los canales secundarios, queda por arriba del nivel de energía mínima del canal principal en el sitio de separación, el cálculo se puede efectuar sin mayor problema (Fig. 6.57). Por el contrario, si queda por abajo la línea de energía en el canal principal se eleva a fin de formar el tirante crítico en el punto de separa-

ción (Fig. 6.58), forzando a un cambio de régimen. Esto puede ocurrir cuando el canal principal tiene un ancho menor que la suma de los anchos en los canales secundarios. La distribución de los gastos resulta nuevamente de la condición de igualdad del nivel de energía, cuando el salto hidráulico termina antes del inicio del canal principal. Si el salto hidráulico no ha terminado al inicio del canal principal, el cálculo de la distribución de gastos es complicado. En este caso es muy importante la ubicación de los canales secundarios respecto del principal, ya que las pérdidas de energía alcanzan valores importantes debido a las grandes velocidades e influyen notablemente en la distribución de los gastos. En los canales secundarios se forma el salto hidráulico después de la transición de subcrítico a supercrítico y en este caso es preferible obtener resultados de un modelo hidráulico, por la complejidad de los fenómenos.

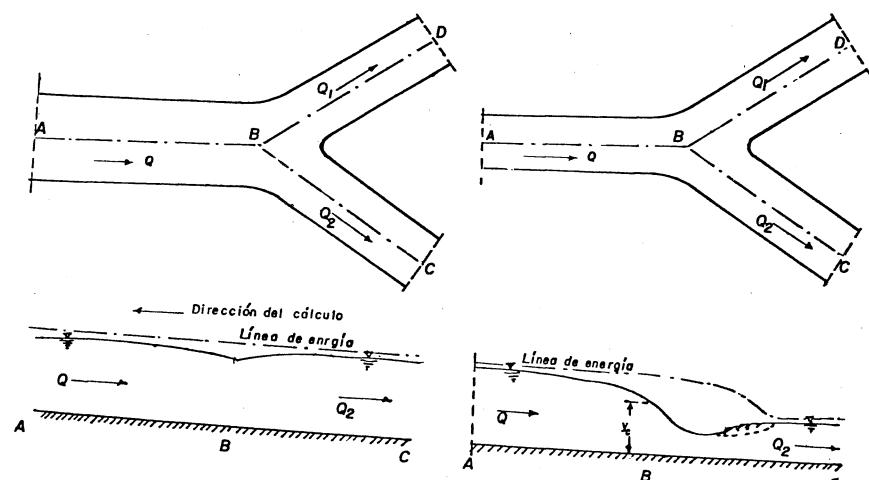


Fig. 6.57 Perfil de flujo en una separación a régimen subcrítico, sin cambio de régimen.

Fig. 6.58 Perfil de flujo en una separación a régimen subcrítico, con cambio de régimen.

6.7.2.2 Separaciones en régimen supercrítico

En estos casos, el comportamiento del flujo queda determinado desde aguas arriba, es decir desde el canal principal. Los gastos se dividen de acuerdo con la igualdad de energía (incluyendo pérdidas) en el punto de separación. Para la bifurcación es válido lo indicado para el régimen subcrítico. El escurreimiento se mantiene supercrítico, mientras la línea de energía no quede por debajo de Emín en el sitio de separación (Fig. 6.59). Sin embargo, si éste fuera el caso, cuando aproximadamente la suma de los anchos de los canales secundarios fuera menor que el ancho del principal, se formaría un salto hidráulico en el canal principal, y con ello un régimen subcrítico. El tirante crítico se formaría en las secciones al inicio de los canales secundarios. Despues de dicho salto, el régimen cambia nuevamente de subcrítico a supercrítico en dichos canales secundarios, tratando de alcanzar el tirante normal en ellos (Fig. 6.60).

Este tipo de separaciones difícilmente se presenta en la práctica.

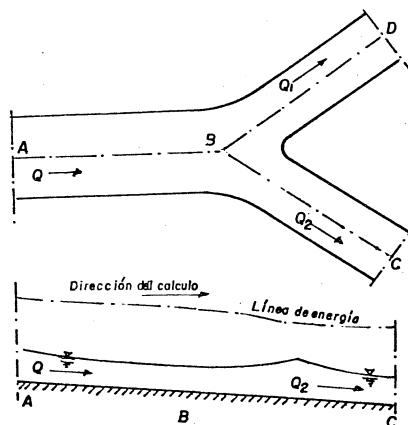


Fig. 6.59 Perfil de flujo en una separación a régimen subcrítico, sin cambio de régimen.

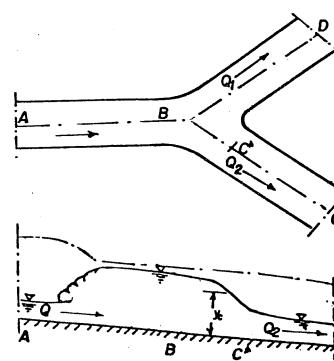


Fig. 6.60 Perfil de flujo en una separación a régimen subcrítico, con cambio de régimen.

6.7.2.3 Uniones en régimen subcrítico

El comportamiento es similar al de caso de separaciones. El cálculo en dirección contraria a la del flujo permite llegar al punto de unión, manejando la zona de transición de manera similar al de separación y satisfaciendo la condición de igual altura de energía (incluidas las pérdidas) al principio del tramo del canal principal. Con esta condición, y el conocimiento de los gastos que se unen, se puede determinar el perfil de flujo en los canales secundarios. Si la altura de energía mínima en los canales secundarios queda por debajo de la línea de energía del principal (calculada como antes se indicó), no hay cambio de régimen, siendo posible el cálculo sin mayores problemas. Por el contrario, si la altura de energía mínima de uno o más de los canales secundarios quedara por arriba de la línea de energía del principal, en el caso ideal se formaría en las secciones finales de los secundarios el tirante crítico.

La transición de subcrítico a supercrítico sería a través de un salto hidráulico (Fig. 6.61), con un comportamiento del flujo muy complicado. Esto ocurriría cuando la suma de los anchos de los canales secundarios fuera menor que el del principal.

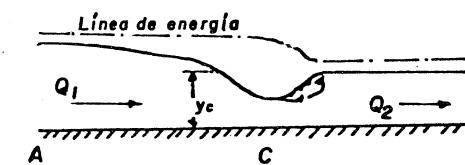
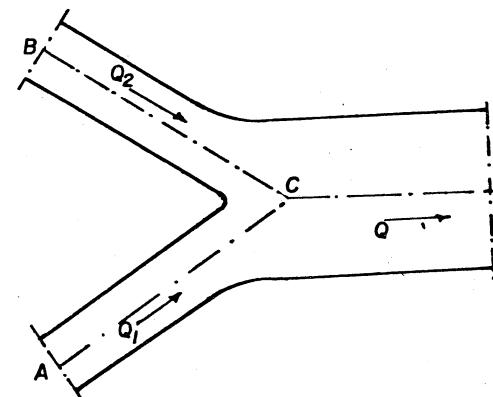


Fig. 6.61 Perfil de flujo en una unión a régimen subcrítico, con cambio de régimen

6.7.2.4 Uniones en régimen supercrítico

El cálculo en la dirección del flujo permite llegar al sitio de la unión. Para la zona de transición se puede aplicar la ecuación de impulso y cantidad de movimiento. En el canal principal se determina el perfil de flujo a partir de la altura de la línea de energía y los gastos conocidos. Cuando del cálculo en los canales secundarios se obtiene una altura de energía menor que la mínima para el principal, hacia aguas arriba de los canales secundarios se forma una transición, al cambiar de régimen supercrítico a subcrítico mediante un salto hidráulico. Al principio del canal principal toma lugar nuevamente la transición de régimen subcrítico a supercrítico.

El comportamiento del flujo en el caso de unión de canales a régimen supercrítico es extremadamente complicado y por ello es necesario estudiarlo en modelos hidráulicos. Por otra parte, tiene poco interés, ya que es muy difícil que éste ocurra en la práctica.

6.7.3 Pérdidas de energía

Existen muy pocas publicaciones referentes a la determinación de la pérdida de energía en bifurcaciones. Mock (Ref. 52), realizó experimentos en separaciones de canales rectangulares a régimen subcrítico, como la mostrada en la Fig. 6.62.

De la ecuación de la energía, las pérdidas correspondientes a cada canal secundario son:

$$h_{C_1} = E - E_1 = \frac{V^2 - V_1^2}{2g} + (y - y_1)$$

$$h_{C_2} = E - E_2 = \frac{V^2 - V_2^2}{2g} + (y - y_2)$$

en las que quedan excluidas las pérdidas por fricción y también en los resultados experimentales de Mock.

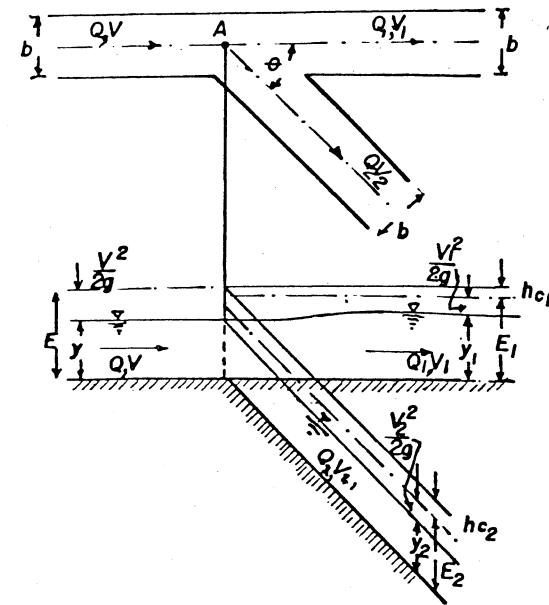


Fig. 6.62 Geometría de la separación estudiada por Mock (Ref. 52)

Las pérdidas se pueden escribir en su expresión general:

$$h_{C_1} = K_1 \frac{V^2}{2g}; \quad h_{C_2} = K_2 \frac{V^2}{2g}$$

donde V representa la velocidad en el canal antes de la bifurcación.

La Fig. 6.63 presenta los resultados de K, obtenidos experimentalmente por Mock, para régimen subcrítico en todos los canales y tienen una precisión de + 0.05. En ellos no se encontró ninguna influencia de los números de Reynolds y Froude.

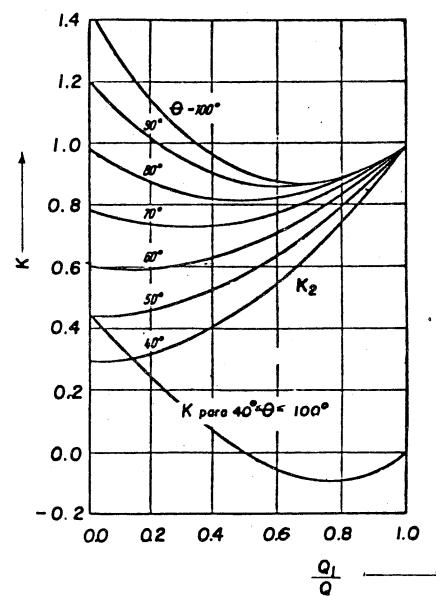


Fig. 6.63 Pérdidas de energía en la bifurcación de la Fig. 6.62 (Ref. 52)

El caso específico de la separación mostrada en la Fig. 6.62 fue también estudiado experimentalmente por Taylor (Ref. 53).

Para cualquier valor de θ , es posible correlacionar los parámetros adimensionales Q_2/Q , y/y_2 , y_1/y_2 y $k_3 = V^2/2g$ y, de acuerdo con los resultados experimentales. Para $\theta = 90^\circ$, las curvas de correlación se muestran en las Figs. 6.64 y 6.65, las cuales se pueden utilizar para determinar la repartición de un gasto Q conocido, hacia los canales secundarios. Para ello se supone primero Q_1 y de aquí se obtiene $Q_2 = Q - Q_1$. Los tirantes correspondientes y_1 y y_2 se pueden determinar de las curvas $Q - y$ obtenidas de las características geométricas e hidráulicas de los canales 1 y 2. Para y_1/y_2 , el parámetro y/y_1 se puede determinar de la Fig. 6.64 para cada valor de Q_1 supuesto y de esta manera se puede graficar el parámetro Q_2/Q contra y/y_2 como la curva A mostrada en la Fig. 6.65. La intersección de esta curva con las curvas k_3

proporciona las posibles combinaciones de las variables entre las cuales, un valor de k_3 correspondería al gasto total Q del canal principal y de aquí, a valores de y/y_2 y Q_2/Q .

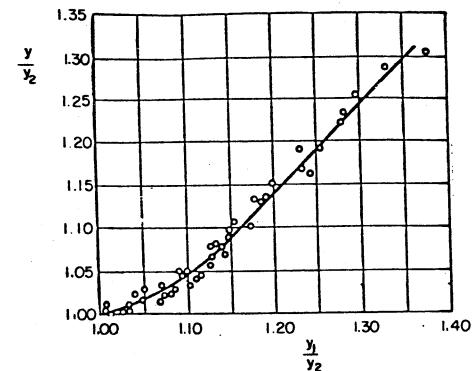


Fig. 6.64 Correlación entre tirantes de una separación para $\theta = 90^\circ$ (ref. 53).

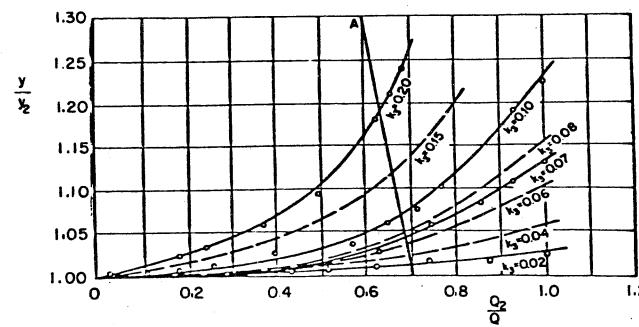


Fig. 6.65 Correlación de características hidráulicas en una separación para $\theta = 90^\circ$ (ref. 53)

De la curva $Q - y$ del canal 2, se puede determinar el tirante y_2 para el gasto Q_2 así obtenido, además del tirante y a partir del parámetro y/y_2 . Despues se puede graficar k_3 contra y , tal como la curva B mostrada en la Fig. 6.66. El valor de k_3 debe satisfacer, no solo la curva B, sino también la curva de trazo continuo que relaciona k_3 contra y . La intersección de las dos curvas proporciona los valores requeridos de k_3 y y . Con este k_3 , el valor correspondiente a Q_2/Q se puede determinar de la Fig. 6.65 y también la repartición de los gastos Q_1 y Q_2 .

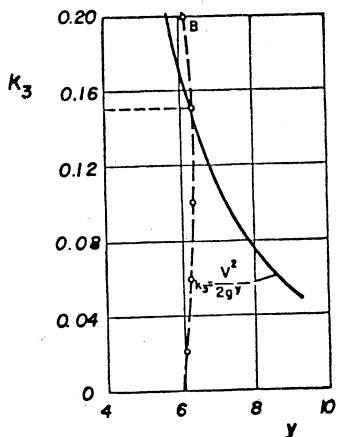


Fig. 6.66 Parámetro k_3 en función de y - (ref. 53)

Taylor también investigó la unión de canales en régimen subcrítico y específicamente el caso mostrado en la Fig. 6.68, con canales horizontales, todos con el mismo ancho.

Para efectuar un estudio teórico de la unión, con la geometría mostrada en la Fig. 6.68, Taylor consideró que la velocidad se distribuye uniformemente en los canales antes y después de la unión, que la fuerza de fricción es despreciable en comparación con otras fuerzas y que los tirantes en los canales 1 y 2 son iguales. Por la aplicación de la ley de impulso y cantidad de movi-

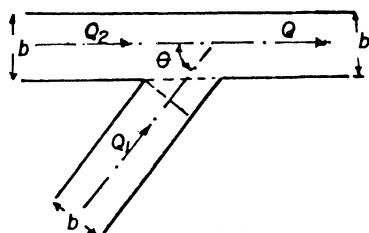


Fig. 6.67. Unión de canales estudiada por Taylor (ref. 53)

miento a la unión, para la componente en la dirección del canal 1 al principal, Taylor obtuvo la siguiente ecuación:

$$k_2 = \frac{n_q^2 (n_y^2 - 1)}{4 n_y^2 [2 n_q - n_q^2 (1 + \cos \theta) + n_y - 1]} \quad (6.83)$$

donde $k_2 = V_2^2 / 2g y_2$, $n_q = Q_2/Q$, $n_y = y_a/y_b$, V_2 es la velocidad en el canal 2, y_2 el tirante en el canal 2, y_a el tirante antes de la unión, y_b después de la unión y θ el ángulo entre los canales secundarios. Tomando a n_q como un parámetro, k_2 se puede graficar contra n_y para cada valor de θ .

La Ec. (6.83) fue verificada experimentalmente para uniones donde $\theta = 45^\circ$ y 135° y se encontró buena concordancia para $\theta = 45^\circ$, pero no para $\theta = 135^\circ$. Esto probablemente se debió a la distorsión en la distribución de velocidades después de la unión y a que el flujo no permanecía paralelo a las paredes del canal.

El problema de diseño de partidores, que tiene mucha utilidad en sistemas de riego, puede consultarse en la Ref. 24.

Ejemplo 6.13. Un canal rectangular de 6 m de ancho de plantilla y 2.21 m de tirante normal, recubierto de concreto ($n = 0.015$ Manning) y de pendiente $S_0 = 0.0004$, se bifurca con la geometría de la Fig. 6.57 hacia dos canales también rectangulares y recubiertos de concreto de pendiente $S_1 = 0.002$ y $S_2 = 0.001$, en los que se desea la sección hidráulica más eficiente. El ángulo de la bifurcación es $\theta = 45^\circ$. La longitud de los canales secundarios es suficientemente grande para aceptar el establecimiento de flujo uniforme en ellos.
a) Calcular las dimensiones de la sección en los canales secundarios, así como el gasto en los mismos.
b) El perfil del flujo resultante en el canal principal.

Solución a. Para el canal principal, las propiedades geométricas de la sección en flujo uniforme, son: $A = 13.26 \text{ m}^2$, $P = 10.42 \text{ m}$, $R_h = 1.2726 \text{ m}$; siendo la

velocidad y el gasto:

$$V = \frac{1}{0.015} \times 1.2726^{2/3} \times 0.0004^{1/2} = 1.5658 \text{ m/s}$$

$$Q = 13.26 \times 1.5658 = 20.7619 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por otra parte, para la sección hidráulica más eficiente, se tiene que:

$$b = 2y; R_h = b/4$$

Para los canales secundarios se debe satisfacer la ecuación de Manning:

$$Q_1 = \frac{A_1}{n} R_{h1}^{2/3} S_1^{1/2} = \frac{b_1^2}{2 \times 0.015} \left(\frac{b_1}{4}\right)^{2/3} (0.002)^{1/2}$$

$$Q_1 = 0.5916 b_1^{8/3} \quad (a)$$

y también:

$$Q_2 = 0.4183 b_2^{8/3} \quad (b)$$

Es necesario que se cumpla que: $Q_1 + Q_2 = 20.7619$, o bien:

$$0.5916 b_1^{8/3} + 0.4183 b_2^{8/3} = 20.7619 \quad (c)$$

La tabulación de esta ecuación está en la tabla 6.9.

Tabla 6.9 Valores obtenidos de la Ec. (c) en el ejemplo 6.13 caso a.

b_1 (m)	0	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	3.797
b_2 (m)	4.32	4.28	4.18	4.01	3.73	3.25	2.34	0

La energía en el punto A, para el canal 1, es:

$$EA_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + K_1 \frac{V^2}{2g} = \frac{b_1}{2} + \frac{2 Q_1^2}{g b_1^4} + K_1 \frac{V^2}{2g}$$

donde se sustituye la Ec. (a) y el valor de V, resultando que:

$$EA_1 = 0.5 b_1 + 0.07135 b_1^{4/3} + 0.12495 K_1 \quad (d)$$

De la misma manera, para el canal 2 se tiene que:

$$EA_2 = 0.5 b_2 + 0.03567 b_2^{4/3} + 0.12495 K_2 \quad (e)$$

K_1 y K_2 son los coeficientes de pérdida de la Fig. 6.63 y ambos dependen de Q_1/Q .

Para los valores correctos de b_1 y b_2 , los valores de EA_1 y EA_2 deben ser iguales si se elige la Ec. (d) o la (e).

En la tabla 6.10 se presentan algunos valores de tabulación en las Ecs. (d) y (e). En ellos, los valores de Q_1 y Q_2 se han obtenido de las Ecs. (a) y (b).

Tabla 6.10 Valores obtenidos de las Ecs. (d) y (e) en el ejemplo 6.13 caso a.

b_1	Q_1	Q_1/Q	K_1	E	b_2	Q_2	Q_1	Q_1/Q	K_2	E
0	0	0	0.44	0.055	0	0	20.762	1	0.98	0.122
.00	0.592	0.029	0.42	0.624	1.00	0.418	20.343	0.98	0.97	0.657
.50	1.744	0.084	0.35	0.916	1.50	1.233	19.529	0.94	0.93	0.927
.00	3.756	0.181	0.29	1.216	2.00	2.656	18.106	0.87	0.85	1.196
.50	6.811	0.328	0.12	1.507	2.50	4.816	15.946	0.768	0.75	1.465
.00	11.075	0.533	-0.18	1.786	3.00	7.831	12.931	0.623	0.63	1.733
.50	16.706	0.805	-0.11	2.115	3.50	11.812	8.950	0.431	0.48	2.000
.80	20.762	1.00	0	2.323	4.00	16.865	3.897	0.188	0.39	2.275
				4.32	20.707	0.055	0.003	0.35	2.455	

La Fig. 6.68 muestra las curvas para la representación gráfica de las Ecs. (c), (d) y (e). La primera relaciona b_1 con b_2 , la segunda b_1 con E_{A_2} y la tercera b_2 con E_{A_2} . La intersección de la curva $E_{A_1} = E_{A_2}$ con la curva de la Ec. (c) proporciona la solución buscada que es: $b_1 = 3.08 \text{ m}$, $b_2 = 3.13 \text{ m}$.

Para estos anchos, los gastos Q_1 y Q_2 resultan de las Ecs. (a) y (b) como sigue:

$$Q_1 = 0.5916 (3.08)^{8/3} = 11.8804$$

$$Q_2 = 0.4183 (3.14)^{8/3} = 8.8437$$

$$20.7241 \approx Q$$

De la gráfica se obtiene que: $E_A = 1.82 \text{ m}$

Solución b. Se puede demostrar que el flujo en todos los canales es subcrítico. También se observa que $E_A < y$, por lo cual, aguas arriba del canal principal, se genera un perfil del tipo M_2 y que no hay peligro de desbordamiento, ya que los tirantes serán menores que el normal, pero mayores que el crítico.

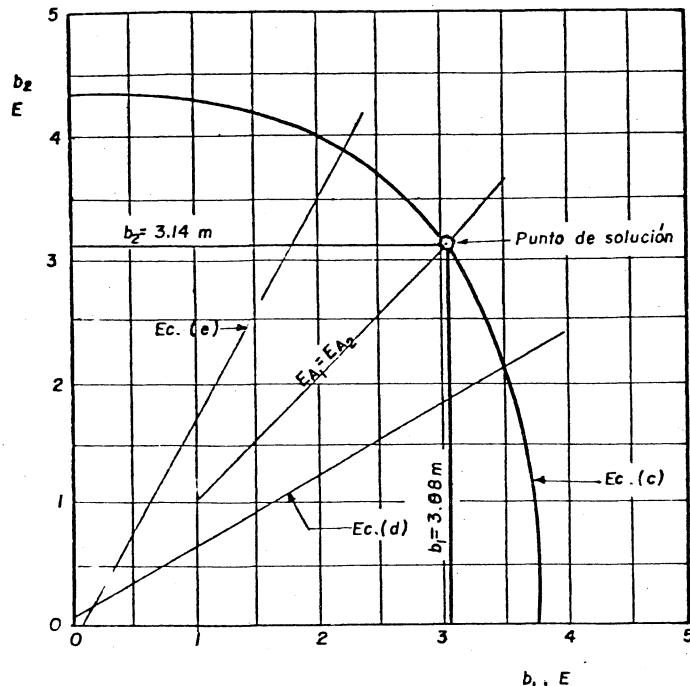


Fig. 6.68 Solución gráfica de las Ecs. (c), (d) y (e) en el ejemplo 6.13

7. FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO

Aspectos generales

En los distintos tipos de flujo hasta ahora estudiados se ha considerado que el gasto permanece constante en la dirección del movimiento. Sin embargo, se presenta en la práctica otro tipo de flujo en que el gasto del canal aumenta o disminuye en la dirección del escurrimiento, por la entrada o salida de un gasto de aportación o de desviación.

El flujo espacialmente variado es el resultado del aumento o reducción del gasto en la dirección del flujo, en el que se producen modificaciones de la cantidad de movimiento y del contenido de energía, con un comportamiento más complicado que el de gasto constante.

En el flujo espacialmente variado de gasto creciente - el agua añadida a la que originalmente escurre en el canal, produce fuertes corrientes transversales, un mezclado turbulento y un flujo de forma espiral. Estos efectos se transmiten hacia aguas abajo, normalmente - más allá de la última sección en que se aporta gasto al canal. La pérdida de energía inducida por estos fenómenos se puede cuantificar por medio de la ecuación de impulso y cantidad de movimiento, que resulta más conveniente que la de energía en el estudio de este tipo-

de flujo. En un primer intento de análisis, es posible ignorar los efectos de la inclinación transversal de la superficie libre en el canal, la que resulta de los fenómenos antes indicados. También ocurre que el mezclado turbulento del gasto aportado lateralmente, con el que fluye en la dirección longitudinal del canal, produce una resistencia al flujo mayor que la normal.

El flujo con gasto creciente se presenta en el diseño de estructuras, como el vertedor de canal lateral, utilizado para eliminar las excedencias en un vaso de almacenamiento; también en cunetas, bordillos y canales de drenaje en carreteras, aeropuertos y tierras agrícolas, en sistemas de aguas negras, en plantas de tratamiento y en sistemas de drenaje de áreas pavimentadas y cubiertas de techo.

En el flujo con gasto decreciente la desviación de caudal hacia el exterior del canal no produce cambios en la energía del flujo, como se ha verificado teóricamente y experimentalmente. Por esta razón, la ecuación de energía se ha encontrado más conveniente en el análisis de este problema y tiene utilidad en el diseño de vertedores laterales para eliminar las excedencias en un canal de conducción, en los cauces de alivio, en la desviación de caudal mediante rejas, o bien en el de drenes porosos para infiltrar agua en el subsuelo.

Para obtener las ecuaciones de flujo espacialmente variado es necesario hacer una serie de hipótesis a fin de simplificar el análisis. La mayoría de esas hipótesis no son limitativas, ya que es factible hacer la corrección necesaria cuando las condiciones del flujo se aparten de la hipótesis aceptada. A continuación se indican dichas hipótesis.

- El flujo es unidimensional.
- La distribución de velocidades en la sección transversal del canal es constante y uniforme, de manera que los coeficientes de corrección son: $\alpha = \beta = 1$.
- El flujo en la dirección del movimiento general mantiene líneas de corriente paralelas, o de curvatura despreciable, por lo que la distribución de presiones sigue la ley hidrostática.
- La pendiente del canal es relativamente pequeña, de manera que su efecto sobre la carga de presión no es importante.

e) El efecto del arrastre de aire es despreciable.

Debido a que los problemas y métodos de solución son distintos en caso de gasto creciente o decreciente, se tratan ambos tipos de flujo por separado.

7.2 Flujo con gasto creciente

7.2.1 Ecuación dinámica

La fig. 7.1 muestra un canal en el cual entra un gasto constante, de velocidad u e inclinación δ respecto de la normal al eje del canal. Las secciones transversales 1 y 2 se encuentran separadas la distancia dx y se muestran las fuerzas que intervienen en el movimiento. El gasto dQ entra al canal en el tramo dx .

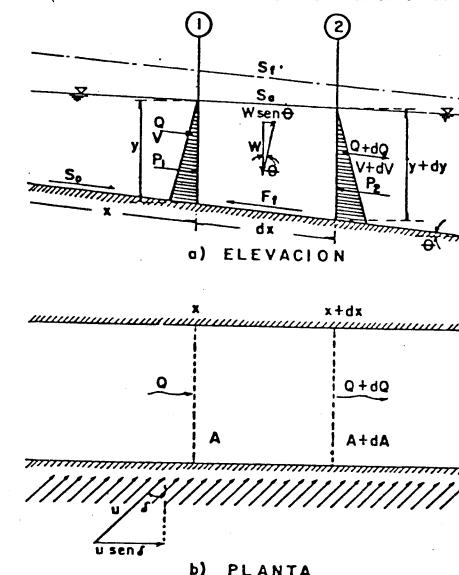


Fig. 7.1 Tramo de un canal con flujo espacialmente variado de gasto creciente.

La presión total para la sección 1 en la dirección del flujo vale:

$$P_1 = \gamma z_G A$$

donde z_G es la profundidad del centro de gravedad de la sección.

De manera similar, para la sección 2 se tiene que

$$P_2 = \gamma (z_G + dy) A + \frac{\gamma}{2} dA dy = \gamma (z_G + dy) A$$

donde dy es la diferencia entre los tirantes de las dos secciones 1 y 2 y por simplificación se ha despreciado el término con diferenciales de orden superior.

La resultante de las dos fuerzas es

$$P_1 - P_2 = -\gamma A dy \quad (7.1)$$

Siendo W el peso del prisma entre las secciones 1 y 2, su componente en la dirección del movimiento es

$$W \sin \theta = \gamma S_o (A + \frac{dA}{2}) dx = \gamma S_o A dx \quad (7.2)$$

donde $S_o = \tan \theta$ y se han despreciado diferenciales de orden superior.

Si S_f es la pendiente de fricción y $S_f dx$ la pérdida correspondiente, la fuerza de fricción sobre las paredes del tramo es igual a la presión debida a la carga de fricción perdida, multiplicada por el área media entre 1 y 2. Se tiene así que:

$$F_f = \gamma S_f (A + \frac{dA}{2}) dx = \gamma S_f A dx \quad (7.3)$$

La cantidad de movimiento del flujo que atraviesa la sección 1 es: $\frac{Q}{g} V$, en la sección 2: $\frac{Q}{g} (Q + dQ) (V + dV)$ y del gasto que entra lateralmente en la dirección del eje del canal: $\frac{Q}{g} dQ u \sin \delta$.

La suma de las componentes de cantidad de movimiento en la dirección del eje del canal, siguiendo la convención de utilizar signo positivo cuando sale del prisma

entre las secciones 1 y 2, y negativo, en caso contrario, resulta que es

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{\gamma}{g} Q V &= \frac{\gamma}{g} (Q + dQ) (V + dV) - \frac{\gamma}{g} Q V - \frac{\gamma}{g} dQ u \sin \delta \\ &= \frac{\gamma}{g} [Q dV + (V + dV - u \sin \delta) dQ] \end{aligned} \quad (7.4)$$

La ecuación de impulso y cantidad de movimiento sería entonces

$$P_1 - P_2 + W \sin \theta - F_f = \Sigma \frac{\gamma}{g} Q V$$

Substituyendo aquí a las ecs. (7.1) a (7.4) y simplificando al peso específico γ , resulta que

$$-A dy + (S_o - S_f) A dx = \frac{1}{g} [Q dV + (V + dV - u \sin \delta) dQ] \quad (7.5)$$

También se desprecia el producto $dV dQ$ y se obtiene que

$$dy = -\frac{1}{g} [V dV + \frac{1}{A^2} (1 - \frac{u}{V} \sin \delta) Q dQ] + (S_o - S_f) dx \quad (7.6)$$

Por otra parte, siendo también $V + dV = (Q + dQ)/(A + dA)$, de aquí al substituir dV en la ec. (7.6) y simplificar, resulta que

$$dy = -\frac{Q}{gA} \left[\frac{(1 - \frac{1}{2} \frac{u}{V} \sin \delta) 2 A dQ - Q dA + (1 - \frac{u}{V} \sin \delta) dA dQ}{A(A + dA)} \right] + (S_o - S_f) dx$$

Despreciando a $dA dQ$ y a dA en el denominador y considerando que $Fr^2 = Q^2/gA^2$ y (número de Froude)², se obtiene que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{2}{g} \frac{Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} (\frac{1}{2} \frac{u}{V} \sin \delta)}{1 - Fr^2} \quad (7.7)$$

- 446 -

En esta ecuación, dQ/dx representa al gasto que entra al canal por unidad de longitud y Y es el tirante hidráulico. En el caso de que la distribución de velocidades fuese uniforme, se puede introducir el coeficiente de energía α , como sigue:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{2\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx} (1 - \frac{1}{2} \frac{u}{V} \operatorname{sen}\delta)}{1 - Fr^2} \quad (7.8)$$

Esta es la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado con gasto creciente en el sentido del flujo. En esta ecuación se ha usado α en lugar de β , debido a que la pendiente de fricción S_f se evalúa por una fórmula de pérdida de energía, como la de Manning.

Cuando el flujo ingresa en dirección perpendicular al eje del canal, entonces $\delta = \operatorname{sen}\delta = 0$ y la ec. (7.8) se simplifica como sigue:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f - \frac{2\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - Fr^2} \quad (7.9)$$

Finalmente, si $dQ/dx = 0$, la ec. (7.9) se simplifica y se convierte en la ec. (5.5) que es la dinámica del flujo gradualmente variado.

La ec. (7.9) puede también obtenerse a partir de la ecuación de energía, si en los desarrollos para obtener a la ec. (7.20) para gasto decreciente, a la energía total expresada por la ec. (7.19) se suma la energía cinética producida por la adición del gasto dQ en el tramo de longitud dx y en el intervalo de tiempo dt . Esta energía por unidad de peso es

$$\frac{\text{masa} \times \text{velocidad}^2}{g \times \text{peso del volumen}} = \frac{(\gamma dQ dt)(\alpha V^2)}{g(\gamma A dx)} = \alpha V \frac{dQ}{gA}$$

7.2.2 Análisis de los perfiles de flujo

El grado de dificultad para resolver las ecs. (7.8) o

(7.9) depende mucho del problema tratado y de sus condiciones particulares. En general, el gasto que ingresa al canal es una función conocida - usualmente lineal de x y esto simplifica el análisis. Las soluciones analíticas existen sólo para casos muy simples. Hager (ref. 54) obtuvo soluciones para condiciones arbitrarias aguas arriba y aguas abajo, así como los perfiles adimensionales de flujo con gasto creciente para canales prismáticos rectangulares de cualquier pendiente y para prismáticos rectangulares casi horizontales.

La solución numérica es más recomendable y por ello conviene aquí hacer más énfasis en ella. Fue con este tipo de solución que Li (ref. 55) realizó el análisis del flujo espacialmente variado en canales cortos de sección transversal grande y forma cualquiera, en los que la pérdida por fricción era despreciable. Sus resultados tienen utilidad en el análisis de los perfiles de flujo, encontrando que su clasificación depende de la relación entre el número de Froude Fr_L y el parámetro $G = S_0 L / y_L$, donde el subíndice L identifica a los valores que corresponden a la sección del extremo final aguas abajo ($x = L$), en la cual debe existir un tirante controlado.

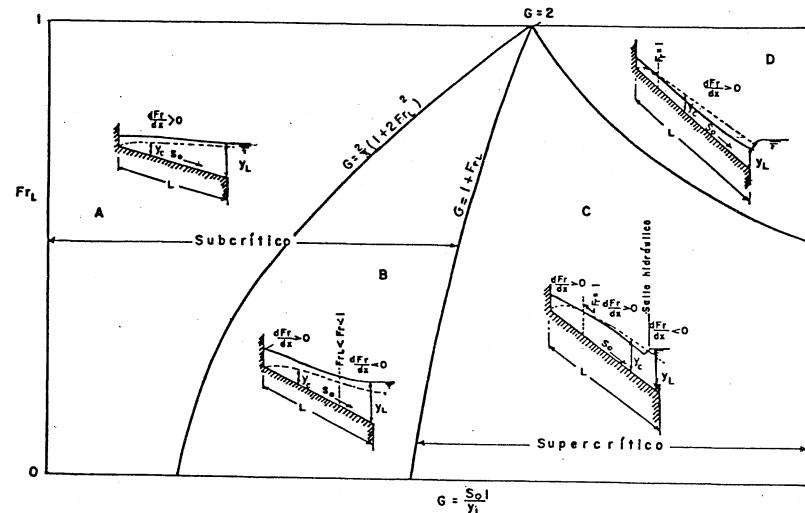


Fig. 7.2 Tipos de perfil de flujo espacialmente variado. en canales rectangulares, la línea que divide a las regiones B y C tiene por ecuación $G = 1 + Fr_L$ y triangulares $G = 2$.

Para $S_0 > 0$ y grande, $S_f = 0$ y $dQ/dx > 0$, el numerador de la ec. (7.9) es siempre positivo. De esta manera, si $Fr < 1$ (subcrítico), $dy/dx > 0$; si $Fr > 1$ (supercrítico), $dy/dx < 0$.

El diagrama mostrado en la Fig. 7.2 presenta la clasificación de los perfiles de flujo considerando cuatro regiones, una para cada condición.

Región A. El régimen es subcrítico en todo el canal y Fr aumenta hacia aguas abajo, esto es $dFr/dx > 0$. Es posible demostrar que cuando $dFr/dx > 0$, $G < \frac{r_L^2}{3}(1 + 2Fr_L^2)$ y esto queda representado por la línea que divide las regiones A y B en el diagrama de la Fig. 7.2.

Región B. El régimen es subcrítico en todo el canal, pero Fr se incrementa al principio, hasta alcanzar un máximo menor que uno y después disminuye. La línea que divide las regiones B y C en canales rectangulares queda representada aproximadamente por $G \approx 1 + Fr_L^2$. Esta línea abarca todos los casos en que el valor máximo de Fr es uno. En otras palabras, el criterio para el ahogamiento de la sección crítica -de un perfil controlado por el tirante de aguas abajo en un canal rectangular- es: $G \leq 1 + Fr_L^2$.

Si no se ahoga la sección crítica, su ubicación está dada por la ec. (7.11).

Región C. El régimen es supercrítico en el tramo aguas abajo de la sección $Fr = 1$, existiendo un salto hidráulico en alguna sección intermedia. La ubicación de la sección crítica está dada por la ec. (7.11). El flujo es supercrítico cuando $G > 1 + Fr_L^2$ aproximadamente y el salto hidráulico ocurre sólo si el desfogue está suficientemente sumergido. El tirante de la sección final no afecta al perfil del flujo aguas arriba del salto, - si no más bien la posición de la sección crítica.

Región D. El régimen es supercrítico en todo el tramo aguas abajo de la sección $Fr = 1$, cuando el tirante en el desfogue no es suficientemente grande para crear - salto hidráulico. El valor de Fr_L^2 no queda determinado por el tirante de sumergencia en el desfogue. La línea que divide a las regiones C y D representa la condición de tirante mínimo de sumergencia necesario para producir salto hidráulico en el extremo final del

canal y que es igual al tirante conjugado mayor coincidente con el nivel de sumergencia en la salida. Cuando el tirante de sumergencia es mayor que dicho mínimo, el salto hidráulico se desplaza hacia aguas arriba haciendo que la condición de flujo quede dentro de la región C.

La sección crítica que puede ocurrir en las regiones C y D en canales de gran pendiente puede determinarse mediante el criterio de Keulegan (ref. 56). Siguiendo la discusión del subcapítulo 5.3, existe una sección crítica ($F_r = 1$, o bien $dy/dx = 0$) cuando el numerador en la ec. (7.9) vale cero. Esto es, en el caso general de que $q_* = dQ/dx = Q_c/x_c$ pendiente de plantilla constante y que la condición de estado crítico - - - (ec. 3.4 b) es: $(Ac)^2 = (Q_c B_c/g)^{\frac{2}{3}}$, se tiene que:

$$S_0 - S_f = \frac{2 Q_c^2}{g A_c^2} x_c = \frac{2}{x_c} \left(\frac{Q_c^2}{g B_c^2} \right)^{\frac{2}{3}}$$

Substituyendo nuevamente $Q_c = q_* x_c$ y despejando x_c resulta entonces que:

$$x_c = \frac{8 q_*^2}{g B_c^2 (S_0 - S_f)^{\frac{2}{3}}} \quad (7.10)$$

La ec. (7.10) permite calcular la distancia x_c a la que se encuentra la sección crítica; sus características geométricas A_c , B_c y S_f dependen del gasto $Q = q_* x_c$ en dicha sección (fig. 7.3) y de la pendiente de fricción S_f media entre las secciones $x = 0$ y $x = x_c$. Por estas razones, es necesario utilizar un procedimiento iterativo en el cálculo de x_c .

En el caso del canal de sección rectangular, en la ec. (7.10) $B_c = b$ (ancho de plantilla) y siendo: $y_c = \sqrt[3]{Q^2/gb^2} = \sqrt[3]{q_*^2 x_c^2/gb^2}$, al substituir x_c de la ec. (7.10), resulta que:

$$y_c = \frac{4 q_*^2}{g b^2 (S_0 - S_f)^{\frac{2}{3}}} \quad (7.11)$$

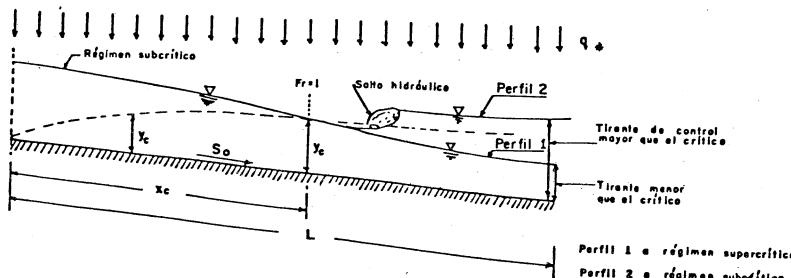


Fig. 7.3 Localización de la sección crítica en un canal colector con flujo espacialmente variado de gasto creciente

La sección crítica existe siempre que el valor de x_c no sea mayor que la longitud del canal colector. Si $x_c > L$, el flujo es subcrítico a lo largo de todo el canal y puede de estar sujeto a otro tipo de control en el extremo aguas abajo. Por el contrario, si se presenta una sección crítica, el flujo es subcrítico aguas arriba de la misma y supercrítico aguas abajo (perfil 1 de la Fig. 7.3). Si además de la sección crítica, existe una de control en el extremo aguas abajo del canal que forza a un tirante suficientemente grande y a un salto hidráulico después de la sección crítica, éste puede inclusive moverse hacia aguas arriba, hasta la distancia calculada con la ec. (7.10) (perfil 2 de la Fig. 7.3 y también la Fig. 5.31, como ilustración de un comportamiento similar).

La segunda alternativa para derivar la ec. (7.10) considera que $F_r = 1$ y $dy/dx = 0$. En teoría, esta posibilidad es perfectamente factible, sin embargo, los experimentos realizados por Beij (ref. 57), con canaletas de gran pendiente en el desagüe de grandes cubiertas de techo, indican que para satisfacer la ec. (7.10), $dy/dx = 0$, existe con ello una sección crítica en todos los casos, descartando así esta posibilidad.

Beij encontró también indicios de mayor resistencia al flujo que la normal, como resultado de la mezcla turbulenta del aporte lateral con el flujo principal en el colector. Beij experimentó con canaletas metálicas li-

sas y encontró que el factor de fricción de Darcy f - (equivalente) no podía determinarse de la ley de Blasius (ec. 2.10), si no de la siguiente:

$$f = \frac{1280}{Re} \quad (7.12)$$

donde el número de Reynolds Re se calcula con el radio hidráulico.

7.2.3 Integración directa para un canal rectangular, horizontal y sin fricción. Un ejemplo de integración de la ec. (7.9) lo constituye el caso simple de un canal rectangular de ancho b , plantilla horizontal y pendiente de fricción despreciable, en el que $q_* = dQ/dx$ es constante a lo largo del canal, e ingresa en dirección perpendicular a su eje. Existe también una sección de control aguas abajo para determinar el tirante que controla el flujo. El canal está cerrado en el extremo aguas arriba ($x = 0$) y tiene una longitud $x = L$ sobre la cual se incrementa el flujo. El problema pertenece a la región A de la Fig. 7.2.

Siendo $q_* = Q/L$, donde Q es el gasto en la sección final, el gasto en cualquier sección es $Q = q_* x$. Además, el número de Froude en una sección x vale

$$Fr^2 = \frac{Q^2}{gb^2 y^3} = \frac{q_*^2 x^2}{gb^2 \bar{y}^3} \quad (7.13)$$

por tanto, con $\kappa = 1$, la ec. (7.9) se simplifica como sigue:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\frac{2}{g} \frac{q_*^2}{b^2} \frac{x}{y^2} \left(1 - \frac{q_*^2}{b^2} \frac{x^2}{y^2}\right)}{\frac{g}{b^2} \frac{y}{y^3}} = \frac{-\frac{2}{g} \frac{x}{b^2 y^2}}{\frac{q_*^2}{b^2} - \frac{x^2}{y^2}}$$

o bien, se tiene que

$$\frac{dx^2}{dy} - \frac{x^2}{y} = - \frac{g b^2 y^2}{q_*^2}$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de primer orden; cuya solución es:

$$x^2 = - \frac{g b^2 y^3}{2 q_*^2} + c y$$

donde c es una constante de integración que puede ser determinada a partir de la condición de frontera que para el extremo final del canal: $x = L$, $y = Y_L$, por tanto resulta que:

$$c = \frac{1}{y_L} \left[L^2 + \frac{g b^2 y_L^3}{2 q_*^2} \right]$$

siendo entonces la solución:

$$x^2 = - \frac{g b^2 y^3}{2 q_*^2} + \left(L^2 + \frac{g b^2 y_L^3}{2 q_*^2} \right) \frac{y}{y_L}$$

o bien, como sigue:

$$\left(\frac{x}{L}\right)^2 = \left(1 + \frac{1}{2 Fr_L^2}\right) \frac{y}{y_L} - \frac{1}{2 Fr_L^2} \left(\frac{y}{y_L}\right)^3 \quad (7.14)$$

donde y_L y Fr_L son los valores del tirante y número de Froude en el extremo final del canal ($x = L$). Si en dicho extremo se presenta el tirante crítico, entonces: $Fr_L = 1$ y de la ecuación anterior resulta que el tirante en el extremo inicial a aguas arriba es: - - - - $y_o = y_L \sqrt[3]{3}$

La ec. (7.14) proporciona dos raíces reales positivas para cada valor de x/L , sin embargo sólo los valores de $y/y_L > 1$ son las soluciones correctas, ya que la energía del flujo debe disminuir en la dirección de aguas abajo y no puede ser mayor que y_L .

Un análisis similar al anterior se puede hacer para canales trapeciales sin pendiente; sin embargo, cuando S_0 y S_f son importantes, no es posible obtener una ecuación general explícita como la (7.14), a menos que se hagan hipótesis como la de Hinds (ref. 58) de imponer una ley de velocidades a lo largo del canal, del tipo: $V = a x^n$ (a y n varían con cada canal). Esta nunca ha sido corroborada y es difícil conocer con antelación -

los valores más adecuados de a y n en cada caso. Por esta razón es preferible la solución numérica.

Ejemplo 7.1. Un canal colector rectangular, horizontal revestido de concreto, ($n = 0.014$) con 6 m de ancho y 30 m de longitud, tiene un ingreso lateral unitario y constante de $3.25 \text{ m}^3/\text{s}$, desde su extremo inicial cerrado. En el extremo final del canal el agua cae libremente. a) Determinar los tirantes en los extremos y a la mitad del canal. b) Calcular el gasto de aporte lateral necesario para que el tirante en el extremo inicial sea de 6 m. c) Determinar la posición de la sección crítica en el canal, con las características del caso a, si la pendiente es $S_0 = 0.24$.

Solución a. El gasto total al final del canal colector es:

$$Q_L = 30 \times 3.25 = 97.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

y en ese extremo final, el tirante es el crítico y vale:

$$y_L = y_C = \sqrt[3]{\frac{Q_L}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{97.5^2}{6^2 \times 9.81}} = 2.9969 \text{ m}$$

y también $Fr_L = 1$. El parámetro $G = 0$ implica que el perfil de flujo queda dentro de la región A de la Fig. 7.2. De la ec. (7.14), el tirante en el extremo aguas-arriba del canal vale:

$$y_o = y_L \sqrt[3]{3} = 2.9969 \sqrt[3]{3} = 5.1909 \text{ m}$$

Para la sección a la mitad, $x/L = 0.5$ y substituyendo en la ec. (7.14), se tiene que:

$$\left(\frac{y}{y_L}\right)^3 - 3 \frac{y}{y_L} + 0.25 = 0$$

Esta ecuación se satisface para $y/y_L = 1.6888$, o sea para un tirante y 5.0611 m, que es el valor buscado.

Solución b. Si $y_o = 6 \text{ m}$, de la ec. (7.14) el tirante en el extremo aguas abajo es:

$$y_L = \frac{y_0}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 3.4641 \text{ m}$$

y éste debe ser igual al crítico, por tanto el gasto al final del colector es:

$$Q_L = b \sqrt{g y_c^3} = 6 \sqrt{9.81 \times 3.4641^3} = 121.1634 \text{ m}^3/\text{s}$$

y el aporte lateral vale:

$$q_* = \frac{121.1634}{30} = 4.0388 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

Solución c. La sección crítica queda determinada de la ec. (7.10) y debido a que el procedimiento es iterativo, es necesario suponer un valor inicial de x_c , por ejemplo a la mitad del canal: $x = 15 \text{ m}$. Por tanto, el gasto y el tirante crítico en esa sección son:

$$Q = 15 \times 3.25 = 48.75 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{48.75^2}{6^2 \times 9.81}} = 1.888 \text{ m}; A_c = 11.328 \text{ m}^2; R_h = 1.1588 \text{ m}$$

$$\text{Además: } S_{f_c} = \frac{(48.75 \times 0.014)^2}{11.328 \times 1.1588^2} = 0.002982$$

$$S_f = \frac{0 + 0.002982}{2} = 0.001491$$

Considerando $n = 0.014$, de la ec. (7.10) resulta que:

$$x_c = \frac{8 \times 3.25^2}{9.81 \times 36 (0.24 - 0.001491)^3} = 17.63485 \text{ m}$$

Este es el nuevo valor de tanteo. Después de reiterar el proceso varias veces, se concluye que $x_c = 17.6421 \text{ m}$. En efecto: $Q = 57.3368 \text{ m}^3/\text{s}$, $y_c = 2.1036 \text{ m}$, $y - S_{f_c} = 0.0030475$; $S_f = 0.0015238$ y finalmente:

$$x_c = \frac{8 \times 3.25^2}{9.81 \times 36 (0.24 - 0.0015238)^3} = 17.6421 \text{ m.}$$

La ec. (7.11) verifica el resultado obtenido para y_c .

Debido a que en el extremo final del canal colector hay una caída libre, no existe tirante de control después de la sección crítica antes calculada. Por tanto, el perfil del flujo queda comprendido dentro de la región D de la Fig. 7.2.

Ejemplo 7.2. Un lote pavimentado para estacionamiento de vehículos es cuadrado de 60 m de lado y tiene pendiente transversal en una sola dirección ($S_o = 0.0025$) para descargar a un canal rectangular de 0.60 m de ancho, paralelo al borde del lote, con la misma pendiente $S_o = 0.0025$ y terminando en una caída libre. Si la lluvia cae sobre el terreno con una intensidad constante de 7.2 cm/h, determinar: a) tirante máximo del agua sobre el pavimento; b) la profundidad mínima tolerable de la plantilla del canal por debajo de la superficie del terreno, considerando que el canal no debe desbordarse. Para los cálculos considerar que la pendiente es despreciable.

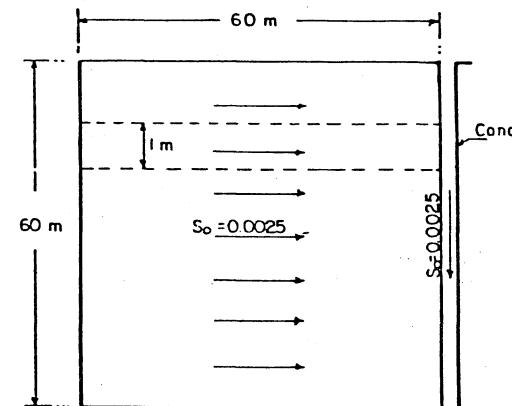


Fig. 7.4 Esquema del lote en el ejemplo 7.2

Solución a. El gasto que cae sobre una franja de ancho unitario del lote es:

$$q = \frac{0.072 \times 1 \times 1}{60 \times 60} = 0.00002 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

Por tanto, el gasto que ingresa al canal por unidad de longitud es:

$$q_L = 0.00002 \times 60 = 0.0012 \text{ m}^3/\text{s}$$

El tirante crítico del flujo al caer al canal resulta:

$$y_C = \sqrt[3]{\frac{0.0012^2}{9.81}} = 0.0053 \text{ m}$$

De la ec. (7.14), el tirante máximo es en el lado contrario del lote y vale:

$$y_O = 0.0053 \sqrt{3} = 0.0091 \text{ m}$$

Solución b. De la misma manera para el canal, el gasto al final del mismo vale:

$$q_L = 0.0012 \times 60 = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}$$

y el crítico es:

$$y_C = y_L = \sqrt[3]{\frac{(0.072/0.6)^2}{9.81}} = 0.1136 \text{ m}$$

El tirante en el extremo aguas arriba resulta:

$$y_O = 0.1136 \sqrt{3} = 0.1968 \text{ m}$$

que es la profundidad mínima tolerable para que no haya desbordamiento. Puede preverse un libre bordo adicional para mayor seguridad.

2.4 Método de integración numérica.

Este método puede aplicarse a cualquier problema práctico sin necesidad de hipótesis simplificadorias, admitiendo una generalización inmediata. Para esto es necesario considerar un tramo del canal de longitud Δx , limitado por las secciones 1 y 2, como lo indica la Fig. 7.5. La ec. (7.6) se integra en dicho tramo como sigue:

$$\int_1^2 dy = -\frac{1}{g} \int_1^2 \left[V \frac{dv}{dx} + \frac{1}{A^2} (1 - \frac{u}{V} \operatorname{sen} \delta) Q \frac{dq}{dx} \right] + \int_1^2 (S_o - S_f) dx$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = -\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} (1 - \frac{u_m}{V_m} \operatorname{sen} \delta) \frac{Q_2^2 - Q_1^2}{2g A_m^2} + (S_o - S_f)_m \Delta x$$

donde el subíndice m representa los valores medios en el tramo. El área media en el tramo es: $A_m = (Q_1 + Q_2)/(V_1 + V_2)$; al desarrollar la diferencia de cuadrados y simplificar, se tiene que (ref. 38):

$$\Delta y = -\frac{V_1 + V_2}{2g} \left[\Delta V + \left(1 - \frac{u_m}{V_m} \operatorname{sen} \delta \right) \frac{(V_1 + V_2)}{(Q_1 + Q_2)} \Delta Q \right] + S_o \Delta x$$

$$-\frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (7.15 a)$$

donde: $\Delta V = V_2 - V_1$ y $\Delta Q = Q_2 - Q_1$. Esta ecuación, en término de los valores medios en el tramo, se escribe también como sigue:

$$\Delta y = -\frac{V_1 + V_2}{2g} \left[\Delta V + \left(1 - \frac{u_m}{V_m} \operatorname{sen} \delta \right) \frac{V_m \Delta Q}{Q_m} \right] + S_o \Delta x - S_{fm} \Delta x \quad (7.15 b)$$

La diferencia de niveles de la superficie del agua entre las secciones 1 y 2 (Fig. 7.5), puede expresarse como sigue:

o bien:

$$S_o \Delta x + y_1 = y_2 + \Delta y' \quad (7.16 b)$$

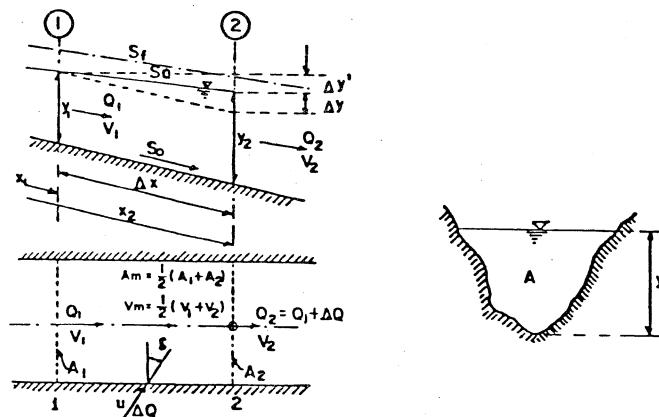


Fig. 7.5 Tramo de un canal con flujo espacialmente variado de gasto creciente.

Substituyendo la ec. (7.15 a) en la (7.16 a) e introduciendo el coeficiente de energía para corregir la no uniformidad de la distribución de velocidad (vea la razón de usar α y no β , en el subcapítulo 7.2.1), resulta finalmente que:

$$\Delta y' = \frac{\alpha (V_1 + V_2)}{2g} \left[(V_2 - V_1) + \left(1 - \frac{u_m}{V_m} \operatorname{sen} \delta\right) \frac{(V_2 + V_1)(Q_2 - Q_1)}{Q_1 + Q_2} \right] + \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (7.17)$$

En caso de no considerar la cantidad de movimiento del agua que entra, la ec. (7.17) se simplifica y resulta ser:

$$\Delta y' = \frac{\alpha (V_1 + V_2)}{2g} \left[(V_2 - V_1) + \frac{(V_1 + V_2)(Q_2 - Q_1)}{Q_1 + Q_2} \right] + \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (7.18)$$

Cuando se acepta en la ec. (7.15 b) que el gasto medio en el tramo es $Q_1 = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$ y que la velocidad media es V_2 , por un desarrollo análogo se puede demostrar que la ec. (7.18) se transforma como sigue:

$$\Delta y' = \frac{\alpha Q_1}{g} \left[\frac{(V_1 + V_2)}{Q_1 + Q_2} \right] \left[(V_2 - V_1) + \frac{V_2(Q_2 - Q_1)}{Q_1} \right] + \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (7.19)$$

expresión más común en los libros que tratan del tema (ref. 2). Los resultados obtenidos con las ecs. (7.18) y (7.19) difieren más en la medida que Δx aumenta.

Las ecs. (7.17) o (7.18) permiten calcular el perfil del flujo subcrítico o supercrítico utilizando tramos de longitud Δx . El primer término del segundo miembro representa el efecto de la pérdida por impacto y el segundo, el efecto de la pérdida por fricción.

Para utilizar el método es necesario iniciar desde una sección de control y establecer una dirección de cálculo con las mismas reglas que en el flujo gradualmente variado en cuanto al régimen en que se desarrolla el perfil del flujo. La solución sigue desde luego un procedimiento interativo en el que, para un tramo Δx , se conocen Q_1 y Q_2 . Al conocer el tirante en un extremo del tramo, se fantea el tirante en el otro, de manera que el valor geométrico obtenido de la ec. (7.16 b) sea igual al calculado de la ec. (7.17) o de la (7.18).

En caso de que $\Delta Q = S_{fm} = 0$, o bien $Q_1 = Q_2$, la ec. (7.17) ó (7.19) se simplifica a: $\Delta y' = \alpha(V_2^2 - V_1^2)/2g$, que es la ecuación de energía para flujo con gasto constante en el que se desprecia la fricción.

Ejemplo 7.3. Un canal trapecial tiene 2.50 m de ancho de plantilla, taludes 0.5: 1 y está revestido de concreto en su totalidad, con $n = 0.015$. El canal se inicia en la Est. 0+000, con la plantilla a la elevación 10.00 m y es utilizado como colector de alivio de las descargas de un lago, con una aportación lateral de

0.5 m³/s/m en los primeros 150 m; después continúa como canal de descarga manteniendo las dimensiones de la sección (Fig. 7.6). Analizar y calcular el perfil de flujo en el canal para los siguientes casos: a) pendiente constante $s_0 = 0.06$ (altura $\Delta z = 0$); b) pendiente constante $s_0 = 0.06$ y un escalón positivo de $\Delta z = 1.60$ m de altura en la Est. 0 + 150.00 m; c) pendiente constante $s_0 = 0.035$ y escalón positivo de $\Delta z = 0.30$ m en la Est. 0 + 150.00 m; d) pendiente constante $s_0 = 0.025$ y escalón positivo de 0.30 m en la Est. 0 + 150.00 m.

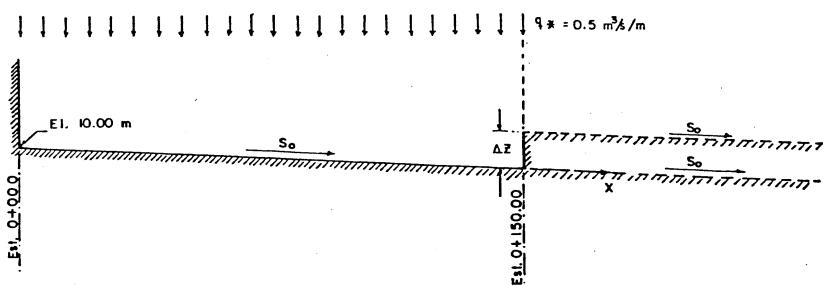


Fig. 7.6 Canal colector
del ejemplo 7.3

Solución a. Es conveniente calcular la línea de tirantes críticos a lo largo del canal. Para ello hay que satisfacer la ecuación general del estado crítico en cada sección x de gasto $Q = q_* x$. Exceptuando la sección $x = L$, para eliminar los tanteos es preferible seleccionar una serie de tirantes empezando desde cero y con ellos determinar a partir de la ecuación de estado crítico el valor de Q_c a que corresponden y de éste el de x . La tabla 7.1 presenta los resultados de estos cálculos y la Fig. 7.7 el perfil de la línea de críticos.

Debido a que, en principio, se ignora el tipo de perfil que se va a producir, convendría realizar un cálculo preliminar de x_c a partir de la ec. (7.10), utilizando las características de régimen crítico en la sección final y que son: $y_c = 3.54267$ m, $A_c = 15.13193$ m²; $B_c = 6.04267$ m; $R_h = 1.45197$ m y $n = 0.015$. Resulta que: $x_c = 28.1495$ m < 150 m, por lo cual se sospecha de la existencia de una sección de control en algún punto intermedio del canal. Para ubicar la sección de control es necesario efectuar diferentes tanteos de x_c con las características de la posible sección crítica que pudiera ocurrir y haciendo que se satisfaga la ec. (7.10). En efecto, en el tanteo final, se supone $x_c = 52.11482$ m, para la cual: $y_c = 1.94418$ m, $A_c = 6.75038$ m²; $B_c = 4.44418$ m y $R_h = 0.98584$ m. De la ec. (7.10) resulta que:

$$s_{f_c} = \left(\frac{26.05741 \times 0.015}{6.75038 \times 0.98584} \right)^{2/3} = 0.00341$$

$$x_c = \frac{8 \times 0.5^2}{9.81 \times 4.44418^2 (0.06 - 0.0017085)}^{3/2} = 52.11482 \text{ m}$$

que es igual al valor supuesto.

El perfil del flujo resultante queda dentro de la región D de la Fig. 7.2, debido a que no hay salto hidráulico. La parte del perfil en régimen subcrítico se calcula desde $x_c = 52.11482$ m hacia aguas arriba y la de supercrítico hacia aguas abajo. El cálculo se efectúa con el método numérico mediante las ecs. (7.16) y (7.18).

La tabla 7.2 muestra los resultados finales obtenidos por computadora para las dos direcciones señaladas en la zona del canal colector, utilizando la sección de control. En la Fig. 7.7 aparece el perfil del flujo en el que se distinguen las dos partes del perfil típico de la zona C de la Fig. 7.2.

Aguas abajo de la Est. 0 + 150.00 el comportamiento y cálculo del perfil del flujo sigue los lineamientos para un flujo variado de gasto constante.

Solución b. Al utilizar el escalón positivo, se forma el tirante crítico sobre el mismo para el gasto total, esto es: $y_c = 3.54267$ m. De la ecuación de energía,

Tabla 7.1 Cálculo de la línea de tirante crítico en el canal del ejemplo 7.3, ($b=2.5$ m, $k=0.5$).

y_c	A_c	B_c	Q_c	V_c	x
.1	.255	2.6	.2501	.9809	.5003
.2	.52	2.7	.7148	1.3745	1.4295
.3	.795	2.8	1.3268	1.6689	2.6536
.4	1.08	2.9	2.0643	1.9114	4.1286
.5	1.375	3	2.9156	2.1204	5.8312
.6	1.08	3.1	3.8736	2.3057	7.7473
.7	1.395	3.2	4.9337	2.473	9.8674
.8	1.74	3.3	6.0927	2.6262	12.1854
.9	2.655	3.4	7.3484	2.7678	14.6968
1	3.	3.5	8.6993	2.8998	17.3985
1.1	3.355	3.6	10.1443	3.0236	20.2886
1.2	3.72	3.7	11.6828	3.1405	23.3657
1.3	4.095	3.8	13.3145	3.2514	26.6289
1.4	4.48	3.9	15.039	3.3569	30.078
1.5	4.875	4	16.8565	3.4577	33.7129
1.6	5.28	4.1	18.7669	3.5543	37.5339
1.7	5.695	4.2	20.7707	3.6472	41.5413
1.8	6.12	4.3	22.868	3.7366	45.7359
1.9	6.555	4.4	25.0592	3.8229	50.1184
2	7	4.5	27.3448	3.9064	54.6897
2.1	7.455	4.6	29.7254	3.9873	59.4507
2.2	7.92	4.7	32.2013	4.0658	64.4026
2.3	8.395	4.8	34.7732	4.1421	69.5464
2.4	8.88	4.9	37.4417	4.2164	74.8835
2.5	9.375	5	40.2074	4.2888	80.4149
2.6	9.88	5.1	43.071	4.3594	86.142
2.7	10.395	5.2	46.033	4.4284	92.0661
2.8	10.92	5.3	49.0942	4.4958	98.1885
2.9	11.455	5.4	52.2553	4.5618	104.5106
3	12	5.5	55.5169	4.6264	111.0338
3.1	12.555	5.6	58.8797	4.6897	117.7594
3.2	13.12	5.7	62.3445	4.7519	124.6889
3.3	13.695	5.8	65.9119	4.8128	131.8237
3.4	14.28	5.9	69.5826	4.8727	139.1653
3.5	14.875	6	73.3575	4.9316	146.7149
3.5427	15.1319	6.0427	75	4.9564	150

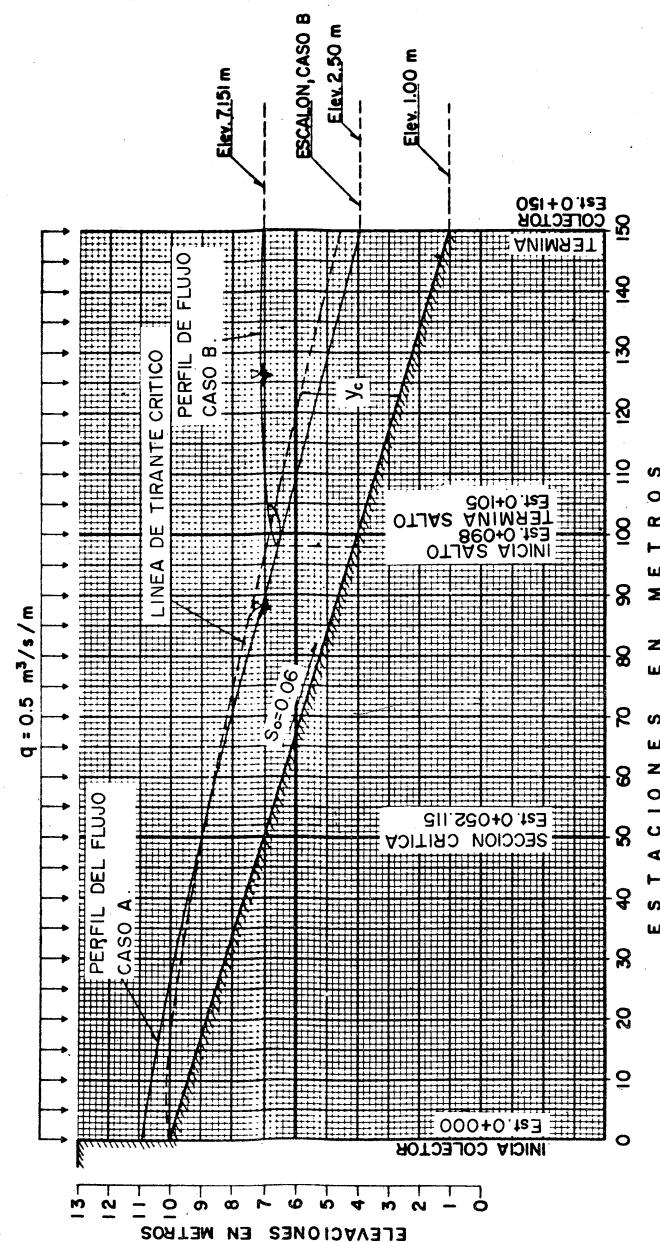


FIG. 7.7 PERFIL DE FLUJO EN EL CANAL DEL EJEMPLO 7.3, CASOS A Y B.

sin pérdidas, para la zona del escalón se tiene que:

$$y_L + \frac{V_L^2}{2g} = 1.60 + 3.54267 + \frac{4.9564^2}{2g} = 6.3948 \text{ m}$$

siendo también que $A_L = 75/V_L$, la solución para $y_L = -6.151 \text{ m}$. En efecto: $A_L = 34.2949 \text{ m}^2$; $V_L = 2.1869 \text{ m/s}$; $-V_L^2/2g = 0.2438 \text{ m/s}$

$$y_L + \frac{V_L^2}{2g} = 6.3948 \text{ m}$$

El parámetro G de la Fig. 7.2 vale: $G = \frac{0.06 \times 150}{6.151} = 1.463$ y para $F_{rL} = 2.1869 / \sqrt{9.81 \times 3.9643} = 0.35$

Se cumple que: $G > 1 + F_{rL}$, por lo cual nos encontramos en la región C de la Fig. 7.2, con salto hidráulico en la zona de régimen supercrítico y después, subcrítico.- En la tabla 7.3 se presentan los cálculos de perfil del flujo en régimen subcrítico, para $y_L = 6.151 \text{ m}$ y ahora controlado desde la sección $x_L = 150 \text{ m}$ y hacia aguas arriba. Desde la Est. 110 hasta la 104, los cálculos se hicieron con $\Delta x = 1.0 \text{ m}$. También, en la tabla 7.2 aparecen cálculos similares para el perfil en supercrítico desde la Est. 0 + 095 hasta la 100.00. Con los tirantes de este último perfil se calcularon los conjugados mayores, que estarían ubicados a la distancia $L = 7.9 (y_2 - y_1)$ (ec. 4.28) desde la sección de conjugado menor, y se dibujaron todas las líneas en la Fig. 7.7, en la que se observa que el salto hidráulico se inicia aproximadamente en la Est. 0 + 098.

El detalle de estos cálculos se presenta a continuación en el supuesto de que el salto se inicia en la Est. 0 + 098 y termina en la 0 + 105. El tirante del perfil supercrítico (tabla 7.2) en la est. 0 + 098 es $y_1 = 2.4465 \text{ m}$, $V_1 = 5.37923 \text{ m/s}$ y $Q_1 = 49 \text{ m}^3/\text{s}$. El tirante del perfil subcrítico (tabla 7.2) en la Est. 0 = 105 es $y_2 = 3.29863 \text{ m}$, $V_2 = 3.83575 \text{ m/s}$ y $Q_2 = 52.5 \text{ m}^3/\text{s}$. Si las estaciones son correctas, deben verificarse las ecs. (4.9) para el conjugado mayor y (4.28) para la longitud del salto. Debido a que la ec. (4.9) vale para gasto constante y en este caso el gasto en la Est. 0 + 098 es distinto del de la Est. 0 + 105.00, se uti

Tabla 7.2 Cálculo del perfil de flujo en el canal del ejemplo 7.3, caso a. $q_* = 0.5 \text{ m}^3/\text{s/m}$, s_o

Régimen Subcrítico.						Régimen Supercrítico.					
x	y	Q	v	$y_2 + s_o \Delta x$	$y_1 + s_o \Delta x$	x	y	Q	v	$y_2 + s_o \Delta x$	$y_1 + s_o \Delta x$
52.1148	1.9442	26.0574	3.8601	1.277	2.0719	52.1148	1.9442	26.0574	3.8601	1.277	2.0719
50	1.9442	25	3.7035	1.277	2.0719	50	1.9442	25	3.7035	1.277	2.0719
45	1.8823	22.5	3.4737	1.272	2.1814	45	1.8823	22.5	3.4737	1.272	2.1814
40	1.8104	20	3.2443	1.2274	2.1097	40	1.8104	20	3.2443	1.2274	2.1097
35	1.7347	17.5	2.9958	1.2234	2.0338	35	1.7347	17.5	2.9958	1.2234	2.0338
30	1.6526	15	2.7287	1.217	1.9517	30	1.6526	15	2.7287	1.217	1.9517
25	1.5621	12.5	2.4389	1.2091	1.8617	25	1.5621	12.5	2.4389	1.2091	1.8617
20	1.4623	10	1.1165	1.1998	1.7619	20	1.4623	10	1.1165	1.1998	1.7619
15	1.3495	7.5	1.7506	1.1867	1.649	15	1.3495	7.5	1.7506	1.1867	1.649
10	1.2116	5	1.3209	1.1674	1.5169	10	1.2116	5	1.3209	1.1674	1.5169
5	1.0559	2.5	0.7846	1.135	1.3556	5	1.0559	2.5	0.7846	1.135	1.3556
0	0.8163	0	0	0.634	1.1163	0	0.8163	0	0	0.634	1.1163

x	y	Q	v	$y_2 + s_o \Delta x$	$y_1 + s_o \Delta x$	$\Delta y'$	$y_2 + s_o \Delta y'$
52.1148	1.9442	26.0574	3.8601	1.4731	2.4173	.3299	2.4182
50	2.0083	30	4.0535	1.4731	2.4173	.3299	2.3982
65	2.1188	32.5	4.3093	1.3	2.3888	.2704	2.4198
70	2.1167	35	4.481	1.3	2.4188	.2431	2.4198
75	2.123	37.5	4.6518	1.3	2.4767	.2476	2.4776
80	2.2007	40	4.8177	1.3	2.53	.2501	2.5309
85	2.3303	42.5	4.976	1.3	2.5807	.2509	2.5812
90	2.3776	45	5.1308	1.3	2.6393	.2533	2.6399
95	2.4228	47.5	5.2824	1.3	2.6776	.2557	2.6786
96	2.4306	48	5.3155	0.6	2.4828	.0531	2.4837
97	2.4385	48.5	5.3477	0.6	2.4906	.053	2.4914
98	2.4465	49	5.3733	0.6	2.4985	.0528	2.4993
99	2.4546	49.5	5.4103	0.6	2.5065	.0526	2.5073
100	2.4628	50	5.4408	0.6	2.5145	.0525	2.5153
105	2.5068	52.5	5.5761	1.3	2.7628	.255	2.763
110	2.5508	55	5.711	1.3	2.808	.2557	2.8086
115	2.5927	57.5	5.842	1.3	2.8508	.2583	2.851
120	2.6337	60	5.9887	1.3	2.9927	.2586	2.9924
125	2.673	62.5	6.0345	1.3	2.9337	.2607	2.9337
130	2.711	65	6.2186	1.3	2.973	.2622	2.9733
135	2.7477	67.5	6.3414	1.3	3.011	.264	3.0118
140	2.7846	70	6.4384	1.3	3.0477	.2658	3.0474
145	2.8208	72.5	6.5226	1.3	3.0846	.2652	3.084
150	2.8555	75	6.687	1.3	3.1208	.2656	3.1211

liza el promedio $Q = 51.75 \text{ m}^3/\text{s}$. De esta manera, los parámetros para la Est. 0 + 98, de tirante $y_1 = 2.4465\text{m}$, son:

$$F_{M_1} = \frac{51.75}{\sqrt{g} \cdot 0.81 \times 0.5 \times 2.4465} = 3.5297 \quad t_1 = \frac{2.5}{0.5 \times 2.4465} = 2.0437$$

y al observar la ec. (4.9), el conjugado mayor es $y_2 = 3.28911 \text{ m}$ y prácticamente igual al de la Est. 0 + 105m. La longitud del salto es: $\ell = 7.9(3.28911 - 2.4465) = 6.6565 \text{ m}$, esto es, termina en la Est. 104.65 m (prácticamente la 105), con lo cual el tanteo es correcto. La Fig. 7.8 presenta el detalle de estos cálculos..

Solución c. Es necesario repetir cálculos similares a los del caso anterior para el escalón positivo, ahora de 0,30 m. Esto es que:

$$y_L + \frac{V_L^2}{2g} = 0.30 + 3.54267 + \frac{4.9564^2}{19.62} = .5.0948 \text{ m}$$

Esta condición se satisface para $y_L = 4.4435 \text{ m}$, $V_L = 3.57465 \text{ m/s}$, $F_{rL} = 0.6566$ y la sección final nuevamente es de control. Debido a que la pendiente es ahora menor y el tirante $y_L > y_c$, el perfil es seguramente subcrítico y por tanto se calcula desde la sección final hacia aguas arriba. La tabla 7.4 muestra los cálculos del perfil de flujo y en ella se observa que F_r crece desde la estación cero hasta un máximo en la 110 y después disminuye. Esto es congruente con un perfil ubicado en la zona B de la Fig. 7.2 y se presenta en la Fig. 7.9.

Solución d. Debido a que la altura del escalón es igual que en el caso c, el tirante y_L debe ser 4.4435m. La tabla 7.5 muestra los cálculos del perfil del flujo y en ella se observa que F_r crece desde la estación cero hasta un máximo en la final. Esto es congruente con un perfil en la zona A de la Fig. 7.2 y se presenta en la Fig. 7.10.

Tabla 7.3. Cálculo de los perfiles de flujo en el canal del ejemplo 7.3., caso b
 $q_* = 0.5 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $S_o = 0.06$

x	y	Q	V	s_f	Δx	$y_1 + S_o$	$\Delta y'$	$y_2 + \Delta y'$
150	6.151	75	2.1869	-0.003				
145	5.8486	72.5	2.2853	-0.003	6.148	.3	6.1486	
140	5.5456	70	2.3939	-0.0039	5.8447	.3	5.8456	
135	5.2406	67.5	2.5155	-0.0053	5.5403	.3	5.5406	
130	4.934	65	2.6523	-0.007	5.2836	.3	5.234	
125	4.6251	62.5	2.8079	-0.0096	4.9244	.3	4.9251	
120	4.3117	60	2.9888	-0.0238	4.6113	.3	4.6117	
115	3.9913	57.5	3.2045	-0.0207	4.291	.3	4.2913	
110	3.6581	55	3.473	-0.0337	3.9576	.3	3.9581	
109	3.5894	54.5	3.5354	-0.0092	3.6489	.06	3.6494	
108	3.5197	54	3.6016	-0.0104	3.579	.06	3.5797	
107	3.4488	53.5	3.6721	-0.0118	3.5079	.06	3.5088	
106	3.3753	53	3.7496	-0.0142	3.4346	.06	3.4353	
105	3.2987	52.5	3.8357	-0.0173	3.3587	.06	3.3587	
104	3.2178	52	3.988	-0.0216	3.2771	.06	3.2778	

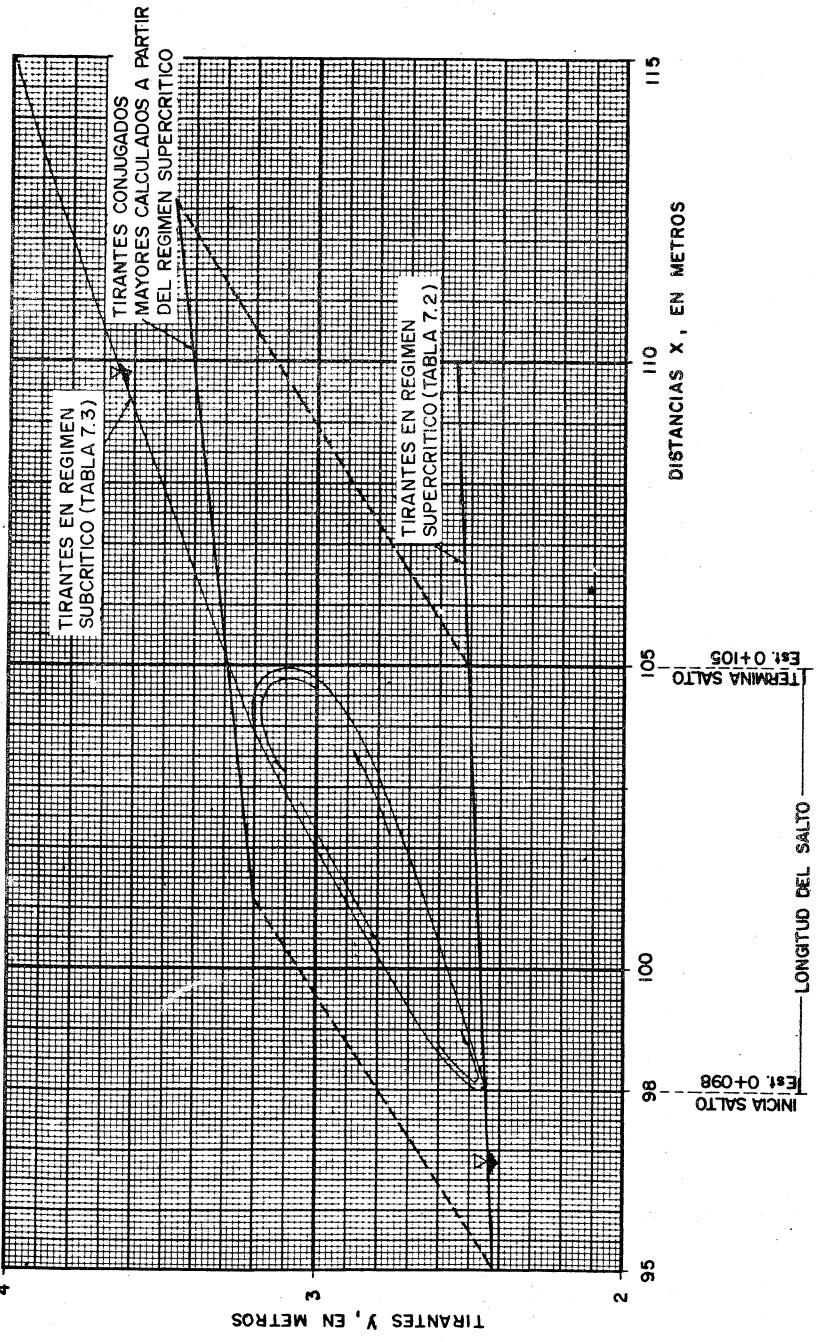


FIG. 7.8 UBICACION DEL SALTO HIDRAULICO EN EL EJEMPLO 7.3, CASO B

Tabla 7.4. Cálculo del perfil de flujo en el canal del ejemplo 7.3., caso c.
 $q_* = 0.5 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $S_0 = 0.035$

x	y	Q	v	$\Delta y'$	$y_2 + \Delta y'$	$y_1 + S_0 \Delta x$	F_r
150	4.4435	75	3.5746	0.0348	4.4783	.6566	.6741
145	4.3033	72.5	3.6219	.0396	4.4783	.6741	.6911
140	4.1679	70	3.6638	.0453	4.3429	.7069	.7211
135	4.0382	67.5	3.6989	.0517	4.2132	.733	.7423
130	3.9149	65	3.7249	.0588	4.0899	.7423	.7445
125	3.7987	62.5	3.7398	.0666	3.9737	.7445	.7463
120	3.6903	60	3.7418	.0747	3.8653	.7463	.7483
115	3.59	57.5	3.7292	.0826	3.6726	.7507	.7551
110	3.4876	55	3.701	.0901	3.5877	.7507	.7551
105	3.4127	52.5	3.6573	.0965	3.5092	.7445	.7483
100	3.3342	50	3.5986	.1018	3.436	.7363	.7445
95	3.261	47.5	3.5264	.1059	3.3669	.7363	.7445
90	3.1919	45	3.4419	.1088	3.3007	.7112	.7112
85	3.1257	42.5	3.3466	.1106	3.2363	.6948	.6948
80	3.0614	40	3.2417	.1116	3.173	.6763	.6763
75	2.998	37.5	3.1279	.1117	3.1097	.6557	.6557
70	2.9347	35	3.061	.1112	3.0459	.6332	.6332
65	2.8709	32.5	2.8765	.1101	2.981	.6087	.6087
60	2.806	30	2.7392	.1085	2.9145	.5822	.5822
55	2.7395	27.5	2.594	.1064	2.8459	.5536	.5536
50	2.6709	25	2.4404	.1038	2.7747	.5225	.5225
45	2.5997	22.5	2.2777	.1005	2.7002	.4888	.4888
40	2.5252	20	2.1049	.0966	2.6218	.4519	.4519
35	2.4468	17.5	1.9209	.0919	2.5387	.4114	.4114
30	2.3637	15	1.7236	.0862	2.4499	.3664	.3664
25	2.2749	12.5	1.5106	.079	2.3539	.3157	.3157
20	2.1789	10	1.2786	.07	2.2489	.2578	.2578
15	2.0739	7.5	1.0224	.0581	2.132	.1897	.1897
10	1.957	5	.7345	.0416	1.9986	.1069	.1069
5	1.8236	2.5	.4018	.0166	1.8406	0	0
0	1.6652	0	0	0	0	0	0

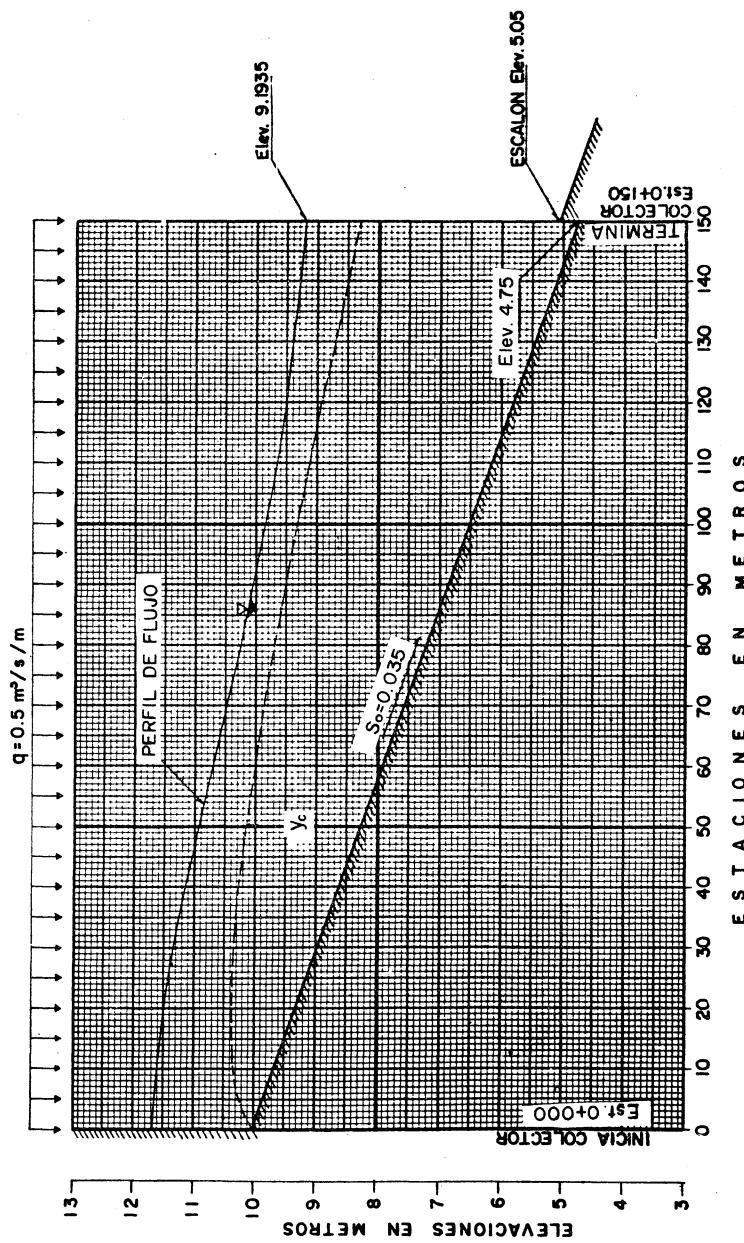


FIG. 7.9 PERFIL DE FLUJO EN EL CANAL DEL EJEMPLO 7.3, CASO C

Tabla 7.5 Cálculo del perfil de flujo en el canal del ejemplo 7.3, caso d ($S_0 = 0.025$)

x	y	Q	V	$\Delta y'$	$y_2 + \Delta y'$	$y_1 + S_0 \Delta x$	F_r
150	4.4435	75	3.5746	.071	4.5145	.6566	
145	4.3895	72.5	3.5181	.0718	4.5145	.6495	
140	4.3363	70	3.4581	.0725	4.4613	.6446	
135	4.2838	67.5	3.3946	.0729	4.4088	.633	
130	4.2317	65	3.3277	.0733	4.3567	.6237	
125	4.18	62.5	3.2576	.0734	4.305	.6137	
120	4.1284	60	3.1842	.0734	4.2534	.603	
115	3.0768	57.5	3.1077	.0734	4.2018	.5916	
110	4.0251	55	3.0281	.0733	4.1501	.5795	
105	3.9731	52.5	2.9452	.073	4.0981	.5667	
100	3.9207	50	2.8592	.0726	4.0457	.5531	
95	3.8677	47.5	2.7698	.072	3.9927	.5389	
90	3.814	45	2.6772	.0713	3.939	.5239	
85	3.7595	42.5	2.5811	.0705	3.8845	.5081	
80	3.704	40	2.4814	.0695	3.829	.4915	
75	3.6474	37.5	2.3779	.0684	3.7724	.474	
70	3.5895	35	2.2704	.0671	3.7145	.4556	
65	3.5301	32.5	2.1586	.0656	3.6551	.4362	
60	3.469	30	2.0422	.0639	3.594	.4156	
55	3.4061	27.5	1.9209	.0621	3.5311	.3939	
50	3.3411	25	1.7942	.06	3.4661	.3709	
45	3.2737	22.5	1.6614	.0576	3.3987	.3463	
40	3.2036	20	1.522	.0549	3.3286	.3202	
35	3.1304	17.5	1.3752	.0518	3.2554	.292	
30	3.0536	15	1.2199	.0482	3.1786	.2617	
25	2.9727	12.5	1.0548	.0441	3.0977	.2289	
20	2.897	10	.8784	.0393	3.012	.1929	
15	2.7956	7.5	.6883	.0336	2.9206	.1532	
10	2.6972	5	.4817	.0266	2.8222	.1088	
5	2.5901	2.5	.2543	.0179	2.7151	.0584	
0	2.4717	0	0	0.0066	2.5967	0	

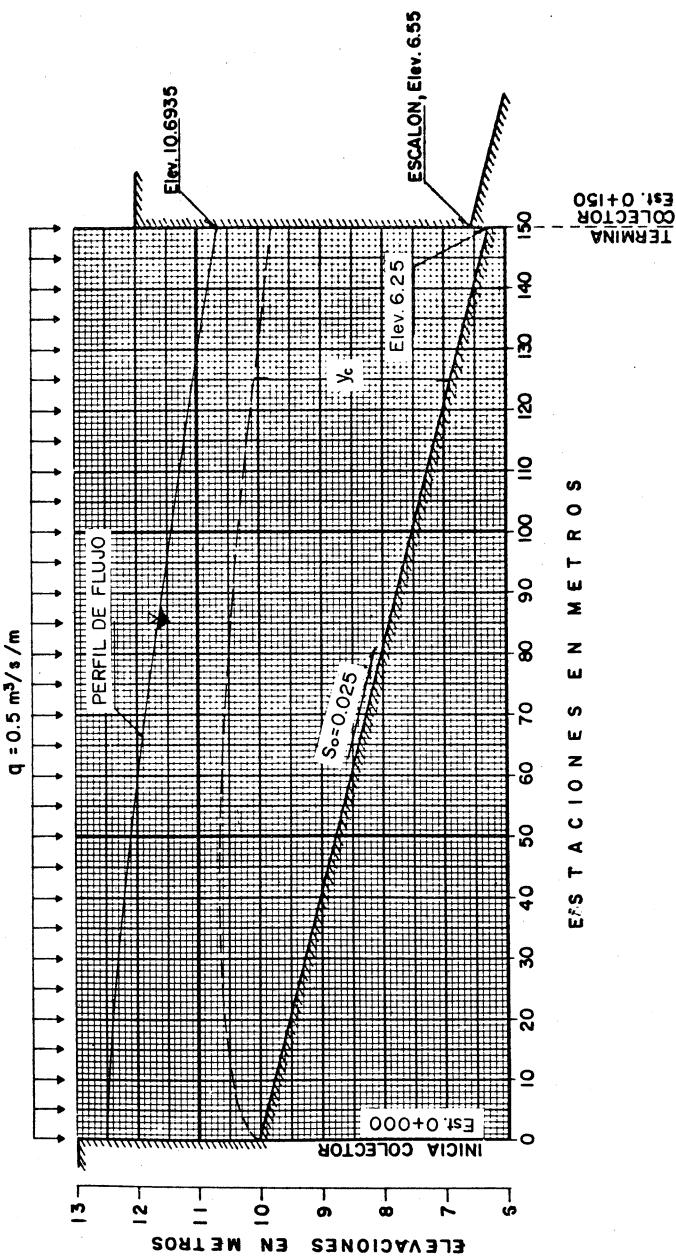


FIG. 7.10 PERFIL DE FLUJO EN EL CANAL DEL EJEMPLO 7.3, CASO D

7.3 Flujo con gasto decreciente

7.3.1 Aspectos generales

Un ejemplo clásico de flujo con gasto decreciente lo constituye el vertedor lateral, paralelo al escurrimiento principal, que se construye sobre el borde de un canal o de un conducto colector o alcantarilla. Este tipo de vertedor ha sido ampliamente utilizado para desalojar el gasto excedente al de diseño, acumulado en un canal de conducción por el ingreso de aguas de lluvia sobre la superficie o por entradas accidentales en su curso. También se ha utilizado en sistemas de alcantarillado, donde es costumbre desviar el gasto que excede de 6 veces el de la época de sequía hacia un río o corriente y tratar el resto en plantas de purificación. En este caso, el vertedor ha caído en desuso, por la eficacia de otras estructuras como sifones y cámaras de forma espiral. Otro ejemplo de flujo con gasto decreciente lo constituye el desbordamiento desde un canal principal o río, hacia un cauce de alevio. El gasto en el canal principal puede también de crecer por la existencia de una toma lateral o por una rejilla en el fondo.

La Fig. 7.11 presenta la planta de tres variantes de vertedor lateral, pudiendo haber casos en que la totalidad del gasto en el canal principal se devíe hacia el vertedor lateral.

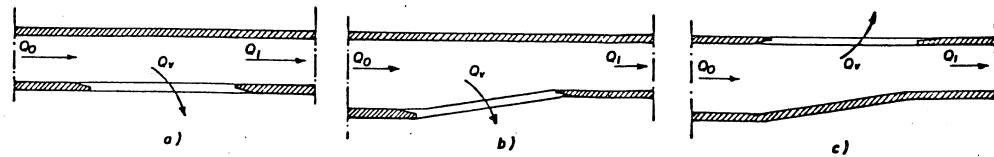


Fig. 7.11 Disposición de vertedores laterales

La Fig. 7.12 muestra la disposición de una rejilla en el fondo del canal y la conformación del flujo a lo largo de la misma.

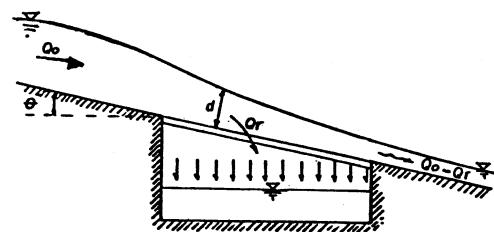


Fig. 7.12 Flujo sobre una rejilla de fondo

7.3.2 Ecuación dinámica

Como antes se indicó, la ecuación de la energía es la más adecuada para analizar el flujo espacialmente variado en que el caudal decrece por la salida lateral de una parte o del total del gasto. La energía total del flujo en una sección transversal del canal, medida desde un plano de referencia cualquiera vale:

$$H = z + d \cos \theta + \frac{\alpha Q^2}{2g A^2}$$

donde d es el tirante medido en dirección perpendicular a la plantilla.

Derivando esta ecuación con respecto a x se obtiene que:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos \theta \frac{dd}{dx} + \frac{\alpha}{2g} \left[\frac{2Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} - \frac{2Q^2}{A^3} \frac{dA}{dx} \right]$$

Haciendo que: $dH/dx = -S_f$; $dz/dx = -S_o$ y que:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{dA}{dd} \frac{dd}{dx} = B \frac{dd}{dx}$$

donde B es el ancho de la superficie libre de la sección transversal y resulta finalmente que:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{\cos \theta - \frac{F_r^2}{1 - F_r^2}} \quad (7.20 a)$$

y cuando el ángulo θ de inclinación de la plantilla es pequeño, entonces: $\cos \theta \approx 1$ y $d \approx y$, resultando que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{\alpha Q}{gA^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - F_r^2} \quad (7.20 b)$$

Estas son las formas de la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado con gasto decreciente y difieren de la ec. (7.9) sólo en el coeficiente del tercer término en el numerador.

La ec. (7.20) también puede obtenerse a partir de la ecuación de impulso y cantidad de movimiento si se considera que en el flujo con gasto decreciente no se adiciona cantidad de movimiento. Esto implica eliminar al término que contiene a dQ en los desarrollos para obtener la ec. (7.9), lo cual puede hacerse desde la (7.4).

7.3.3 Análisis de los perfiles de flujo.

En un canal con gasto decreciente se tiene siempre que $dQ/dx < 0$ y, en ausencia de fricción ($S_f = 0$), el numerador de la ec. (7.20) es siempre positivo. El signo de dy/dx es igual al que tiene el denominador, según que F_r sea menor o mayor que 1.

Esto se observa en la Fig. 7.13 que muestra los tres tipos principales de perfil de flujo que se presentan en un canal de gasto decreciente, con desviación hacia un vertedor lateral. Perfiles similares ocurren en el caso que la desviación sea hacia una rejilla en el fondo del canal.

do $F_r > 1$, de la ec. (7.20) resulta que $dy/dx < 0$. El perfil se presenta en canales de pendiente suave, altura w del vertedor menor que y, y L suficientemente grande, generando así un perfil del tipo M2 hacia aguas arriba que se inicia desde y_c correspondiente a Q_0 .

El perfil 2 ocurre en canales de pendiente pronunciada, donde se produce flujo uniforme supercrítico aguas arriba y tiene efecto sólo hacia aguas abajo.

En ambos perfiles, el tirante disminuye gradualmente a lo largo del tramo L manteniendo el régimen supercrítico, para después alcanzar el tirante normal correspondiente a Q_L . Esto ocurre de manera gradual en el perfil 2, si se mantiene aguas abajo la pendiente pronunciada o mediante salto hidráulico si la pendiente es suave.

c) Mixto. El tirante del canal en la sección inicial es igual o menor que el crítico (perfiles 1 y 2 de la Fig. 7.13), disminuye gradualmente hacia aguas abajo hasta formar un salto hidráulico dentro del tramo L y después aumenta gradualmente (Fig. 7.13 c). Antes del salto el perfil es del tipo supercrítico (1 ó 2) y después del salto es subcrítico, lo que combina los dos tipos de perfil a y b de la Fig. 7.13.

7.3.4 Integración numérica

Las soluciones directas de la ec. (7.20) son complicadas e incompletas, debido a que se desconoce cómo varía Q con x. A esto hay que agregar la variabilidad con que el agua se desvía hacia el vertedor lateral orejilla de fondo. En el caso de perfiles a régimen subcrítico puede considerarse que dicha desviación es en dirección perpendicular al flujo, pero es más difícil predecirlo en otros casos. Por otra parte, el perfil supercrítico está controlado desde aguas arriba, debiendo hacer consideraciones adicionales para su análisis. El mixto tiene además control desde aguas abajo.

La solución numérica puede fácilmente obtenerse, si se considera que en el flujo con gasto decreciente el decremento ΔQ en el tramo Δx no produce cambio en la cantidad de movimiento. Esto implica que las ecs. (7.15a) y (7.17) se simplifiquen como sigue (ref. 1):

$$y_2 - y_1 = -\alpha \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + S_o \Delta x - \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (7.21)$$

$$\Delta y' = \alpha \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x \quad (7.22)$$

La ec. (7.21) representa la ecuación de energía aplicada a un tramo de canal de longitud Δx , limitado por la sección 1 aguas arriba y 2 aguas abajo, donde las velocidades en cada sección deben calcularse con el gasto que pasa por ellas. Esto es: $V_1 = Q_1/A_1$, $V_2 = Q_2/A_2$, $Q_2 = Q_1 - \Delta Q$ siendo ΔQ el gasto desviado al exterior del canal en el tramo Δx .

El decremento ΔQ depende de que la desviación se realice a través del vertedor lateral o de la rejilla de fondo, pero en ambos casos es función del tirante y del ángulo con que se efectúe la desviación. Por lo que se refiere a la distribución de velocidades, ésta es variable en la sección transversal del canal; en el caso del vertedor lateral el coeficiente α de energía puede ser hasta de 1.30.

En los siguientes incisos se explica la manera de calcular ΔQ y los resultados experimentales que intervienen en cada caso, así como procedimiento de ajuste para el valor de α en el caso del vertedor lateral.

7.3.5 El vertedor lateral

7.3.5.1 Perfil de flujo subcrítico

El vertedor lateral ha sido estudiado experimentalmente por Schaffernak de 1915 a 1918 (ref. 15), Engels de 1917 a 1918 (ref. 15), Coleman y Smith en 1923 (ref. 59) y Eherenberger en 1934 (ref. 60). En general, el interés fue determinar la relación entre el gasto que sale del canal, la longitud del vertedor, los tirantes al inicio y final del mismo y el coeficiente de descarga. Sin embargo, los resultados tuvieron poca aplicación debido principalmente al desconocimiento de los intervalos y tipo de perfil a los que se aplicaban.

Con el fin de simplificar la discusión de los métodos de análisis, conviene hacer la presentación empezando por el perfil de flujo subcrítico cuyo detalle se muestra

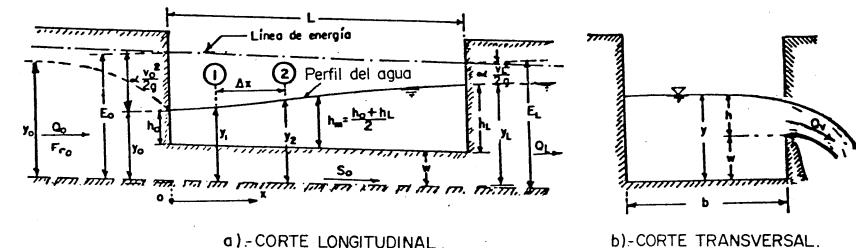


Fig. 7.14. Vertedor lateral con perfil de flujo subcrítico

De Marchi (ref. 61) realizó por primera vez la integración directa, con la hipótesis de que los vertedores laterales usualmente no son largos y que $S_o = S_f$, esto es, canales con energía específica constante. Considerando también un canal prácticamente horizontal, de sección rectangular y $\alpha = 1$, de la ec. (7.20 b) resulta que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Qy}{gb^2} \left(\frac{-dQ/dx}{y^3 - Q^2} \right) \quad (7.23)$$

Siendo la energía específica constante en cualquier sección transversal, se tiene que:

$$Q = by \sqrt{2g(E - y)} \quad (7.24)$$

donde b es el ancho del canal y E la energía específica.

La descarga sobre el vertedor, por unidad de longitud de cresta, está dada por la fórmula clásica del vertedor:

dor rectangular (ec. 7.5 del Vol. I):

$$-\frac{dQ}{dx} = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (y - w)^{3/2} = C (y-w)^{3/2} \quad (7.25)$$

donde $C = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \mu$ es el coeficiente de descarga y w es la altura del umbral del vertedor desde la plantilla del canal.

Con las ecs. (7.24) y (7.25), la ec. (7.23) se transforma como sigue:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2C}{\sqrt{2g} b} \frac{\sqrt{E-y} (y-w)^{3/2}}{(3y - 2E)}$$

De Marchi integró esta ecuación resultando la siguiente solución:

$$x = \sqrt{2g} \frac{b}{C} \left[\frac{2E-3w}{E-w} \sqrt{\frac{E-y}{y-w}} - 3 \operatorname{ángsen} \sqrt{\frac{E-y}{E-w}} \right] + \text{const.} \quad (7.26 \text{ a})$$

La función que aparece en el paréntesis rectángular de la ec. (7.26a) se representa por $\phi(y/E)$ y su valor puede también obtenerse de la Fig. 7.15. Resulta así que:

$$x = \sqrt{2g} \frac{b}{C} \phi \left(\frac{y}{E} \right) + \text{const} \quad (7.26 \text{ b})$$

lo que permite determinar el perfil del flujo a lo largo del vertedor.

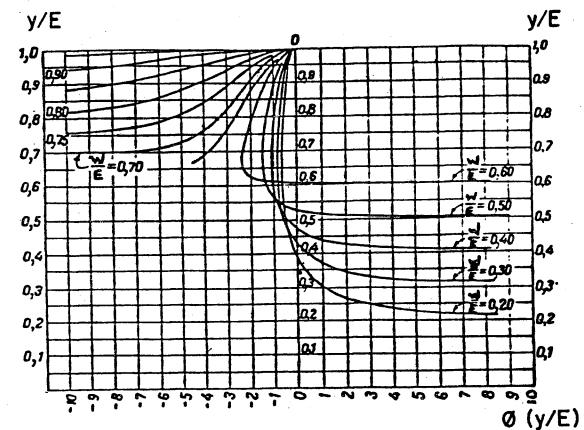


Fig. 7.15. Función $\phi(y/E)$ de de Marchi en la ec. (7.26 b) (ref. 61).

De las ecs. (7.26) la longitud del vertedor resulta que es:

$$L = \sqrt{2g} \frac{b}{C} \left[\left(\phi \left(\frac{y_L}{E} \right) \right) - \phi \left(\frac{y_O}{E} \right) \right] \quad (7.27)$$

Cuando se conoce la longitud del vertedor, el tirante y el gasto en el canal aguas abajo del mismo, se puede utilizar la ec. (7.27) para conocer $\phi(y_O/E)$. Con ésta y la ec. (7.24) se obtiene el tirante y gasto aguas arriba del vertedor y en el canal para las condiciones dadas, recordando que E permanece constante.

La longitud necesaria en el vertedor para reducir el gasto en una magnitud especificada puede determinarse mediante un cálculo similar, excepto que se requiere tantear a L a fin de obtener el gasto aguas arriba, que debe coincidir con el valor especificado.

Diversos autores han intentado determinar la relación entre gasto vertido y longitud de cresta utilizando la ecuación general

$$Q_v = C L h^{3/2} \quad (7.28)$$

donde C es un coeficiente de descarga, L la longitud del vertedor y h la carga sobre la cresta, ésta con diferentes interpretaciones según cada autor, como se explica adelante.

Agassijewa en 1915 (ref. 31) determinó experimentalmente que si h se considera como la carga h_0 en la sección inicial, el coeficiente de descarga se obtiene de la siguiente ecuación:

$$C = C_0 - \left[0.388 \left(\frac{L}{b} \right)^{1/6} + \frac{1 + 0.18 L/b}{\frac{2.79}{1+1.185 L/b} \left(\frac{y_1}{y_0} - 1.25 \right)^2} \right]$$

donde C_0 es el coeficiente de descarga para un vertedor recto, con flujo normal a la cresta, de la misma longitud que el real.

Las restantes variables corresponden a las indicadas en la Fig. 7.14.

O. Streck en 1950 (ref. 62) determinó que para $h = h_L + 0.25 (h_0 - h_L)$, el coeficiente $C = 1.87$. Zschiesche en 1954 (ref. 63) encontró experimentalmente que para $h = 0.5 (h_0 + h_L)$, los valores del coeficiente son: $C = 2.06$ en caso de un vertedor lateral de cresta delgada, $C = 2.175$ con cresta redonda y $C = 1.648$ con cresta de forma trapecial y estrechamiento en el canal aguas abajo.

M. Schmidt en 1954 (ref. 1) realizó experiencias con vertedores laterales y determinó que $C = 0.95 C_0$ cuando $h = 0.5 (h_0 + h_L)$ es la carga media sobre el vertedor y C_0 tiene la misma interpretación de antes. También para calcular longitud L necesaria del vertedor para un gasto Q_v dado, Schmidt utiliza la ecuación de energía entre la sección inicial y final del vertedor (Fig. 7.14) (ec. 7.21) como sigue:

$$S_0 L + y_0 + \alpha_0 \frac{V_0^2}{2g} = y_L + \alpha_L \frac{V_L^2}{2g} + S_f L$$

Schmidt (ref. 1) determinó experimentalmente en cana-

les rectangulares que $S_0 \approx S_f$ y con excepción del caso límite $Q_L = 0$, que α_L es un poco mayor que α_0 . Al principio es suficientemente aproximado considerar que $\alpha_0 = \alpha_L$, por tanto se obtiene que:

$$y_0 = y_L - \alpha \frac{V_0^2 - V_L^2}{2g}$$

o bien, con $V_0 = Q_0 / b$ y $E_L = y_L + \alpha \frac{V_L^2}{2g}$, resulta que:

$$y_0^3 - E_L y_0^2 + \alpha \frac{Q_0^2}{2g b} = 0 \quad (7.29)$$

La ec. (7.29) permite calcular y_0 , conocidos el gasto inicial, la energía específica E_L al final del vertedor y el ancho del canal. De aquí se determina $h_0 = y_0 - w$ y también $h_m = h$.

En la ec. (7.29) se necesita el valor de α . Para iniciar los cálculos, Schmidt propone como valor inicial $\alpha_0 = 1.1$ que debe corregirse mediante un coeficiente n_0 , de manera que $\alpha = n_0 \alpha_0$ depende de la relación $h_m / (h_m + w)$ como lo indica la Fig. 7.16, debiendo repetir el cálculo de y_0 hasta que los valores de α coincidan. La longitud L del vertedor resulta de la ec. (7.29).

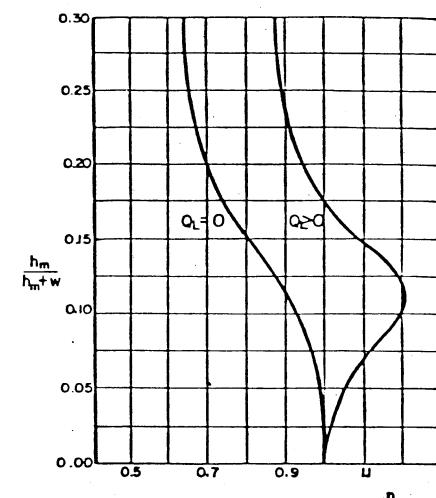


Fig. 7.16 Valor del coeficiente n para el cálculo de α en la ec. (7.29).

El método de cálculo antes indicado vale hasta números de Froude $F_{ro} = V_o \sqrt{g y_o} = 0.75$. Si $F_{ro} > 0.75$ se presenta un cambio de régimen al principio del vertedor y un salto hidráulico a lo largo del mismo, como en la Fig. 7.13.c. El comportamiento en este caso es muy complicado, pero se puede decir que la eficiencia del vertido, como función de la carga, disminuye considerablemente y el gasto vertido poco aumenta con la longitud (ref. 1).

Collinge en 1957 (ref. 64) encontró que la descarga real sobre el vertedor es menor que lo calculado al utilizar el coeficiente estándar de un vertedor con flujo normal a la cresta. Los experimentos de Frazer (ref. 65) indican que $C = 2.2636$ sólo cuando el número de Froude en el canal es pequeño y que más bien varía según la ecuación siguiente:

$$C = 2.2912 - \frac{y_C}{y} - 0.0774 \frac{y_C}{y} \quad (7.30)$$

De acuerdo con estos resultados, de la ec. (7.25) puede determinarse el decremento ΔQ del gasto, para usar en la solución numérica como sigue:

$$\Delta Q = C (y_m - w)^{3/2} \Delta x \quad (7.31)$$

donde: $y_m = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$, siguiendo la nomenclatura indicada en la Fig. 7.14.

Subramanya y Awasthy en 1972 (ref. 66) demostraron que $C < 1.84$ y que es función principalmente del número de Froude F_{ro} del flujo aguas arriba. Utilizando $C = 1.84$ en el cálculo de la longitud teórica L_t obtenida de la ec. (7.27), ellos determinaron experimentalmente que debe incrementarse multiplicándose por el factor de corrección:

$$K = \frac{3.1}{2.8 - F_{ro}} \quad (7.32)$$

Cuando se conoce el gasto en el canal aguas abajo y la longitud del vertedor, y se desea el gasto vertido y el de aguas arriba, se pueden utilizar las ecs. (7.27) y (7.32) mediante iteraciones. Para ello se supone un valor de tanteo de L_t y se determina $\phi(y_o/E)$ de la ec

(7.27) y de aquí a y_o/E de la Fig. 7.15. Con estos valores se obtiene V_o , Q_o , F_{ro} , de aquí K de la ec. (7.32) y con éste un nuevo valor de $L_t = L/K$, reiterando el proceso hasta encontrar iguales valores al principio y final de la iteración.

3.5.2 Perfil de flujo supercrítico

En el caso de vertedores laterales con perfiles de los tipos presentados en la Fig. 7.13 b puede seguirse el método de análisis presentado por Ackers en 1957 (ref. 67). Un esquema de las características del flujo se presenta en la Fig. 7.17 y se puede demostrar que éste ocurre cuando la relación $w/H_o < 0.6$.

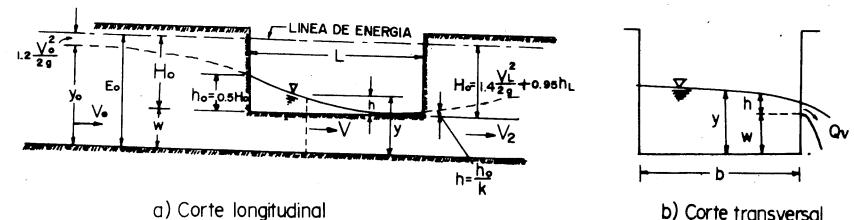


Fig. 7.17 Vertedor lateral con perfil de flujo supercrítico

Ackers obtuvo una ecuación general para el cálculo de la longitud del vertedor mediante la ecuación de energía, con la consideración de distribución de velocidades y además la fórmula de descarga de vertedores. Dicha ecuación es:

$$L = 2.03 b \left\{ 2\sqrt{2} \sqrt{k-0.4} (1 - 0.4 \frac{w}{H_o}) + 0.31 \frac{w}{H_o} - 0.948 \frac{\pi}{180} \text{áng cos} \sqrt{\frac{0.4}{k} + 0.065} \right\} \quad (7.33)$$

donde L longitud del vertedor, en m

b ancho del canal, en m

$$k = h_o / h_L$$

h_o carga sobre el vertedor en el extremo aguas arriba, en m

h_L carga sobre el vertedor en el extremo aguas abajo - en m

w altura de la cresta del vertedor desde la plantilla del canal, en m

H_o energía específica del escurrimiento relativa a la cresta del vertedor, en m

La Fig. 7.18 muestra la representación gráfica adimensional de la ec. (7.33) relacionando k con L/b utilizando como parámetro a w/H_o .

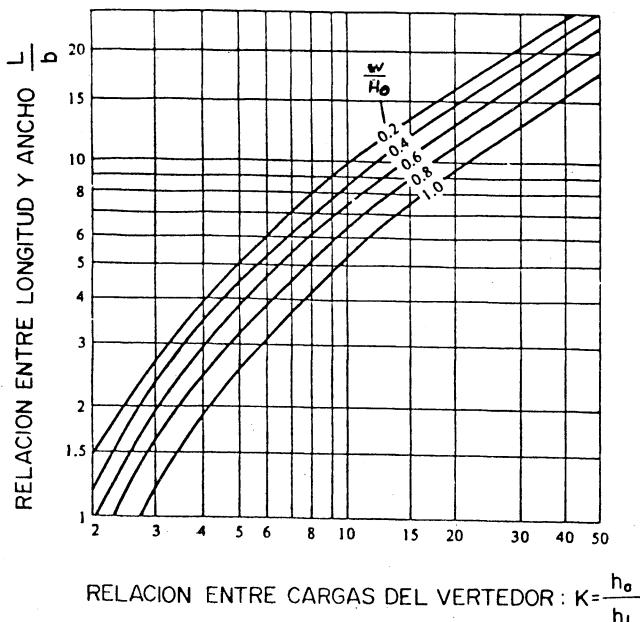


Fig. 7.18 Representación gráfica de la ec. (7.34)

Utilizando diferentes valores de K , la ec. (7.33) se simplifica a expresiones más sencillas algunas de las cuales se presentan en la tabla 7.6

Tabla 7.6 Expresiones simplificadas de la ec. (7.33)

K	Ecuación para longitud del vertedor
5	$L = 2.03 b (2.81 - 1.55 w/H_o)$
7	$L = 2.03 b (3.90 - 2.03 w/H_o)$
10	$L = 2.03 b (5.28 - 2.63 w/H_o)$
15	$L = 2.03 b (7.23 - 3.45 w/H_o)$
20	$L = 2.03 b (8.87 - 4.13 w/H_o)$

Para efectos del cálculo de la energía específica del escurrimiento aguas arriba del vertedor, la carga de velocidad se determina como: $\alpha V_o^2/2g$, donde α es un coeficiente de corrección por distribución de velocidades, que Ackers determinó experimentalmente con valor de 1.2. Por tanto, la altura de la energía referida a la cresta del vertedor sería:

$$H_o = \alpha' (y - w) + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

donde α' es un coeficiente de corrección a la carga de presión.

Por otra parte, Ackers también obtuvo experimentalmente que la carga sobre la cresta al inicio del vertedor vale: $h_o = 0.5 H_o$ y al final $h_L = H_o/2 k$ y que $\alpha' = 1$. También encontró que para el extremo aguas abajo del vertedor: $\alpha = 1.4$ y $\alpha' = 0.95$.

Ejemplo 7.4 Un canal rectangular tiene 10 m de ancho-tirante normal de 1.75 m, pendiente $S_o = 0.00005$ y rugosidad $n = 0.015$ y en caso de lluvias fuertes aumenta su caudal hasta 20 m³/s. Con el fin de no sobreelevar demasiado los bordos, se requiere de un vertedor lateral que descargue los excedentes, considerando permisible que el tirante aguas abajo se sobrelieve hasta 2.10 m. a) Calcular la longitud necesaria en el vertedor lateral utilizando los métodos de Schmidt y de Marchi. El umbral del vertedor se encuentra a la altura $w=1.7$ m. y el coeficiente de descarga $\mu = 0.75$ b) Determinar-

el perfil del agua en la zona del vertedor mediante el método numérico.

Solución a. Para los tirantes de 1.75 y 2.10 m, el gasto en el canal vale:

$$Q_{1.75} = \frac{17.5}{0.015}^{2/3} \times 1.2963 \times 0.00005^{1/2} = 9.81 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{2.1} = \frac{21}{0.015}^{2/3} \times 1.4789 \times 0.00005^{1/2} = 12.85 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por tanto, el gasto por el vertedor tiene que ser: $Q_v = Q_o - Q_L = 20 - 12.85 = 7.15 \text{ m}^3/\text{s}$.

Además, con $\alpha = 1.1$ y:

$$V_L = \frac{12.85}{21} = 0.6119 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$E_L = 2.1 + 1.1 \frac{0.6119^2}{2g} = 2.121 \text{ m}$$

$$\alpha \frac{Q_o^2}{2gb^2} = 1.1 \frac{20^2}{2gx10^2} = 0.2039$$

De la ec. (7.29) se obtiene que:

$$y_o^3 - 2.121 y_o^2 + 0.2243 = 0$$

cuya solución es $y_o = 2.069 \text{ m}$. Las cargas sobre el vertedor son entonces:

$$h_o = 2.069 - 1.75 = 0.319 \text{ m}$$

$$h_L = 2.10 - 1.75 = 0.35 \text{ m}$$

$$h_m = 0.3345 \text{ m}$$

$$\frac{h_m}{h_m + w} = \frac{0.3345}{0.3345 + 1.75} = 0.1605$$

y de la Fig. 7.16 para $Q_L > 0$, $n = 1.05$. Con esto, el nuevo valor es $\alpha = 1.1 \times 1.05 = 1.155$ y de la ec. (7.29) el nuevo $y_o = 2.067 \text{ m}$. Por tanto, se tiene que:

$$h_o = 0.317 \text{ m}$$

$$h_L = 0.35 \text{ m}$$

$$h_m = 0.3335 \text{ m}$$

Con $C_o = 2/3\sqrt{2g} \times 0.75 = 2.215$, resulta entonces que:

$$L = \frac{7.15}{0.95 \times 2.215 \times 0.3335^{3/2}} = 17.645 \text{ m}$$

Para efectos de control, con $V_o = 20/20.67 = 0.9676 \text{ m/s}$, el número de Frpude vale:

$$F_{ro} = \frac{0.9676}{\sqrt{9.81 \times 2.067}} = 0.2149 < 0.75$$

Para utilizar el método de Marchi, consideramos como valores de frontera $y_L = 2.10 \text{ m}$, $E_L = 2.121 \text{ m}$, $y_o = 2.067 \text{ m}$ y $C = 0.95 \times 2.215 = 2.104$. Por tanto, de la ec. (7.26) resulta que: $\phi(y_L/E) = -1.416142$; $\phi(y_o/E) = -2.312864$ y de la ec. (7.27) se tiene que:

$$L = \sqrt{2g} \left[-\frac{10}{2.104} - 1.416142 - (-2.312864) \right] = 18.8783 \text{ m.}$$

Solución b. Para la determinación del perfil de flujo, utilizamos las ecs. (7.22) y (7.31) y mismo coeficiente $C = 0.95 \times 2.215 = 2.104$. Los cálculos se inician en la sección de gasto $12.85 \text{ m}^3/\text{s}$ y tirante de 2.10 m y hacia aguas arriba con incrementos $\Delta x = 1 \text{ m}$, con excepción del último, el cual se obtiene para la sección donde el gasto alcanza $20 \text{ m}^3/\text{s}$. α se considera igual a 1.155. La tabla 7.7 presenta los resultados finales de las iteraciones.

Tabla 7.7 Perfil de flujo para el caso b del ejemplo 7.4.

L-x (m)	y (m)	Q (m ³ /s)
0	2.1000	12.85
1	2.0985	13.2842
2	2.0969	13.7156
3	2.0953	14.1441
4	2.0937	14.5696
5	2.092	14.992
6	2.0903	15.4113
7	2.0886	15.8275
8	2.0868	16.2404
9	2.085	16.65
10	2.0831	17.0562
11	2.0813	17.4591
12	2.0793	17.8584
13	2.0774	18.2543
14	2.0754	18.6467
15	2.0734	19.0354
16	2.0714	19.4205
17	2.0693	19.802
17.5	2.0682	19.9913
17.5232	2.0681	20.0000

Ejemplo 7.5 Una alcantarilla de sección cuadrada, de 0.50 m de lado y $n = 0.013$, tiene una pendiente suave de 0.001 y debe conducir un gasto máximo a la planta de tratamiento de 0.12 m³/s. Determinar el gasto que conduciría la alcantarilla aguas arriba de un vertedor lateral de 3 m de longitud.

Solución. El perfil del flujo es seguramente del tipo subcrítico (Fig. 7.14). El tirante normal aguas abajo del vertedor es de 0.355 m. En efecto, resulta que: $A = 0.5 \times 0.355 = 0.1775 \text{ m}^2$; $P = 1.21 \text{ m}$; $R_h = 0.1467 \text{ m}$; $Q = [0.1775 (0.1467)^2 / 3(0.001)]^{1/2} / 0.013 = 0.1201 \text{ m}^3/\text{s}$ y $V = 0.6766 \text{ m/s}$.

La energía específica es:

$$E = 0.355 + \frac{(0.6766)^2}{2g} = 0.3783 \text{ m}$$

Con el fin de que no ocurra el tirante crítico al inicio del vertedor, la altura de la cresta debe ser mayor que $2E/3$ y por tanto se considera que $q = 0.7E$ como valor práctico mínimo; esto es: $w = 0.7 \times 0.3783 = 0.265 \text{ m}$

Para el cálculo, se sigue ahora el método de Subramanya y Awasthy. Con $w/E_0 = 0.7$ y $y_L/E = 0.355/0.3783 = 0.9384$, de la Fig. 7.15 se obtiene $\phi(y_L/E) = -1.6$. Suponiendo un valor de tanteo $L_t = 2.04 \text{ m}$ y $C = 1.84$, de la ec. (7.27) resulta que:

$$2.04 = \sqrt{2g} \frac{0.5}{1.84} \left[-1.6 - \phi\left(\frac{y_0}{E}\right) \right]$$

$$\phi\left(\frac{y_0}{E}\right) = -1.6 - \frac{2.04 \times 1.84}{0.5\sqrt{2g}} = -3.295$$

y con este valor en la Fig. 7.15, se obtiene que $y_0/E = 0.805$ y $y_0 = 0.805 \times 0.3783 = 0.3045 \text{ m}$.

Con este tirante y de la ecuación de energía específica

$$0.3783 = 0.3045 + \frac{V_0}{2g}$$

y de aquí: $V_0 = 1.2031 \text{ m/s}$ y $Q_0 = 0.3045 \times 0.5 \times 1.2031 = 0.1832 \text{ m}^3/\text{s}$. Siendo el número de Froude: $F_{ro} = 1.2031 / \sqrt{9.81 \times 0.3045} = 0.6961$ y de la ec. (7.32), $k = 1.4735$ para lo cual la longitud teórica es ahora:

$$L_t = \frac{3.0}{1.4735} = 2.036 \text{ m} \approx 2.04 \text{ (valor de tanteo)}$$

por lo cual, el tanteo es correcto.

El gasto vertido es entonces: $Q_v = 0.1832 - 0.12 = 0.0632 \text{ m}^3/\text{s}$, esto es, el 34.5 por ciento del gasto llegada. Si la longitud del vertedor aumenta a 6 m, se puede determinar que el gasto vertido aumenta aproximadamente en un 5 por ciento, lo que demuestra que esta estructura es muy inefficiente como obra de desvío de caudales.

Ejemplo 7.6 Un colector tiene 1.20 m de diámetro, 0.003 de pendiente y 0.013 de factor de Manning. El

colector sirve para el drenaje de un sistema de alcantarillado combinado que en la época de lluvias conduce un gasto máximo de $1.9 \text{ m}^3/\text{s}$, del cual el máximo permisible por conducir a la planta de tratamiento es de $0.7 \text{ m}^3/\text{s}$. El gasto máximo en estiaje es de $0.14 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua residual cuya totalidad debe ser tratada. Diseñar el vertedor lateral necesario a fin de desviar el caudal que no puede ser tratado.

Solución. A tubo lleno las características geométricas de la sección son: $A_o = 1.131 \text{ m}^2$, $P_o = 3.7699 \text{ m}$; $R_h = 0.3 \text{ m}$ y de la ecuación de Manning: $V_o = 1.8881 \text{ m/s}$ y $Q_o = 2.1354 \text{ m}^3/\text{s}$.

Para $Q = 1.9 \text{ m}^3/\text{s}$ se tiene $Q/Q_o = 1.9/2.1354 = 0.89$ y de la Fig. 2.11 para n constante resulta que $y/D = 0.73$ siendo el tirante $y = 0.73 \times 1.2 = 0.876 \text{ m}$ y también $V = 1.13 \times 1.8881 = 2.1336 \text{ m/s}$. Con el valor del parámetro: $Q/\sqrt{g} D^{5/2} = 1.9 \sqrt{9.81} 1.2^{5/2} = 0.3846$. De la Fig. 3.10 resulta que $y_c/D = 0.63$, $y_c = 0.63 \times 1.2 = 0.756 \text{ m}$ y por tanto, el régimen del flujo en el colector es subcrítico.

De la misma manera, para el gasto de $0.14 \text{ m}^3/\text{s}$, resulta que $y = 0.175 \times 1.2 = 0.21 \text{ m}$ y debido a que el total de este gasto debe ser retenido en el colector, la altura del vertedor desde la plantilla debe ser de por lo menos 0.21 m . También, de la Fig. 2.11 resulta que $V = 0.565 \times 1.8881 = 1.067 \text{ m/s}$.

Eligiendo por seguridad $w = 0.24 \text{ m}$, se considera en principio un perfil supercrítico del tipo 1 en la Fig. 7.13 b y aplicables los resultados de Ackers. La energía específica referida al extremo aguas arriba del vertedor es:

$$H_o = (0.876 - 0.24) + 1.2 \frac{(2.16)^2}{2g} = 0.92 \text{ m}$$

Por tanto: $h_o = 0.5 \times 0.92 = 0.46 \text{ m}$ y también: $w/H_o = 0.24/0.92 = 0.26 < 0.6$ lo confirma el tipo de perfil supuesto.

Suponiendo que $k=10 \text{ m}$ en un primer tanteo, según Ackers, de la energía específica respecto de la cresta en el extremo aguas abajo del vertedor y con $h_L = 0.46/10 = 0.046 \text{ m}$, se tiene que:

$$\frac{1.4}{2g} V_L^2 = 0.92 - 0.95 \times 0.046 = 0.8763 \text{ m}$$

$$V_L = 3.5044 \text{ m/s.}$$

$$\text{y también: } y_L = 0.24 + 0.046 = 0.286 \text{ m.}$$

Con $y/D = 0.286/1.2 = 0.238$, de la tabla 2.6 se tiene que $A = 0.14322 \times (1.2)^2 = 0.2062 \text{ m}^2$. Con esto el gasto a la planta de tratamiento vale:

$$Q = 3.5044 \times 0.2062 = 0.723 \text{ m}^3/\text{s} > 0.7$$

Suponiendo ahora $k = 12$; $h_L = 0.46/12 = 0.0383 \text{ m}$ y también:

$$\frac{1.4}{2g} V_L^2 = 0.92 - 0.95 \times 0.0383 = 0.8836 \text{ m}$$

$$V_L = 3.5189 \text{ m/s}$$

$$\text{y por tanto: } y_L = 0.24 \times 0.0383 = 0.2783 \text{ m.}$$

Con $y/D = 0.2783/1.2 = 0.2319$, de la tabla 2.6 resulta que: $A = 0.1381 (1.2)^2 = 0.19886 \text{ m}^2$ y el gasto es:

$$Q = 3.5189 \times 0.19886 = 0.6998 \text{ m}^3/\text{s} = 0.7 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ lo que confirma que } k = 12.$$

Finalmente, de la ec. (7.33) resulta que:

$$L = 2.03 \times 1.2 \left\{ 2\sqrt{2} \left[\sqrt{11.6} (1-0.4 \times 0.26) + 0.31 \times 0.26 - 0.948 \frac{1}{180} \text{ áng cos } \sqrt{\frac{0.4}{12}} + 0.065 \right] \right\}$$

$$L = 12.9685 \text{ m}$$

La longitud del vertedor debe ser de 13 m .

7.3.6 Flujo sobre una reja de fondo

Este es un caso de flujo espacialmente variado con gasto decreciente que se presenta cuando se instala una rejilla en el fondo de un canal, a través de la cual se deriva un gasto hacia otro canal a nivel inferior.

El flujo se presenta en algunos problemas de drenaje superficial y en captaciones realizadas en corrientes naturales de alta montaña, las que reciben el nombre de vertedor tirolés (Fig. 7.9) y cuando éstas se combinan con infiltraciones a través de la pared de una galería, de toma caucásica. Estas estructuras permiten desviar caudales hasta de 10 m³/s mediante rejillas de fondo, ubicadas en posición horizontal o con poca inclinación, sobre una galería construida en el cuerpo de un vertedor a través del cauce y que descarga hacia un canal. Las rejillas se construyen de soleras de acero colocadas en dirección de la corriente, de longitud L no mayor que 1.25 m, con separaciones que varían de 2 a 6 cm y pendiente hasta del 20 por ciento a fin de impedir el paso de material grueso. Este tipo de toma compite con la convencional en un río, debido a la poca altura (20 a 50 cm) que necesita el vertedor, lo que simplifica la obra disipadora, requiriendo tan solo un zanjeado aguas abajo.

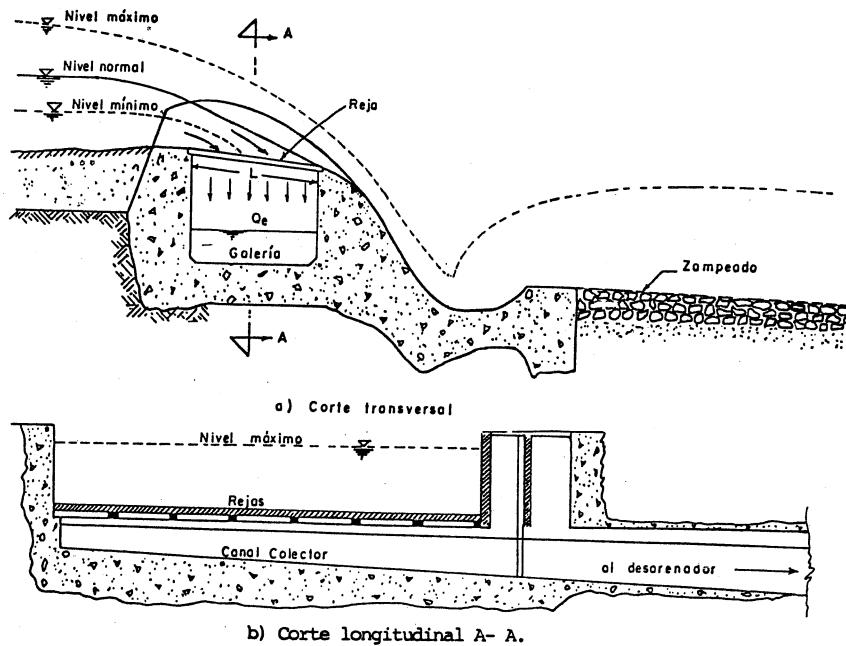


Fig. 7.9 Vertedor tirolés

El flujo sobre rejas tiene gran parecido con el del vertedor lateral ya que el tirante disminuye en la dirección del movimiento y controla el gasto que cae a través de ellas, si bien con una ley distinta.

En general, las rejas tienen un ángulo de inclinación que puede ser grande y por esa razón es necesario utilizar la ec. (7.20 a). Además, la curvatura de las líneas de corriente sobre la reja es apreciable, sobre todo al principio de la misma y esto implica que la presión sobre el fondo no sea la hidrostática. Para incluir este efecto, se considera que la carga de presión real sobre el fondo es $p_f = n d \cos \theta$, en lugar de $d \cos \theta$. El coeficiente n depende de muchos factores y es variable con x . Cuando la presión corresponde a la hidrostática, su valor es $n = 1$ y se aparta de uno en la zona al principio de la reja.

Para los efectos del desarrollo aquí presentado, se considera que n y θ son constantes. Lo anterior implica que en el caso de un canal rectangular de ancho b , donde $S_0 \approx S_f$ por ser corto y $\alpha \approx 1$, la ec. (7.20 a) resulta:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{Qd}{g n \cos \theta b^2 d^3} \left(-\frac{dQ}{dx} \right) - \frac{Q^2}{Q^2} \quad (7.34)$$

Siendo la energía específica: $E_o = n d \cos \theta + \frac{V^2}{2g}$ constante en cualquier sección transversal del canal, se tiene que el gasto en dicha sección es:

$$Q = b d \sqrt{2g (E_o - kd)} \quad (7.35)$$

donde: $k = n \cos \theta$. Al substituir la ec. (7.35) en la (7.34), resulta que:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{\sqrt{2g} bd^2 \sqrt{E_o - kd} (-dQ/dx)}{g k b^2 d^3 - 2g b^2 d^2 (E_o - kd)} \quad (7.36 a)$$

o bien:

$$dx = \frac{\sqrt{g} b (3 kd - 2 E_0)}{\sqrt{2} \sqrt{E_0 - kd}} \left(\frac{dQ}{dx} \right) dd \quad (7.36 \text{ b})$$

El gasto Q_0 que conduce el río es igual al de la sección inicial de la reja; esto es, de la ec. (7.35) se tiene que: $Q_0 = b d_o \sqrt{2g (E_0 - kd)}$ (Fig. 7.20 a). También para la sección al final de la reja, el gasto es: $Q_\ell = b d_\ell - \sqrt{2g (E_0 - kd_\ell)}$.

Por tanto, el gasto captado por un reja de longitud ℓ es:

$$Q_r = Q_0 \left(1 - \frac{d_\ell \sqrt{1 - kd_\ell / E_0}}{d_o \sqrt{1 - kd_o / E_0}} \right) \quad (7.37)$$

Si la captación es total, entonces $d_\ell = 0$ y $Q_\ell = Q_0$ (Fig. 7.20 b).

Según Mostkow (ref. 31), en el caso de rejas compuestas de barras paralelas al escurrimiento como en la Fig. 7.20c, la dirección del flujo a través de las aberturas es aproximadamente vertical, la pérdida de energía es despreciable y la carga efectiva es prácticamente igual a la energía específica E_o con que el escurrimiento llega a la reja. En cambio, en caso de rejas compuestas de aberturas en forma de malla perforada como en la Fig. 7.20 d, la dirección del flujo a través de las aberturas tiene un ángulo apreciable con la vertical y se ve afectado por los lados de las aberturas al producirse un pérdida de energía apreciable por el cambio de dirección, de inclinada eventualmente a vertical. Dicha pérdida es aproximadamente igual a la carga de velocidad del flujo sobre la reja, por lo que la carga efectiva es igual a la carga estática o se puede confundir con el tirante.

Por las razones indicadas se distinguen a continuación dos tipos de flujo.

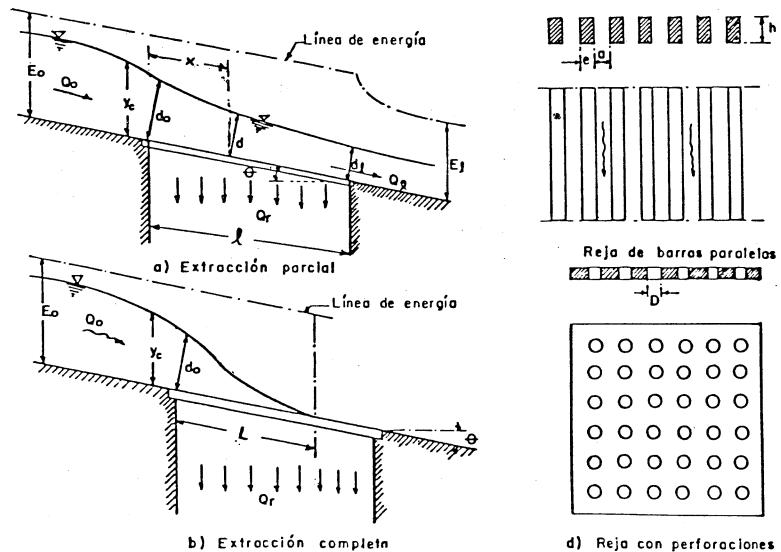


Fig. 7.20 Flujo sobre un reja de fondo

a. Reja de barras paralelas al flujo.

El caudal desviado a través del tramo de longitud dx de reja se expresa como sigue:

$$\frac{dQ}{dx} = \epsilon C_d \cos \theta b \sqrt{2g E_o} = m b \sqrt{2g E_o} \quad (7.38)$$

donde E_o energía específica del flujo al iniciar la reja.
 b ancho de rejillas perpendiculares al flujo.
 $m = C_d \epsilon \cos \theta$, coeficiente global de descarga
 θ ángulo de inclinación de la reja con la horizontal.
 C_d coeficiente de contracción a través del espacio entre rejillas.
 $\epsilon = (1-f) \frac{A_n}{A}$, cociente del área de paso entre rejillas entre su área total.

A_n área neta de paso a través de rejas.
 A_t área total de rejas.

f coeficiente de obstrucción producida por arenas y gravas que se incrustan entre las rejas y que se toma de 15 a 30 por ciento (0.15 a 0.30).

Cuando la reja es de barras paralelas se tiene que:

$$\epsilon = (1-f) \frac{a}{a+e}$$

donde a y e se acotan en la Fig. 7.20 c.

Substituyendo la ec. (7.38) en la (7.36 b), al simplificar resulta:

$$dx = \frac{(3kd - 2\sqrt{E_o}) dd}{2m\sqrt{E_o} \sqrt{E_o - kd}} \quad (7.39 \text{ a})$$

Esta ecuación puede escribirse como sigue:

$$dx = \frac{\frac{3}{2} \frac{kd}{E_o} - 1}{m\sqrt{1 - kd/E_o}} dd \quad (7.39 \text{ b})$$

Integrando, se tiene que:

$$x = C - \frac{d\sqrt{1-kd/E_o}}{m} \quad (7.40)$$

La constante C de integración resulta de la condición que para: $x = 0$, $d = d_o$. De la ec. (7.40) resulta entonces que:

$$x = \frac{1}{m} \left(d_o \sqrt{1 - k \frac{d_o}{E_o}} - d \sqrt{1 - k \frac{d}{E_o}} \right) \quad (7.41)$$

Para desviar la totalidad del caudal Q_o del río a través de la reja, la ec. (7.41) permite obtener la longitud $x = L$ necesaria para alcanzar el tirante $d = 0$ (Fig. 7.20 b); esto es:

$$L = \frac{d_o}{m} \sqrt{1 - k \frac{d_o}{E_o}} \quad (7.42)$$

Para la sección inicial $d = d_o$ y de la ec. (7.35) se tiene que: $Q_o = b \sqrt{E_o} d_o \sqrt{2g} \left(1 - \frac{kd_o}{E_o}\right)$ y substituyendo en la ec. (7.42), ésta se escribe también como sigue:

$$L = \frac{Q_o}{mb \sqrt{2g E_o}} \quad (7.43)$$

donde Q_o es el gasto en la sección inicial de la reja igual al total extraído.

b. Reja de malla con perforaciones.

En este caso, el caudal desviado a través del tramo de longitud dx de reja se expresa como sigue:

$$-\frac{dQ}{dx} = \epsilon C_d \cos \theta b \sqrt{2g kd} = mb \sqrt{2g kd} \quad (7.44)$$

donde los términos tienen igual interpretación que en el caso anterior. Substituyendo la ec. (7.44) en la (7.36 b), al simplificar resulta:

$$dx = \frac{(\frac{3}{2} \frac{kd}{E_o} - 1) dd}{m \sqrt{E_o - kd} \sqrt{kd}} = \frac{1}{m} \left[\frac{\frac{3}{2} \sqrt{\frac{kd}{E_o}} dd}{\sqrt{1 - \frac{kd}{E_o}}} - \frac{dd}{\sqrt{\frac{kd}{E_o} - (\frac{kd}{E_o})^2}} \right] \quad (7.45)$$

La integración conduce a que:

$$x = \frac{E_o/k}{m} \left[\frac{1}{4} \left[\text{áng sen} \left(1 - 2 \frac{kd}{E_o} \right) - \frac{3}{2} \sqrt{\frac{kd}{E_o}} \left(1 - \frac{kd}{E_o} \right) \right] + C \right] \quad (7.46)$$

C se obtiene de la condición que: para $x = 0$; $d = d_o$ y por tanto se tiene que:

$$x = \frac{E_o/k}{m} \left\{ \frac{1}{4} \left[\text{áng sen} \left(1 - 2 \frac{k}{E_o} d_o \right) - \text{áng sen} \left(1 - \frac{2k}{E_o} d_o \right) \right] - \frac{3}{2} \left[\sqrt{\frac{kd}{E_o}} \left(1 - \frac{kd}{E_o} \right) - \sqrt{\frac{kd_o}{E_o}} \left(1 - \frac{kd_o}{E_o} \right) \right] \right\} \quad (7.47)$$

Para $d = 0$, se obtiene $x = L$ necesaria para la captación del total de gasto; esto es:

$$L = \frac{E_0/k}{m} \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{k d_0}{E_0}} \left(1 - \frac{k d_0}{E_0} \right) - \frac{1}{4} \text{áng sen} \left(1 - 2 \frac{k d_0}{E_0} \right) + \frac{1}{8} \right] \quad (7.48)$$

En los dos casos analizados es importante conocer las características del flujo que llega a la rejilla. Para el vertedor tiroles existente una relación entre Q_0 y la energía específica E_0 del flujo que llega, a través de la ecuación de descarga de un vertedor de cresta ancha, que es:

$$Q_0 = C_v b E_0^{3/2} \quad (7.49)$$

donde el coeficiente C_v toma el valor medio de 1.55. - (Ejemplo 1.3). Otros Valores aparecen en la tabla 7.9.

Cuando el agua llega desde un canal como en la Fig. -- 7.20, el tirante crítico ocurre en alguna sección antes de la rejilla de manera similar al de la caída libre presentado en el Ejemplo 3.8. En el caso del vertedor tiroles con la geometría de la Fig. 7.21, el tirante crítico ocurre aproximadamente en la sección inicial de la rejilla y la relación $k = d_0/y_c$ - entre el tirante perpendicular al inicio y el crítico-disminuye al aumentar θ y la pendiente de la rejilla.

Además: $y_c = \frac{2}{3} E_0$.

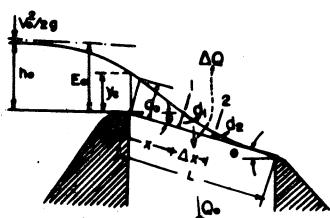


Fig. 7.21 Flujo de llegada a un vertedor tiroles

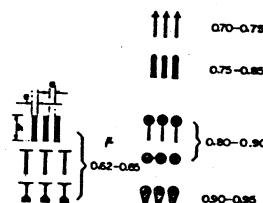


Fig. 7.22 Coeficiente de contracción μ para rejillas en vertedor tiroles, según Frank (ref. 68)

La tabla 7.8 muestra los valores experimentales de k obtenidas por J. Frank (ref. 68) que dependen del ángulo de inclinación θ . Según Mostkow, los valores típicos de k varían de 0.67 a 0.9, lo que corresponde aproximadamente a valores de d_0/E de 0.45 a 0.6, tal como se muestra en la tabla 7.9.

Tabla 7.8 Coeficiente $k = d_0/y_c$ para el cálculo del tirante al inicio de la rejilla (Fig. 7.18) (ref. 68).

θ	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°	200°	220°	240°	260°
k	1.000	0.980	0.961	0.944	0.927	0.910	0.894	0.879	0.865	0.851	0.837	0.825	0.812	0.800

La tabla 7.9 muestra también valores típicos del coeficiente k de las ecs. (7.41) y (7.47), así como la relación de energía específica al principio y final de la rejilla, en caso de captación parcial (E_0/E_x).

El coeficiente C_d de descarga, que interviene en m , varía considerablemente con x . Valores típicos para los casos analizados se presentan en la tabla 7.9. En general C_d es mayor para rejillas de malla perforada que para la de barras paralelas y para rejillas horizontales que - para rejillas inclinadas. También aumenta con el tirante si la rejilla es de barras paralelas, pero disminuye si las barras son en dirección transversal al flujo principal.

Tabla 7.9. Valores experimentales de algunos coeficientes para el flujo sobre rejillas, según Mostkow (ref. 31).

Tipo de rejilla	Inclinación	C_v	d_0/E_0	k	E_0/E_x	$-C_d$
Tipo de barras paralelas	Horizontal Pendiente 1:5	—	0.509	0.850	0.640	0.497
De malla perforada	horizontal Pendiente 1:5	1.634 1.528	0.594 0.496	0.970 0.750	0.815 1.130	0.800 0.750

Según Zamarlin (ref. 69), el gasto captado por un rejilla como en la Fig. 7.20 se obtiene de la ecuación:

$$Q_r = C \cdot b_1 \sqrt{2g y_m} \quad (7.50)$$

donde: $C = (C_0 - 0.15 \tan \theta)$ y $y_m = 0.41(y_{c0} + y_{cl})$, siendo y_{c0} el tirante crítico en la sección inicial y y_{cl} el del final. En este caso, C_0 vale 0.66 cuando $h/a \geq 4$ y 0.5 cuando $h/a < 4$; siendo h el peralte de las barras y a el claro libre entre las mismas. Esta ecuación vale para $\tan \theta < 0.2$ y también para rejillas de malla, si en lugar de a se utiliza el diámetro de las perforaciones.

Frank (ref. 68) obtuvo una ecuación experimental igual que la ec. (7.43) para el cálculo de la longitud L de una rejilla de barras paralelas, necesaria para la captación total del gasto, con la diferencia que $E_0 = \frac{3}{2}$ y C_0 y que el coeficiente m se calcula como sigue:

$$m = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3} k (1-f)} c \mu \quad (7.51)$$

donde k se obtiene de la tabla 7.8. c es un coeficiente que vale:

$$c = 0.6 \frac{a}{a+e} \cos^{3/2} \theta \quad (7.52)$$

y μ un coeficiente que depende de la forma de la sección transversal de las barras, como lo indica la Fig. 7.22.

Substituyendo la ec. (7.52) en la (7.51), se obtiene que:

$$m = 0.3266 \sqrt{k} \mu \cos^{3/2} \theta \quad (7.53)$$

Esto significa que:

$$C_d = 0.3266 \sqrt{k} \mu \cos^{1/2} \theta \quad (7.54)$$

Esta ecuación proporciona valores poco menores que los de la ec. (7.50) y aproximadamente de la mitad de los

dados por la tabla 7.9.

De las ecs. (7.38) y (7.44) puede determinarse el decrecimiento ΔQ del gasto a usar en la solución numérica. Esto es:

$$\Delta Q = \epsilon C_d \cos \theta b \sqrt{2g E_0} \Delta x \quad (7.55)$$

$$\Delta Q = \epsilon C_d \cos \theta b \sqrt{2g d_m} \Delta x \quad (7.56)$$

donde y_m es el tirante medio entre dos secciones separadas Δx (Fig. 7.21).

Las ecs. (7.21) y (7.22) son válidas si se utiliza: $(d_2 - d_1) \cos \theta$ en lugar de $(y_2 - y_1)$. En la ec. (7.22) $\Delta y'$ sigue representando el desnivel de la superficie libre del agua entre las dos secciones separadas Δx .

Ejemplo 7.7. Una rejilla está formada de barras paralelas de sección rectangular, espesor $e = 20$ mm, peralte $h = 80$ mm y claro libre entre ellas $a = 40$ mm. La rejilla está montada sobre un vertedor de tipo tirolesa al fin de captar el total del caudal de un torrente, cuando éste sea de magnitud $Q = 0.92 \text{ m}^3/\text{s/m}$ (por unidad de ancho en dirección perpendicular al flujo). Considerando que la rejilla llega a obturarse hasta 25 por ciento, determinar la longitud L que necesita la rejilla para comportamiento del flujo cuando el gasto en el río aumenta hasta el máximo de $10 \text{ m}^3/\text{s/m}$ para los siguientes casos: a) rejilla horizontal; b) rejilla con inclinación: $\tan \theta = 1/5$ ($\sin \theta = 0.19612$, $\cos \theta = 0.98058$).

Solución a. El coeficiente ϵ vale:

$$\epsilon = (1 - 0.25) \frac{40}{40+20} = 0.5$$

con $b = 1 \text{ m}$ y $C_V = 1.55$, de la ec. (7.49) la energía específica al inicio de la rejilla es:

$$E_0 = \frac{(0.92)^{2/3}}{1.55} = 0.7063 \text{ m}$$

Utilizando el método de Mostkow, de la tabla 7.9 el tirante al inicio de la rejilla resulta:

Con estas cuatro últimas ecuaciones se obtuvo la tabla-7.10.

Tabla 7.10 Cálculo de diferentes características en el Ejemplo 7.8 caso a al variar el caudal del río y para $\lambda = 1.10 \text{ m}$.

$$y_o = 0.509 \times 0.7063 = 0.3595 \text{ m}$$

y también con $C_d = 0.497$ de la misma tabla, se tiene que: $m = 0.5 \times 0.497 = 0.2485$. De la ec. (7.43) es:

$$L = \frac{0.92}{0.2485 \sqrt{2g} \times 0.7063} = 0.9945 \text{ m}$$

También de la tabla, $k = 0.85$ y de la ec. (7.42):

$$L = \frac{0.7063 \times 0.509}{0.2485} \sqrt{1 - 0.85 \times 0.509} = 1.0897 \text{ m}$$

La desviación respecto del valor anterior es:

$$\frac{1.0897 - 0.9945}{0.9945} = + 9.57 \%$$

Conviene considerar que la longitud de reja sea $L = 1.10 \text{ m}$

Cuando el caudal en el río aumenta y se mantiene la longitud de reja $\lambda = 1.10 \text{ m}$, de las ecs. (7.38) y (7.49) – el gasto captado es:

$$q_r = m \sqrt{2g} \lambda \sqrt{E_o} = m \sqrt{2g} \lambda \sqrt[3]{q_o / C_v}$$

Substituyendo: $m = 0.2485$, $\lambda = 1.10 \text{ m}$ y $C_v = 1.55$, la ecuación que relaciona el gasto captado por la reja y – el total en el río es:

$$q_r = 1.0462 \sqrt[3]{q_o}$$

y de la ec. (7.49) resulta que:

$$E_o = (q_o / 1.55)^{2/3} = 0.7466 q_o^{2/3}$$

También:

$$y_o = 0.509 E_o = 0.38 q_o^{2/3}$$

$$V_o = \frac{q_o}{y_o}$$

Con $\ell = 1,10 \text{ m}$ y para $q_o = 10 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, la misma fórmula y después de varios tanteos resulta que: $q_x = 7.9642 \text{ y } q_r = 2.0358 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

Utilizando ahora el método de Frank, de la tabla 7.8: ---
 $\kappa = 1$. De la Fig. 7.22: $u = 0.65$ y de la ec. (7.53) ---
 $m = 0.10614$. Siendo que $y^{co} = 0.4419 \text{ m}$ y $E_o = \frac{1}{2}x + 0.4419$
 $= 0.6628 \text{ m}$ y de la ec. (7.43) se obtiene que: $L = 2.4035 \text{ m}$, que es bastante mayor que la de Mostkow.

Solución b. Con $\epsilon = 0.5$, $b = 1\text{m}$, $C_v = 1.55$, $E_o = 0.7063 \text{ m}$ y de la tabla 7.9: $y_o = 0.449x + 0.7063 = 0.3171 \text{ m}$, $k = 0.615$, ---
 $C_d = 0.435$; siendo el tirante $d_o = 0.3171 \times 0.98059 = 0.3110 \text{ m}$ y $m = 0.43x + 0.5x0.98058 = 0.2133$. De la ec. (7.42) resulta que:

$$L = \frac{0.3110}{0.2133} \sqrt{1 - 0.615 \frac{0.3110}{0.7063}} = 1.2451 \text{ m}$$

y de la ec. (7.43) es:

$$L = \frac{0.92}{0.2133} \sqrt{\frac{2g \times 0.70631}{q_o}} = 1.1587 \text{ m}$$

con una desviación de -6.9 por ciento del valor anterior. Se utiliza el valor máximo $L = 1.25 \text{ m}$. Esto implica que la inclinación en la reja aumenta la longitud. De la ec. (7.38) se tiene que:

$$q_r = 1.02037 q_o^{\gamma_3}$$

siendo ahora que: $d_o = 0.449 \times 0.98059 E_o = 0.44028 E_o$. La tabla 7.12 presenta la relación de gastos en el río y captados por la reja de 1.25 m , equivalente a la tabla 7.9.

Tabla 7.12 Cálculo de diferentes características en el ejemplo 7.8 caso b, al variar el caudal del río, con $\ell = 1.25 \text{ m}$.

	q_o $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$	q_r $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$	q_r/q_o	E_o m	d_o m	v_o m/s
1.0307	1.0307	1	1	0.7618	0.3354	3.0728
1.50	1.1680	0.7787	0.9784	0.4308	3.4822	
2.00	1.2856	0.6428	1.1852	0.5218	3.8327	
2.50	1.3849	0.5539	1.3753	0.6055	4.1286	
3.00	1.4716	0.4905	1.5531	0.6838	4.3873	
5.00	1.7448	0.3490	2.1832	0.9612	5.2017	
7.50	1.9973	0.2663	2.8608	1.2595	5.9545	
10.00	2.1983	0.2198	3.4656	1.5258	6.5538	

Para determinar el perfil de flujo $q_o = 3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, para el cual $E_o = 1.5531 \text{ m}$, $d_o = 0.6838 \text{ m}$. Substituyendo en la ec. (7.41) resulta:

$$x = \frac{1}{0.2133} (0.6838 \sqrt{1 - 0.615 \frac{0.6838}{1.5531}} - d \sqrt{1 - 0.615 \frac{d}{1.5531}})$$

$$x = \frac{1}{0.2133} (0.5839 - d \sqrt{1 - 0.396 d})$$

El perfil se muestra en la tabla 7.13.

Tabla 7.13 Perfil de flujo en el ejemplo 7.8, caso b.

x	d (m)	q_o (m)	E_o (m)
0	0.6838	0	1.5531

Ejemplo 7.8. Considerar que la reja del ejemplo 7.7 está constituida por una malla con perforaciones de madera que permanece $\epsilon = 0.5$, y se encuentra en posición horizontal, captando el gasto mínimo de $0.92 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Calcular la longitud necesaria y el comportamiento del flujo cuando el gasto en el río aumenta a $3 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

Solución. Con $b = 1 \text{ m}$ y $C_v = 1.55$, de la ec. (7.49) y la tabla 7.9 la energía específica y el tirante al inicio de la reja valen:

$$E_o = \left(\frac{0.92}{1.634} \right)^2 / 3 = 0.6819 \text{ m}$$

$$d_o = y_o = 0.594 \times 0.6819 = 0.4050 \text{ m}$$

También $k = 0.97$, con $C_d = 0.8$, $m = 0.5 \times 0.8 = 0.4$. De la ec. (7.48) resulta entonces que: $L = 2.06 \text{ m}$. Es de valor es prácticamente el doble del obtenido para \bar{T}_a reja de barras paralelas y rebasa la longitud recomendable de 1.25 m por razones estructurales. En este caso sería conveniente aumentar la longitud de cresta del vertedor o bien resolver el problema de diseño estructural de las rejillas mediante una estructura más pesada y costosa.

A vía de ejemplo, continuaremos el resto de los cálculos utilizando la longitud de reja de 2.06 m obtenida. Para esta longitud, si el caudal en el río aumenta a $3 \text{ m}^3/\text{s}$, el gasto captado puede calcularse de la ec. (7.37) obteniendo previamente d_L de la ec. (7.47). En efecto, con $d_L = 0.1705 \text{ m}$ se satisface que $x = 2.06 \text{ m}$ en la ec. (7.47) y con ello $Q_r = 2.1681 \text{ m}^3/\text{s}$.

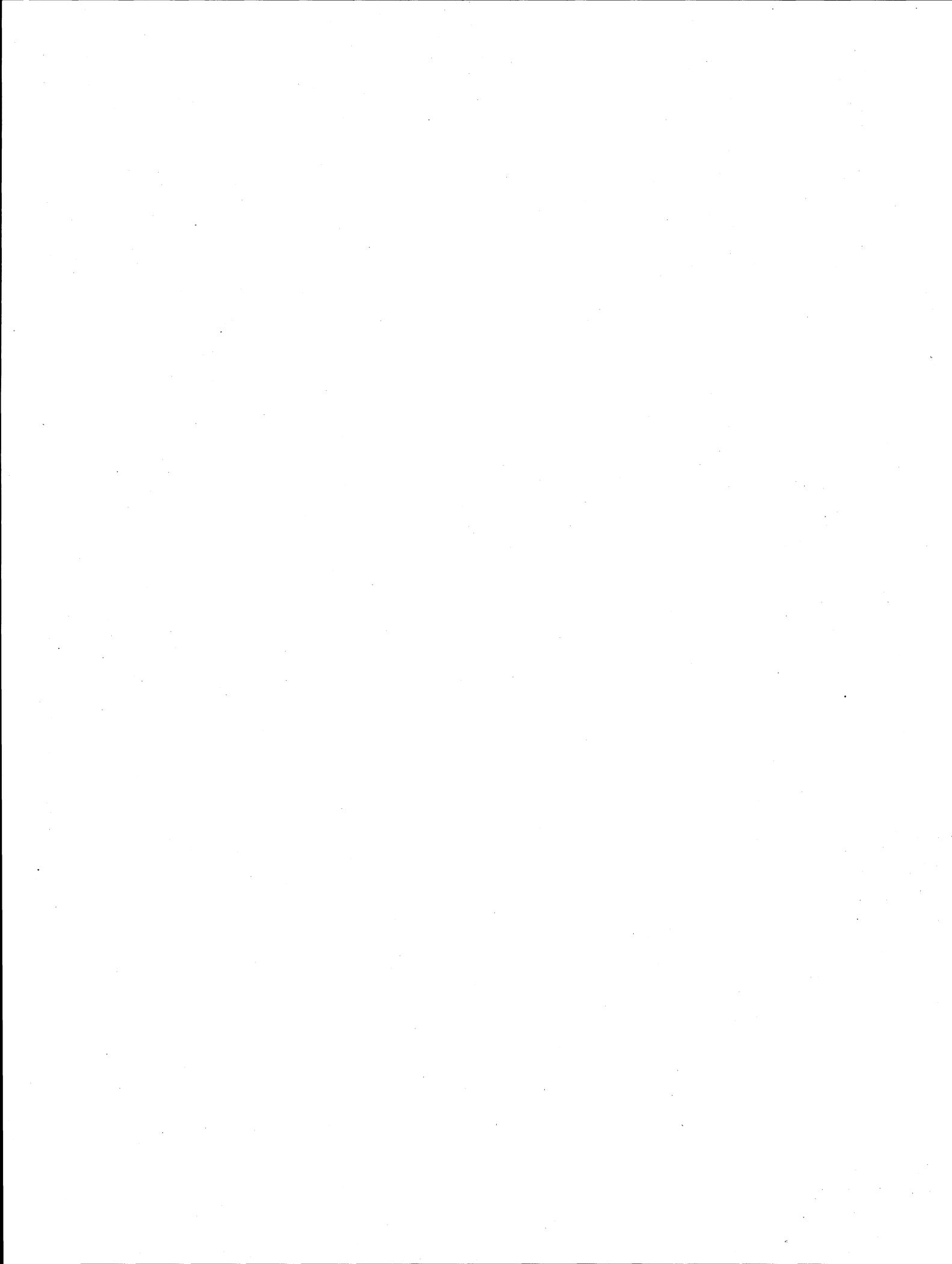
R E F E R E N C I A S

• 2 •

1. M. Schmidt: Gerinnehydraulik; Bauverlag GMBH, Wiesbaden (1957).
2. Ven te Chow: Open Channel Hydraulics; Mc Graw Hill-Kogakusha, Nueva York (1959).
3. G. H. Keulegan: Laws of Turbulent Flow in Open Channels; Journal of the National Bureau of Standards, Washington D.C., Research Paper 1151, Vol. 21, (Dic. 1938).
4. Zchiesche, Meissner y Blau: Kritik der Abflussformeln; Forschungsanstalt für Schifffahrt, Wasser- und Grundbau, Berlin (1952).
5. Y.S. Yu, J. S. McNown: Runoff from impervious surfaces; Journal of Hydraulic Research Vol. 2, International Association For Hydraulic Research, Delft (1964).
6. Report ASCE Task Force on Friction Factors in Open Channels; Proceedings of the A.S.C.E. Vol. 89, No H Y 2 (Marzo 1963), pag. 67.
7. H.J. Tracy y C. M. Lester: Resistance coefficients and velocity distribution-Smooth Rectangular Channel; Water-Supply Paper No. 1592-A Geological Survey, U.S. Dept. of the Interior, Washington (1961).
8. E. O. Macagno: Resistance to flow in Channels of Large Aspect Ratio; Journal of Hydraulic Research, Delft Vol. 3, No. 2 (1965).
9. C. C. Shih, N. S. Grigg: A Reconsideration of the Hydraulic Radius as a geometrical quantity in Open-Channel Hydraulics; XII Congreso de la IAHR, Paper B-36, (Septiembre 1967).
10. Unger: Berechnung instationärer Abflüsse in natürlichen Gerinnen unter Verwendung eines von der Querschnittsform unabhängigen Rauhigkeitsmaßes; T.H. Darmstadt, (1967) H. 3.
11. N. Narayana P.: On uniform flow trough smooth rectangular Open-Channels; Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 8 No. 4, Delft (1970).
12. E. Blau: Beitrag zur Frage einer einheitlichen Geschwindigkeitsformel; Mitteilungen der Forschungsanstalt für Schiffahrt Wasser- und Grundbau, Berlin (1965).
13. F. M. Henderson: Open Channel Flow; the McMillan Co., Nueva York (1966).
14. J. Williamson: The Laws of flow in rough pipes; La Houille Blanche, Vol. 6, No. 5 (Sept, Oct. 1951).
15. J. Kozeny: Hydraulik; Springer Verlag, Viena (1953).
16. CFE: Manual de diseño de obras civiles; HIDROTECNIA; A.2.11. Hidráulica Fluvial, Comisión Federal de Electricidad, México (1981).
17. G. Sotelo y E. Rodríguez: Salto Hidráulico en canales de sección geométrica sencilla; Revista Ingeniería No. 1 Vol. XI, pags. 1 a 16, México, enero 1970.
18. A.J. Peterka: The Hydraulika Design of Stilling Basins and Energy - Dissipators; U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Engineering Monograph No. 25, Washington (1964).
19. J. Smetana: Hydraulika, Vol. 2; Nakladatelství Československé Akademie Věd, Praha (1957).
20. Woycicki: Wassersprung, Deckwalze und Ausfluss unter einer Schütze; Varsavia (1931).
21. U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation: Design of small Dams; United States Government Printing Office, Segunda edición - - Washington (1974).
22. L. Macha: Untersuchungen über die Wirkksamkeit von Tosbecken; Mittelungen der Institut für Wasserbau und Wirtschaft, Technische Universität - - Berlin, No. 61, (1963).
23. Safranez: Untersuchungen über den Wechselsprung; Der Bauingenieur, No. 37, 38 (1929).
24. F.J. Domínguez: Hidráulica; Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas Universidad de Chile, Editorial Universitaria, 4a, Edición (1974).
25. G. Sotelo: Cálculo de tanques de amortiguación de sección trapecial; Revista Ingeniería Hidráulica en México, No. 1, Vol. XV, México, Enero de 1961.
26. B.A. Bakmeteff: Hydraulics of Open Channels; Mc Graw Hill Book Company Inc., Nueva York (1932).

27. H. Rouse: Engineering Hydraulics; John Wiley & Sons, Inc., Nueva York- (1950).
28. R. Rössert: Hydraulik im Wasserbau; R. Oldenbourg Verlag, Munich (1964).
29. Water Measurement Manual; U.S. Department of the Interior, Bureau of - Reclamation, 2a. Edición (1967).
30. G. Formica: Esperienze preliminari sulle perdite di carico nei canali- dovute a cambiamenti di sezione; L'Energia elettrica, Milán, vol. 32,- No. 7 (Julio 1955) pág. 554.
31. M.A. Mostkow: Handbuch der Hydraulik; VEB Verlag Technik, Berlin (1956).
32. P.G. Ksielev: Manual de Cálculos Hidráulicos; GEIL, Moscú (1961).
33. H. Press: Stauanlagen und Wasserkraftwerke Vol. III, Wasserkraftwerke; 2a. Ed., Wilhelm Ernst & Son, Berlín Munich (1965).
34. A.T. Ippen y D.R.F. Harleman: Verification of theory for oblique - - - standing waves; Transactions American Society of Civil Engineering, -- Vol. 121, pag. 678-694, (1956).
35. A.T. Ippen y H.J. Dawson: Design of Channel Contractions; Proceedings- A.S.C.E., Noviembre (1949).
36. F.A. Engelund y J. Muñich - Petersen: Steady Flow in contracted and - - - expanded rectangular Channels; La Houille Blanche, vol. 8, No. 4 - - - Agosto, Septiembre de 1953, pag. 464, París.
37. H. Rouse, B.V. Bhoota, E.Y. Hsu: Design of Channel Expansions; - - - Proceedings A.S.C.E., Noviembre (1949).
38. H. Press y R. Schröder: Hydromechanik im Wasserbau; Ed. Wilhelm Ernst- & Sohn, Berlin - Munich (1966).
39. R.P. Apmann: Flow Processes in Open Channel Beads; Journal of the -- Hydraulics Division, Proc. A.S.C.E., Mayo (1972).
40. H. Wittmann y P. Böss: Wasser- und Geschiebebewegung in gekrümmten -- Flusstrecken; Springer - Verlag, Berlin, (1938).
41. A. Shukry: Flow around bends in an open flume; Transactions A.S.C.E. Vol. 115,- pág. 751-779 (1950).
42. C.E. Mockmore: Flow Round Bends in Stable Channels; transactions A.S.C.E., Vol. 109, pág. 593 (1944).
43. R. Müller: Theoretische Grundlagen der Fluss- und Wildbachverbauungen; Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau und Erdbau; Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, No. 4 (1943).
44. R.T. Knapp y A.T. Ippen: Curvilinear flow of liquids with free surfaces at --- velocities above that of wave propagation; Proceedings of the 5th International Congress of Applied Mechanics, Cambridge, Mass., John Wiley & Sons, Inc. Nueva- York, pp 531-536 (1938).
45. R.T. Knapp: Design of channel curves for supercritical flow; Transactions A.S.C.E., Vol. 116, pag. 296-325 (1951).
46. J. Weisbach: Die Experimental Hydraulik; Freiburg,Alemania (1855).
47. J.F. d' Aubuisson de Voisins: Traité d'hydraulique; 2a. Ed., Pitois, Levant & Cie, París (1840).
48. F.A. Nagler Obstruction of bridge pier to the flow of water; Transaction A.S.C.E. Vol. 82, pags. 334-395 (1918).
49. D.L. Yarnell: Bridge pier as channel obstructions; U.S. Department of Agriculture Technical Bulletin No. 442, Noviembre (1934).
50. Th. Rehbock: Verfahren zur Bestimmung des Brückenstabes bei rein strömendem Wasserdurchfluss; Der Bauingenieur (1921).
51. Reh: Vereinfachte Anwendung der Rehbock'schen Brückenaufstellung; Die Wasserwirtschaft, H. 9 (1958).
52. F.J. Mock: Stromungsvorgänge und Energieverluste in Verzweigungen von - - - Rechteckgerinnen; Mitteilungen der Institut für Wasserbau und Wirtschaft, ---- Technische Universität Berlin, No. 52 (1960).
53. E.H. Taylor: Flow characteristics at rectangular open-channel junctions; ----- Transactions American Society of Civil Engineers, Vol. 109, pags. 893-903 (1944).

54. W.H. Hager: Open Channel Hydraulics of flows with increasing discharge; Journal of Hydraulic Research de IAHR, Vol. 21 - No. 3, -- - pages. 177 - 193 (1983).
55. Wan-Hsiung Li: Open Channels with nonuniform discharge; Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 120, pages 255-274 - (1955).
56. G.H. Keulegan: Determination of critical depth in spatially variable-flow; Proceedings of the 2d. Midwestern Conference of Fluid Mechanics, The Ohio State University, Engineering Experiment Station. Boletin -- 149, Septiembre (1952) pages. 67-80.
57. K.H. Bleij: Flow in Roof Gutters; Journal Research del U.S. National-Bureau of Standards, Vol. 12 pages. 193 (1934).
58. J. Hinds: Side Channel Spillways: Hydraulic Theory, economic factors-and experimental determination of losses; Transactions ASCE, Vol. 89- (1926).
59. G.S. Coleman y D. Smith: the Discharging Capacity ot side weirs; Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 6 pag. 305, Londres (1957).
60. R. Ehrenberger: Streichwehre. Österreichische Wasserkirftshaft, -- - Vienna (1934).
61. G. de Marchi: Saggio di teoría del funzionamento degli stramassi - - laterali; L'Energia Elettrica, Milán, Vol. II No. 11, pag. 849 - - Noviembre (1934).
62. O.Streck: Grund und Wasserbau im praktischen Beispielen. 2º tomo. Springer-Verlag, Berlin (1950).
63. O. Zehiesche: Die Berechnung von Streichwehren auf Grund von Modellversuchen mit geraden und schraggestellten Streichwehren; Forschungsanstalt für Schifffahrt, Wasser-und Grundbau, Akademie Verlag, Berlin (1954).
64. V.D. Cooling: The Discharge Capacity of side weirs. Proceedings, Institution of Civil Engineers, Londres, Vol. 6 No. 2 (1957).
65. W. Frazer: The behaviour of side weirs in prismatic rectangular channels; Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 6 - - pag. 305, Londres (1957).
66. K. Subramanya y S.C. Awasthy: Spatially Varied Flow Over Side Weirs,- J. Hydraulics Division, ASCE, Vol. 98, No. HY1 (1972).
67. P. Ackers: A theoretical consideration of side weirs as stormwater -- overflows; Proceedings Institution of Civil Engineers, Vol. 6, pag. -- 250, Londres (1957).
68. J. Frank: Hydraulische Untersuchungen für das tiroler Wehr. Der Bauingenieur, H. 3, pag. 96 - 101 (1956).
69. E.A. Zamarin, K.W. Popow, W.W. Fandejew: Wasserbau. VEB Verlag für Bauwesen, -- Berlin (1961).
70. F. Sassoli: Canali collettori laterali a forte pendenza. L'Energia Electrica, -- Vol. 36 pages. 26-39 (1971).



Esta obra se terminó de imprimir
en mayo de 1997
en el taller de imprenta del
Departamento de Publicaciones
de la Facultad de Ingeniería,
Ciudad Universitaria, México, D.F.
C.P. 04510

Secretaría de Servicios Académicos

El tiraje consta de 500 ejemplares
más sobrantes de reposición.

