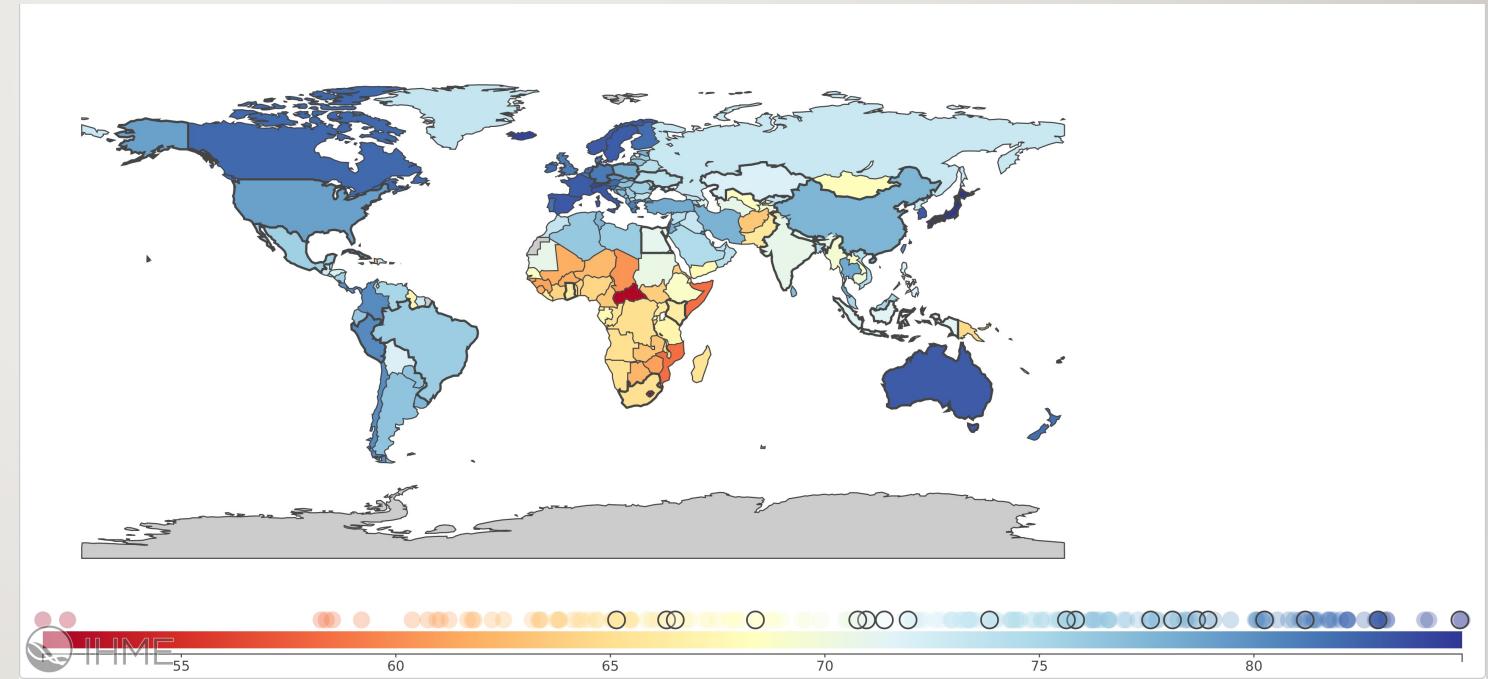


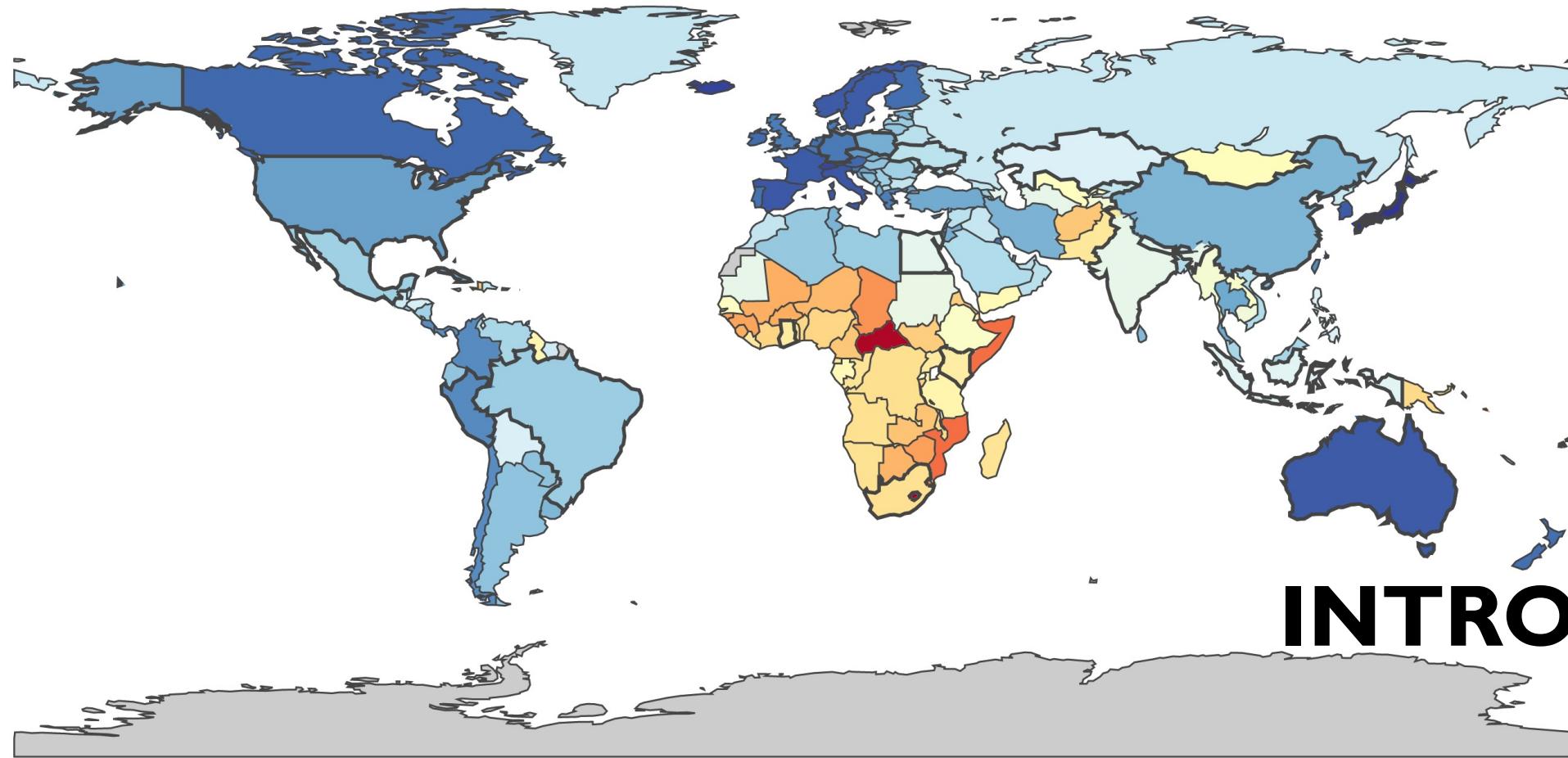


UNIDADE IV - MORTALIDADE



Tábua de Vida

ANA MARIA NOGALES VASCONCELOS



INTRODUÇÃO



Natural and Political
OBSERVATIONS
Mentioned in a following INDEX,
and made upon the
Bills of Mortality.

BY
Capt. JOHN GRAUNT,
Fellow of the Royal Society.

With reference to the *Government, Religion, Trade, Growth, Air, Diseases*, and the several Changes of the said CITY.

— *Non me ut miretur Turba, labore,*
Contentus paucis Leti oribus. —

The Fifth Edition, much Enlarged.

LONDON,
Printed by John Martyn, Printer to the
Royal Society, at the Sign of the Bell in St. Paul's
Church-yard, MDCLXXVI.

JOHN GRAUNT (1620-1674)

Em seu trabalho “Natural and Political Observations - Bills of Mortality” (1662), **John Graunt** propôs a análise de dados de mortalidade segundo idade e causas de morte. Devido à sua enorme contribuição, John Graunt é considerado um dos pais da Demografia.

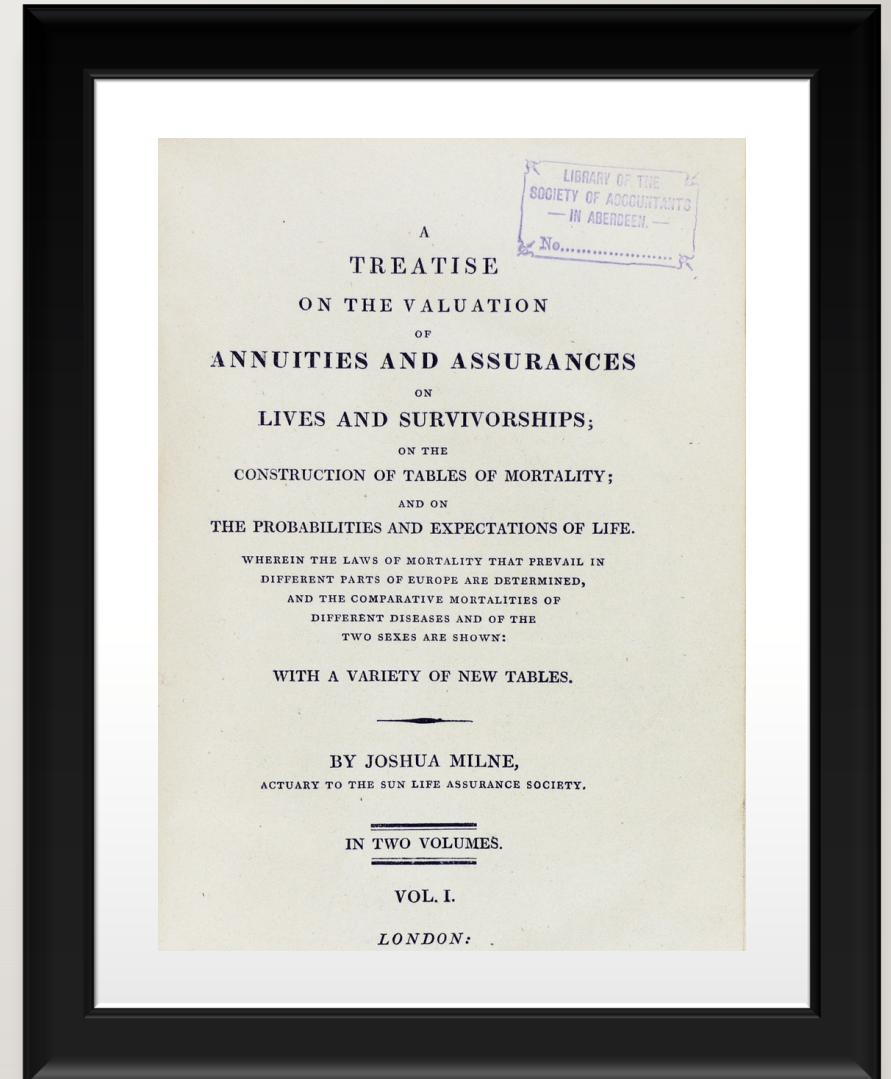


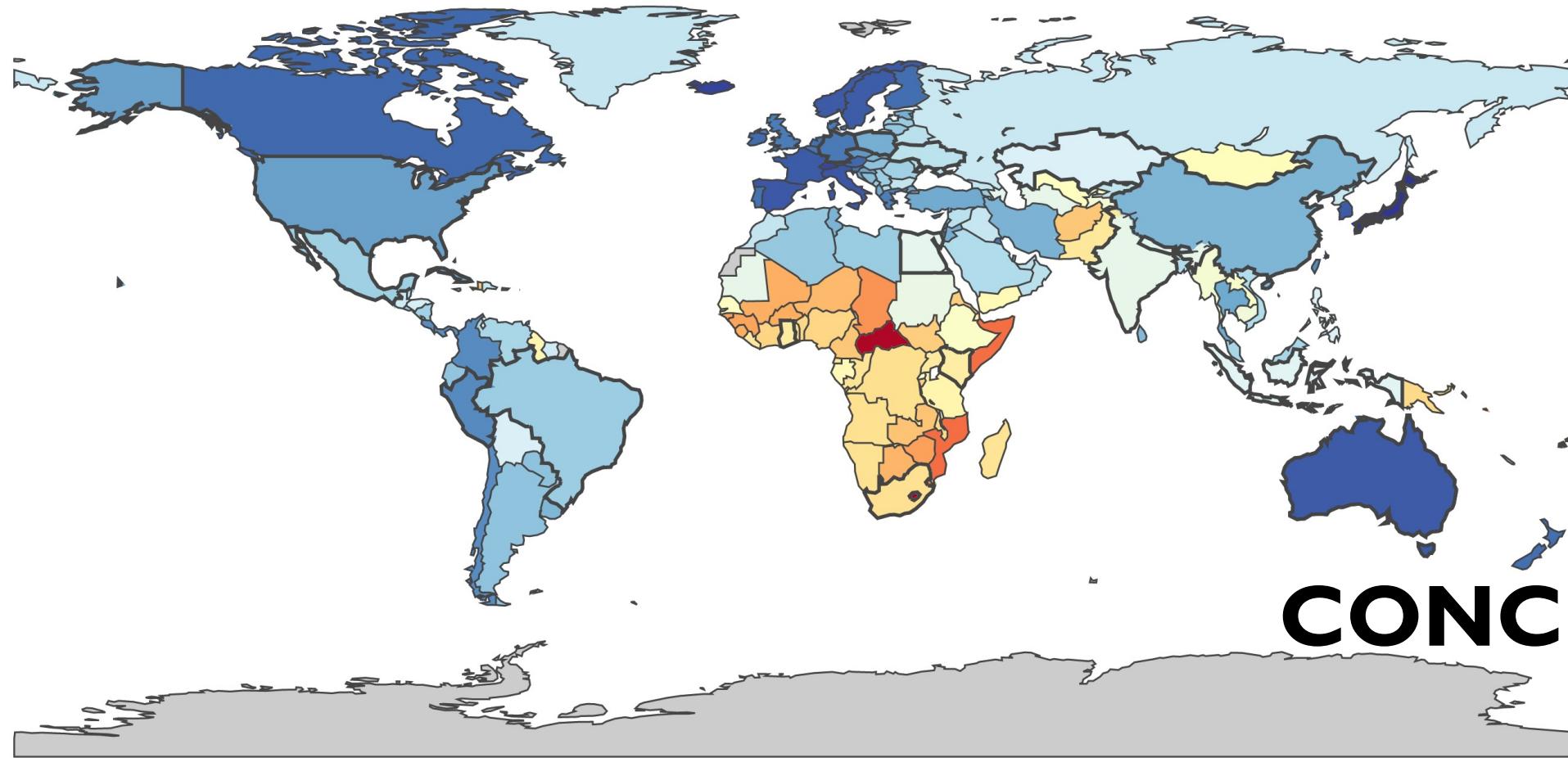
EDMOND HALLEY (1656-1742)

A primeira tábua de vida foi proposta pelo astrônomo e grande cientista inglês **Edmond Halley**. Para a construção dessa tábua, Halley utilizou dados de nascimentos e óbitos da cidade alemã de Breslau (atual Wroclaw – Polônia). Na sua obra “*An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind*” de 1693, Halley apresentou a “*Breslau Table*”.

JOSHUA MILNE (1776 -1851)

A primeira tábua de vida baseada em dados populacionais e de óbitos foi proposta por **Joshua Milne**, matemático inglês, em 1815. Foram acrescentados os conceitos de tempo e expectativa de vida.

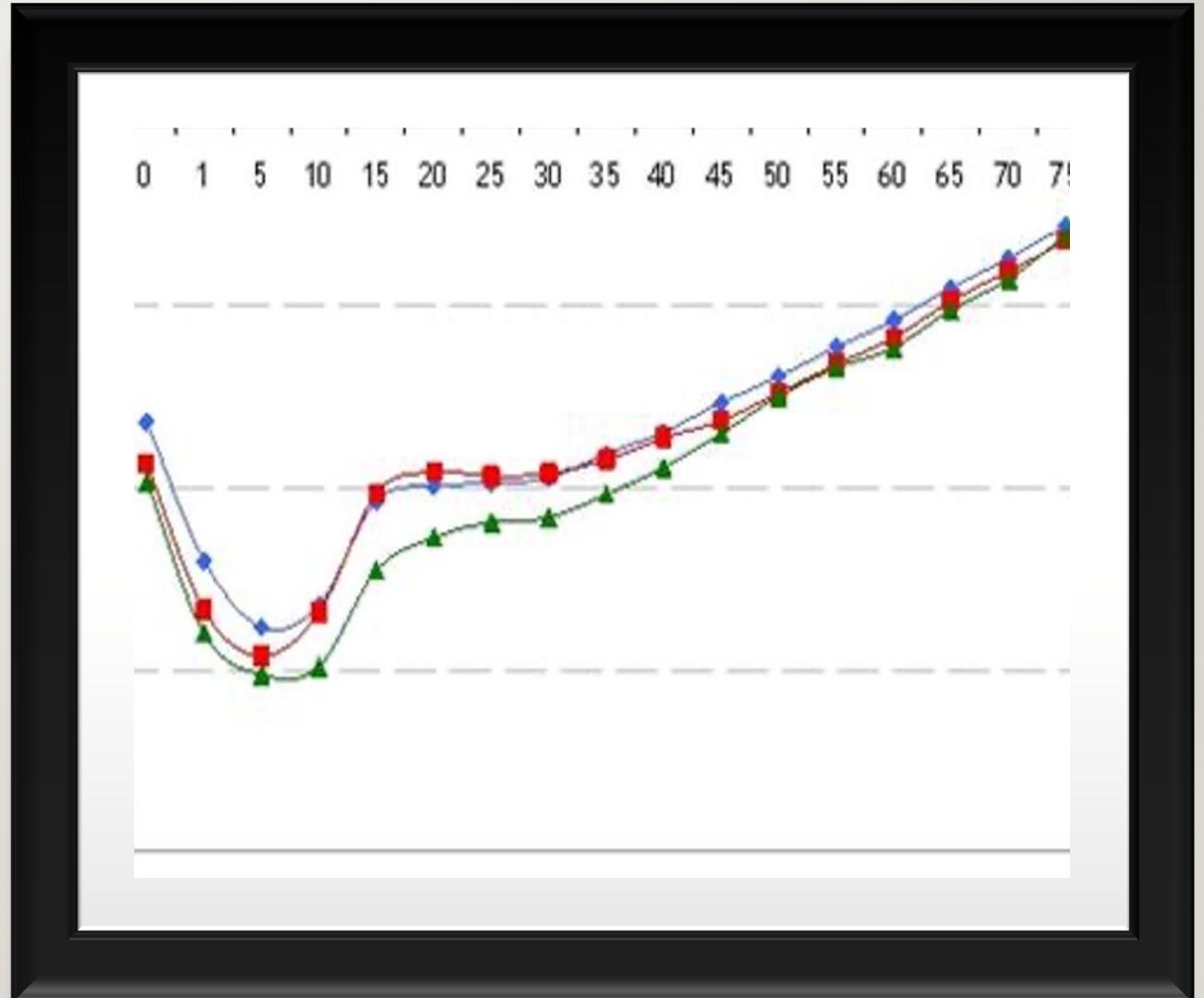




CONCEITOS

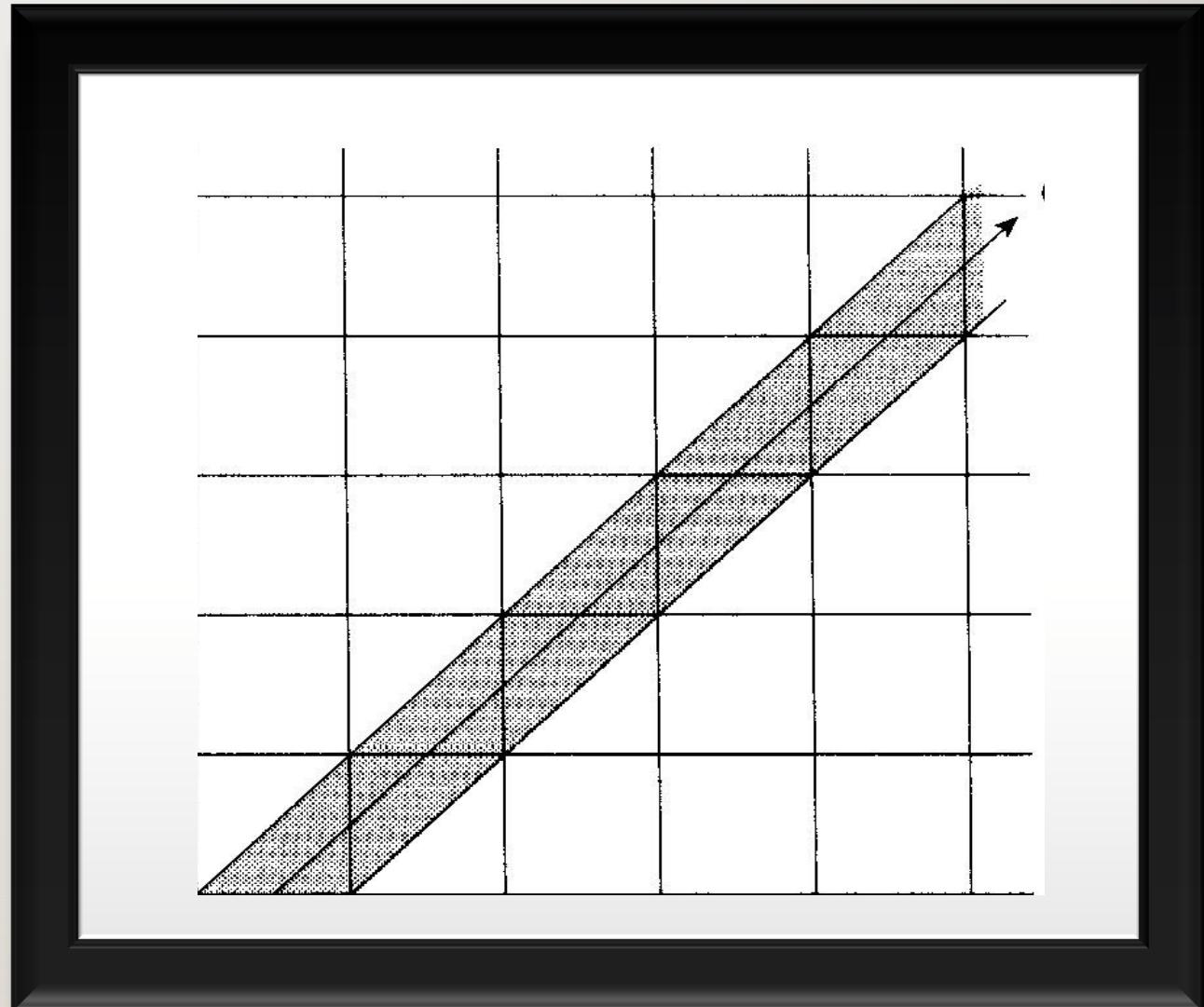
INSTRUMENTO

- **Tábuas de Vida** também chamada **Tábuas de Mortalidade**, é um instrumento que permite medir as probabilidades de sobrevivência e de morte de uma população em função da idade.



MODELO

- **Tábua de Vida** é um **modelo** que descreve a experiência de mortalidade de uma coorte (real ou hipotética) em função da idade.
- É um modelo **longitudinal**



CARACTERÍSTICAS

Descreve o comportamento da mortalidade por idade;

Proporciona medidas de mortalidade mais apropriadas que as taxas de mortalidade (bruta e específicas);

Está associada a um modelo teórico de população
- *População Estacionária*;

Permite efetuar diversas aplicações.

TIPOS DE TÁBUAS DE VIDA

Período de referência

Classificação por idade

Fatores compreendidos

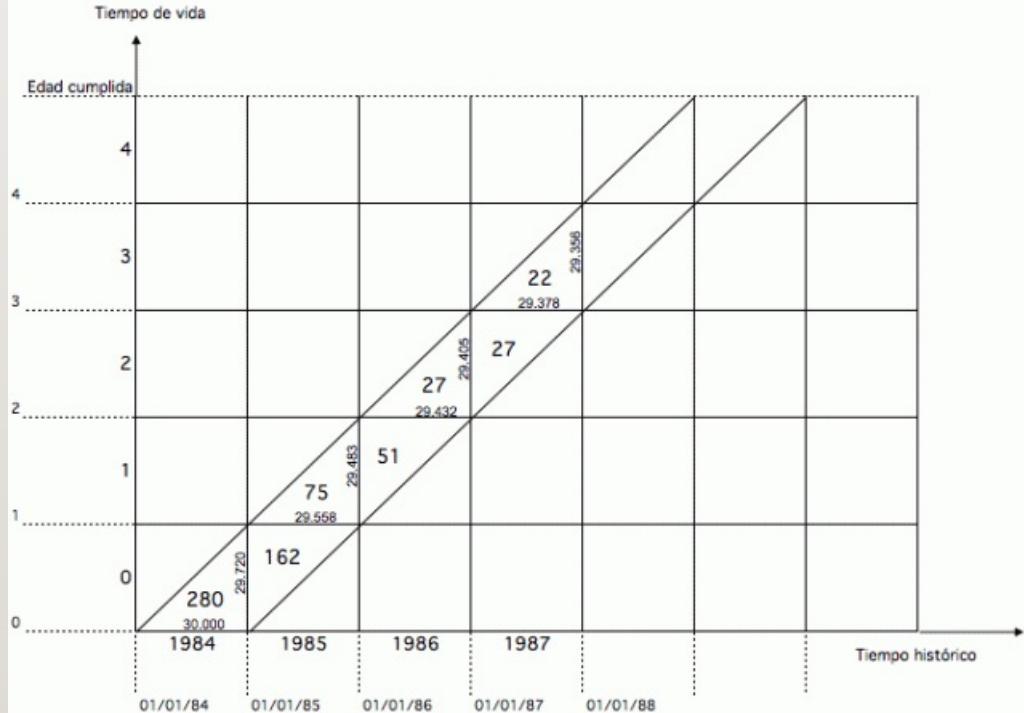
PERÍODO DE REFERÊNCIA

Tábuas de gerações/coortes

Tábuas de momento/período

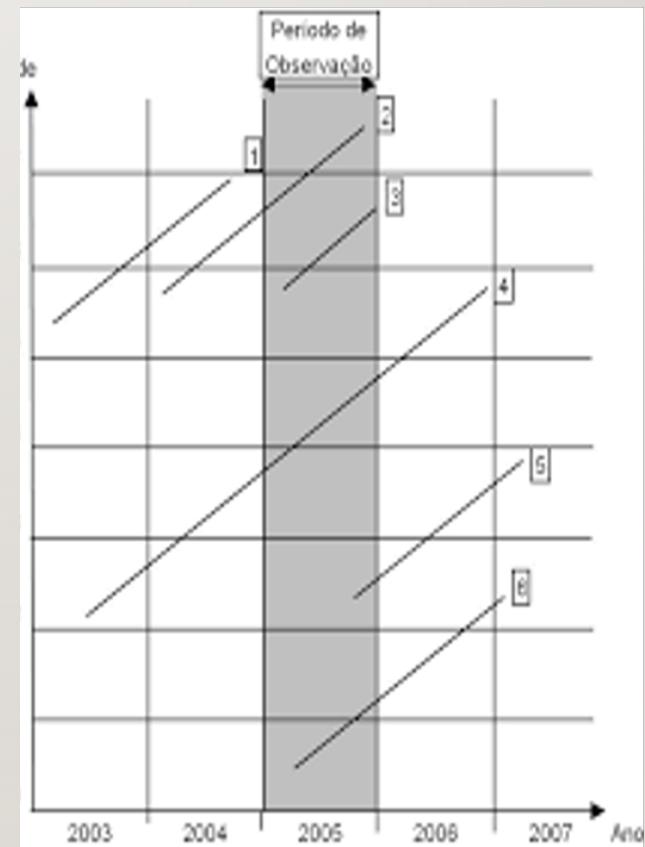
TÁBUA DE VIDA DE GERAÇÕES OU COORTES

- Na Tábua de Vida de gerações ou coortes, a **observação** dos eventos é no **longitudinal**.
 - Acompanha-se uma coorte real, desde a sua origem até a sua extinção.
 - Considerações:
 - longo tempo de observação
 - diferentes momentos no tempo calendário – impactos de diferentes políticas/tecnologias/conhecimento ao longo do tempo



TÁBUA DE VIDA DE MOMENTO OU PERÍODO

- Na Tábua de Vida de momento ou período, a **observação** dos eventos é no **transversal**.
- Para um determinado período calendário, obtêm-se as **taxas de mortalidade**, com base nos óbitos ocorridos no período e a população exposta ao risco.
- Considerações:
 - curto tempo de observação
 - a experiência de mortalidade refere-se a um único momento no tempo calendário
 - pode-se avaliar o impacto de políticas/tecnologias/conhecimento ao comparar tábuas de vida referidas a momentos diferentes no tempo



CLASSIFICAÇÃO POR IDADE

Completa

Abreviada

TÁBUA DE VIDA COMPLETA

- Caso sejam consideradas as idades simples (desagregadas) na sua construção, diz-se que a Tábua de Vida é **COMPLETA**

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Ambos os Sexos - 2018

(Continua)

Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	I (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
0	12,3583	1236	100000	98866	7630516	76,3
1	0,841	83	98764	98723	7531649	76,3
2	0,538	53	98681	98655	7432927	75,3
3	0,407	40	98628	98608	7334272	74,4
4	0,333	33	98588	98571	7235664	73,4
5	0,285	28	98555	98541	7137093	72,4
6	0,253	25	98527	98515	7038552	71,4
7	0,231	23	98502	98491	6940037	70,5
8	0,218	21	98479	98469	6841547	69,5
9	0,213	21	98458	98447	6743078	68,5
10	0,217	21	98437	98426	6644631	67,5
11	0,234	23	98415	98404	6546205	66,5
12	0,266	26	98392	98379	6447801	65,5
13	0,322	32	98366	98350	6349421	64,5
14	0,411	40	98335	98314	6251071	63,6
15	0,695	68	98294	98260	6152756	62,6
16	0,866	85	98226	98183	6054496	61,6
17	1,019	100	98141	98091	5956313	60,7
18	1,138	112	98041	97985	5858222	59,8
19	1,229	120	97929	97869	5760237	58,8
20	1,320	129	97809	97744	5662368	57,9
21	1,410	138	97680	97611	5564623	57,0
22	1,471	144	97542	97470	5467013	56,0
23	1,497	146	97399	97326	5369542	55,1
24	1,497	146	97253	97180	5272217	54,2
25	1,485	144	97107	97035	5175037	53,3
26	1,477	143	96963	96891	5078002	52,4
27	1,481	143	96820	96748	4981110	51,4
28	1,506	146	96676	96604	4884362	50,5
29	1,547	149	96531	96456	4787758	49,6
30	1,594	154	96382	96305	4691302	48,7
31	1,642	158	96228	96149	4594997	47,8
32	1,694	163	96070	95989	4498848	46,8
33	1,750	168	95907	95823	4402860	45,9
34	1,812	173	95739	95653	4307037	45,0
35	1,884	180	95566	95476	4211384	44,1
36	1,969	188	95386	95292	4115908	43,2
37	2,065	197	95198	95100	4020616	42,2
38	2,174	207	95001	94898	3925517	41,3
39	2,298	218	94795	94686	3830618	40,4

TÁBUA DE VIDA ABREVIADA

- Caso sejam consideradas as idades agregadas em grupos etários (geralmente quinquenais) na sua construção, diz-se que a Tábua de Vida é ABREVIADA.

- No primeiro grupo etário, destaca-se o primeiro ano de vida.

Grupos quinquenais de idade	População	Óbitos	M(x,n)	x	Funções da tábua					
					Q(x,n)	I(x)	D(x,n)	L(x,n)	T(x)	E(x)
Total										
Menos de 1 ano	2 713 244	46 116	0,01700	0	0,01674	100 000	1 674	98 483	7 376 466	73,8
1 a 4 anos	11 082 914	7 576	0,00068	1	0,00273	98 326	268	392 652	7 277 983	74,0
5 a 9 anos	14 969 375	4 493	0,00030	5	0,00150	98 058	147	489 921	6 885 331	70,2
10 a 14 anos	17 166 761	6 174	0,00036	10	0,00180	97 911	176	489 114	6 395 410	65,3
15 a 19 anos	16 990 872	20 355	0,00120	15	0,00597	97 735	584	487 215	5 906 297	60,4
20 a 24 anos	17 245 192	29 868	0,00173	20	0,00862	97 151	838	483 661	5 419 082	55,8
25 a 29 anos	17 104 414	30 904	0,00181	25	0,00899	96 313	866	479 402	4 935 421	51,2
30 a 34 anos	15 744 512	32 175	0,00204	30	0,01017	95 447	970	474 810	4 456 019	46,7
35 a 39 anos	13 888 579	34 541	0,00249	35	0,01236	94 477	1 168	469 466	3 981 209	42,1
40 a 44 anos	13 009 364	43 684	0,00336	40	0,01665	93 309	1 554	462 663	3 511 743	37,6
45 a 49 anos	11 833 352	56 984	0,00482	45	0,02379	91 756	2 183	453 321	3 049 080	33,2
50 a 54 anos	10 140 402	70 611	0,00696	50	0,03422	89 573	3 065	440 201	2 595 759	29,0
55 a 59 anos	8 276 221	82 245	0,00994	55	0,04848	86 508	4 194	422 052	2 155 558	24,9
60 a 64 anos	6 509 120	92 198	0,01416	60	0,06840	82 313	5 630	397 491	1 733 506	21,1
65 a 69 anos	4 840 810	102 713	0,02122	65	0,10075	76 683	7 726	364 102	1 336 015	17,4
70 a 74 anos	3 741 636	121 448	0,03246	70	0,15011	68 958	10 351	318 910	971 913	14,1
75 a 79 anos	2 563 447	128 257	0,05003	75	0,22235	58 606	13 031	260 453	653 003	11,1
80 a 84 anos	1 666 972	129 146	0,07747	80	0,32451	45 575	14 790	190 900	392 550	8,6
85 a 89 anos	819 483	98 732	0,12048	85	0,46296	30 785	14 252	118 295	201 650	6,6
90 anos e mais	449 129	89 082	0,19834	90	1,00000	16 533	16 533	83 355	83 355	5,0
Homens										
Menos de 1 ano	1 378 532	25 588	0,01856	0	0,01826	100 000	1 826	98 348	7 020 533	70,2
1 a 4 anos	5 638 455	4 109	0,00073	1	0,00291	98 174	286	392 012	6 922 185	70,5
5 a 9 anos	7 624 144	2 570	0,00034	5	0,00168	97 889	165	489 032	6 530 174	66,7
10 a 14 anos	8 725 413	3 730	0,00043	10	0,00214	97 724	209	488 098	6 041 142	61,8
15 a 19 anos	8 558 868	15 965	0,00187	15	0,00928	97 515	905	485 314	5 553 044	57,0
20 a 24 anos	8 630 229	24 379	0,00282	20	0,01403	96 610	1 355	479 663	5 067 730	52,5
25 a 29 anos	8 460 995	24 047	0,00284	25	0,01411	95 255	1 344	472 915	4 588 067	48,2
30 a 34 anos	7 717 658	23 575	0,00305	30	0,01516	93 911	1 423	465 996	4 115 152	43,8
35 a 39 anos	6 766 664	24 180	0,00357	35	0,01771	92 488	1 638	458 343	3 649 155	39,5
40 a 44 anos	6 320 568	29 260	0,00463	40	0,02288	90 850	2 079	449 052	3 190 812	35,1
45 a 49 anos	5 692 014	36 575	0,00643	45	0,03162	88 771	2 807	436 837	2 741 761	30,9
50 a 54 anos	4 834 995	44 699	0,00924	50	0,04518	85 964	3 884	420 110	2 304 923	26,8
55 a 59 anos	3 902 344	50 958	0,01306	55	0,06323	82 080	5 190	397 426	1 884 814	23,0
60 a 64 anos	3 041 035	55 299	0,01818	60	0,08697	76 890	6 687	367 735	1 487 387	19,3
65 a 69 anos	2 224 065	59 400	0,02671	65	0,12518	70 203	8 788	329 047	1 119 653	16,0
70 a 74 anos	1 667 372	67 056	0,04022	70	0,18271	61 415	11 221	279 023	790 606	12,9
75 a 79 anos	1 090 517	66 656	0,06112	75	0,26511	50 194	13 307	217 703	511 583	10,2
80 a 84 anos	668 623	60 517	0,09051	80	0,36905	36 887	13 613	150 403	293 880	8,0
85 a 89 anos	310 759	41 958	0,13502	85	0,50472	23 274	11 747	87 003	143 477	6,2
90 anos e mais	153 740	31 381	0,20412	90	1,00000	11 527	11 527	56 473	56 473	4,9
Mulheres										
Menos de 1 ano	1 334 712	20 527	0,01538	0	0,01517	100 000	1 517	98 628	7 738 217	77,4
1 a 4 anos	5 444 459	3 467	0,00064	1	0,00254	98 483	250	393 306	7 639 589	77,6
5 a 9 anos	7 345 231	1 924	0,00026	5	0,00131	98 233	129	490 842	7 246 283	73,8
10 a 14 anos	8 441 348	2 444	0,00029	10	0,00145	98 104	142	490 166	6 755 441	68,9
15 a 19 anos	8 432 004	4 389	0,00052	15	0,00260	97 962	255	489 174	6 265 275	64,0
20 a 24 anos	8 614 963	5 489	0,00064	20	0,00318	97 708	311	487 761	5 776 100	59,1
25 a 29 anos	8 643 419	6 857	0,00079	25	0,00396	97 397	386	486 020	5 288 339	54,3
30 a 34 anos	8 026 854	8 600	0,00107	30	0,00534	97 011	518	483 760	4 802 319	49,5
35 a 39 anos	7 121 915	10 362	0,00145	35	0,00725	96 493	699	480 716	4 318 559	44,8
40 a 44 anos	6 688 796	14 424	0,00216	40	0,01072	95 794	1 027	476 399	3 837 843	40,1
45 a 49 anos	6 141 338	20 409	0,00332	45	0,01648	94 766	1 562	469 927	3 361 444	35,5
50 a 54 anos	5 305 407	25 912	0,00488	50	0,02413	93 205	2 249	460 401	2 891 517	31,0
55 a 59 anos	4 373 877	31 287	0,00715	55	0,03514	90 956	3 196	446 790	2 431 116	26,7
60 a 64 anos	3 468 085	36 900	0,01064	60	0,05182	87 760	4 548	427 430	1 984 327	22,6
65 a 69 anos	2 616 745	43 313	0,01655	65	0,07947	83 212	6 613	399 528	1 556 896	18,7
70 a 74 anos	2 074 264	54 392	0,02622	70	0,12304	76 599	9 425	359 433	1 157 368	15,1
75 a 79 anos	1 472 930	61 601	0,04182	75	0,18932	67 174	12 717	304 077	797 935	11,9
80 a 84 anos	998 349	68 629	0,06874	80	0,29331	54 457	15 972	232 353	493 858	9,1
85 a 89 anos	508 724	56 775	0,11600	85	0,43628	38 484	16 790	150 446	261 506	6,8
90 anos e mais	295 389	57 701	0,19534	90	1,00000	21 694	21 694	111 060	111 060	5,1

FATORES COMPREENDIDOS

Decremento simples

Decremento múltiplo

Incremento-decremento

TÁBUA DE VIDA – FATORES COMPREENDIDOS

- **DECREMENTO SIMPLES**

- Quando no modelo da Tábua de Vida, a coorte inicial é fechada e a diminuição (decremento) ao longo das idades, até a sua extinção, é devida a um único fator, diz-se que a Tábua de Vida é de **decremento simples**.
- As Tábuas de Vida tradicionais são de decremento simples porque tem-se uma coorte fechada com um único fator de decremento, a morte.

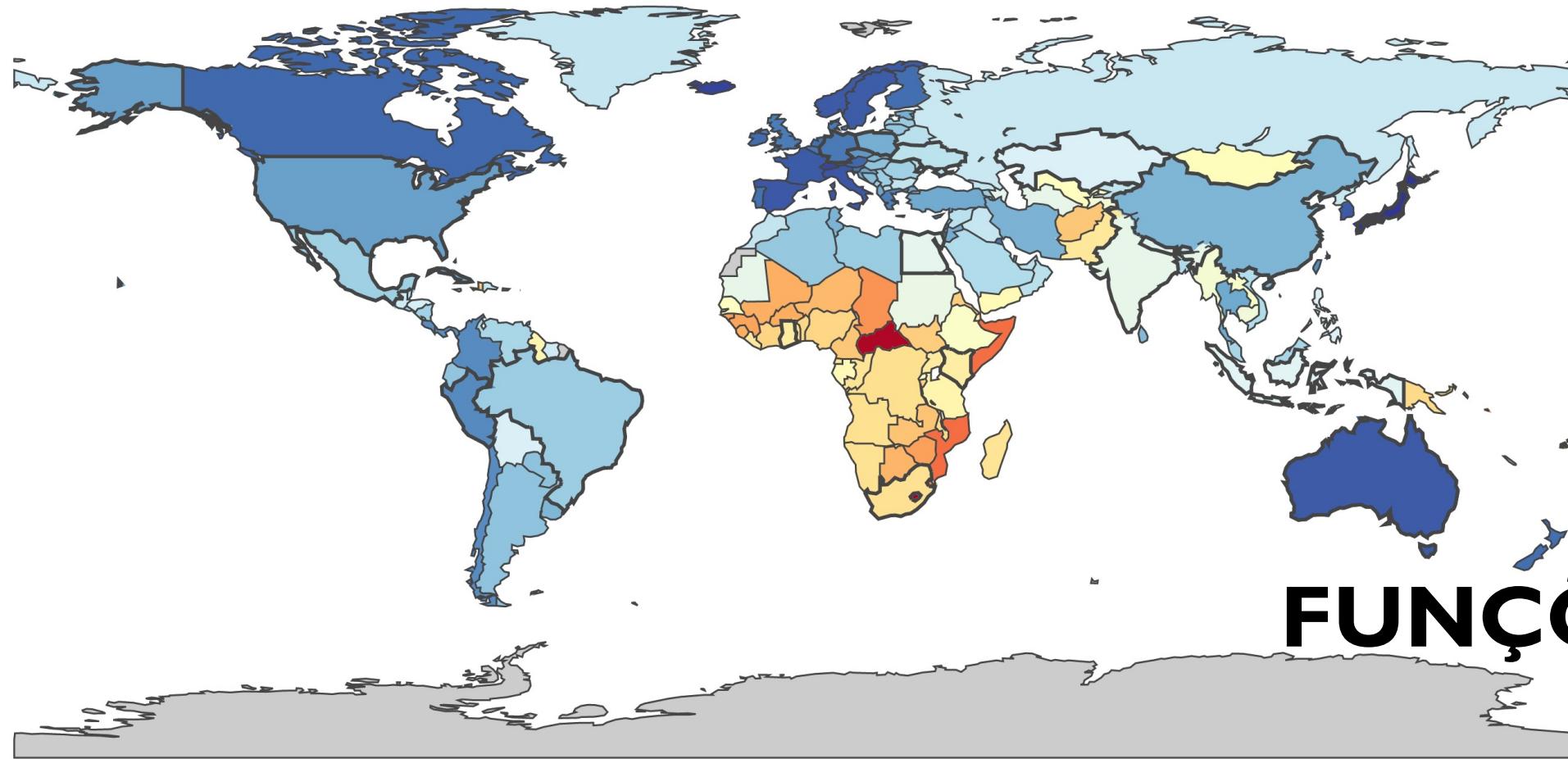
TÁBUA DE VIDA – FATORES COMPREENDIDOS

- **DECREMENTO MÚLTIPLOS**

- Quando no modelo da Tábua de Vida, a coorte inicial é fechada e a diminuição (decremento) ao longo das idades, até a sua extinção, pode ser devida a múltiplos fatores, diz-se que a Tábua de Vida é de **decremento múltiplo**.
- Ao considerar as causas de morte, pode-se construir Tábuas de Vida múltiplos decrementos, com a abordagem de riscos competitivos.
- Em Atuária, também há interesse em considerar a diminuição da coorte segundo diversos eventos: morte, invalidez, aposentadoria

TÁBUA DE VIDA – FATORES COMPREENDIDOS

- INCREMENTO-DECREMENTO OU MÚLTIPLOS ESTADOS OU MULTIESTADOS
 - O modelo de Tábua de Vida pode ser aplicado no estudo de outros fenômenos além da mortalidade. Em vários casos, para uma modelagem mais próxima da realidade, deve-se considerar que a coorte não é fechada. Ou seja, em qualquer idade, novos indivíduos podem entrar na coorte, e estarem expostos ao risco de sofrer o(s) evento(s) que a decrementa.
 - Neste caso, a modelagem recorre aos conceitos de processos estocásticos (Estados absorventes e estados transientes).
 - São aplicações de Tábuas de Incremento-Decremento:
 - Tábuas de Nupcialidade
 - Tábuas Atuariais
 - Tábuas de Vida Ativa (mercado de trabalho)
 - Tábuas educacionais



FUNÇÕES

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

Na Tábua de Vida, as funções podem ser:

- de idade exata
- de intervalo

idade	l_x	nq_x	nd_x	np_x	nL_x	T_x	e^0_x
0							
1							
5							
10							
15							
20							
.							
.							
.							
.							
.							
75 e +							

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

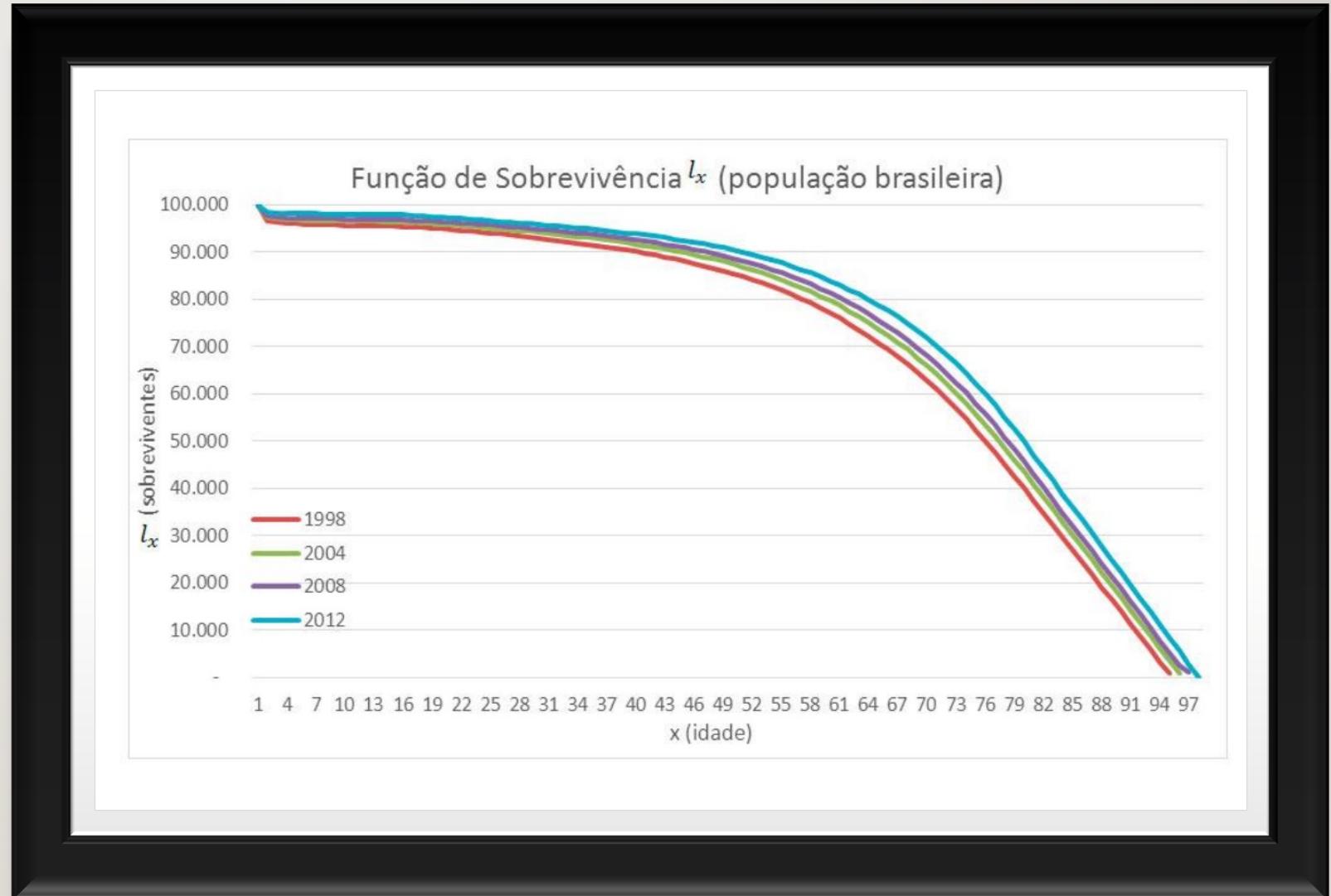
- l_x : número de pessoas que alcançam com vida a idade exata x de uma geração inicial de l_0 nascimentos.

l_0 : raiz da tábua

Valores comuns para l_0 : 1, 10.000 ou 100.000

FUNÇÃO DE SOBREVIVÊNCIA DA TÁBUA DE VIDA

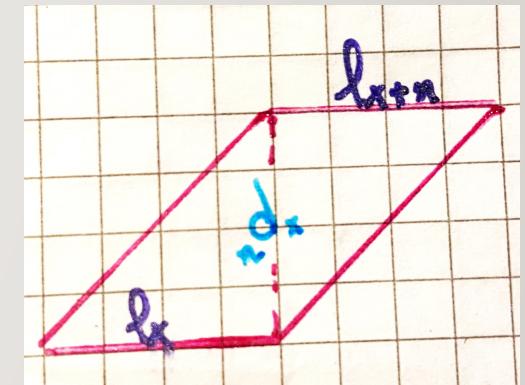
l_x



FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

- ${}_n d_x$: número de óbitos ocorridos entre as idades exatas x e $x + n$, para a geração inicial de l_0 nascimentos.

$${}_n d_x = l_x - l_{x+n}$$

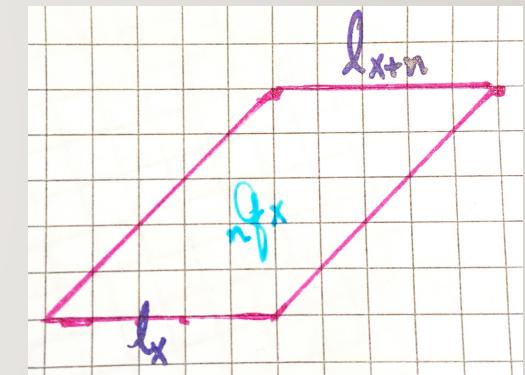


$$l_x = \sum_{a=x}^{w-n} {}_n d_a = {}_n d_x + {}_n d_{x+n} + {}_n d_{x+2n} + \dots + {}_n d_{w-n}$$

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

- nq_x : probabilidade que uma pessoa, tendo alcançado a idade exata x , tem de morrer entre as idades x e $x + n$.

$$nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = \frac{n d_x}{l_x}$$



Em particular, para $x = 0$ e $n = 1$:

$$q_0 = \frac{l_0 - l_1}{l_0} = \frac{d_0}{l_0}$$

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

- $n p_x$: probabilidade que uma pessoa de idade exata x tem de chegar com vida à idade exata $x + n$.

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad \text{ou} \quad {}_n p_x = 1 - {}_n q_x$$

obs: Multiplicando-se probabilidades de sobrevivência de grupos de idades contíguos, obtém-se uma probabilidade de sobrevivência referida ao intervalo total.

$${}_n p_x * {}_m p_{x+n} = {}_{n+m} p_x$$

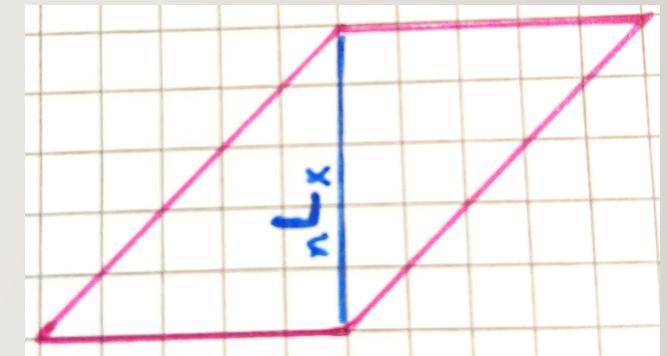
FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

- ${}_nL_x$: - número de anos-pessoa vividos pela coorte l_0 entre as idades exatas x e $x + n$;
 - *tempo vivido entre as idades x e $x + n$*

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_a da$$

$${}_nL_x = n l_{x+n} + {}_n k_x * {}_n d_x$$

onde:



${}_n k_x$ ou ${}_n a_x$: tempo médio vivido dentro do intervalo pelas ${}_n d_x$ pessoas que faleceram.

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

- T_x : número total de anos vividos pela geração de l_0 nascimentos entre as idades x e ω .

$$T_x = \int_x^w l_a \partial a = \int_x^{x+n} l_a \partial a + \int_{x+n}^{x+2n} l_a \partial a + \dots$$

$$T_x = \sum_{a=x}^{w-n} {}_n L_a$$

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

- e_x^0 : esperança de vida à idade exata x;
 - número de anos que, em média, vive uma pessoa desde a idade x até o final da vida.

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x} = \frac{\int\limits_x^w l_a \partial a}{l_x}$$

$x = 0 \rightarrow e_0^0$: esperança de vida ao nascimento

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

Para Projeção de População:

- $nP_{x,x+5}$: probabilidade de sobrevivência prospectiva
 - razão de sobrevivência
 - probabilidade de sobreviver do grupo etário ($x, x+5$) ao grupo etário ($x+5, x+10$)

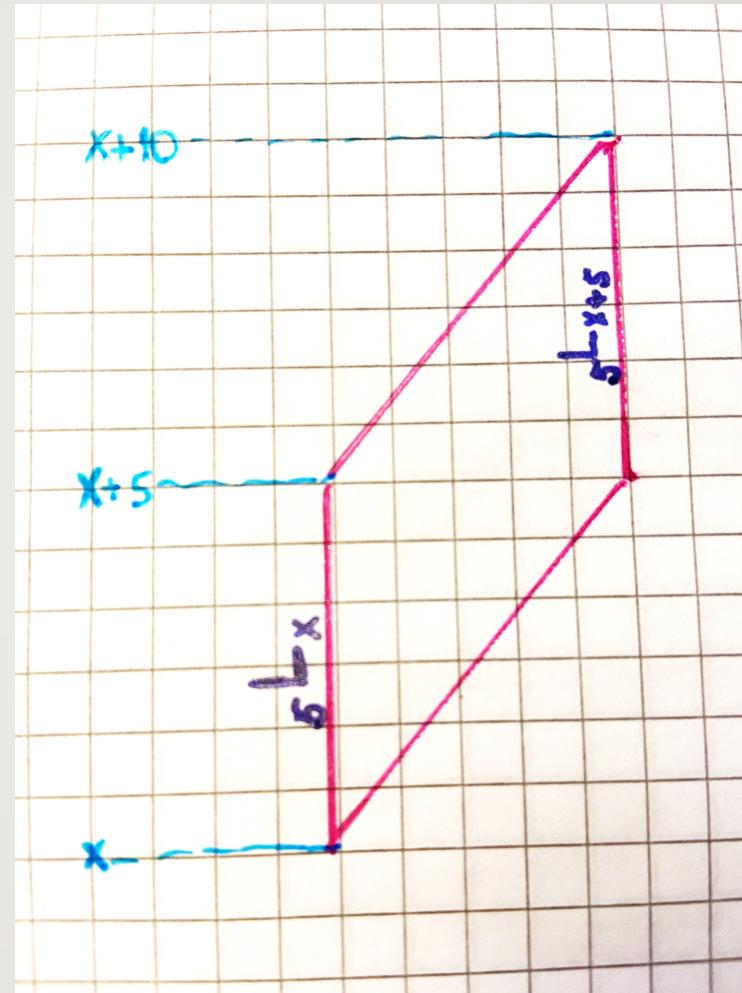
$${}_5P_{x,x+5} = \frac{{}_5L_{x+5}}{{}_5L_x}$$

Sobrevivência do nascimento ao grupo etário (0,5) $\rightarrow {}_5P_b = \frac{{}_5L_0}{5 * l_0}$

FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

Para Projeção de População:

$${}_5P_{x,x+5} = \frac{{}_5L_{x+5}}{{}_5L_x}$$



FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

Sobrevivência do nascimento ao grupo etário (0,5)

$${}^5P_b = \frac{{}^5L_0}{5 * l_0}$$

