




UnB - Universidade de Brasília  
IE - Departamento de Estatística

## POPULAÇÃO ESTÁVEL



### População Malthusiana


- O conceito de *População Estável* foi introduzido por Lotka em 1939;
- Representa uma população teórica;
- Caso particular de População Malthusiana;
- *População Malthusiana*:
  - população fechada;
  - lei de mortalidade  $\rightarrow$  constante
  - distribuição por sexo e idade  $\rightarrow$  constante



### Propriedades

(1) Se distribuição por sexo e idade  $\rightarrow$  constante  
mortalidade  $\rightarrow$  constante  
Então distribuição por sexo e idade dos óbitos será constante.


(2) Se  $a =$  idade  
 $c(a) =$  estrutura por idade  
 $b =$  taxa bruta de natalidade  
Então  $c(0) = b \rightarrow$  constante.



### Propriedades

(3) Mortalidade  $\rightarrow$  constante  
estrutura por idade  $\rightarrow$  constante  
 $d =$  taxa bruta de mortalidade  $\rightarrow$  constante.


(4)  $r = b - d =$  taxa de variação natural  $\rightarrow$  constante  
Lei de crescimento  $\rightarrow N(t) = N(0) * e^{rt}$   
 $B(t) = b * N(0) * e^{rt}$  (nascimentos)  
 $D(t) = d * N(0) * e^{rt}$  (óbitos)



### Propriedades

(5) Se  $p(a) =$  função de sobrevivência desde o nascimento até a idade  $a$ , então...  
 $c(a) = b * e^{-ra} * p(a)$ .

(6) Por definição temos:

$$b = \frac{1}{\int_0^{\infty} e^{-ra} p(a) da}$$


### Propriedades


(7) Distribuição por sexo  $\rightarrow$  constante:

$$c(x) = b \times e^{-ra} \times p(a)$$

(8) Equação fundamental:

$$1 = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-ra} p_f(a) m(a) da$$

Onde  $m(a) =$  taxa de fecundidade feminina das mulheres em idade  $a$  no instante  $t$ .

 **População Estável**


- Em suma, pode ser definida como:

“Dadas uma função de fecundidade (TEF) e uma função de mortalidade (TEM) se elas são mantidas constantes, em uma população fechada, qualquer que seja a distribuição etária inicial, necessariamente a população tenderá, no longo prazo, a ter uma distribuição etária relativa constante (Preston et al., 2001)”.


 **População Estável**

- Conseqüentemente...
  - Taxa Bruta de Natalidade (TBN), a Taxa Bruta de Mortalidade (TBM) e a taxa de crescimento não variam, transformando-se, então, em uma população estável.
- Sua composição etária é definida pela prevalência das funções de fecundidade e mortalidade, bem como a sua taxa de crescimento, conhecida como Taxa Intrínseca de Crescimento (TIC).


(Preston et al., 2001; Carvalho, 2004)

 **A TLR**

- Se  $TLR > 1$ : levará necessariamente, no longo prazo, a um crescimento positivo da população;
- Se  $TLR = 1$ : crescimento nulo;
- Se  $TLR < 1$ : crescimento negativo.
- Em qualquer população e qualquer momento existe um conjunto de TEM e TEF, o qual define uma determinada TLR, a qual está relacionada uma determinada TIC e uma determinada população estável.

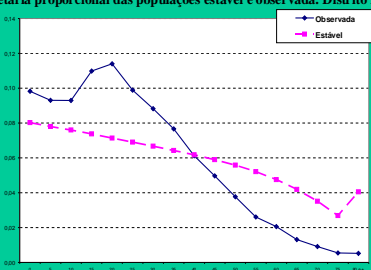
 **Importante...**

- Só existe uma única população estável correspondente às leis de mortalidade e fecundidade dadas.
- No estado estável limite, as taxas brutas de mortalidade, natalidade e de crescimento natural, assim como a estrutura por idades, são independentes da população inicial e determinadas apenas pelas leis de mortalidade e fecundidade dadas.


 **Exemplo População Estável**

- Definidas as taxas específicas de fecundidade e mortalidade em 2000, foi obtida a população estável do DF.

Distribuição etária proporcional das populações estável e observada. Distrito Federal, 2000.



• Em 2000:  
 $TLR = 1,16$   
 $r = 3,5\%$   
 $TIC = 0,5\%$

 **População Estacionária**

- Caso particular de uma População Estável;
- Conceito importante de populações na construção de Tábuas de Vida;
- Modelo teórico:
  - distribuição por sexo e idade → constante
- Conceito: as taxas de natalidade e mortalidade são iguais e, por consequência, a taxa de crescimento é igual a zero.
  - população fechada



## População Estacionária

- Esta população pode ser obtida supondo:
  - nascimentos anuais  $\rightarrow$  constantes e iguais a  $l_0$  e submetidos à lei de mortalidade da tábua de vida.
- Na Tábua de Vida  $\rightarrow$  população estacionária é dada pela função  ${}_nL_x$