

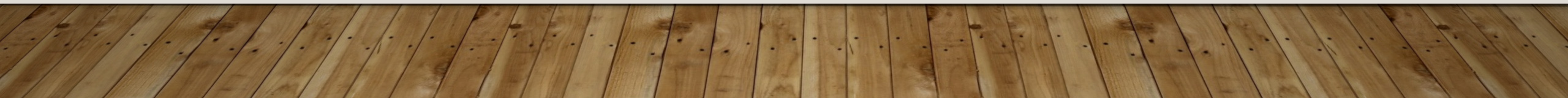


## UNIDADE IV - MORTALIDADE

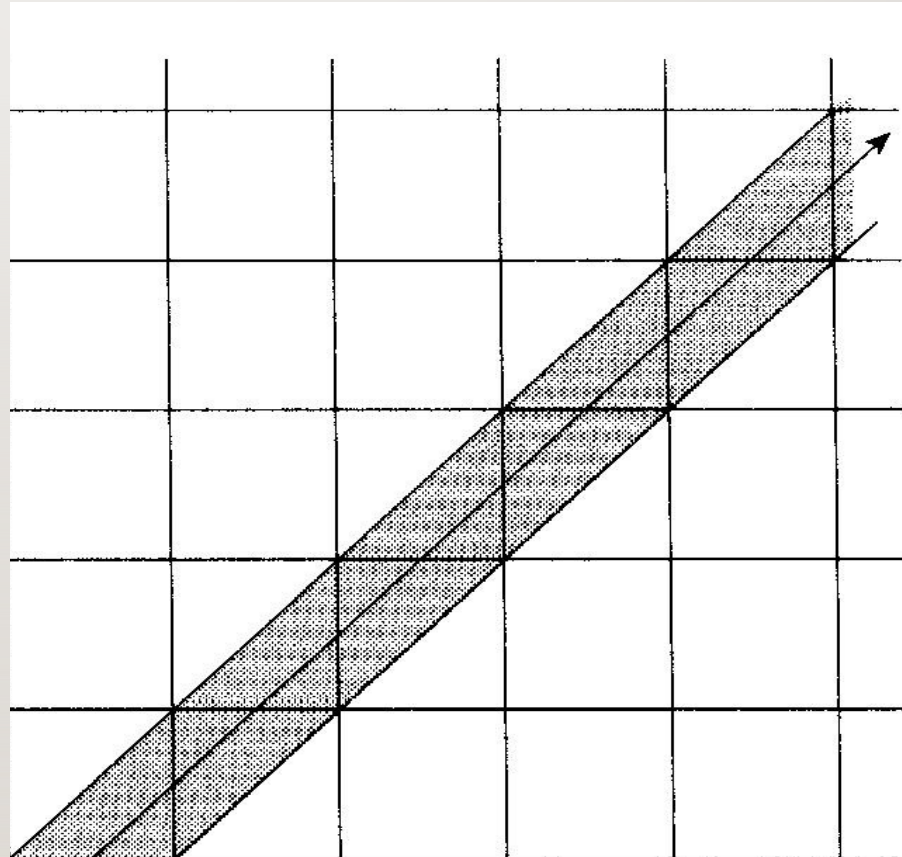
---

ANA MARIA NOGALES VASCONCELOS

***Tábua de Vida - Construção***



- **Tábua de Vida** é um **modelo** que descreve a experiência de mortalidade de uma coorte (real ou hipotética) em função da idade.
- É um modelo **longitudinal**
- Acompanha-se uma **coorte de  $l_0$**  nascimentos até a sua extinção ( $\omega$ )



# FUNÇÕES DA TÁBUA DE VIDA

Na Tábua de Vida, as funções podem ser:

- de idade exata
- de intervalo

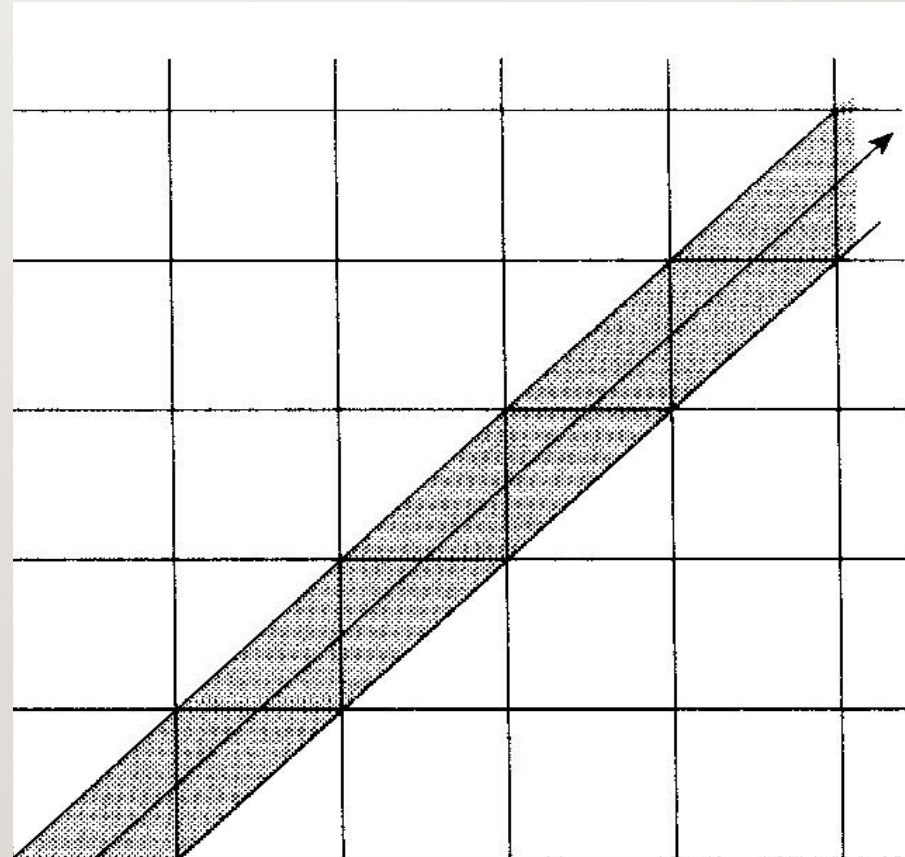
Idade	$l_x$	${}_nq_x$	${}_nd_x$	${}_np_x$	${}_nL_x$	$T_x$	$e^0_x$
0							
1							
5							
10							
15							
20							
.							
.							
.							
.							
.							
.							
75 e +							



# Dados necessários para a construção de uma Tábua de Vida



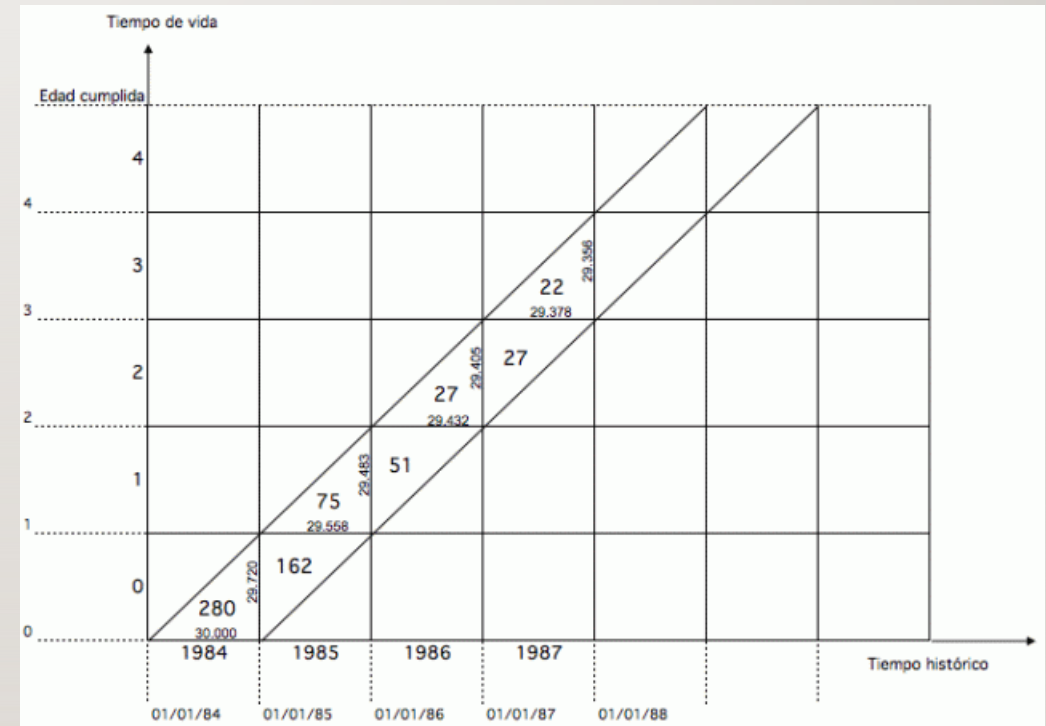
- Definir  $l_0$ 
  - $l_0 = 1$
  - $l_0 = 10.000$
  - $l_0 = 100.000$  \*
- Estimar as probabilidades de morte por idade  $\{ {}_nq_x \}$
- Estimar o tempo vivido pelos que morreram ao longo do grupo etário  $\{ {}_nk_x \}$  ou  $\{ {}_na_x \}$



# Estimar as probabilidades de morte por idade $\{ {}_nq_x \}$



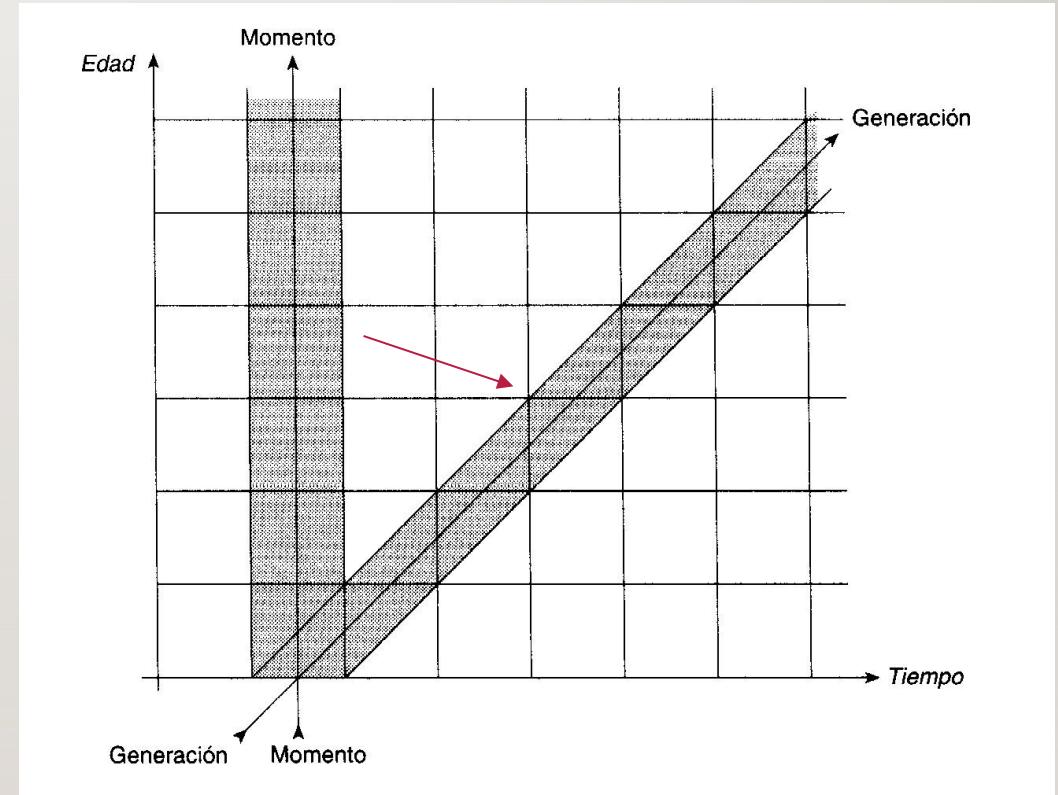
- Na Tábua de *vida de gerações ou coortes*, como a observação é no **longitudinal**, as estimativas das probabilidades de morte podem ser obtidas **diretamente**.
- Esse tipo de tábua é muito empregada na área atuarial.



# Estimar as probabilidades de morte por idade $\{ {}_nq_x \}$



- Na Tábua de *vida de momento ou período* , como a observação é no **transversal**, as probabilidades de morte são obtidas **indiretamente**, a partir das taxas específicas de mortalidade  $( {}_nM_x )$  .
- Ou seja, a partir de uma observação de momento, devemos transpor para uma experiência de coorte.







**TÁBUA DE VIDA DE MOMENTO**

# Estimar as probabilidades de morte por idade $\{ {}_nq_x \}$ a partir da taxas de mortalidade $\{ {}_nm_x \}$



- Considerar as funções da Tábua de Vida:
  - ${}_nm_x$  – taxa central de mortalidade (modelo)
  - ${}_nq_x$  – probabilidade de morte

$${}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x} \quad \longleftrightarrow \quad {}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{l_x}$$

Diagram illustrating the relationship between the central mortality rate  ${}_nm_x$  and the probability of death  ${}_nq_x$ . The equation shows that both rates share the same numerator  ${}_nd_x$ , but differ in their denominators:  ${}_nL_x$  for the central mortality rate and  $l_x$  for the probability of death. Red arrows indicate the correspondence between the terms in the two fractions.

*A diferença entre as duas funções está no denominador*



- $l_x$ : número de pessoas que alcançam com vida a idade exata  $x$  de uma geração inicial de  $l_0$  nascimentos.
- ${}_nL_x$ : - número de anos-pessoa vividos pela coorte  $l_0$  entre as idades exatas  $x$  e  $x + n$ ;

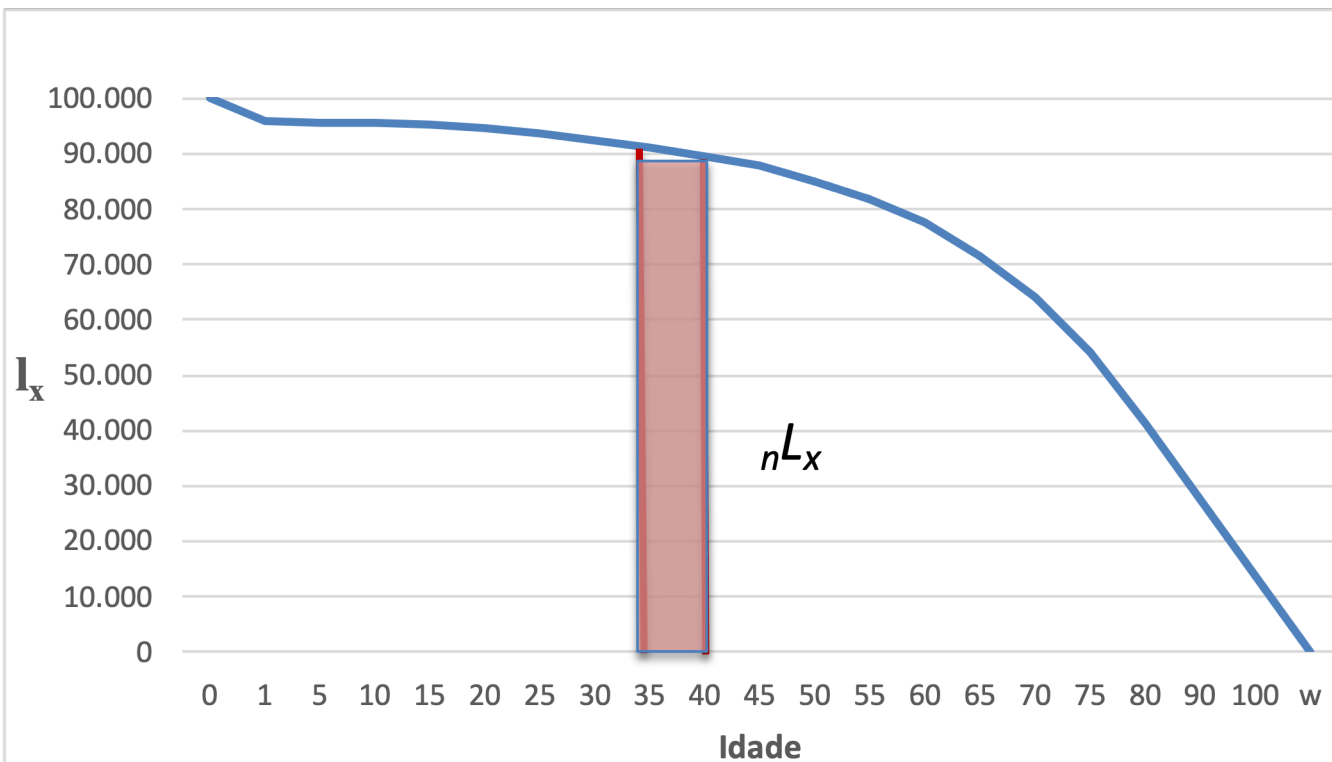
$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l_a da$$

$${}_nL_x = n l_{x+n} + {}_nk_x * {}_nd_x \quad \text{onde:}$$

${}_nk_x$  ou  ${}_na_x$ : tempo médio vivido dentro do intervalo pelas  ${}_nd_x$  pessoas que faleceram.

## FUNÇÕES DE SOBREVIVÊNCIA DA TÁBUA DE VIDA

$$l_x \text{ e } {}_nL_x$$





**RELAÇÃO ENTRE TAXA E  
PROBABILIDADE**



## Relação entre ${}_nq_x$ e ${}_nm_x$



- $l_x$ : varia em forma linear:

$${}_nq_x = \frac{2n {}_nm_x}{2 + n {}_nm_x}$$

Neste caso:  ${}_nk_x = \frac{n}{2}$

ou seja, os óbitos distribuem-se uniformemente ao longo do grupo etário  $x, x+n$

## Relação entre ${}_nq_x$ e ${}_nm_x$



- $l_x$ : varia exponencialmente:

$${}_nq_x = 1 - e^{-{}_nm_x}$$

Neste caso:  ${}_nk_x$  tem distribuição exponencial. Os óbitos concentram-se no início ou no final do intervalo etário.

## Relação entre ${}_nq_x$ e ${}_nm_x$



- Considerando os fatores de separação ( ${}_nk_x$  ou  ${}_na_x$ ) ou o tempo médio vivido pelos mortos no intervalo  $x, x + n$ :

$${}_nq_x = \frac{{}_nm_x}{1 + (n - {}_nk_x){}_nm_x}$$



## Relação entre ${}_nq_x$ e ${}_nm_x$

- Método de Reed-Merrel (1969) - utilizado pelo IBGE

- Expressão geral:

$${}_nq_x = 1 - e^{-n*{}_5m_x - a * n^3 * {}_5m_x^2}$$

- Para idades a partir de 5 anos – grupos quinquenais:

$${}_5q_x = 1 - e^{-5*{}_5m_x - 0,008 * 5^3 * {}_5m_x^2}$$

onde  $a=0,008$

Desenvolvido com base na experiência de mortalidade norte-americana em 1939

## Relação entre ${}_nq_x$ e ${}_nm_x$

- Método de Reed-Merrel (1969) - utilizado pelo IBGE

- Para menores de 1 ano:

$${}_1q_0 = 1 - e^{-{}_1m_0 * (0,9539 - 0,5509 {}_1m_0)}$$

- Para idades entre 1 e 4 anos:

$${}_4q_1 = 1 - e^{-4 * {}_4m_1 * (0,9806 - 2,079 {}_4m_1)}$$

## Relação entre ${}_nq_x$ e ${}_nm_x$

- Para o cálculo de  ${}_nq_x$ , substituir  ${}_nm_x$  por  ${}_nM_x$
- No caso de  ${}_1q_0$ , se os dados são de boa qualidade, pode-se utilizar os valores obtidos a partir do cálculo direto da Taxa de Mortalidade Infantil



**Cálculo das primeiras  
funções da Tábua de vida**

<i>x</i>	<i>n</i>	<i>nMx</i>	<i>nqx</i>	<i>lx</i>	<i>ndx</i>
0	1	0,0174948	0,0260000	100.000	2.600
1	4	0,0009758	0,0038947	97.400	379
5	5	0,0004483	0,0022391	97.021	217
10	5	0,0003005	0,0015014	96.803	145
15	5	0,0006227	0,0031086	96.658	300
20	5	0,0007682	0,0038336	96.358	369
25	5	0,0009986	0,0049804	95.988	478
30	5	0,0011008	0,0054891	95.510	524
35	5	0,0014619	0,0072830	94.986	692
40	5	0,0019512	0,0097085	94.294	915
45	5	0,0026088	0,0129595	93.379	1.210
50	5	0,0044492	0,0220014	92.169	2.028
55	5	0,0079109	0,0387875	90.141	3.496
60	5	0,0127881	0,0619595	86.644	5.368
65	5	0,0136426	0,0659631	81.276	5.361
70	5	0,0197500	0,0941036	75.915	7.144
75	5	0,0334324	0,1542681	68.771	10.609
80	+	0,0815822	1,0000000	58.162	58.162



**FATORES DE SEPARAÇÃO E O  
CÁLCULO DA FUNÇÃO  ${}_nL_x$**

## *Fatores de separação ${}_n k_x$ ou ${}_n a_x$*

Considerações para o cálculo dos fatores de separação:

- fatores de separação são muito importantes para o cálculo da função  ${}_n L_x$  sobretudo para as idades (ou grupos de idade) extremas, crianças e idosos.



## *A função ${}_nL_x$ e os fatores de separação*

- ${}_nL_x$ : - número de anos-pessoa vividos pela coorte  $l_0$  entre as idades exatas  $x$  e  $x + n$ ;

$${}_nL_x = {}_n l_{x+n} + {}_n k_x * {}_n d_x \quad \text{onde:}$$

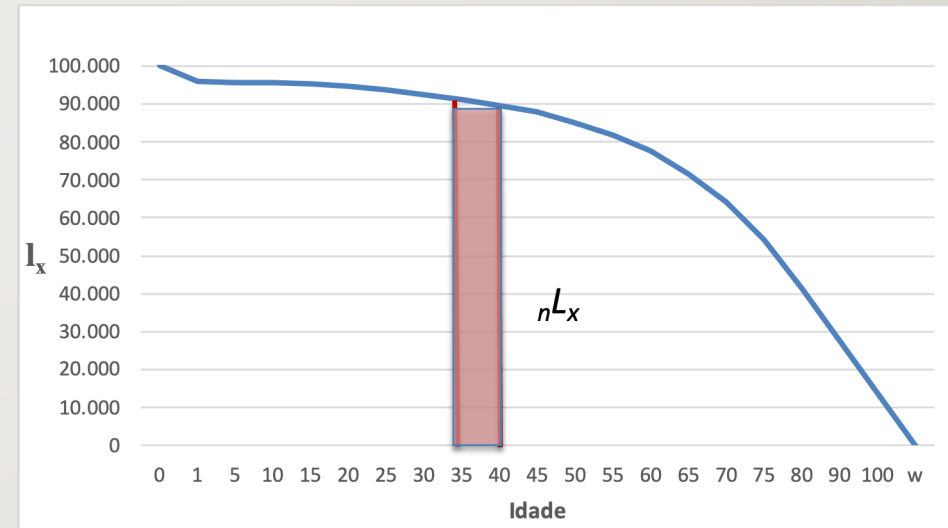
${}_n k_x$  ou  ${}_n a_x$ : tempo médio vivido dentro do intervalo pelas  ${}_n d_x$  pessoas que faleceram.

## A função ${}_nL_x$ e os fatores de separação

- Para as idades intermediárias ( $x \geq 5$  antes do grupo aberto)
  - admite-se que  $l_x$  varia em forma linear:

$${}_nL_x = n \left( \frac{l_x + l_{x+n}}{2} \right)$$

Observar que:  ${}_nk_x = \frac{n}{2}$



**Regra do trapézio**

## *A função ${}_nL_x$ e os fatores de separação*

- Para as primeiras idades ( $x < 5$ )

$$L_x = f_x l_x + (1 - f_x) l_{x+n} \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$f_x$  : fator de separação das mortes nas primeiras idades

$$f_0 = 0,10 \text{ a } 0,35$$

$$f_1 = 0,41$$

$$f_2 = 0,47$$

$$f_3 = f_4 = 0,48$$

Fatores de separação de Glover

## *Fatores de separação ${}_n k_x$ ou ${}_n a_x$*

Muitas vezes, para a obtenção dos fatores de separação  ${}_n k_x$  ou  ${}_n a_x$ , recorre-se a algum conjunto de *tábuas-modelo*



## Tábuas de Vida Modelo

As Tábuas de Vida Modelo expressam uma síntese de experiências de mortalidade observadas. Busca-se modelar a mortalidade a partir de tábuas de vida de diversos países em distintos momentos no tempo. Essas tábuas de vida modelo tentam captar as várias dimensões de variabilidade dessas experiências de mortalidade: intensidade, estrutura etária e por sexo, relação entre as intensidades de mortalidade por idade

- Tábuas de vida modelo mais utilizadas atualmente:
  - Nações Unidas
  - Coale-Demeny
  - OCDE
  - GBD

## Fatores de separação ${}_nk_x$ ou ${}_na_x$ na Tábuas de Vida Modelo

Para idades iniciais, segundo o modelo de Coale-Demeny :

Homens		Mulheres	
${}_1k_0 = 0,33$	se ${}_1M_0 \geq 0,107$	${}_1k_0 = 0,35.$	se ${}_1M_0 \geq 0,107$
${}_1k_0 = 0,045 + 2,684 \cdot {}_1M_0$	se ${}_1M_0 < 0,107$	${}_1k_0 = 0,053 + 2,8 \cdot {}_1M_0$	se ${}_1M_0 < 0,107$
${}_4k_1 = 1,651 - 2,816 \cdot {}_1M_0$		${}_4k_1 = 1,522 - 1,518 \cdot {}_1M_0$	

## *A função ${}_nL_x$ e os fatores de separação*

- Para o grupo aberto final ( $x^+$ )

$${}_nL_x = {}_n l_{x+n} + {}_n k_x * {}_n d_x$$

$$L_{x^+} = k_{x^+} * d_{x^+} \text{ ou } L_{x^+} = k_{x^+} * l_x$$

## *A função ${}_nL_x$ e os fatores de separação*

- Para o grupo aberto final ( $x+$ )

- Propostas:

- Nações Unidas

$$L_{85+} = l_{85} * \log l_{85}$$

- Coale-Demeny

$$L_{80+} = (3,725 + 0,0000625 l_{80}) l_{80}$$

- América Latina

$$L_{75+} = (5,731 + 0,0000654 l_{75}) l_{75}$$

$$L_{80+} = (4,769 + 0,0000536 l_{80}) l_{80}$$

$$L_{85+} = (3,862 + 0,0000466 l_{85}) l_{85}$$



## *Fatores de separação ${}_nk_x$ ou ${}_na_x$*

Considerações para o cálculo dos fatores de separação:

- No caso de se dispor de Registro Civil e Estatísticas Vitais de boa qualidade, os fatores de separação podem ser estimados a partir desses dados de óbitos registrados.
- Calcula-se o tempo de vida para cada falecido no grupo etário de idade ao morrer:

TEMPO TOTAL DE VIDA = DATA DO ÓBITO – DATA DE NASCIMENTO

TEMPO DE VIDA NO INTERVALO ETÁRIO = TEMPO TOTAL DE VIDA – LIMITE INFERIOR DO INTERVALO

${}_nk_x$  = Média dos tempos de vida no intervalo

# Cálculo das funções da Tábua de vida

$x$	$n$	${}_nM_x$	${}_nk_x$	${}_nq_x$	$l_x$	${}_nd_x$	${}_nL_x$	$T_x$	$e_x$
0	1	0,0174948	0,110	0,0260000	100.000	2.600	97.686	7.596.351	75,96
1	4	0,0009758	1,800	0,0038947	97.400	379	388.765	7.498.665	76,99
5	5	0,0004483	2,500	0,0022391	97.021	217	484.560	7.109.900	73,28
10	5	0,0003005	2,500	0,0015014	96.803	145	483.654	6.625.339	68,44
15	5	0,0006227	2,500	0,0031086	96.658	300	482.539	6.141.686	63,54
20	5	0,0007682	2,500	0,0038336	96.358	369	480.865	5.659.146	58,73
25	5	0,0009986	2,500	0,0049804	95.988	478	478.746	5.178.282	53,95
30	5	0,0011008	2,500	0,0054891	95.510	524	476.240	4.699.536	49,20
35	5	0,0014619	2,500	0,0072830	94.986	692	473.200	4.223.296	44,46
40	5	0,0019512	2,500	0,0097085	94.294	915	469.182	3.750.096	39,77
45	5	0,0026088	2,500	0,0129595	93.379	1.210	463.868	3.280.914	35,14
50	5	0,0044492	2,500	0,0220014	92.169	2.028	455.773	2.817.046	30,56
55	5	0,0079109	2,500	0,0387875	90.141	3.496	441.963	2.361.273	26,20
60	5	0,0127881	2,500	0,0619595	86.644	5.368	419.801	1.919.311	22,15
65	5	0,0136426	2,500	0,0659631	81.276	5.361	392.976	1.499.510	18,45
70	5	0,0197500	2,500	0,0941036	75.915	7.144	361.714	1.106.534	14,58
75	5	0,0334324	2,500	0,1542681	68.771	10.609	317.331	744.820	10,83
80	+	0,0815822	7,350	1,0000000	58.162	58.162	427.488	427.488	7,35

