UnB - IE
Departamento de
Estatística

Unidade IV

Noções de Probabilidade

Estatística Aplicada

Ana Maria Nogales Vasconcelos

Maria Teresa Leão Costa

PROBABILIDADE
– CONCEITOS BÁSICOS

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

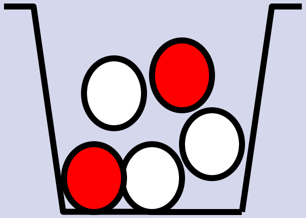
UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

(1º)



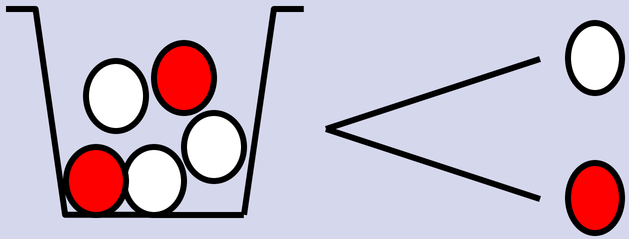
UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

(1º)

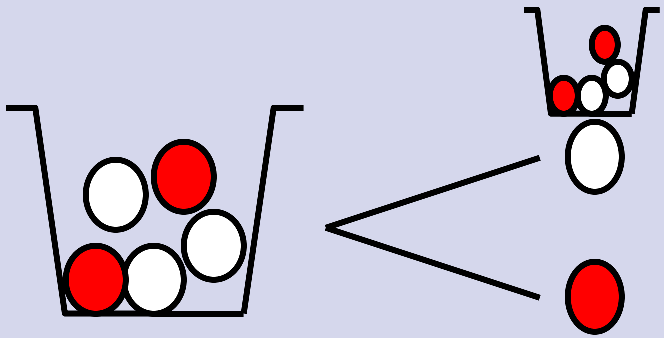


Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

($1^{\underline{0}}$)

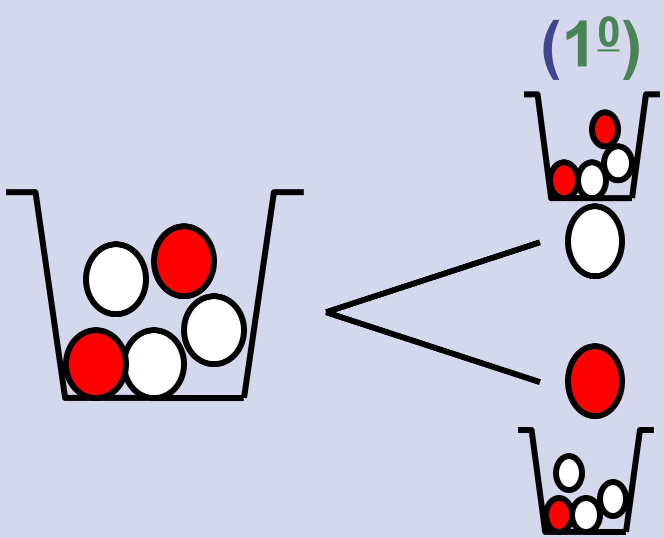


UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

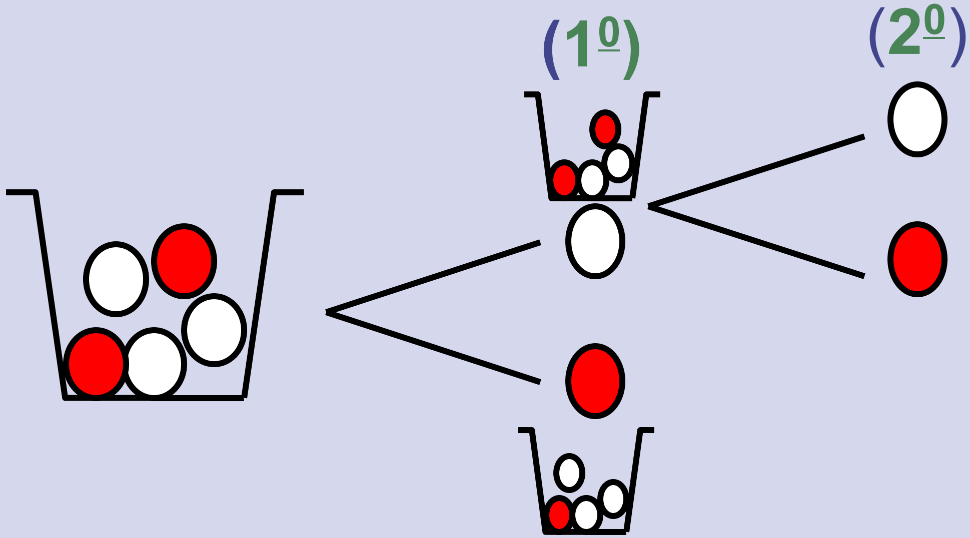


UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

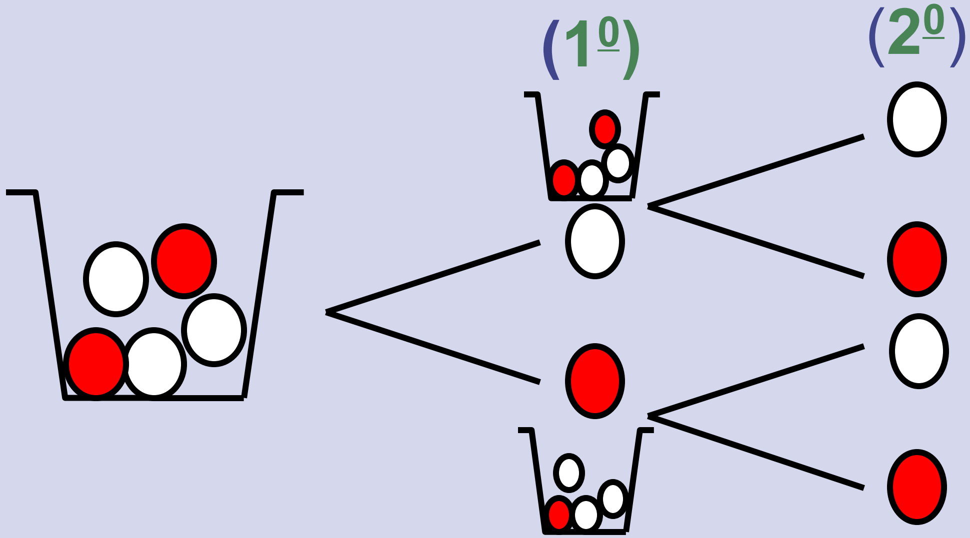
1) Especifique o espaço amostral.



Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

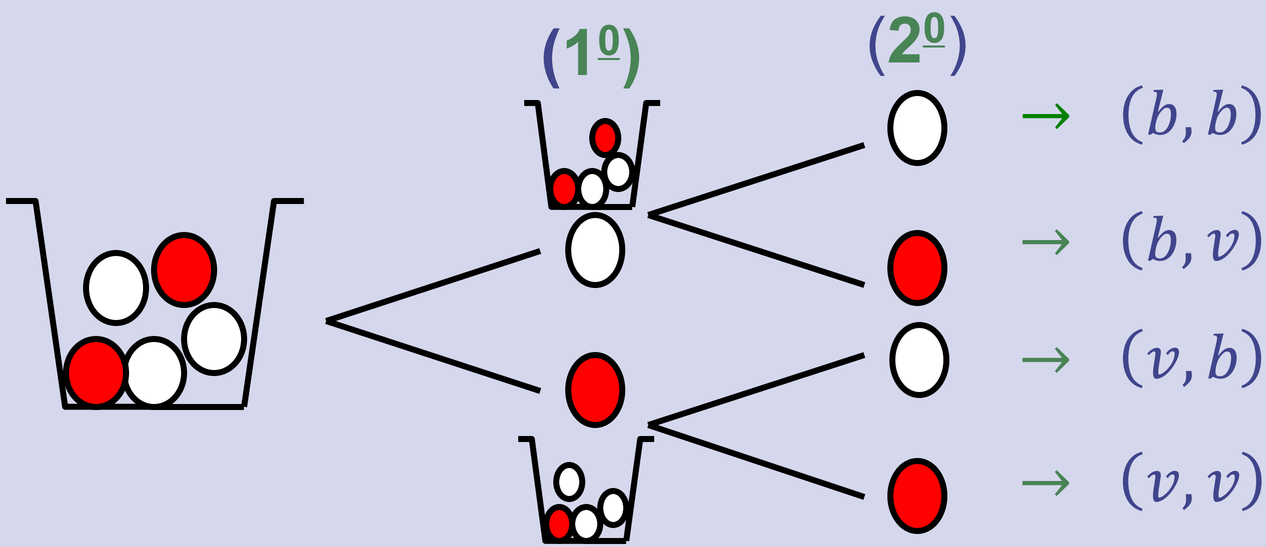
1) Especifique o espaço amostral.



Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

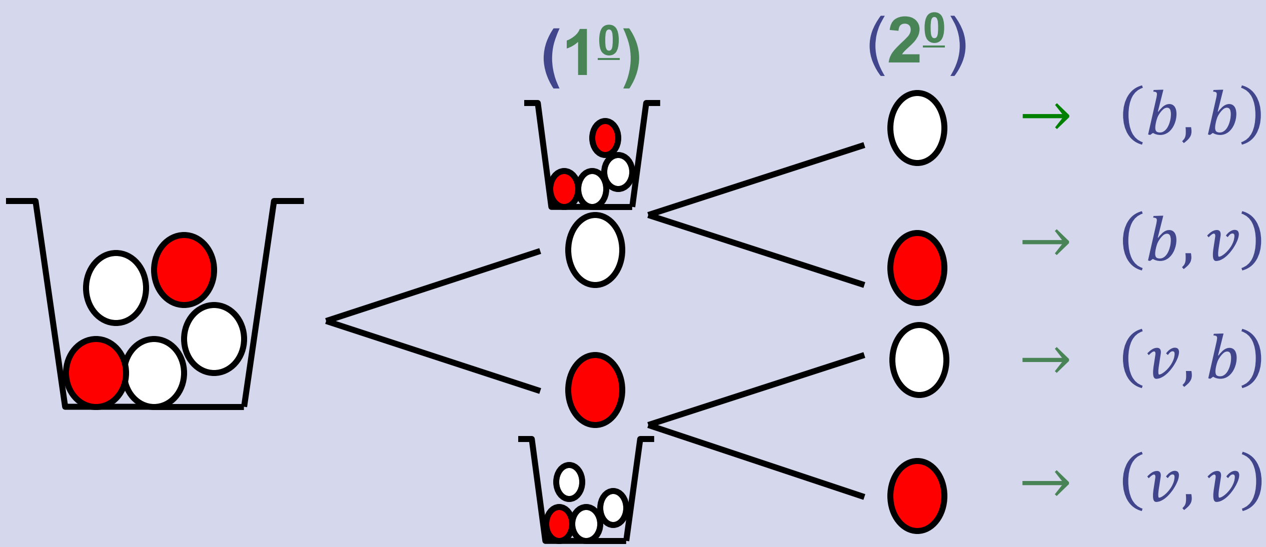


UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

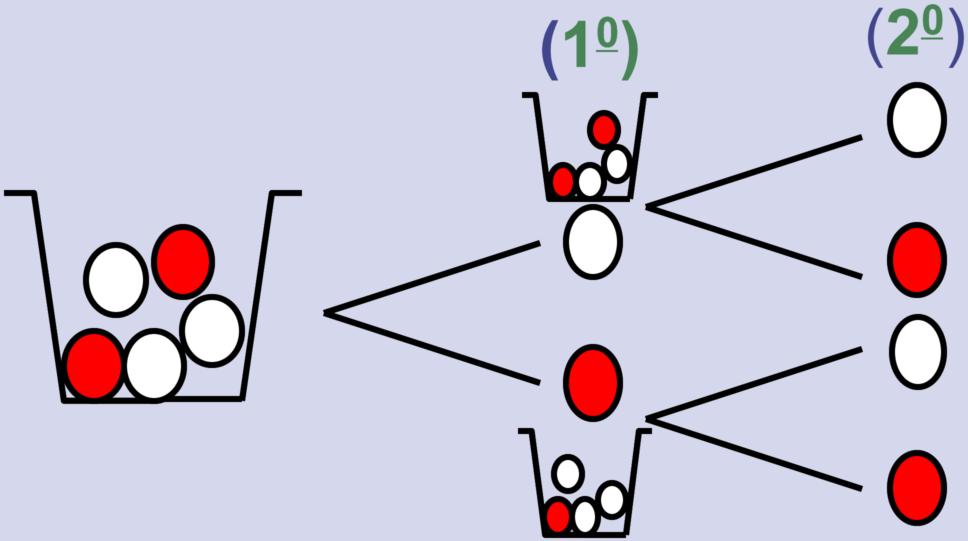


$$\boldsymbol{\Omega = [(b, b), (b, v), (v, b), (v, v)]}$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem brancas?



$\rightarrow \ (b, b)$

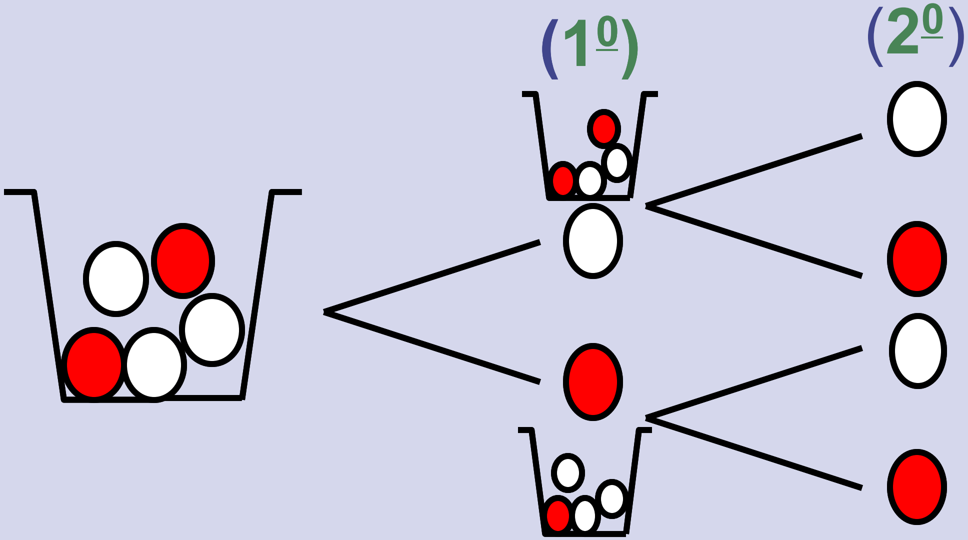
$\rightarrow \ (b, v)$

$\rightarrow \ (v, b)$

$\rightarrow \ (v, v)$

Exemplo 1:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem brancas?



$\rightarrow \quad (b, b)$

$\rightarrow \quad (b, v)$

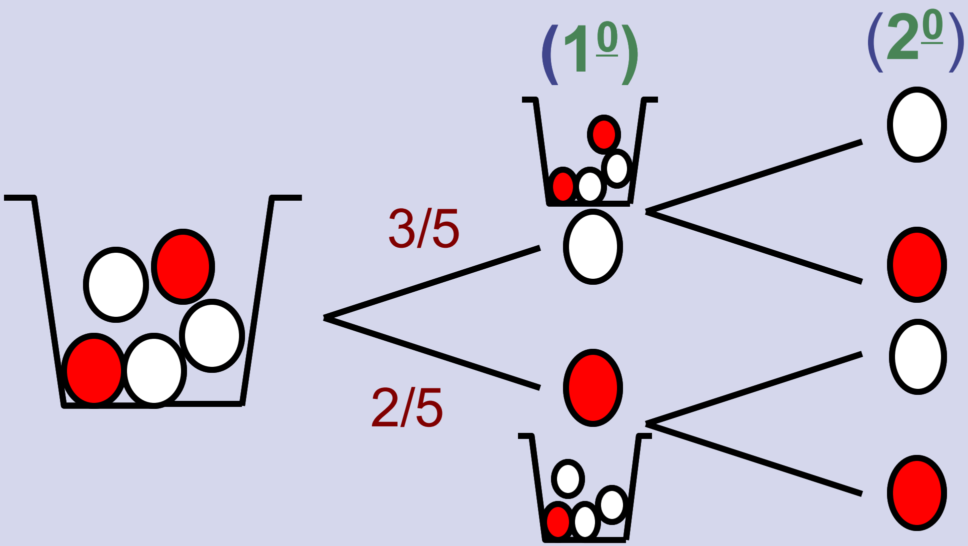
$\rightarrow \quad (v, b)$

$\rightarrow \quad (v, v)$

$P\{(b, b)\} = ??$

Exemplo 1:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



$\rightarrow \ (b, b)$

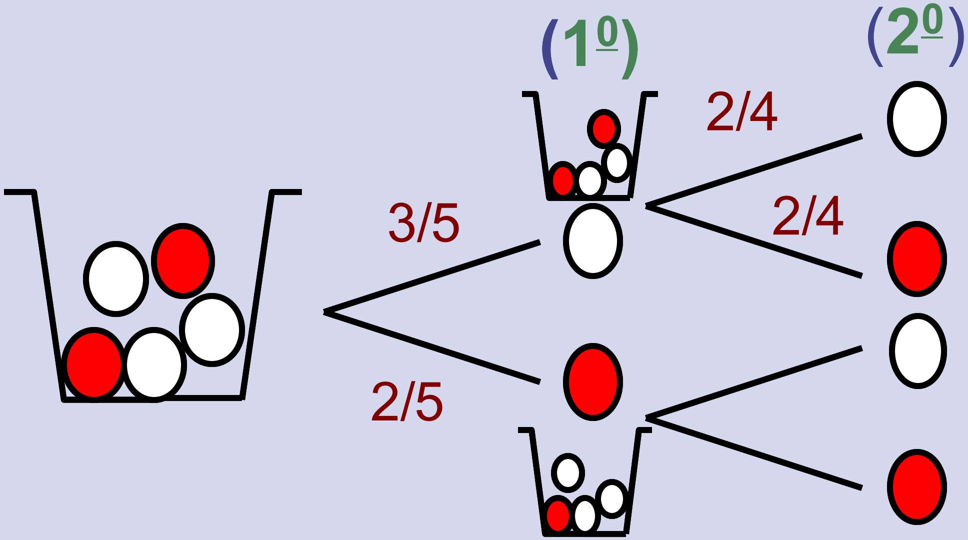
$\rightarrow \ (b, v)$

$\rightarrow \ (v, b)$

$\rightarrow \ (v, v)$

Exemplo 1:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



$\rightarrow \ (b, b)$

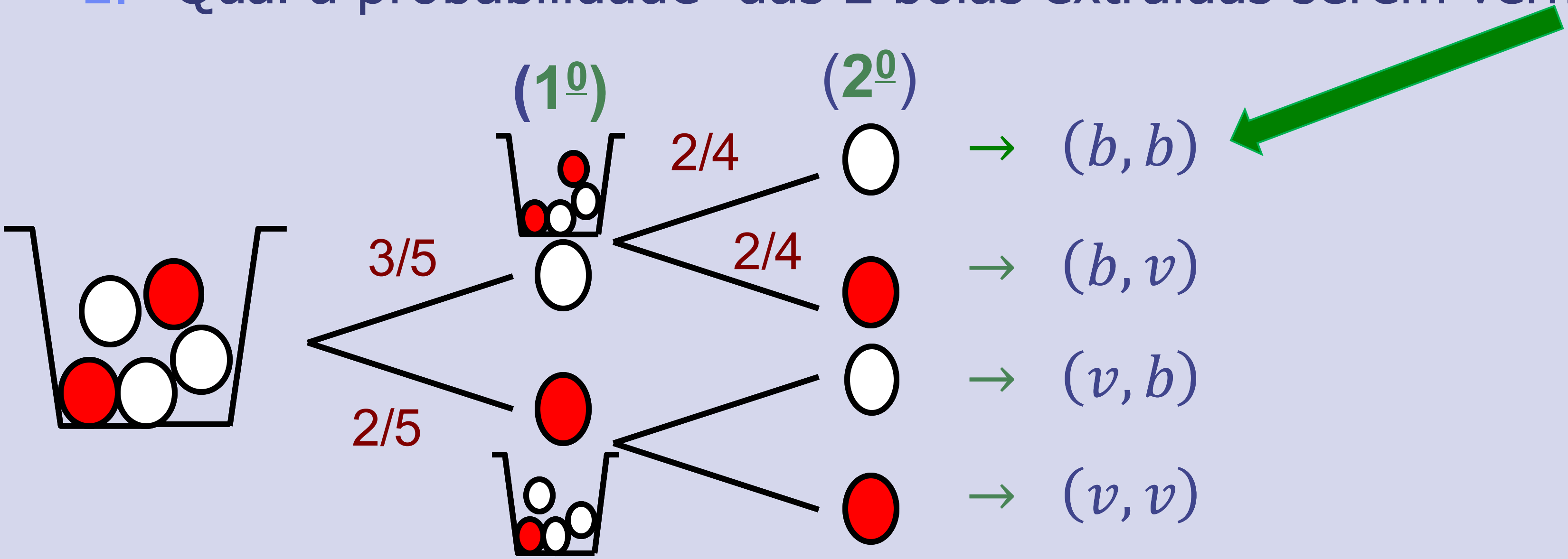
$\rightarrow \ (b, v)$

$\rightarrow \ (v, b)$

$\rightarrow \ (v, v)$

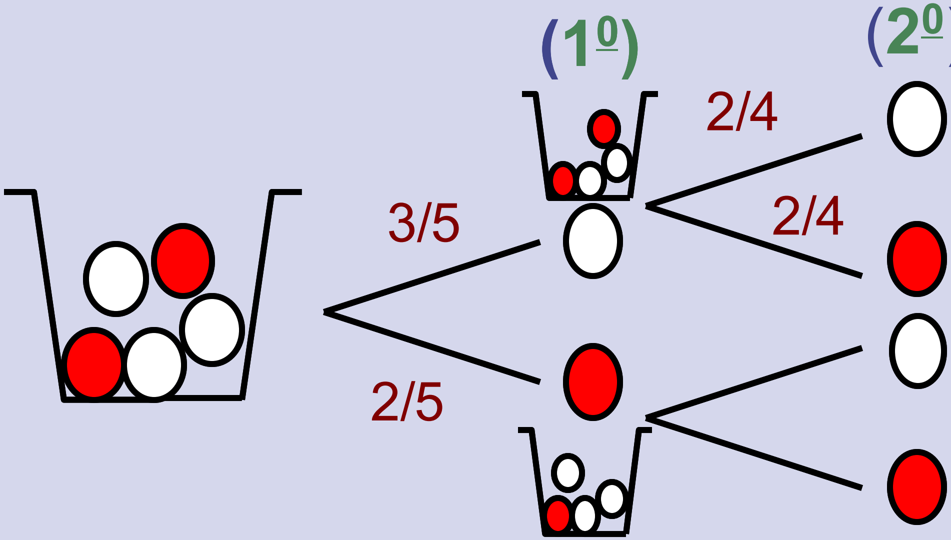
Exemplo 1:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



Exemplo 1:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



$\rightarrow (b,b)$

$\rightarrow (b,v)$

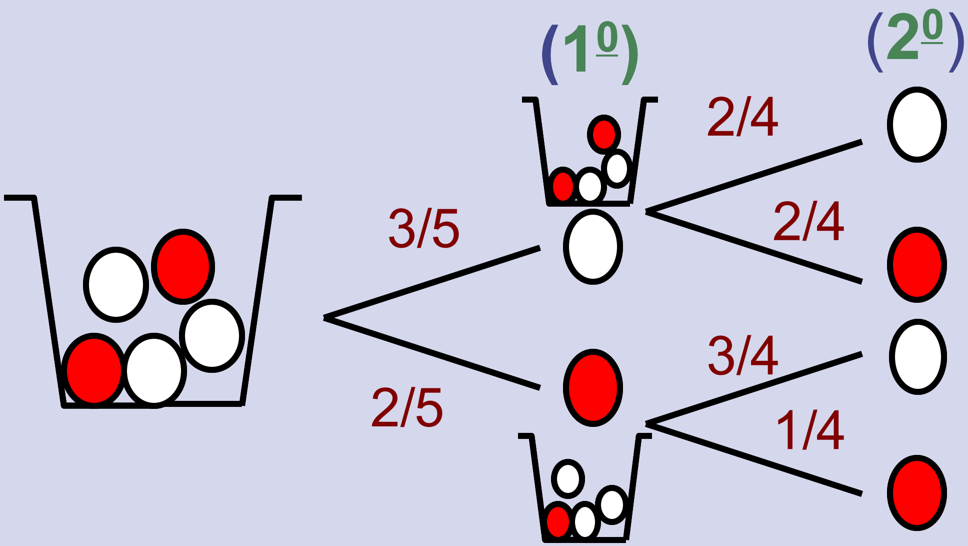
$\rightarrow (v,b)$

$\rightarrow (v,v)$

$$P\{(b,b)\} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$$

Exemplo 1:

3. Determine as probabilidades dos demais eventos elementares.



$\rightarrow (b, b)$

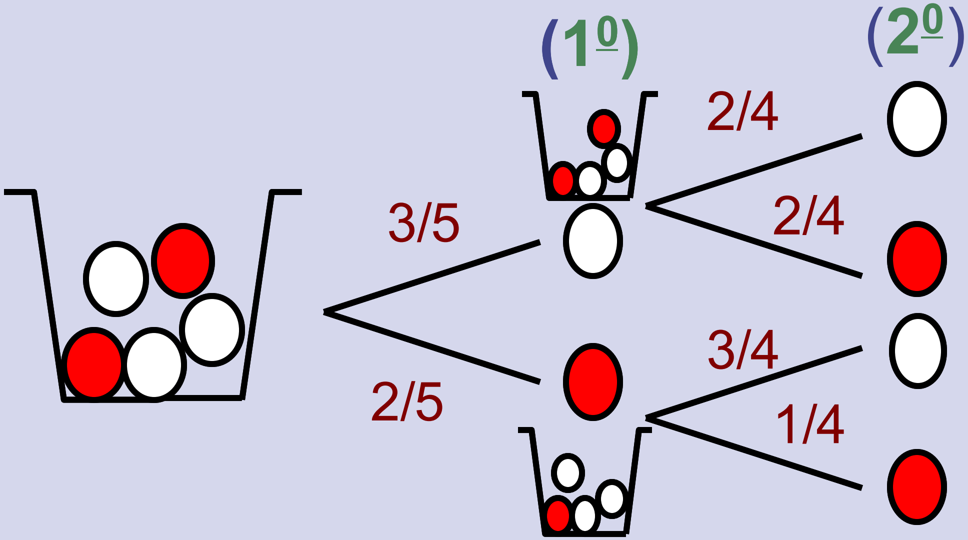
$\rightarrow (b, v)$

$\rightarrow (v, b)$

$\rightarrow (v, v)$

Exemplo 1:

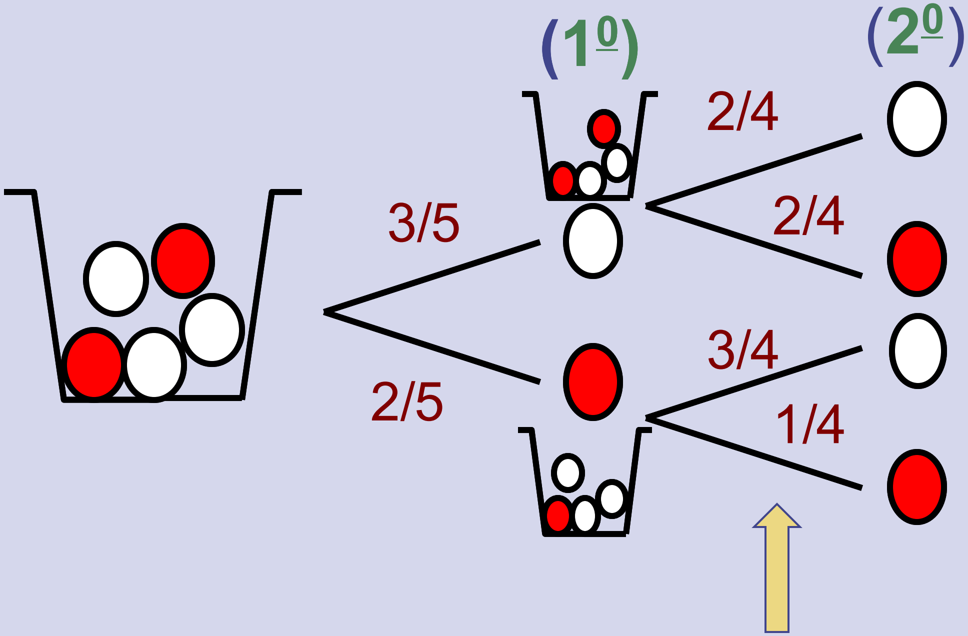
3. Determine as probabilidades dos demais eventos elementares.



Ω	$\boldsymbol{Probabilidade}$
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$

Exemplo 1:

3. Determine as probabilidades dos demais eventos elementares.



Ω	*Probabilidade*
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$

Observe que a probabilidade da segunda bola selecionada ser branca ou vermelha **depende** da cor da primeira bola selecionada!!!

Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

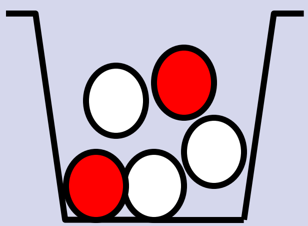
UnB - IE
Departamento de Estatística

Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

(1º)

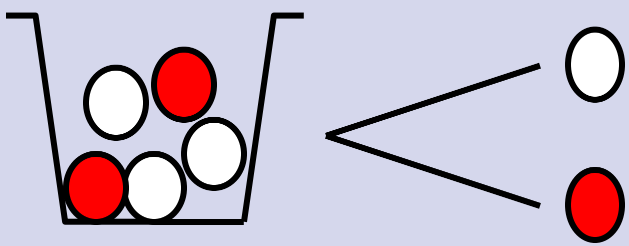


Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

(1º)

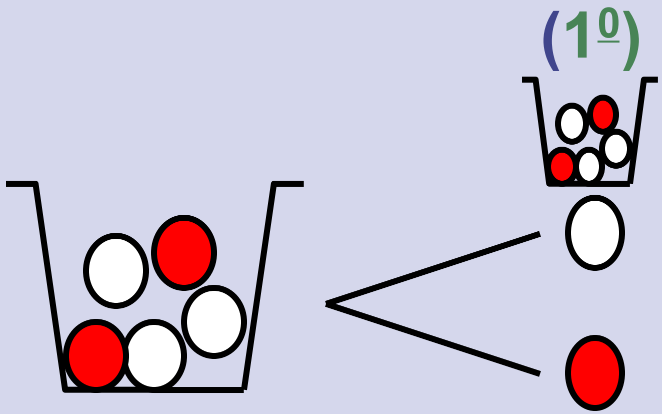


UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

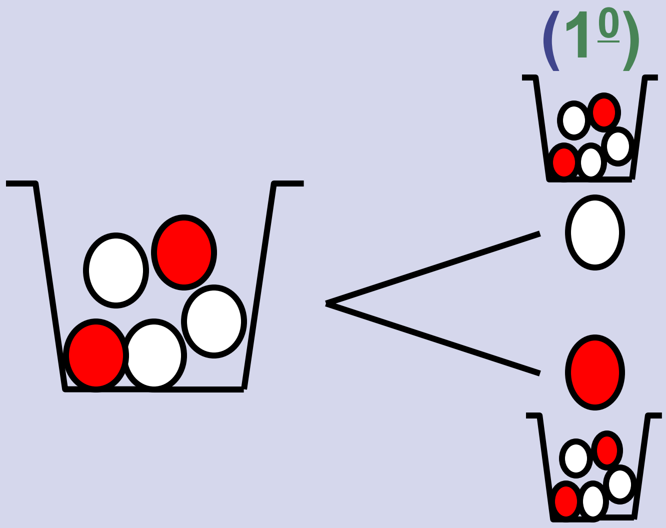
1) Especifique o espaço amostral.



Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.

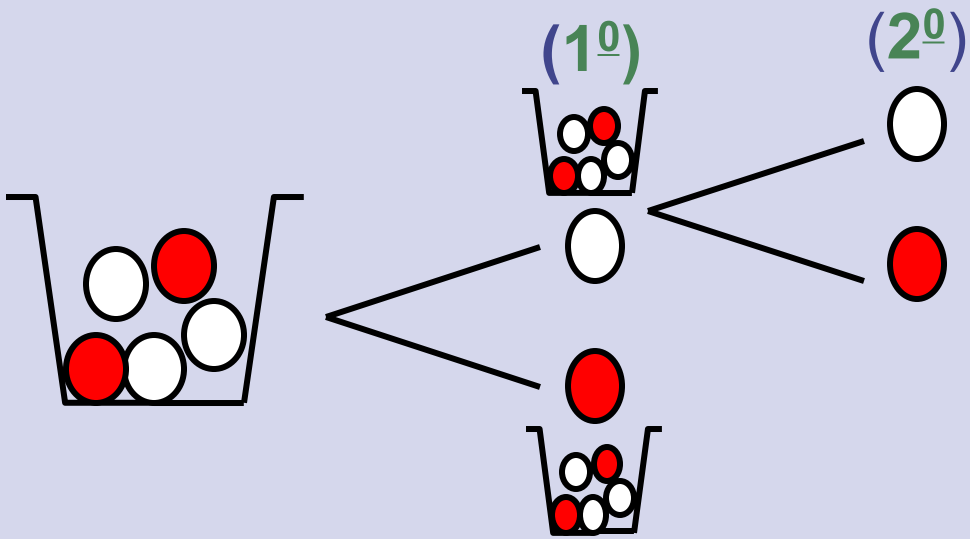


UnB - IE
Departamento de Estatística

Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

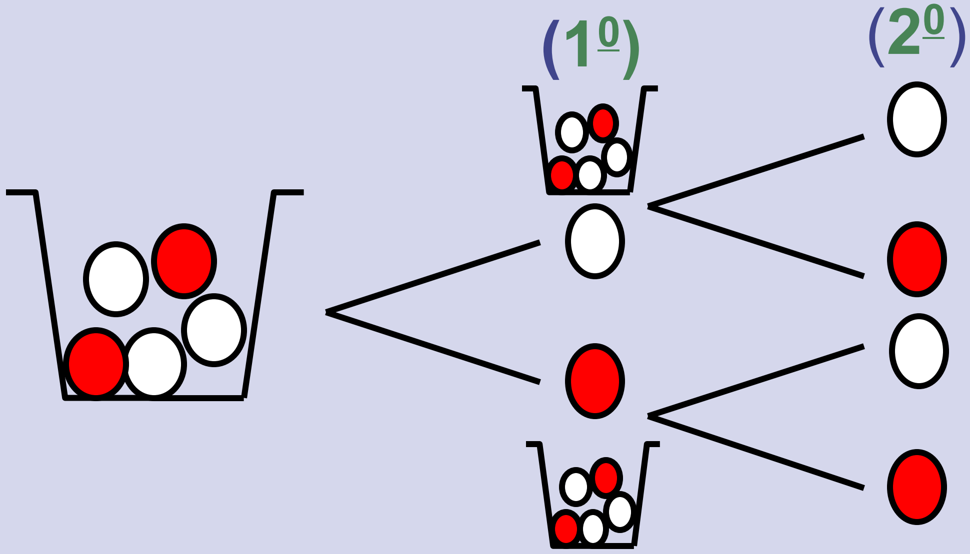
1) Especifique o espaço amostral.



Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

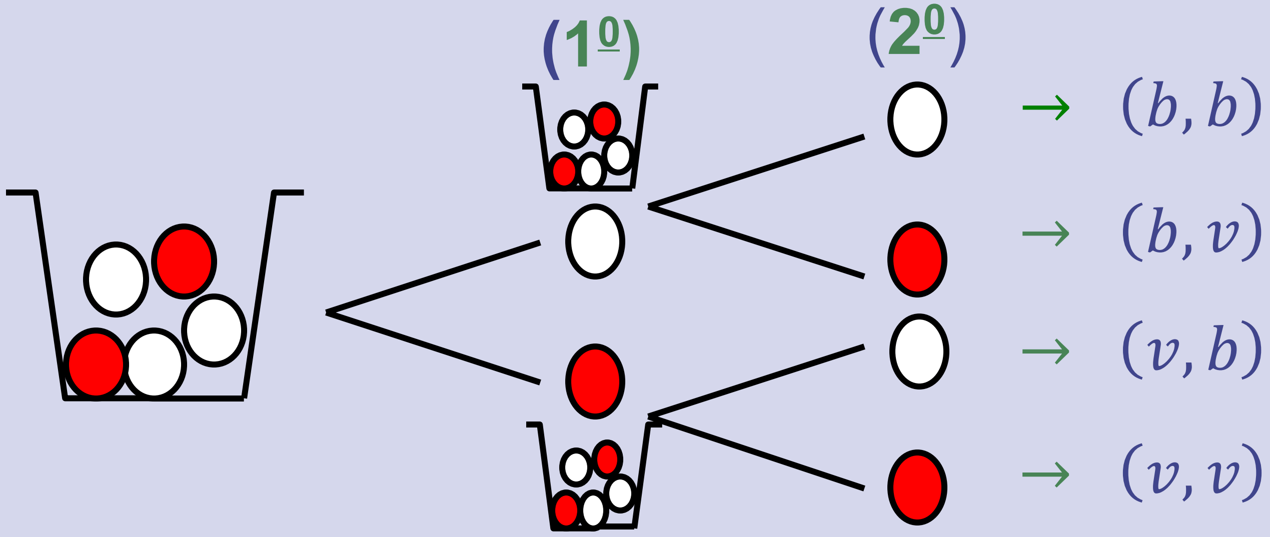
1) Especifique o espaço amostral.



Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

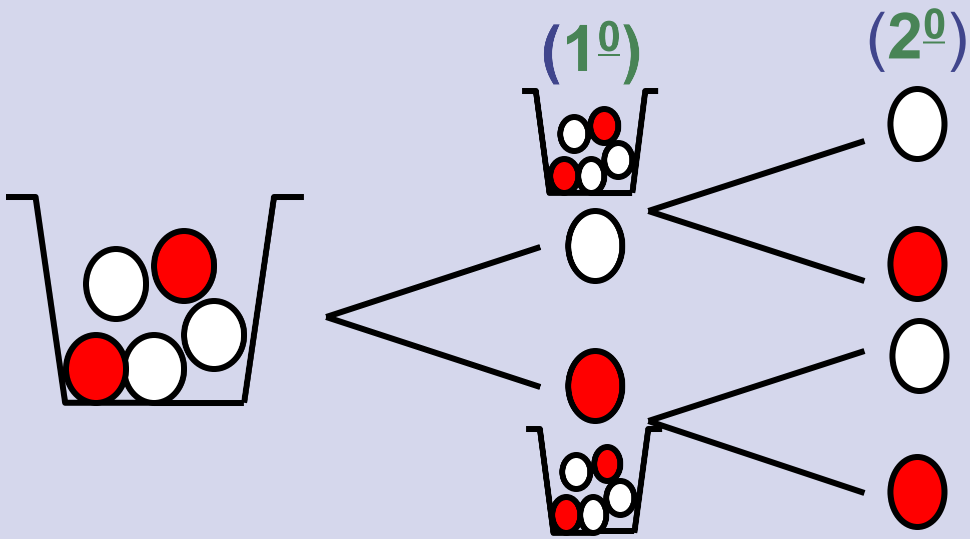
1) Especifique o espaço amostral.



Exemplo 2:

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , COM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

1) Especifique o espaço amostral.



$\rightarrow (b, b)$

$\rightarrow (b, v)$

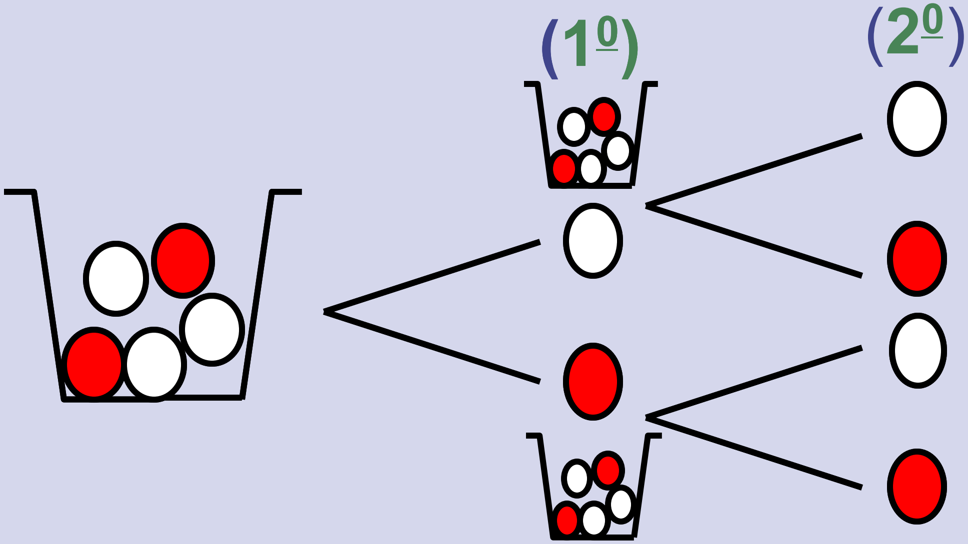
$\rightarrow (v, b)$

$\rightarrow (v, v)$

$$\boldsymbol{\Omega = [(b,b),(b,v),(v,b),(v,v)]}$$

Exemplo 2:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem brancas?



$\rightarrow (b, b)$

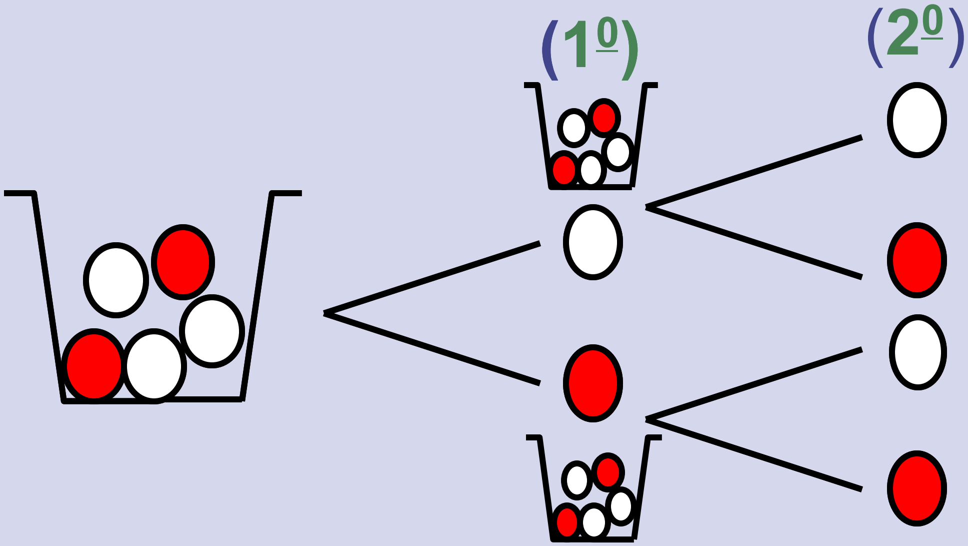
$\rightarrow (b, v)$

$\rightarrow (v, b)$

$\rightarrow (v, v)$

Exemplo 2:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem brancas?



$\rightarrow \quad (b, b)$

$\rightarrow \quad (b, v)$

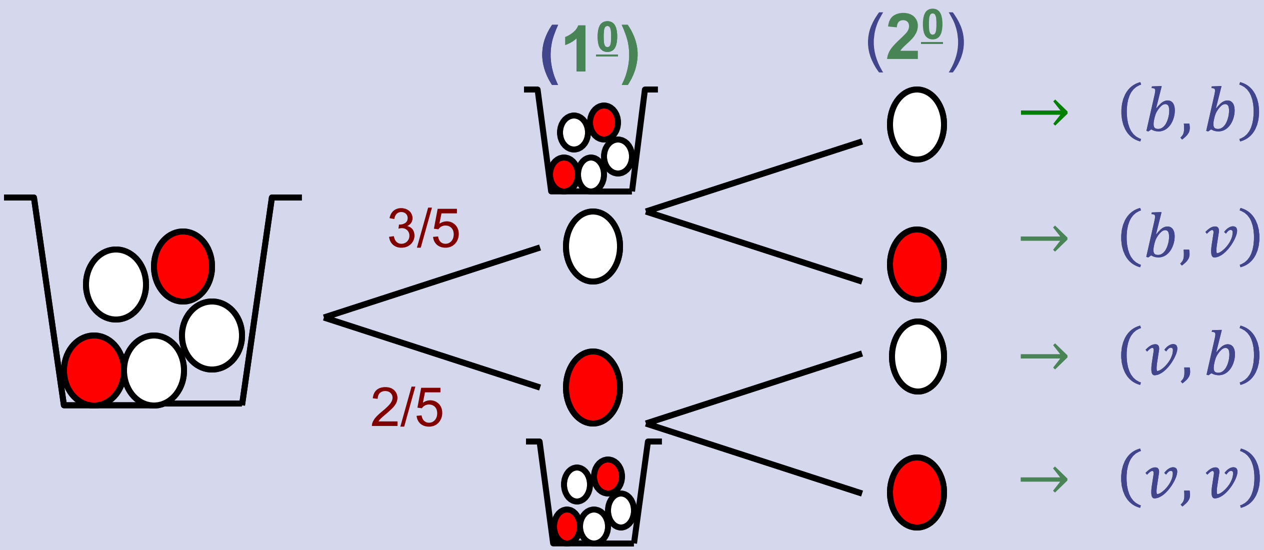
$\rightarrow \quad (v, b)$

$\rightarrow \quad (v, v)$

$$P\{(b, b)\} = \;??$$

Exemplo 2:

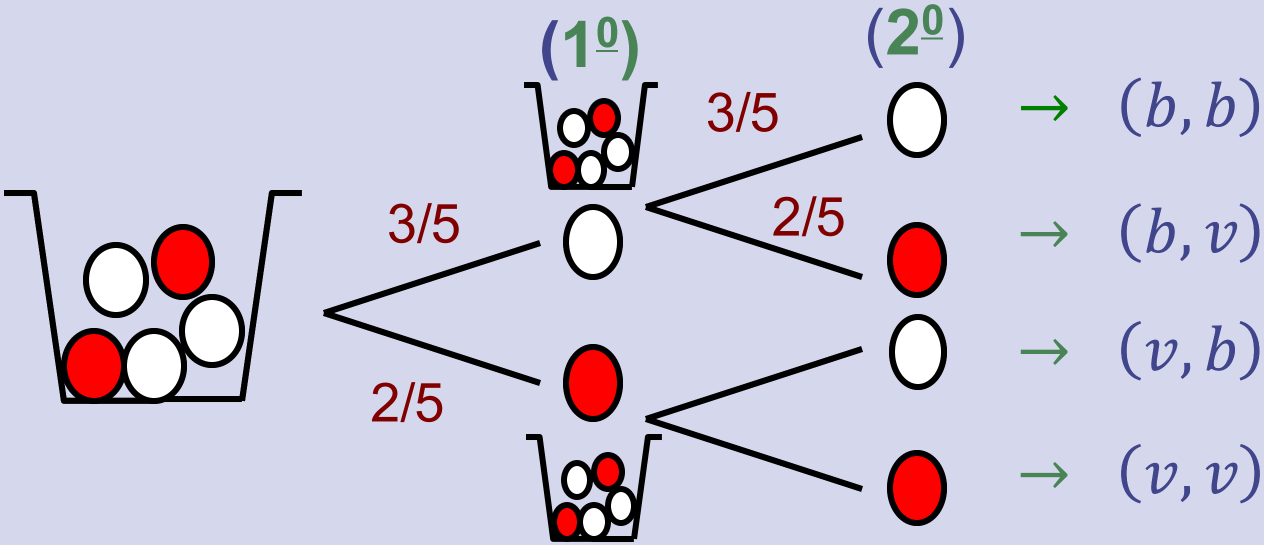
2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



UnB - IE
Departamento de
Estatística

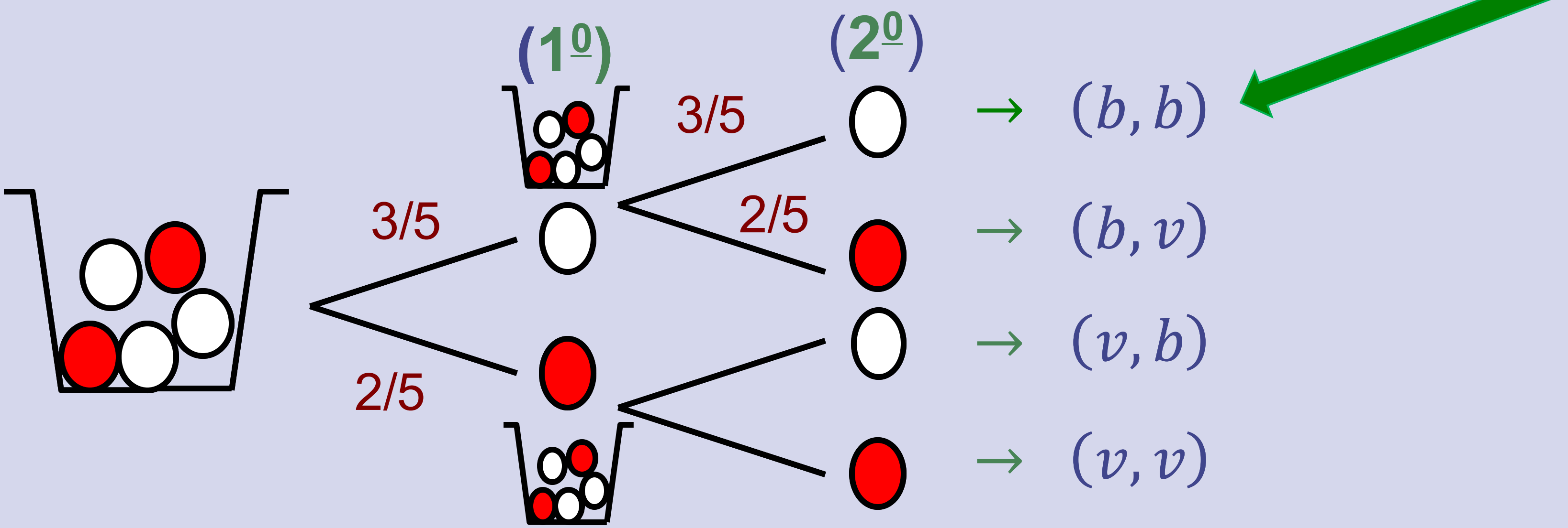
Exemplo 2:

2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



Exemplo 2:

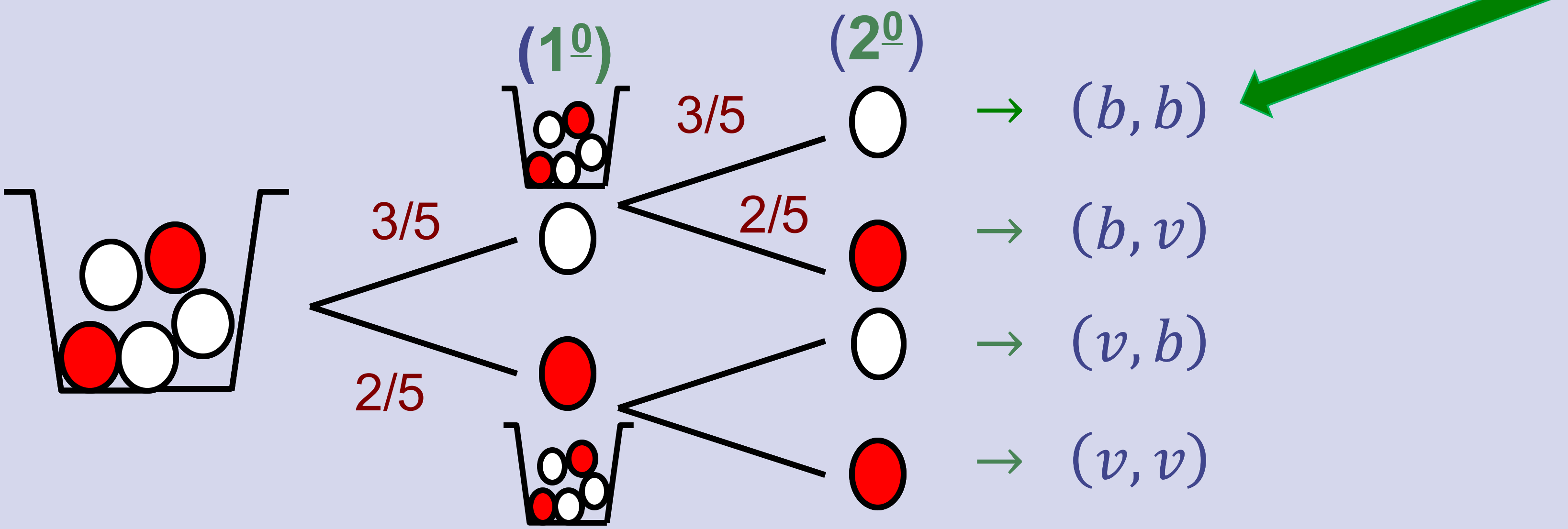
2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 2:

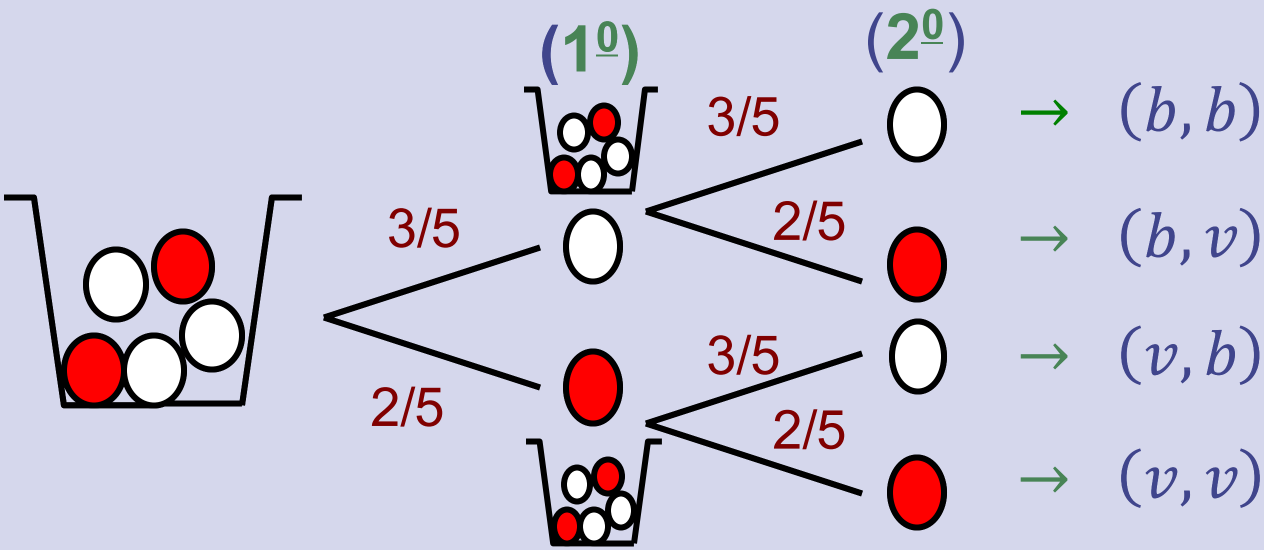
2. Qual a probabilidade das 2 bolas extraídas serem vermelhas?



$$P\{(b,b)\} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

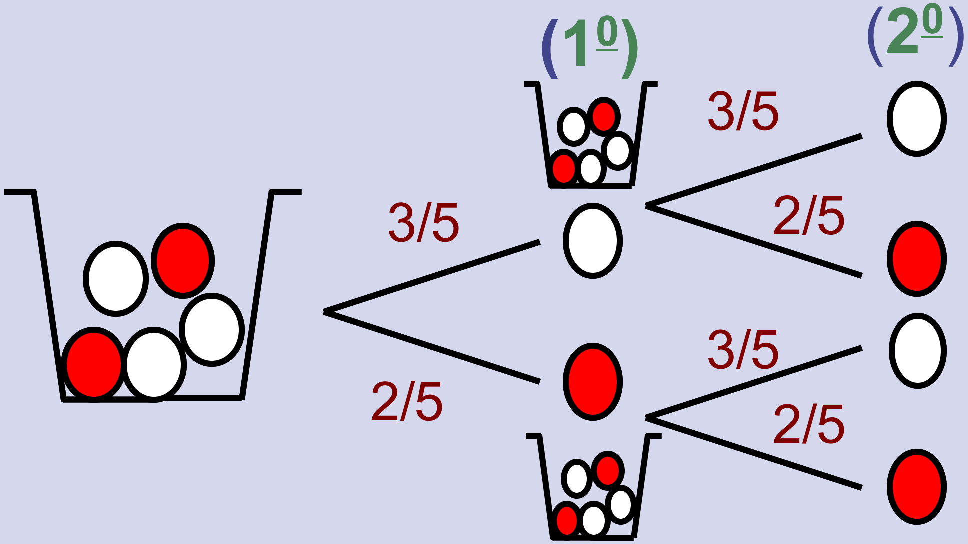
Exemplo 2:

3. Determine as probabilidades dos demais eventos elementares.



Exemplo 2:

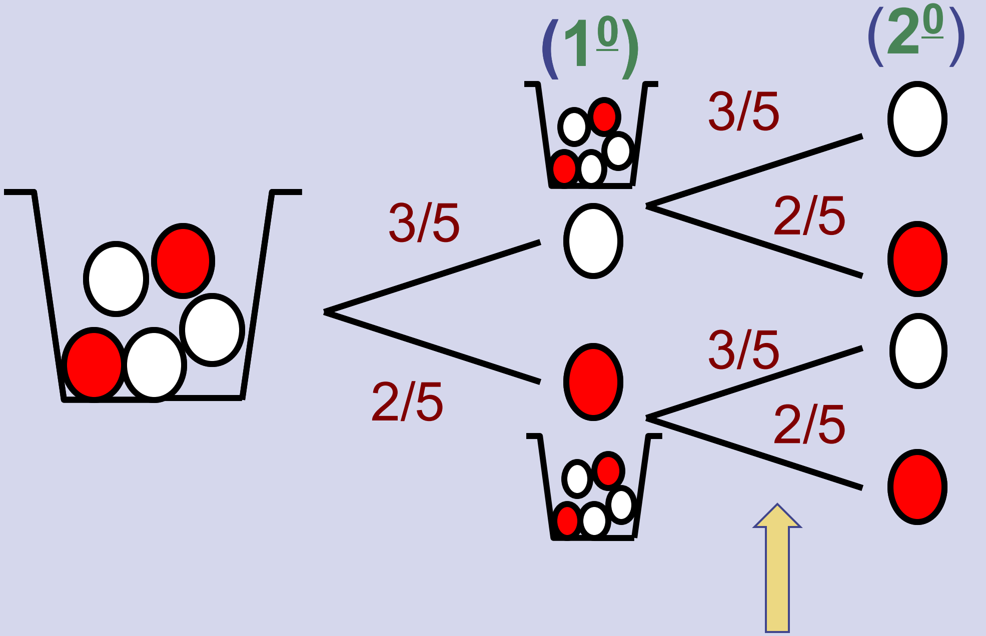
3. Determine as probabilidades dos demais eventos elementares.



Ω	*Probabilidade*
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$

Exemplo 2:

3. Determine as probabilidades dos demais eventos elementares.



Ω	$Probabilidade$
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

Observe que a probabilidade da segunda bola selecionada ser branca ou vermelha **NÃO depende** da cor da primeira bola selecionada!!!

Dizemos que os eventos são **INDEPENDENTES!!!**

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Eventos Independentes:

- Dois eventos são **independentes** quando a ocorrência de um deles não altera a probabilidade da ocorrência do outro.

Definição:

Seja ε: Ω e os eventos.

Os eventos A e B são INDEPENDENTES se, e somente se:

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

Exemplo:

A probabilidade de uma criança do sexo masculino nascida prematuramente completar 1 ano é de ${}^{3}/_{5}$ e de uma menina é de ${}^{2}/_{3}$.

Qual a probabilidade de ambos completarem 1 ano?

Sejam os eventos:

$$A = \{criança\ do\ sexo\ masculino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$$

$$B = \{criança\ do\ sexo\ feminino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo:

A probabilidade de uma criança do sexo masculino nascida prematuramente completar 1 ano é de $^3/_5$ e de uma menina é de $^2/_3$.

Qual a probabilidade de ambos completarem 1 ano?

Sejam os eventos:

$A = \{criança\ do\ sexo\ masculino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$

$B = \{criança\ do\ sexo\ feminino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$

$$P\{Ambos\ nascerem\ prematuramente\} = P(A \cap B) = ???$$

Exemplo:

A probabilidade de uma criança do sexo masculino nascida prematuramente completar 1 ano é de $^{3}/_{5}$ e de uma menina é de $^{2}/_{3}$.

Qual a probabilidade de ambos completarem 1 ano?

Sejam os eventos:

$A = \{criança\ do\ sexo\ masculino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$

$B = \{criança\ do\ sexo\ feminino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$

$$P\{Ambos\ nascerem\ prematuramente\} = P(A \cap B) = ???$$

Como os eventos A e B são independentes então

Exemplo:

A probabilidade de uma criança do sexo masculino nascida prematuramente completar 1 ano é de $^3/_5$ e de uma menina é de $^2/_3$.

Qual a probabilidade de ambos completarem 1 ano?

Sejam os eventos:

$$A = \{criança\ do\ sexo\ masculino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$$

$$B = \{criança\ do\ sexo\ feminino\ nascida\ prematuramente\ completar\ 1\ ano\}$$

$$P\{Ambos\ nascerem\ prematuramente\} = P(A \cap B) = ???$$

Como os eventos A e B são independentes então

$$\boldsymbol{P\{Ambos\ nascerem\ prematuramente\} = P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}}$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

VARIÁVEL ALEATÓRIA - MODELOS PROBABILÍSTICOS

Variável Aleatória

- Independentemente de uma experiência aleatória gerar resultados quantitativos ou qualitativos, muitas vezes estamos interessados em aspectos numéricos ou indicar a presença ou ausência de certa característica de interesse.

- O conceito de variável aleatória nos permite passar dos resultados do experimento propriamente ditos para uma função numérica dos resultados.

- ***Variável aleatória*** - característica numérica dos resultados de um experimento

Variável Aleatória

- ***Variável aleatória*** - característica numérica dos resultados de um experimento aleatório.

- **Exemplos:**

  X - *número de caras em 2 lançamentos de uma moeda;*

  Y - *número de bolas brancas dentre duas selecionadas de uma urna sem reposição;*

  Z - *número de estudantes em uma amostra aleatória de 10 estudantes que utilizam ônibus para se deslocar para a escola.*

  W *= altura dos usuários selecionados aleatoriamente entre os que frequentam uma academia.*

Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

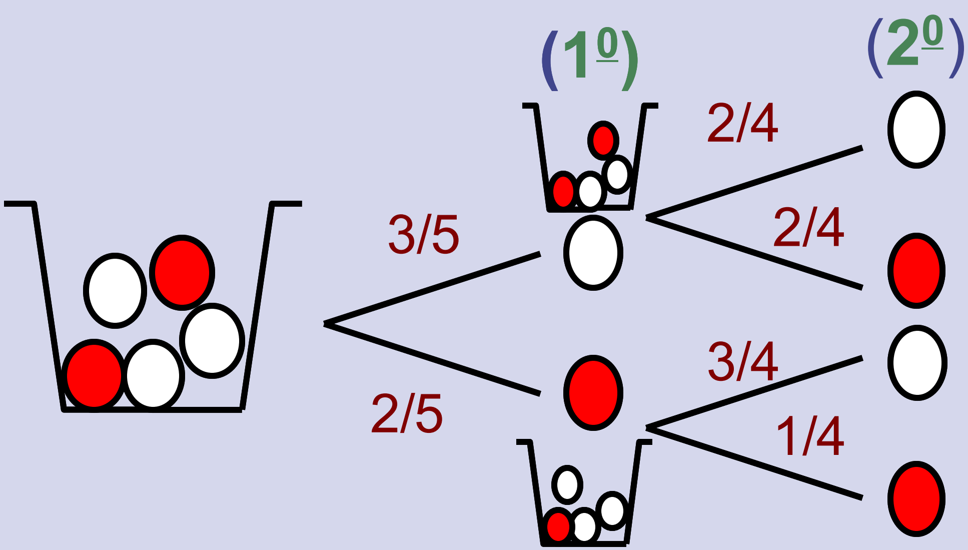
O interesse do estudo pode ser no ***número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas***. Assim...

Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

O interesse do estudo pode ser no ***número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas***. Assim...



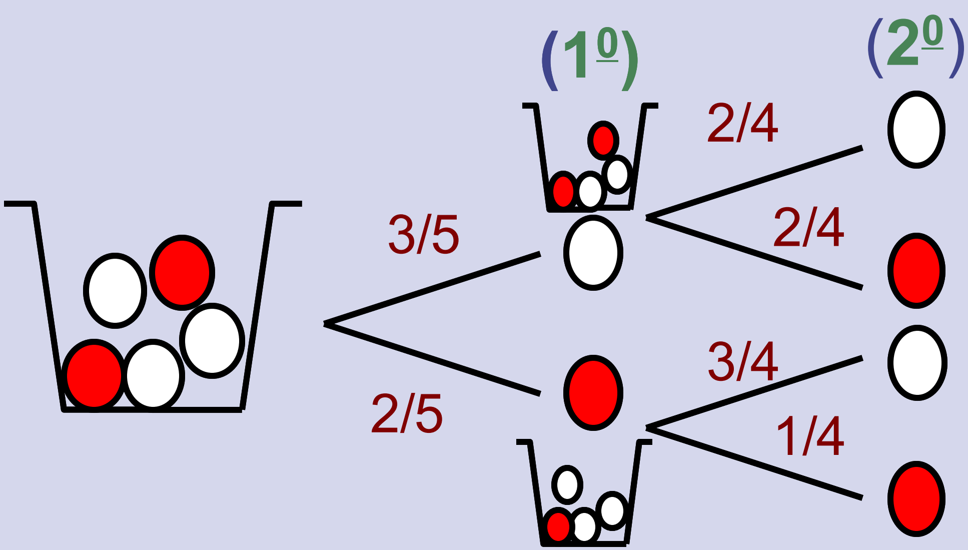
Ω	*Probabilidade*	*X*
$\rightarrow (b, b)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$	
$\rightarrow (b, v)$	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$	
$\rightarrow (v, b)$	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$	
$\rightarrow (v, v)$	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$	

Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

De uma urna contendo 5 bolas sendo 2 vermelhas e 3 brancas foram extraídas duas bolas ao acaso , SEM REPOSIÇÃO, e verifica-se a cor das bolas selecionadas.

O interesse do estudo pode ser no ***número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas***. Assim...



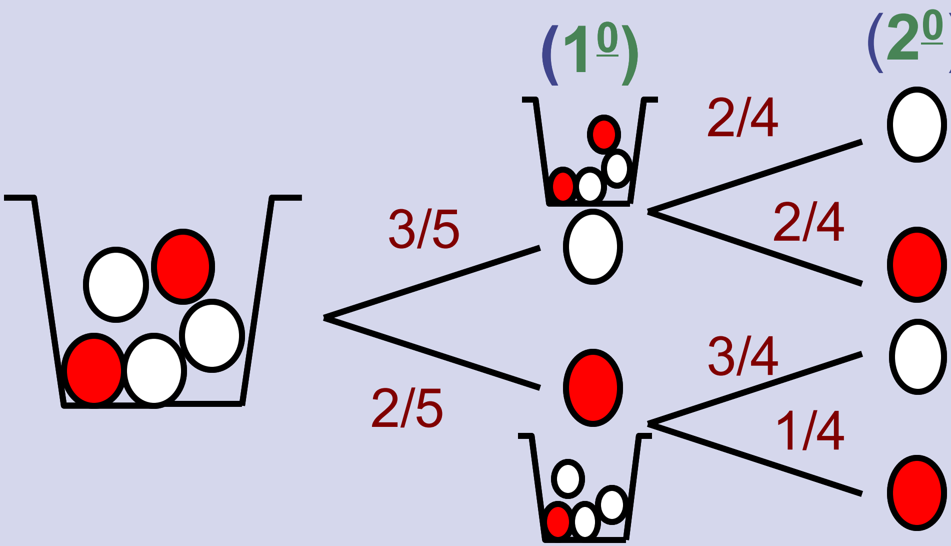
	Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow$	(b,b)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b,v)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,b)	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,v)	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*.**



Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

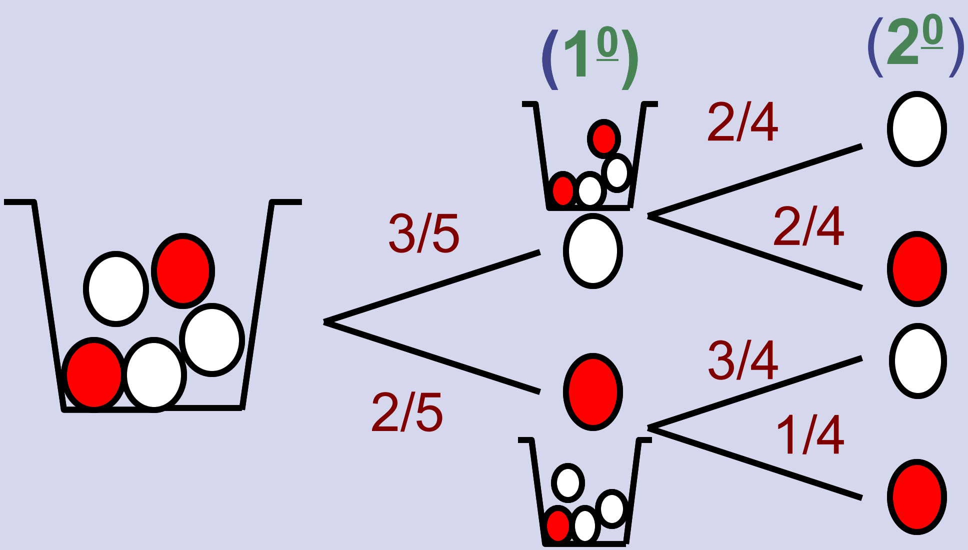
Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*.**

$$P(X = 0) =$$



	Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow$	(b, b)	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b, v)	$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v, b)	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v, v)	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$	0

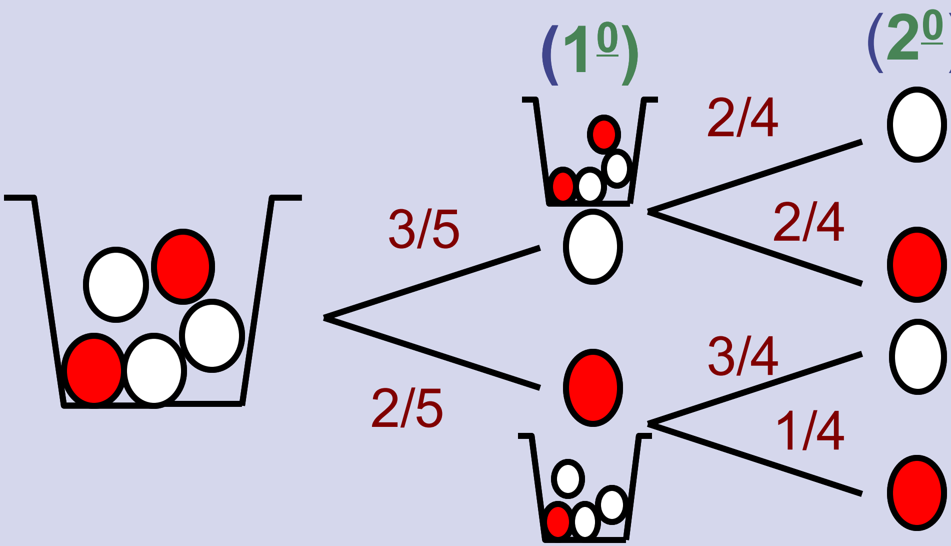
Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}$$



	Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow$	(b,b)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b,v)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,b)	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,v)	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

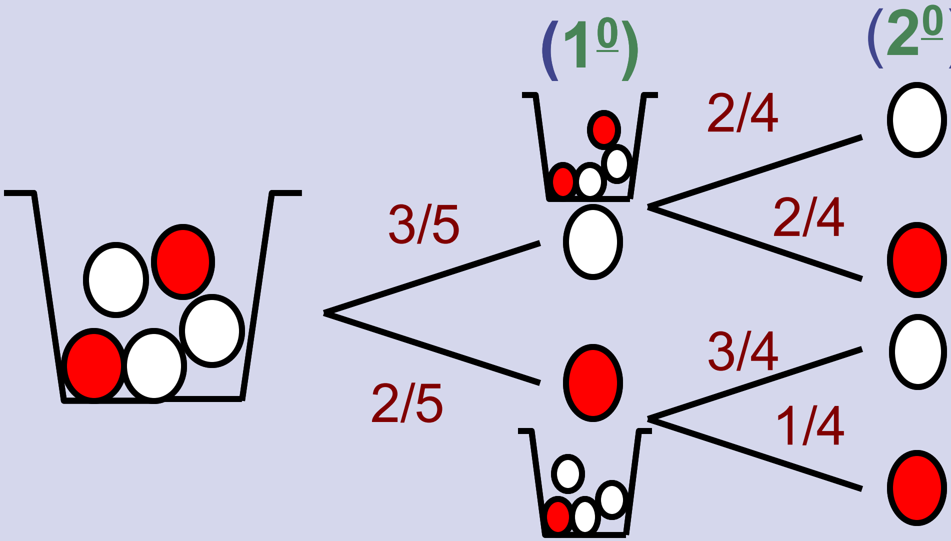
Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*** **.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20}$$



	Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow$	(b,b)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b,v)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,b)	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,v)	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

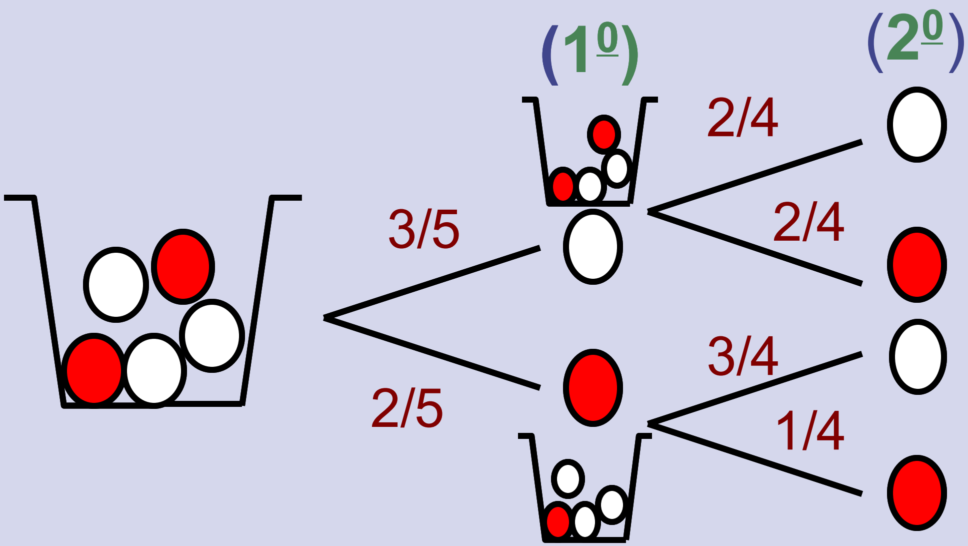
Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \quad \text{e} \quad P(X=2)$$



	Ω	Probabilidade	X
$\rightarrow$	(b,b)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b,v)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,b)	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,v)	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

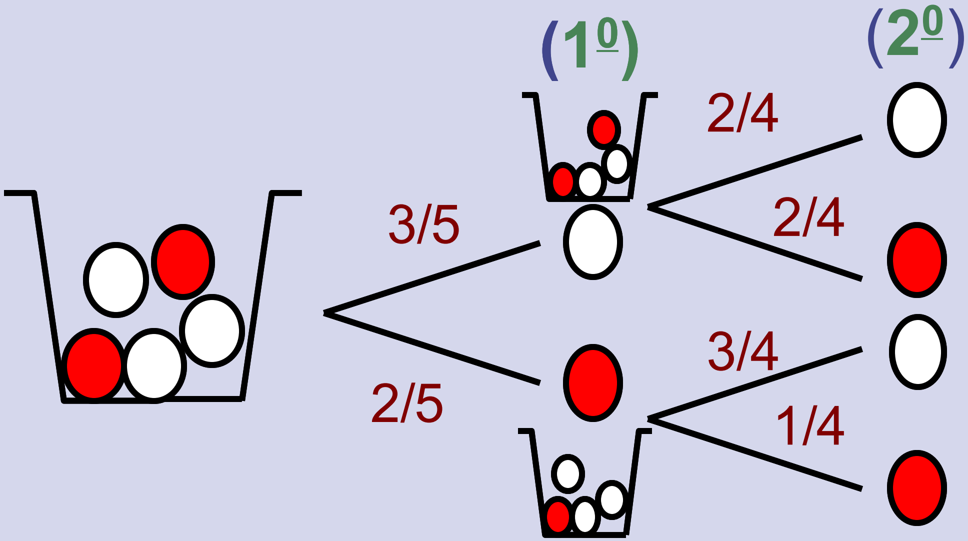
Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*** **.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \quad \text{e} \quad P(X=2)=P\{(v,v)\}=\frac{2}{20}$$



	Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow$	(b,b)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b,v)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,b)	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,v)	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

Exemplos

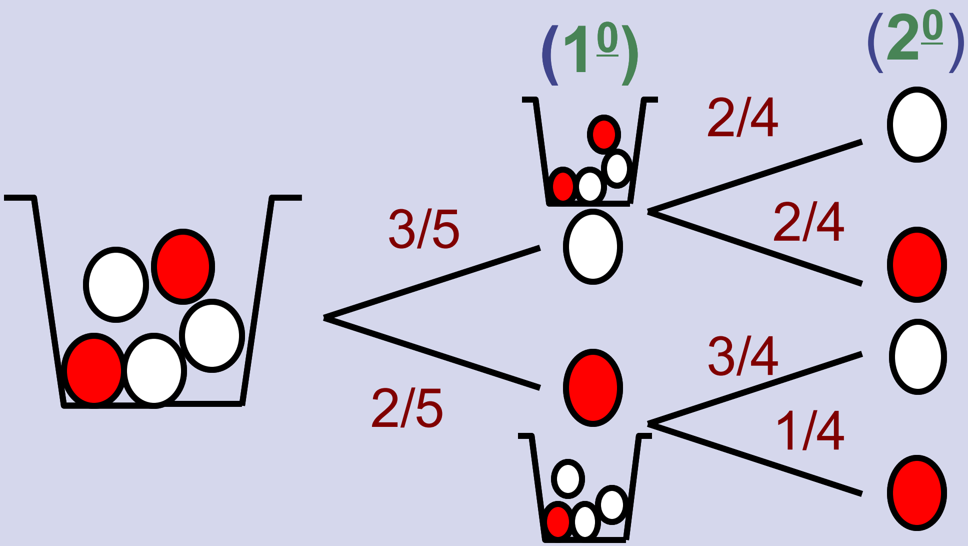
Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*****.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \quad \text{e} \quad P(X=2)=P\{(v,v)\}=\frac{2}{20}$$

$$P(X=1)=$$



Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

Exemplos

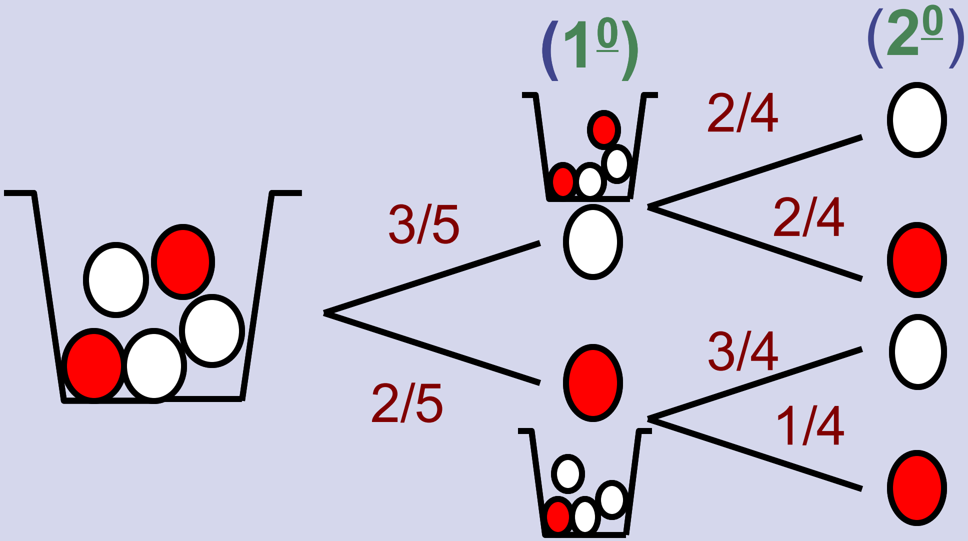
Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \quad \text{e} \quad P(X=2)=P\{(v,v)\}=\frac{2}{20}$$

$$P(X=1)=P\{(b,v),(v,b)\}=$$



Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

Exemplos

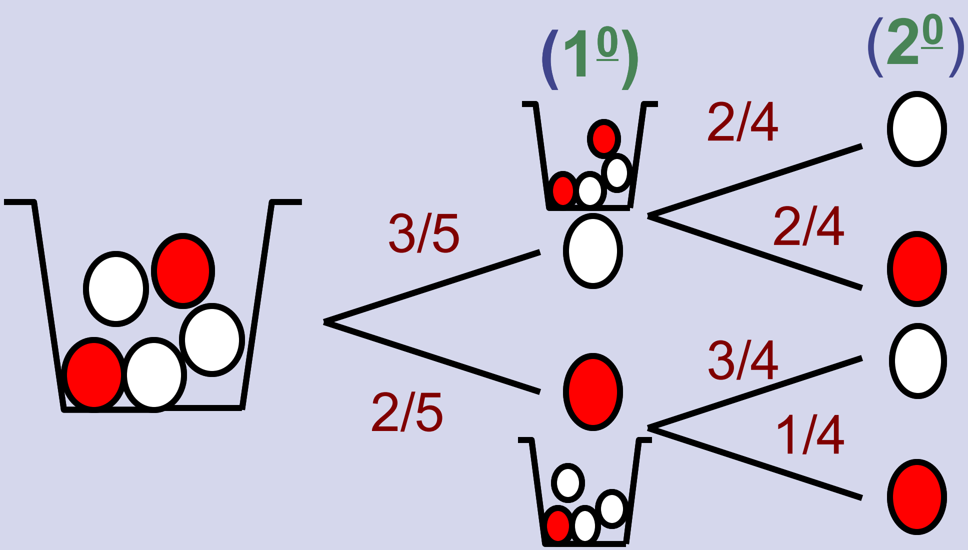
Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*** **.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \qquad \text{e} \qquad P(X=2)=P\{(v,v)\}=\frac{2}{20}$$

$$P(X=1)=P\{(b,v),(v,b)\}=P\{(b,v)\}+P\{(v,b)\}$$



Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow (b,b)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow (b,v)$	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,b)$	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow (v,v)$	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

Exemplos

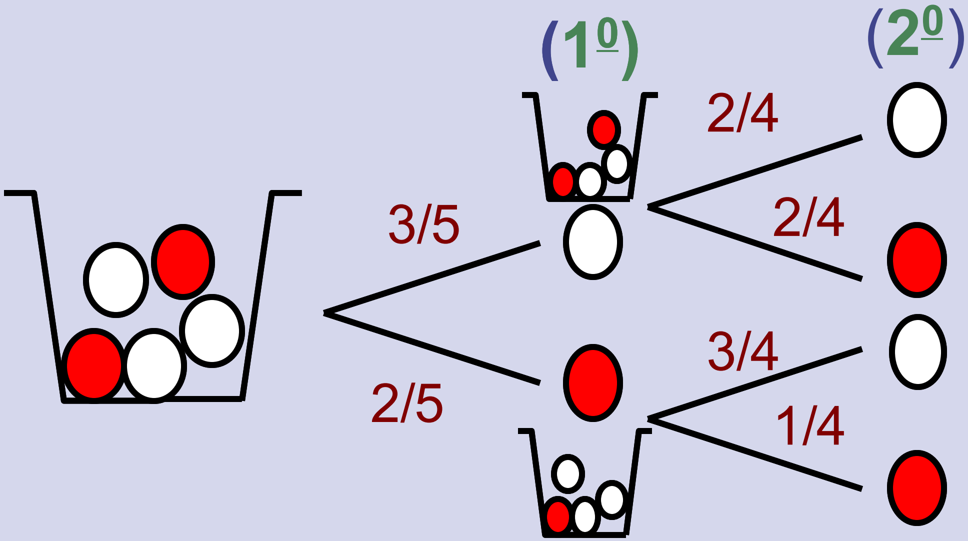
Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*** **.**

$$P(X=0)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \quad \text{e} \quad P(X=2)=P\{(v,v)\}=\frac{2}{20}$$

$$P(X=1)=P\{(b,v),(v,b)\}=P\{(b,v)\}+P\{(v,b)\}=\frac{6}{20}+\frac{6}{20}=\frac{12}{20}$$



	Ω	*Probabilidade*	***X***
$\rightarrow$	(b,b)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	2
$\rightarrow$	(b,v)	$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,b)	$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{20}$	1
$\rightarrow$	(v,v)	$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}$	0

Exemplos

Voltando ao **Exemplo 1...**

Seja variável aleatória ***X: número de bolas brancas dentre as 2 selecionadas.***

Deseja-se determinar a probabilidade de ocorrer cada valor de ***X*.**

$$P(X=2)=P\{(b,b)\}=\frac{6}{20} \quad \text{e} \quad P(X=0)=P\{(v,v)\}=\frac{2}{20}$$

$$P(X=1)=P\{(b,v),(v,b)\}=P\{(b,v)\}+P\{(v,b)\}=\frac{6}{20}+\frac{6}{20}=\frac{12}{20}$$

X	***P(X=x)***
0	2/20
1	12/20
2	6/20

Modelo Probabilístico

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Modelos Probabilísticos

Os modelos probabilísticos são construídos a partir de certas hipóteses ou conjeturas sobre o problema em questão e constituem-se de duas partes:

- possíveis resultados – o espaço amostral
- uma certa ***lei*** que nos diz quão provável é cada resultado (ou grupos de resultados) – as probabilidades.

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplos

Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplos

Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

Assim a experiência aleatória é

ε: *Selecionar 3 pessoas da população estudada e verificar se participam do programa hanitacional.*

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplos

Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

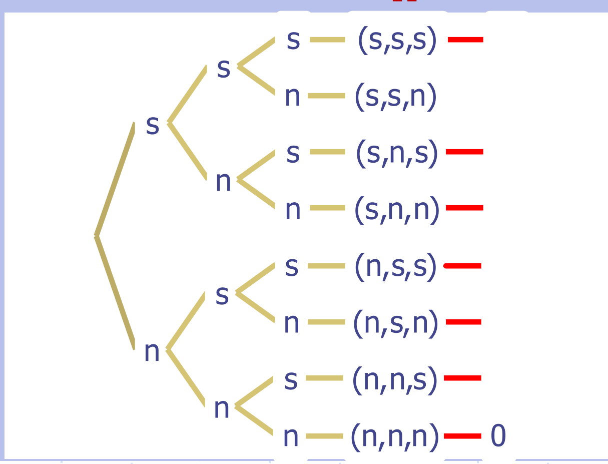
Assim a experiência aleatória é

ε: *Selecionar 3 pessoas da população estudada e verificar se participam do programa hanitacional.*

e seu espaço amostral

$$\Omega = \begin{Bmatrix} (s,s,n),(s,s,n),(s,n,s),(s,n,n), \\ (n,s,s),(n,s,n),(n,n,s),(n,n,n) \end{Bmatrix}$$

Ω



UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplos

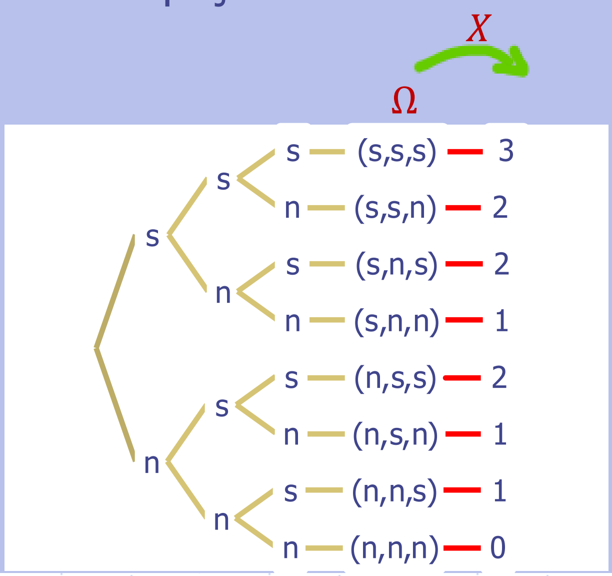
Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

Assim a experiência aleatória é

ε: *Selecionar 3 pessoas da população estudada e verificar se participam do programa hanitacional.*

e seu espaço amostral



$$\Omega = \left\{ \begin{matrix} (s,s,n),(s,s,n),(s,n,s),(s,n,n), \\ (n,s,s),(n,s,n),(n,n,s),(n,n,n) \end{matrix} \right\}$$

X: *número de pessoas dentre as 3 selecionadas que participam do programa habitacional.*

Exemplos

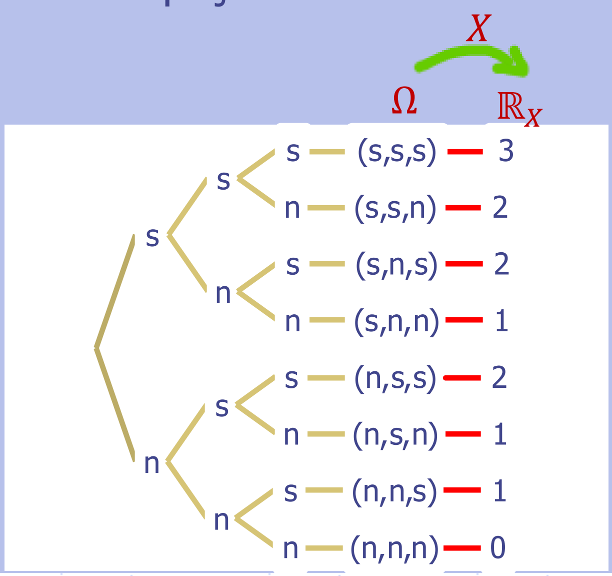
Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

Assim a experiência aleatória é

ε: *Selecionar 3 pessoas da população estudada e verificar se participam do programa hanitacional.*

e seu espaço amostral



$$\Omega = \begin{Bmatrix} (s,s,n),(s,s,n),(s,n,s),(s,n,n), \\ (n,s,s),(n,s,n),(n,n,s),(n,n,n) \end{Bmatrix}$$

X: *número de pessoas dentre as 3 selecionadas que participam do programa habitacional.*

Valores possíveis de ***X:*** $\{0,1,2,3\}$

X é uma variável aleatória.

Tipos de Variáveis:

- **Variáveis Aleatória DISCRETA –** quando o conjunto de valores possíveis é um conjunto finito ou infinito enumerável.

- **Variáveis Aleatória CONTÍNUA –** quando conjunto de valores possíveis é um conjunto infinito não enumerável, isto é, um intervalo.

Distribuição Binomial

Seja uma experiência aleatória ε com apenas 2 resultados possíveis (*ou os resultados podem ser agrupados em duas classes ou categorias*) chamados ***sucesso*** e ***fracasso***. ⇒ *Experiência de Bernoulli*

Considere,

- ***k*** repetições de uma experiência de Bernoulli*;*
- repetições ***independentes***;
- a probabilidade de sucesso em cada repetição da experiência é sempre igual a π.

Seja a variável aleatória X : número de sucessos nas *k* repetições.

Valores possíveis de X: $\{0,1,2,\ldots,k\}$ e π=P(*sucesso*)

UnB - IE
Departamento de Estatística

Exemplos

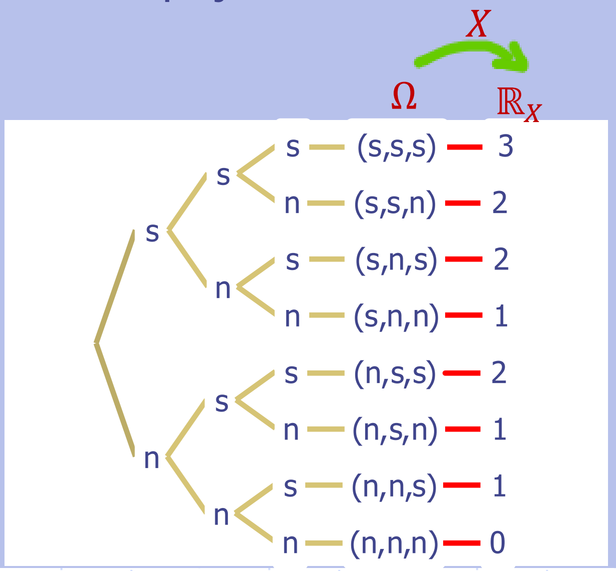
Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

Assim a experiência aleatória é

ε: *Selecionar 3 pessoas da população estudada e verificar se participam do programa hanitacional.*

e seu espaço amostral:



sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2

X: *número de pessoas dentre as 3 selecionadas que participam do programa habitacional.*

Valores possíveis de ***X:*** $\{0,1,2,3\}$

X é uma variável aleatória.

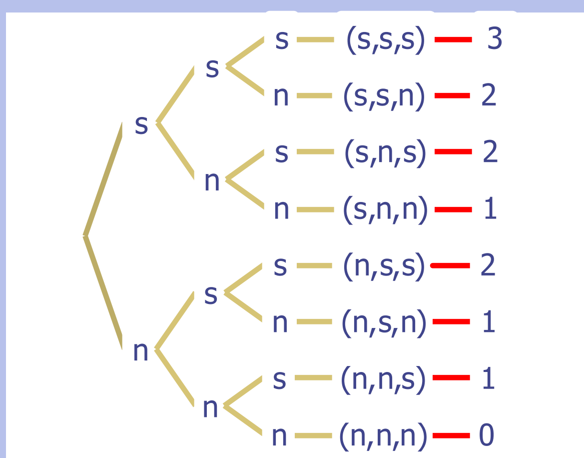
UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo:

sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2

$$\Omega \xrightarrow{X} \mathbb{R}_X$$



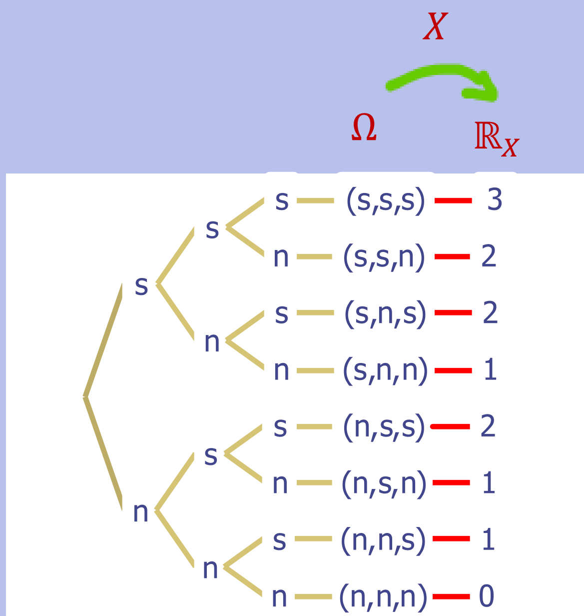
0,2x0,2x0,2
0,2x0,2x0,8
0,2x0,8x0,2
0,2x0,8x0,8
0,8x0,2x0,2
0,8x0,2x0,8
0,8x0,8x0,2
0,8x0,8x0,8

	(n,n,n)	(n,n,s) (n,s,n) (s,n,n)	(n,s,s) (s,n,s) (s,s,n)	(s,s,s)
X	0	1	2	3

Exemplo:

sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2



0,2x0,2x0,2
0,2x0,2x0,8
0,2x0,8x0,2
0,2x0,8x0,8
0,8x0,2x0,2
0,8x0,2x0,8
0,8x0,8x0,2
0,8x0,8x0,8

	(n,n,n)	(n,n,s) (n,s,n) (s,n,n)	(n,s,s) (s,n,s) (s,s,n)	(s,s,s)
X	0	1	2	3
	0,8x0,8x0,8	**0,2x0,8x0,8**	**0,2x0,2x0,8**	**0,2x0,2x0,2**

Exemplo:

sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2

$$\Omega \xrightarrow{X} \mathbb{R}_X$$

Ω	$\mathbb{R}_X$	
(s,s,s)	3	0,2x0,2x0,2
(s,s,n)	2	0,2x0,2x0,8
(s,n,s)	2	0,2x0,8x0,2
(s,n,n)	1	0,2x0,8x0,8
(n,s,s)	2	0,8x0,2x0,2
(n,s,n)	1	0,8x0,2x0,8
(n,n,s)	1	0,8x0,8x0,2
(n,n,n)	0	0,8x0,8x0,8

	(n,n,n)	(n,n,s) (n,s,n) (s,n,n)	(n,s,s) (s,n,s) (s,s,n)	(s,s,s)
X	0	1	2	3
	1 x 0,8x0,8x0,8	3 x 0,2x0,8x0,8	3 x 0,2x0,2x0,8	1 x 0,2x0,2x0,2
	1 x $0,2^0$ x $0,8^3$	3 x $0,2^1$ x $0,8^2$	3 x $0,2^2$ x $0,8^1$	1 x $0,2^3$ x $0,8^0$

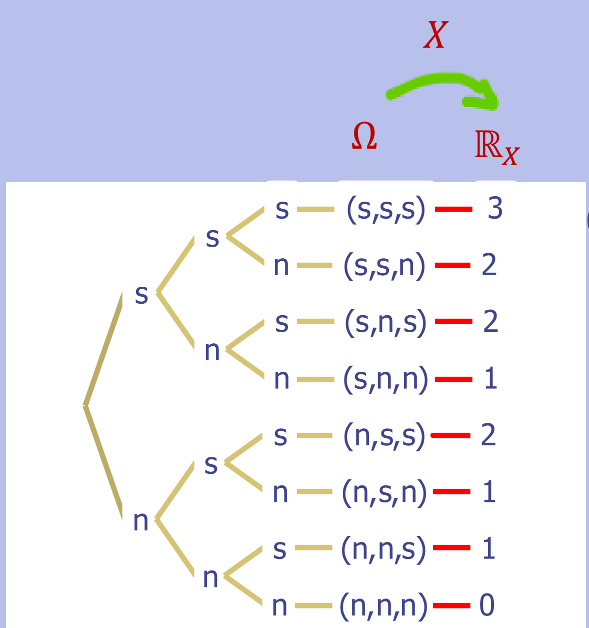
$$\binom{3}{x} \times 0,2^x \times 0,8^{3-x}$$

UnB - IE
Departamento de Estatística

Exemplo:

sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2



0,2x0,2x0,2
0,2x0,2x0,8
0,2x0,8x0,2
0,2x0,8x0,8
0,8x0,2x0,2
0,8x0,2x0,8
0,8x0,8x0,2
0,8x0,8x0,8

		(n,n,s) (n,s,n) (s,n,n)	(n,s,s) (s,n,s) (s,s,n)	
	(n,n,n)			(s,s,s)
X	0	1	2	3
	1 x 0,8x0,8x0,8	3 x 0,2x0,8x0,8	3 x 0,2x0,2x0,8	1 x 0,2x0,2x0,2
	1 x $0,2^0$ x $0,8^3$	3 x $0,2^1$ x $0,8^2$	3 x $0,2^2$ x $0,8^1$	1 x $0,2^3$ x $0,8^0$

$$\binom{3}{x} \times 0,2^x \times 0,8^{3-x}$$

$$\pi \qquad 1-\pi$$

Seja X uma variável aleatória DISCRETA com contradomínio

Seja X uma variável aleatória DISCRETA com contradomínio

Função de Probabilidade:

$$p_i = P(X = x) = \binom{k}{x} \pi^x (1 - \pi)^{k-x} \qquad x = 0,1, \ldots, k.$$

sendo que:

$$\binom{k}{x} = \frac{k!}{x!\,(k-x)!}$$

➡ X tem ***DISTRIBUIÇÃO de BINOMIAL*** com parâmetros π ***e*** k.

Medidas Características:

$$\boldsymbol{E(X) = k\pi} \qquad \textbf{e} \qquad \boldsymbol{V(X) = k\pi(1-\pi)}$$

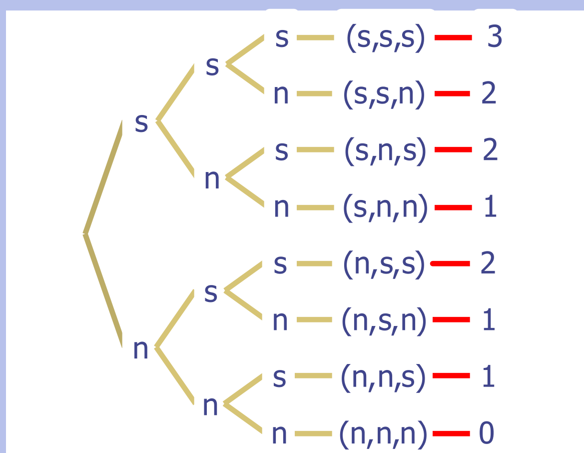
UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo:

sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2

$$\Omega \xrightarrow{X} \mathbb{R}_X$$



0,2x0,2x0,2
0,2x0,2x0,8
0,2x0,8x0,2
0,2x0,8x0,8
0,8x0,2x0,2
0,8x0,2x0,8
0,8x0,8x0,2
0,8x0,8x0,8

		(n,n,s) (n,s,n) (s,n,n)	(n,s,s) (s,n,s) (s,s,n)	
	(n,n,n)			(s,s,s)
X	0	1	2	3
	1 x 0,8x0,8x0,8	3 x 0,2x0,8x0,8	3 x 0,2x0,2x0,8	1 x 0,2x0,2x0,2
	1 x $0{,}2^0$ x $0{,}8^3$	3 x $0{,}2^1$ x $0{,}8^2$	3 x $0{,}2^2$ x $0{,}8^1$	1 x $0{,}2^3$ x $0{,}8^0$

$$\binom{3}{x} \times \underbrace{0,2}_{\pi}{}^{x} \times \underbrace{0,8}_{1-\pi}{}^{3-x}$$

X tem Distribiução Binomial com parâmetros k = 3 e π = 0,2

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplos

Exemplo 3:

Estudos indicam que 20% da população de uma comunidade participam do programa habitacional. Três pessoas desta população são selecionadas e verifica-se se participam do programa habitacional (*sim / não*).

sucesso – participar do programa habitacional

π = P(sucesso) = 0,2

X: *número de pessoas dentre as 3 selecionadas que participam do programa habitacional.*

$$X \text{ tem Distribiução Binomial com parâmetros } k = 3 \text{ e } \pi = 0,2$$

Determine a probabilidade de:

a) nenhum dos selecionados participar do programa habitacional ;
b) Dois participarem do programa habitacional ;
c) Pelo menos dois participarem do programa habitacional;
d) O número esperado de participantes do programa habitacional e o desvio padrão.