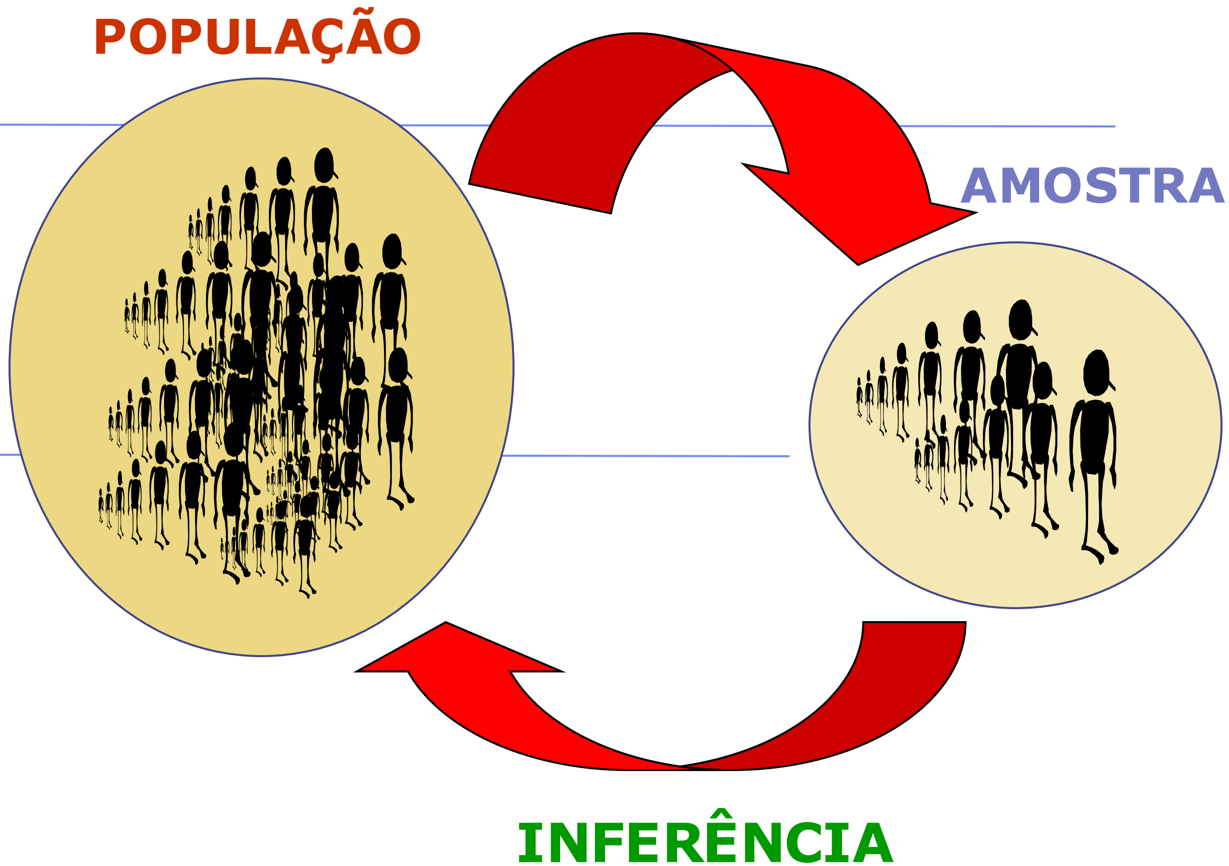
UnB - IE
Departamento de
Estatística

Noções de Inferência Estatística

ESTIMAÇÃO

Estatística Aplicada

Ana Maria Nogales Vasconcelos *Maria Teresa Leão Costa*



- Como generalizar resultados de uma amostra para a população de onde ela foi extraída?
- Como testar hipóteses com base em amostras?

Conceitos Básicos

- Objetivo da Inferência Estatística:
  - Fazer generalizações sobre uma POPULAÇÃO, com base nos dados de uma amostra.

Problemas Básicos

Estimação de Parâmetros	Teste de Hipóteses sobre Parâmetros

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Definições Preliminares

- **População** - é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação *(que apresentam pelo menos uma característica em comum)*

- ***Amostra*** - *é qualquer subconjunto da população.*

Exemplo

A prefeitura de uma cidade deseja estudar as condições de vida em uma pequena invasão formada por seis domicílios. Uma das características que foi pesquisada no estudo é a quantidade de moradores em cada domicílio. Os dados obtidos são apresentados a seguir:

Domicílio	Número de Moradores
A	6
B	12
C	1
D	7
E	3
F	7

- **População** – domicílios de uma invasão da cidade
  - Tamanho da população: N=6

- **Variável estudada:**
  - ***X*** – número de moradores por domicílio

    variável quantitativa discreta

- Duas casas são sorteadas e o número de moradores das mesmas é registrado.
  - Determinar o ***espaço amostral*** desta experiência aleatória
  - Determinar a probabilidade de ocorrer cada um dos resultados

Seleção COM reposição

Resultado	Amostra	Probabi-lidade
(A,A)	*(6 , 6)*	1/36
(A,B)	*(6 ,12)*	1/36
(A,C)	*(6, 1)*	1/36
(A,D)	(6 , 7)	1/36
(A,E)	(6 , 3)	1/36
(A,F)	(6 , 7)	1/36
(B,A)	*(12 , 6)*	1/36
(B,B)	*(12 ,12)*	1/36
(B,C)	*(12, 1)*	1/36
(B,D)	(12 , 7)	1/36
(B,E)	(12 , 3)	1/36
(B,F)	(12 , 7)	1/36
(C,A)	*(1 , 6)*	1/36
(C,B)	*(1 ,12)*	1/36
(C,C)	*(1, 1)*	1/36
(C,D)	(1 , 7)	1/36
(C,E)	(1 , 3)	1/36
(C,F)	(1 , 7)	1/36
(D,A)	*(7 , 6)*	1/36
(D,B)	*(7 ,12)*	1/36
(D,C)	*(7, 1)*	1/36
(D,D)	(7 , 7)	1/36
(D,E)	(7 , 3)	1/36
(D,F)	(7 , 7)	1/36
(E,A)	*(3 , 6)*	1/36
(E,B)	*(3 ,12)*	1/36
(E,C)	*(3, 1)*	1/36
(E,D)	(3 , 7)	1/36
(E,E)	(3 , 3)	1/36
(E,F)	(3 , 7)	1/36
(F,A)	*(7 , 6)*	1/36
(F,B)	*(7 ,12)*	1/36
(F,C)	*(7, 1)*	1/36
(F,D)	(7 , 7)	1/36
(F,E)	(7 , 3)	1/36
(F,F)	(7 , 7)	1/36

Sejam :

X_1 - o número de moradores do primeiro domicílio selecionado

e

X_2 - o número de moradores da segundo domicílio selecionado.

Valores de X_1 e X_2 dependem da amostra selecionada.

Amostra Aleatória Simples

Seja a experiência aleatória

Ɛ: selecionar ao acaso um elemento da população e verificar o valor de uma variável em estudo X.

Repetimos ***n*** vezes esta experiência aleatória Ɛ e portanto temos:

$$\left(\boldsymbol{X}_1, \boldsymbol{X}_2, \ldots, \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{n}}\right)$$

onde $\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{i}}, \boldsymbol{i} = 1, \ldots, \boldsymbol{n}$ é o resultado eventual da *i-ésima* seleção.

↓

AMOSTRA ALEATÓRIA SIMPLES DE TAMANHO *n*

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Determine para cada amostra o valor de ***W***.

$$W = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

Resultado	Amostra	Probabi-lidade	W
(A,A)	*(6 , 6)*	1/36	6
(A,B)	*(6 ,12)*	1/36	9
(A,C)	*(6, 1)*	1/36	3,5
(A,D)	(6 , 7)	1/36	6,5
(A,E)	(6 , 3)	1/36	4,5
(A,F)	(6 , 7)	1/36	6,5
(B,A)	*(12 , 6)*	1/36	9
(B,B)	*(12 ,12)*	1/36	12
(B,C)	*(12, 1)*	1/36	6,5
(B,D)	(12 , 7)	1/36	9,5
(B,E)	(12 , 3)	1/36	7,5
(B,F)	(12 , 7)	1/36	9,5
(C,A)	*(1 , 6)*	1/36	3,5
(C,B)	*(1 ,12)*	1/36	6,5
(C,C)	*(1, 1)*	1/36	1
(C,D)	(1 , 7)	1/36	4
(C,E)	(1 , 3)	1/36	2
(C,F)	(1 , 7)	1/36	4
(D,A)	*(7 , 6)*	1/36	6,5
(D,B)	*(7 ,12)*	1/36	9,5
(D,C)	*(7, 1)*	1/36	4
(D,D)	(7 , 7)	1/36	7
(D,E)	(7 , 3)	1/36	5
(D,F)	(7 , 7)	1/36	7
(E,A)	*(3 , 6)*	1/36	4,5
(E,B)	*(3 ,12)*	1/36	7,5
(E,C)	*(3, 1)*	1/36	2
(E,D)	(3 , 7)	1/36	5
(E,E)	(3 , 3)	1/36	3
(E,F)	(3 , 7)	1/36	5
(F,A)	*(7 , 6)*	1/36	6,5
(F,B)	*(7 ,12)*	1/36	9,5
(F,C)	*(7, 1)*	1/36	4
(F,D)	(7 , 7)	1/36	7
(F,E)	(7 , 3)	1/36	5
(F,F)	(7 , 7)	1/36	7

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Determine para cada amostra o valor de ***W***.

$$W = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

Resultado	Amostra	Probabilidade	W
(A,A)	(6 , 6)	1/36	6
(A,B)	(6 ,12)	1/36	9
(A,C)	(6, 1)	1/36	3,5
(A,D)	(6 , 7)	1/36	6,5
(A,E)	(6 , 3)	1/36	4,5
(A,F)	(6 , 7)	1/36	6,5
(B,A)	(12 , 6)	1/36	9
(B,B)	(12 ,12)	1/36	12
(B,C)	(12, 1)	1/36	6,5
(B,D)	(12 , 7)	1/36	9,5
(B,E)	(12 , 3)	1/36	7,5
(B,F)	(12 , 7)	1/36	9,5
(C,A)	(1 , 6)	1/36	3,5
(C,B)	(1 ,12)	1/36	6,5
(C,C)	(1, 1)	1/36	1
(C,D)	(1 , 7)	1/36	4
(C,E)	(1 , 3)	1/36	2
(C,F)	(1 , 7)	1/36	4
(D,A)	(7 , 6)	1/36	6,5
(D,B)	(7 ,12)	1/36	9,5
(D,C)	(7, 1)	1/36	4
(D,D)	(7 , 7)	1/36	7
(D,E)	(7 , 3)	1/36	5
(D,F)	(7 , 7)	1/36	7
(E,A)	(3 , 6)	1/36	4,5
(E,B)	(3 ,12)	1/36	7,5
(E,C)	(3, 1)	1/36	2
(E,D)	(3 , 7)	1/36	5
(E,E)	(3 , 3)	1/36	3
(E,F)	(3 , 7)	1/36	5
(F,A)	(7 , 6)	1/36	6,5
(F,B)	(7 ,12)	1/36	9,5
(F,C)	(7, 1)	1/36	4
(F,D)	(7 , 7)	1/36	7
(F,E)	(7 , 3)	1/36	5
(F,F)	(7 , 7)	1/36	7

Observe que o valor de W varia conforme a amostra selecionada!

UnB - IE
Departamento de Estatística

Determine para cada amostra o valor de ***W***.

$$W = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

ESTATÍSTICA

Resultado	Amostra	Probabilidade	W
(A,A)	*(6 , 6)*	1/36	6
(A,B)	*(6 ,12)*	1/36	9
(A,C)	*(6, 1)*	1/36	3,5
(A,D)	(6 , 7)	1/36	6,5
(A,E)	(6 , 3)	1/36	4,5
(A,F)	(6 , 7)	1/36	6,5
(B,A)	*(12 , 6)*	1/36	9
(B,B)	*(12 ,12)*	1/36	12
(B,C)	*(12, 1)*	1/36	6,5
(B,D)	(12 , 7)	1/36	9,5
(B,E)	(12 , 3)	1/36	7,5
(B,F)	(12 , 7)	1/36	9,5
(C,A)	*(1 , 6)*	1/36	3,5
(C,B)	*(1 ,12)*	1/36	6,5
(C,C)	*(1, 1)*	1/36	1
(C,D)	(1 , 7)	1/36	4
(C,E)	(1 , 3)	1/36	2
(C,F)	(1 , 7)	1/36	4
(D,A)	*(7 , 6)*	1/36	6,5
(D,B)	*(7 ,12)*	1/36	9,5
(D,C)	*(7, 1)*	1/36	4
(D,D)	(7 , 7)	1/36	7
(D,E)	(7 , 3)	1/36	5
(D,F)	(7 , 7)	1/36	7
(E,A)	*(3 , 6)*	1/36	4,5
(E,B)	*(3 ,12)*	1/36	7,5
(E,C)	*(3, 1)*	1/36	2
(E,D)	(3 , 7)	1/36	5
(E,E)	(3 , 3)	1/36	3
(E,F)	(3 , 7)	1/36	5
(F,A)	*(7 , 6)*	1/36	6,5
(F,B)	*(7 ,12)*	1/36	9,5
(F,C)	*(7, 1)*	1/36	4
(F,D)	(7 , 7)	1/36	7
(F,E)	(7 , 3)	1/36	5
(F,F)	(7 , 7)	1/36	7

Observe que o valor de W varia conforme a amostra selecionada!

Parâmetro e Estatística

Definição: - PARÂMETRO

Um PARÂMETRO é uma medida usada para descrever uma característica da população.

Exemplos:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \rightarrow \textit{média da população}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N} \rightarrow \textit{variância da população}$$

$$\pi = \frac{\textit{núm.elementos da população com a característica em estudo}}{N} \rightarrow \textit{proporção populacional}$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Definição: - ESTATÍSTICA

Um ESTATÍSITCA é uma característica da amostra, ou seja, uma ESTATÍSTICA ***T*** é uma função de $X_1, X_2, \ldots, X_n$, os elementos da amostra.

Exemplos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \rightarrow \textit{média da amostra}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \rightarrow \textit{variância da amostra}$$

$$\hat{P} = \frac{\textit{núm.elementos da amostra com a característica em estudo}}{n} \rightarrow \textit{proporção da amostra}$$

$$X_{(1)} = \min\left(X_1, X_2, \ldots, X_n\right) \rightarrow \textit{menor valor da amostra}$$

◆ OBSERVAÇÕES:

- Toda ESTATÍSTICA é uma variável aleatória.

Como a ESTATÍSTICA "***T***" é uma variável aleatória deseja-se determinar a distribuição de probabilidade de ***T*** denominada ***DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL*** da estatística ***T*** ou ***DISTRIBUIÇÃO DE AMOSTRAGEM***.

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Resultado	Amostra	Probabi-lidade	W
(A,A)	*(6 , 6)*	1/36	6
(A,B)	*(6 ,12)*	1/36	9
(A,C)	*(6, 1)*	1/36	3,5
(A,D)	(6 , 7)	1/36	6,5
(A,E)	(6 , 3)	1/36	4,5
(A,F)	(6 , 7)	1/36	6,5
(B,A)	*(12 , 6)*	1/36	9
(B,B)	*(12 ,12)*	1/36	12
(B,C)	*(12, 1)*	1/36	6,5
(B,D)	(12 , 7)	1/36	9,5
(B,E)	(12 , 3)	1/36	7,5
(B,F)	(12 , 7)	1/36	9,5
(C,A)	*(1 , 6)*	1/36	3,5
(C,B)	*(1 ,12)*	1/36	6,5
(C,C)	*(1, 1)*	1/36	1
(C,D)	(1 , 7)	1/36	4
(C,E)	(1 , 3)	1/36	2
(C,F)	(1 , 7)	1/36	4
(D,A)	*(7 , 6)*	1/36	6,5
(D,B)	*(7 ,12)*	1/36	9,5
(D,C)	*(7, 1)*	1/36	4
(D,D)	(7 , 7)	1/36	7
(D,E)	(7 , 3)	1/36	5
(D,F)	(7 , 7)	1/36	7
(E,A)	*(3 , 6)*	1/36	4,5
(E,B)	*(3 ,12)*	1/36	7,5
(E,C)	*(3, 1)*	1/36	2
(E,D)	(3 , 7)	1/36	5
(E,E)	(3 , 3)	1/36	3
(E,F)	(3 , 7)	1/36	5
(F,A)	*(7 , 6)*	1/36	6,5
(F,B)	*(7 ,12)*	1/36	9,5
(F,C)	*(7, 1)*	1/36	4
(F,D)	(7 , 7)	1/36	7
(F,E)	(7 , 3)	1/36	5
(F,F)	(7 , 7)	1/36	7

$$W = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

ESTATÍSTICA

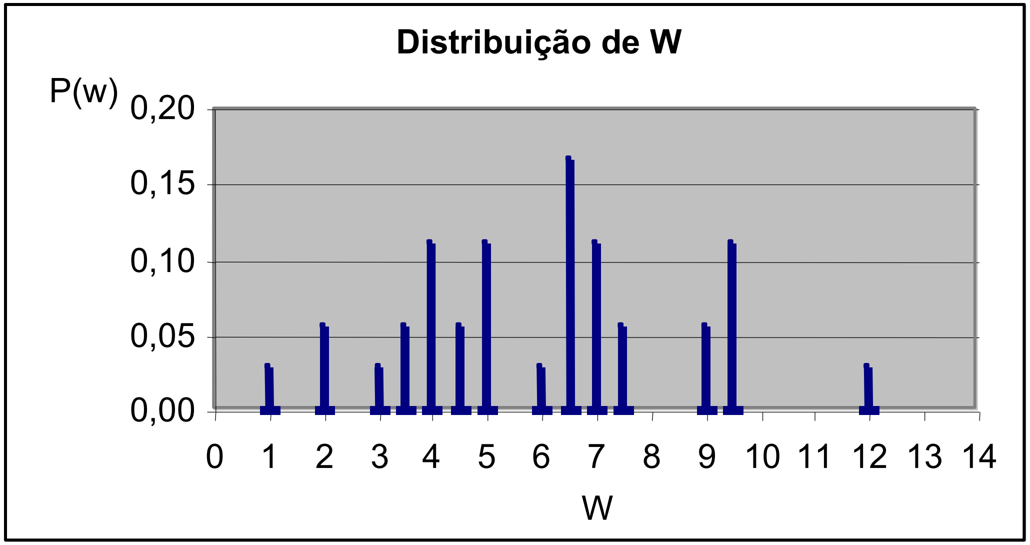
Distribuição de W:

W	*p(w)*
1	1/36
2	2/36
3	1/36
3,5	2/36
4	4/36
4,5	2/36
5	4/36
6	1/36
6,5	6/36
7	4/36
7,5	2/36
9	2/36
9,5	4/36
12	1/36
TOTAL	**1**

UnB - IE
Departamento de
Estatística

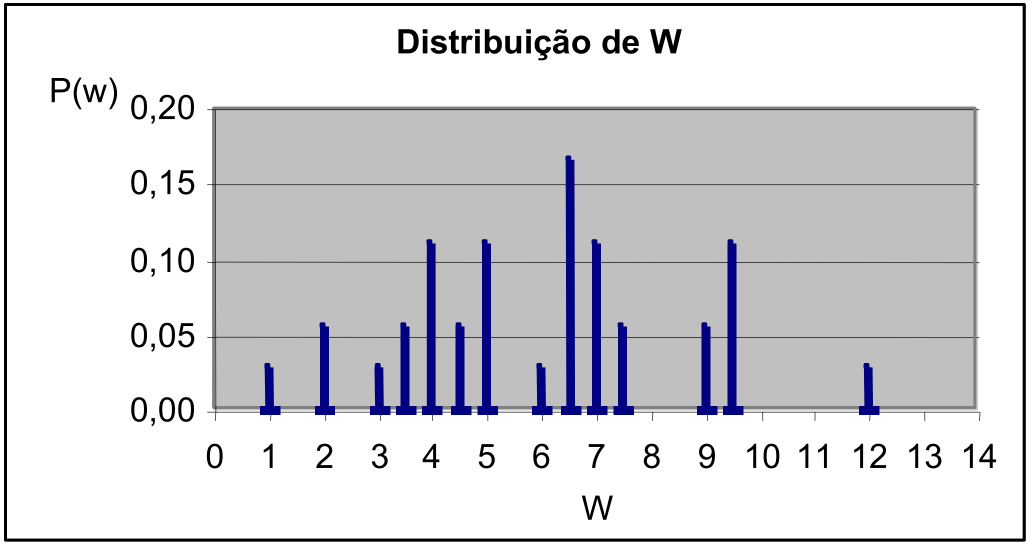
Distribuição Amostral de W

W	p(w)
1	1/36
2	2/36
3	1/36
3,5	2/36
4	4/36
4,5	2/36
5	4/36
6	1/36
6,5	6/36
7	4/36
7,5	2/36
9	2/36
9,5	4/36
12	1/36
TOTAL	**1**



Distribuição Amostral de W

W	p(w)
1	1/36
2	2/36
3	1/36
3,5	2/36
4	4/36
4,5	2/36
5	4/36
6	1/36
6,5	6/36
7	4/36
7,5	2/36
9	2/36
9,5	4/36
12	1/36
TOTAL	**1**



$$E(W) = 6 \quad e \quad V(W) = 6$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Seleção

SEM reposição

Resultado	Amostra	Probabi-lidade
(A,B)	(6 ,12)	1/30
(A,C)	(6, 1)	1/30
(A,D)	(6 , 7)	1/30
(A,E)	(6 , 3)	1/30
(A,F)	(6 , 7)	1/30
(B,A)	(12 , 6)	1/30
(B,C)	(12, 1)	1/30
(B,D)	(12 , 7)	1/30
(B,E)	(12 , 3)	1/30
(B,F)	(12 , 7)	1/30
(C,A)	(1 , 6)	1/30
(C,B)	(1 ,12)	1/30
(C,D)	(1 , 7)	1/30
(C,E)	(1 , 3)	1/30
(C,F)	(1 , 7)	1/30
(D,A)	(7 , 6)	1/30
(D,B)	(7 ,12)	1/30
(D,C)	(7, 1)	1/30
(D,E)	(7 , 3)	1/30
(D,F)	(7 , 7)	1/30
(E,A)	(3 , 6)	1/30
(E,B)	(3 ,12)	1/30
(E,C)	(3, 1)	1/30
(E,D)	(3 , 7)	1/30
(E,F)	(3 , 7)	1/30
(F,A)	(7 , 6)	1/30
(F,B)	(7 ,12)	1/30
(F,C)	(7, 1)	1/30
(F,D)	(7 , 7)	1/30
(F,E)	(7 , 3)	1/30

UnB - IE
Departamento de
Estatística

$$W = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

ESTATÍSTICA

Resultado	Amostra	Probabi-lidade	
(A,B)	*(6 ,12)*	1/30	9
(A,C)	*(6, 1)*	1/30	3,5
(A,D)	(6 , 7)	1/30	6,5
(A,E)	(6 , 3)	1/30	4,5
(A,F)	(6 , 7)	1/30	6,5
(B,A)	*(12 , 6)*	1/30	9
(B,C)	*(12, 1)*	1/30	6,5
(B,D)	(12 , 7)	1/30	9,5
(B,E)	(12 , 3)	1/30	7,5
(B,F)	(12 , 7)	1/30	9,5
(C,A)	*(1 , 6)*	1/30	3,5
(C,B)	*(1 ,12)*	1/30	6,5
(C,D)	(1 , 7)	1/30	4
(C,E)	(1 , 3)	1/30	2
(C,F)	(1 , 7)	1/30	4
(D,A)	*(7 , 6)*	1/30	6,5
(D,B)	*(7 ,12)*	1/30	9,5
(D,C)	*(7, 1)*	1/30	4
(D,E)	(7 , 3)	1/30	5
(D,F)	(7 , 7)	1/30	7
(E,A)	*(3 , 6)*	1/30	4,5
(E,B)	*(3 ,12)*	1/30	7,5
(E,C)	*(3, 1)*	1/30	2
(E,D)	(3 , 7)	1/30	5
(E,F)	(3 , 7)	1/30	5
(F,A)	*(7 , 6)*	1/30	6,5
(F,B)	*(7 ,12)*	1/30	9,5
(F,C)	*(7, 1)*	1/30	4
(F,D)	(7 , 7)	1/30	7
(F,E)	(7 , 3)	1/30	5

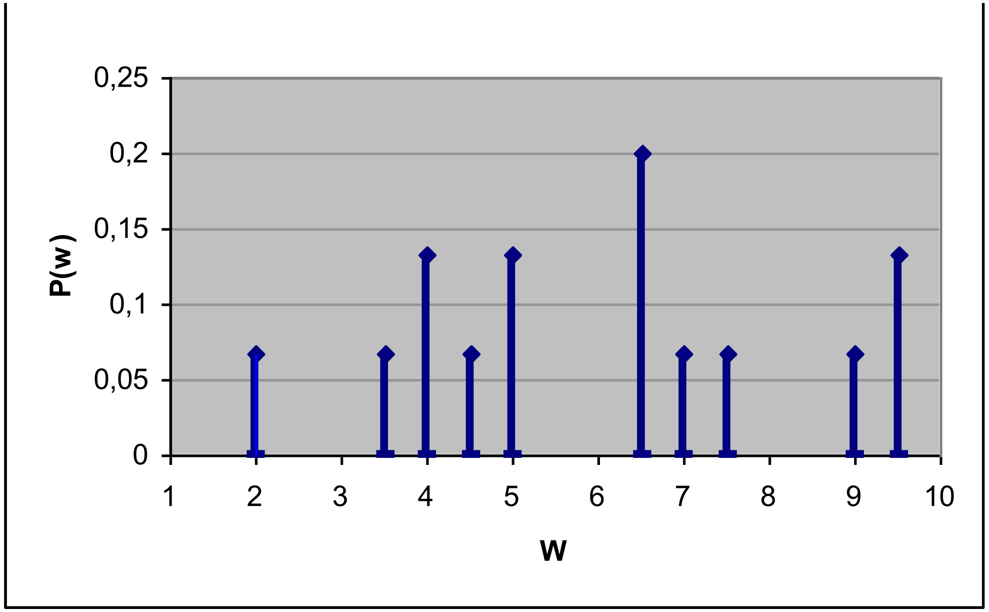
Distribuição de W:

W	***p(w)***
2	2/30
3,5	2/30
4	4/30
4,5	2/30
5	4/30
6,5	6/30
7	2/30
7,5	2/30
9	2/30
9,5	4/30
TOTAL	**1**

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Distribuição Amostral de $\bar{X}$
Seleção sem reposição

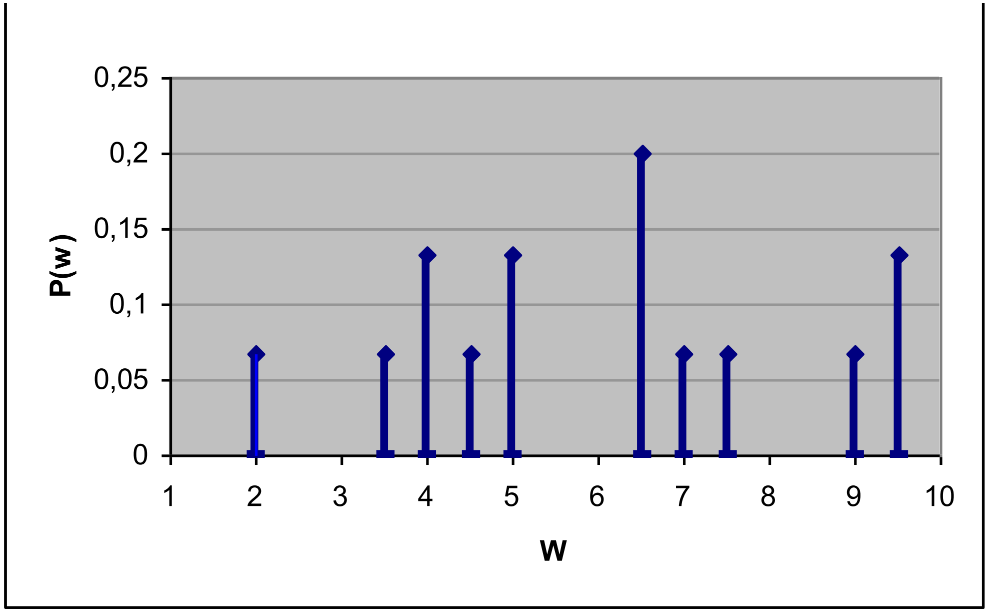
W	p(w)
2	2/30
3,5	2/30
4	4/30
4,5	2/30
5	4/30
6,5	6/30
7	2/30
7,5	2/30
9	2/30
9,5	4/30
TOTAL	**1**



UnB - IE
Departamento de
Estatística

Distribuição Amostral de $\overline{X}$
Seleção sem reposição

W	p(w)
2	2/30
3,5	2/30
4	4/30
4,5	2/30
5	4/30
6,5	6/30
7	2/30
7,5	2/30
9	2/30
9,5	4/30
TOTAL	**1**



$$E(\overline{X}) = 6 \quad e \quad V(\overline{X}) = 4{,}8$$

UnB - IE
Departamento de Estatística

Resultado	Amostra	Probabi-lidade	W		
(A,A)	(6 , 6)	1/36	6	(1,1)	1
(A,B)	(6 ,12)	1/36	9	(1,1)	1
(A,C)	(6, 1)	1/36	3,5	(1,0)	0,5
(A,D)	(6 , 7)	1/36	6,5	(1,1)	1
(A,E)	(6 , 3)	1/36	4,5	(1,0)	0,5
(A,F)	(6 , 7)	1/36	6,5	(1,1)	1
(B,A)	(12 , 6)	1/36	9	(1,1)	1
(B,B)	(12 ,12)	1/36	12	(1,1)	1
(B,C)	(12, 1)	1/36	6,5	(1,0)	0,5
(B,D)	(12 , 7)	1/36	9,5	(1,1)	1
(B,E)	(12 , 3)	1/36	7,5	(1,0)	0,5
(B,F)	(12 , 7)	1/36	9,5	(1,1)	1
(C,A)	(1 , 6)	1/36	3,5	(0,1)	0,5
(C,B)	(1 ,12)	1/36	6,5	(0,1)	0,5
(C,C)	(1, 1)	1/36	1	(0,0)	0
(C,D)	(1 , 7)	1/36	4	(0,1)	0,5
(C,E)	(1 , 3)	1/36	2	(0,0)	0
(C,F)	(1 , 7)	1/36	4	(0,1)	0,5
(D,A)	(7 , 6)	1/36	6,5	(1,1)	1
(D,B)	(7 ,12)	1/36	9,5	(1,1)	1
(D,C)	(7, 1)	1/36	4	(1,0)	0,5
(D,D)	(7 , 7)	1/36	7	(1,1)	1
(D,E)	(7 , 3)	1/36	5	(1,0)	0,5
(D,F)	(7 , 7)	1/36	7	(1,1)	1
(E,A)	(3 , 6)	1/36	4,5	(0,1)	0,5
(E,B)	(3 ,12)	1/36	7,5	(0,1)	0,5
(E,C)	(3, 1)	1/36	2	(0,0)	0
(E,D)	(3 , 7)	1/36	5	(0,1)	0,5
(E,E)	(3 , 3)	1/36	3	(0,0)	0
(E,F)	(3 , 7)	1/36	5	(0,1)	0,5
(F,A)	(7 , 6)	1/36	6,5	(1,1)	1
(F,B)	(7 ,12)	1/36	9,5	(1,1)	1
(F,C)	(7, 1)	1/36	4	(1,0)	0,5
(F,D)	(7 , 7)	1/36	7	(1,1)	1
(F,E)	(7 , 3)	1/36	5	(1,0)	0,5
(F,F)	(7 , 7)	1/36	7	(1,1)	1

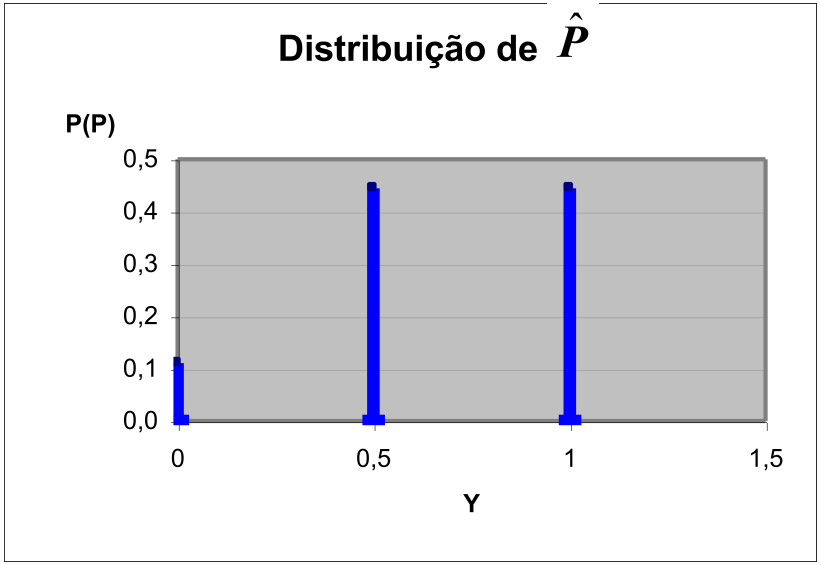
Distribuição Amostral
(continuação)

- Suponha que um domicílio é considerado ***densamente ocupado*** se moram no mesmo domicílio mais de 5 pessoas.

- Sejam :
  - ***Y*** , o número de domicílios densamente ocupados da amostra;
  - $\hat{P}$, a proporção de domicílios densamente ocupados da amostra.

Distribuição Amostral de $\hat{P}$
Seleção COM reposição

$\hat{P}$	$P(\hat{p})$
0	4/36
0,5	16/36
1	16/36
TOTAL	**1**

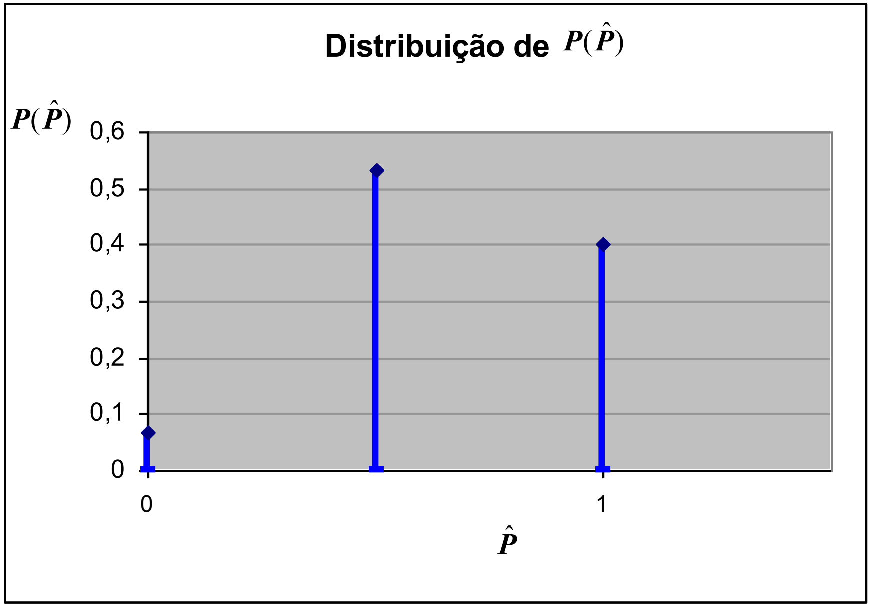


$$\mu_{\hat{P}} = \frac{2}{3} \quad e \quad \sigma^2_{\hat{P}} = \frac{1}{9}$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Distribuição Amostral de $\hat{P}$
Seleção SEM reposição

P	$P(\hat{p})$
0	2/30
0,5	16/30
1	12/30
TOTAL	**1**



$$\mu_{\hat{P}} = \frac{2}{3} \quad e \quad \sigma^2_{\hat{P}} = \frac{8}{90}$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Distribuição Amostral da Média da Amostra

- Seja X uma v.a. com média μ e variância σ^2, e seja uma amostra aleatória de tamanho n, $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

  Então,

$$\mu_{\overline{X}} = \mu \qquad e \qquad \sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

- **Amostragem de Populações Normais**:
  - Se a variável estudada na população tem distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, então a distribuição amostral de $\overline{X}$ também segue uma distribuição normal com média $\mu_{\overline{X}} = \mu$ e variância $\sigma^2_{\overline{X}} = \dfrac{\sigma^2}{n}$.

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 1

- Uma amostra de tamanho 10 foi selecionada de uma população com distribuição N(15,40).

Qual a probabilidade da média da amostra ser:

a) inferior a 13?

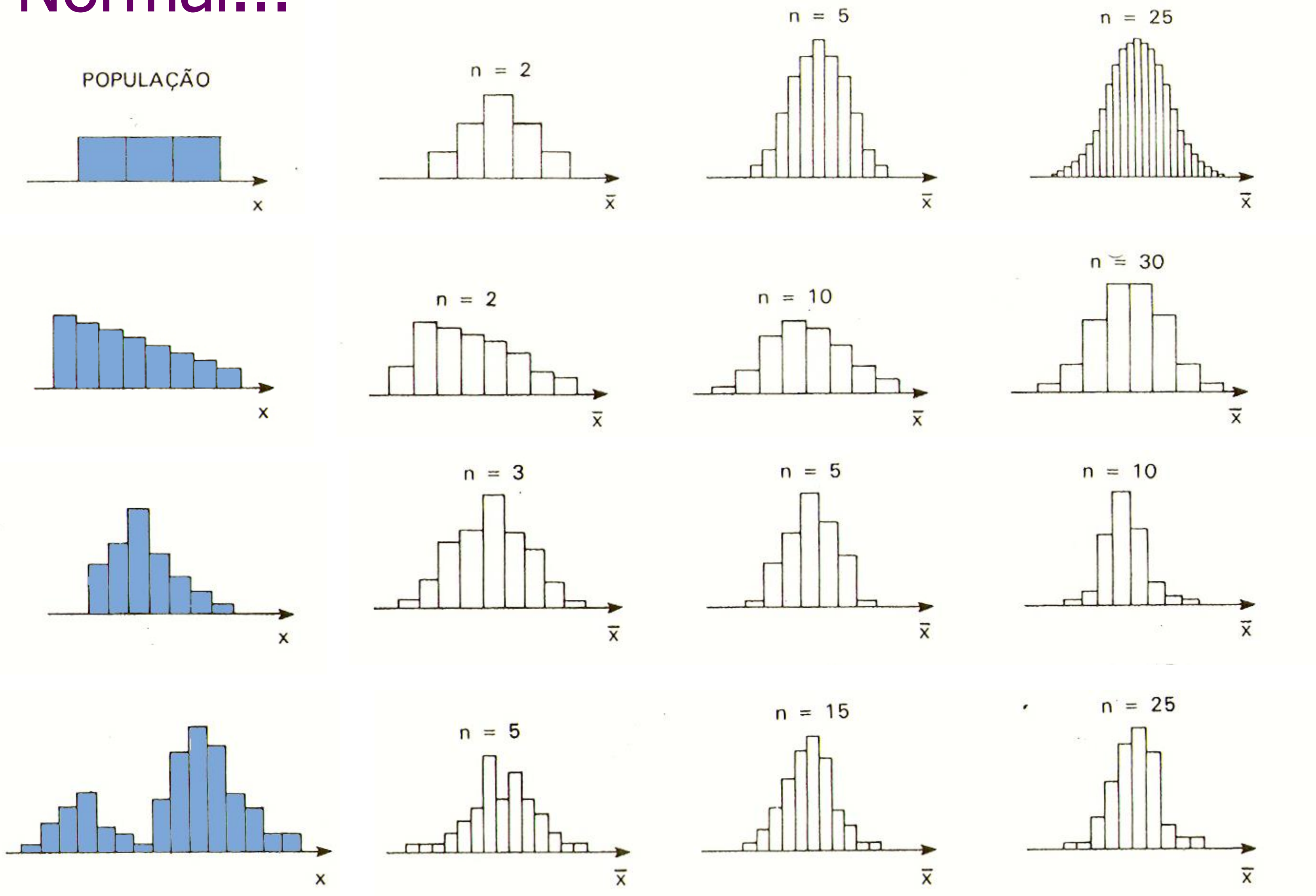
b) entre 12 e 17,5?

c) superior a 18?

E se a população não tiver distribuição Normal...

UnB - IE
Departamento de
Estatística

E se a população não tiver distribuição Normal...



Amostragem de Populações que não são Normais:

Teorema 2:

- Para amostras aleatórias simples $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ retiradas de uma população com média μ e variância σ^2, a distribuição amostral da média da amostra

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

aproxima-se, ***para n grande***, de uma distribuição normal

com média $\mu_{\bar{X}} = \mu$ e variância $\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$.

TEOREMA CENTRAL DO LIMITE

Exemplo 2

- Em uma grande cidade os inquilinos pagam em média 1550 u.m. (unidades monetárias) de aluguel com desvio padrão de 225 u.m., e a distribuição dos aluguéis é assimétrica à direita.

Deseja-se saber qual a probabilidade de que a média de aluguel dos inquilinos de uma amostra de tamanho 100 selecionada desta população:

a) esteja entre 1500 e 1575 u.m;

b) Seja superior a 1540 u.m.

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Distribuição Amostral de $\hat{P}$

Vamos considerar uma população em que a proporção de elementos portadores de uma certa característica é π .

Assim, considere a variável ***X***, tal que:

$$X = \begin{cases} \mathbf{1} & \textbf{\textit{se o elemento é portador da característica}} \\ \mathbf{0} & \textbf{\textit{se o elemento não é portador da característica}} \end{cases}$$

e
$$\mu = \pi \quad e \quad \sigma^2 = \pi(1-\pi)$$

- Observe que:

$$\pi = \frac{\textit{núm. de elementos da população com a característica}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

Logo a PROPORÇÃO é uma particular média.

- Retirada uma amostra aleatória simples de tamanho n dessa população e, se indicarmos por:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \rightarrow \textit{total de indivíduos com a característica na amostra}$$

- Definindo como $\hat{P}$ a ***proporção de elementos da amostra*** com a característica em estudo, isto é,

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \bar{X}$$

Logo $\hat{P}$ é também um caso particular de $\bar{X}$ e portanto, são válidos os resultados encontrados para $\bar{X}$

Assim, $$\mu_{\hat{P}} = \pi \quad e \quad \sigma^2_{\hat{P}} = \frac{\pi(1-\pi)}{n}$$

Grandes Amostras:

- Se ***n*** é grande, pelo TEOREMA CENTRAL DO LIMITE (*uma vez que X não é normal*) temos que:

$$\hat{P} \sim N\left(\pi, \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right)$$

UnB - IE
Departamento de
Estatística

Exemplo 3

- Suponha que 95% das peças produzidas em uma fábrica não apresentam defeito. Selecionada uma amostra de 100 peças, qual a probabilidade de que a proporção de peças perfeitas da amostra ser:

a) maior que 0,97?

b) apresente uma diferença da proporção de peças perfeitas produzidas na fábrica em menos de 0,01?