

## Модульна контрольна робота №2

4.  $M = \{x \mid \exists x \neq D\}$   $D = \{x \mid \varphi_x(x) \downarrow\} \in \text{РПМ}$

" $\exists x \neq D$ "  $\Leftrightarrow \exists a (a \in E_x \text{ \& } a \notin D)$

$\neg \exists a \exists c (\varphi_x(x) = c \text{ \& } \varphi_x(a) = c \text{ \& } a \neq x) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \neg \exists a \exists c \exists k_1 \exists k_2 (P_x(x) \downarrow_{\text{на кроці } k_1} = c \text{ \& }$

$\text{ \& } P_x(a) \downarrow_{\text{на кроці } k_2} = c \text{ \& } a \neq x)$

$\forall a \exists c \exists k_1 \exists k_2 (\neg (P_x(x) \downarrow_{k_1} = c \text{ \& } P_x(a) \downarrow_{k_2} = c \text{ \& } a \neq x))$

$(\prod_2^M)$

1. а)  $L_{ar}$

"Ще рівно з парних чисел, що є точними кубами"

$\exists x (x = u + u)$  - бути парним числом

$\exists x (x = v \cdot v \cdot v)$  - бути кубом

$\varphi(x) := (\exists u (x = u + u)) \vee (\exists v (x = v \cdot v \cdot v))$  - бути парним або точним кубом

$\exists a \exists b \exists c (a \neq b \wedge a \neq c \wedge b \neq c \wedge \varphi(a) \wedge \varphi(b) \wedge \neg \varphi(c) \wedge \forall x (\varphi(x) \rightarrow (x = a \vee x = b \vee x = c)))$

б)  $L_{set}$

$X \cap Y = Z \setminus S$

$\forall a ((a \in X \wedge a \in Y) \leftrightarrow (a \in Z \wedge \neg (a \in S)))$

Соборук Станіслав, ІПГ-21



$$2. \forall z \exists y (\forall x \exists y A(x, y, z) \vee \neg \exists x B(x, y)) \rightarrow \forall x \exists y C(x, y)$$

$$\forall z \exists y (\forall x \exists a A(x, a, z) \vee \neg \exists b B(b, y)) \rightarrow \forall c \exists d C(c, d)$$

$$\forall z \exists y (\forall x \exists a A(x, a, z) \vee \neg \exists b B(b, y)) \rightarrow \forall c \exists d C(c, d)$$

$$\forall z \exists y \forall x \exists a \forall b (A(x, a, z) \vee \neg B(b, y)) \rightarrow \forall c \exists d C(c, d)$$

$$\exists z \forall y \exists x \forall a \exists b \forall c \exists d ((A(x, a, z) \vee \neg B(b, y)) \rightarrow C(c, d))$$

$$\exists z \forall y \exists x \forall a \exists b \forall c \exists d (\neg A(x, a, z) \vee B(b, y) \vee C(c, d))$$

$$\forall y \forall a \forall c (\neg A(f(y), a, k(y)) \vee B(g(y, a), y) \vee C(c, u(y, a, c)))$$

$$x \mapsto f(y)$$

$$z \mapsto k(y)$$

$$b \mapsto g(y, a)$$

$$d \mapsto u(y, a, c)$$



$$3. \exists x (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$$

$$\vdash \exists x (A(x) \rightarrow B(x)), \quad (\vdash \forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x))$$

$$\vdash \forall x (A(x)), \vdash \exists x B(x), \quad (\vdash \exists x (A(x) \rightarrow B(x)))$$

$$\vdash (A(y) \rightarrow B(y)), \vdash \forall x A(x), \quad (\vdash \exists x B(x))$$

$$\vdash B(y), \vdash (A(y) \rightarrow B(y)), \quad (\vdash \forall x A(x)), \vdash \exists x$$

$$\vdash A(y), \vdash B(y), \quad (\vdash (A(y) \rightarrow B(y)), \vdash \exists x, \vdash \forall x$$

$$\vdash A(y), \vdash A(y) \quad | \quad \vdash B(y), \vdash A(y), \vdash B(y)$$

Побито, вірно.

5. Універсум - предмети.

$G(x)$ :  $x$  - золото

$H(x)$ :  $x$  - вапник

$S(x)$ :  $x$  - може злисити замовити

$\forall x (G(x) \rightarrow H(x))$  - Все золото - вапне

$\forall x (\neg G(x) \rightarrow S(x))$  - Ніщо, крім золота, не може злисити його замовити

$\forall x (\neg H(x) \rightarrow \neg S(x))$  - Ніщо, крім вапняку, не може злисити його замовити