Ejercicios de Grimaldi

Echverría Celaya Erick Mitchell

Agosto 2018

1 Capitulo 1

1.1 Problema 1

A)El consejo directivo de una empresa farmacéutica tiene 10 miembros. Se ha programado una próxima reunión de accionistas para probar una nueva lista de ejecutivos (elegido entre los 10 miembros del consejo). ¿Cuantas listas diferentes formadas por un presidente, un vicepresidente, un secretario y un tesorero puede presentar un consejo a los accionistas para su aprobación?

Respuesta:Como busca diferentes formas de escoger la lista podemos pensar que de los 10 miembros se elije uno y quedan 9, luego elijen a otro y queda 8 y escogen al ultimo y quedan 7 podemos expresarlo como 10 x 9 x 8 x 7 = 5040 ó pensemos una permutacion P(10/4) = 5040

B)3 miembros del consejo de directores (de la parte a) son médicos. ¿Cuantas listas de la parte(a) tiene
I) Un médico nominado para la presidencia?
II) Exactamente un médico en la lista?
III) Al menos un médico en la lista?

Respuesta I: Como al menos 1 médico está nominado tomemos en cuenta a los 3 y usando que de 3 posibles resulta uno entonces de los 10 se resta 1 que ya sería el presidente entonces la expresión resulta 3 x 9 x 8 x 7 = 1512.

Respuesta II:Al menos un médico está dentro, entonces la expresión resulta 4 x [3 x 7 x 6 x 5] = 2520

Respuesta III:Como tenemos 3 médicos y al menos uno está podemos descartar 3 personas de las 10, lo cual buscamos la permutacion de P(7/4)=840 que seria la probabilidad de los restantes sin ser medicos, por lo que a la probabilidad donde puede ser nombrado, restemos donde no lo es: 5040-840= 4200.

1.2 Problema 2

Un sábado, cuando iba de compras, Juana y Teresa vieron a 2 hombres alejándose en un automóvil de la fachada de una joyería, justo antes de que sonara una alarma contra robos. Aunque todo ocurrió muy rápido, cuando fueron interrogados las dos jóvenes, pudieron dar a la policía la siguiente información acerca de la placa (Consta de dos letras seguidas de 4 dígitos) del automóvil que huyó. Teresa estaba segura de que la segunda letra de la placa era una O o una U, y que el último dígito era un 3 o 8. Juana dijo que la primera letra de la placa era una C o una G y que el primer dígito era definitivamente un 7. ¿Cuántas placas diferentes tendrá que verificar la policia?

Respuesta:Usamos la regla de producto encontramos que 2 x 2 x 1 x 10 x 10 x 2= 800 diferentes placas

1.3 Problema 3

Con el fin de juntar fondos para una nueva alberca municipal la cámara de comercio de cierta ciudad patrocina una carrera. Cada participante paga una cuota de inscripción de 5 pesos y tiene la probabilidad de ganar uno de los trofeos de distinto tamaño que se entrega a los primeros 8 corredores que llegan a la meta.

A)Si 30 personas entraron a la carrera, ¿ cuántas formas serán posibles entregar los trofeos?

Respuesta:Si son un total de 30 y solo 8 llegan, podemos pensar en una permutación que su valor o expresión resulta así P(30/8)

B)Si Roberta y Clara son dos participantes en la carrera, ¿De cuantas formas se pueden entregar los trofeos del modo que ellas queden entre los tres primeros lugares?

Respuesta:como ya se sabe que 2 personas resultan en un lugar de la carrera, entonces 30 individuos que eran - 2 que ganan queda un total de 28, y de los 8 ganadores ya se saben de 2 entonces 8-2=6 entonces la combinación resulta P(28,6)

1.4 Problema 4

Un anuncio de hamburguesas indica que un cliente puede ordenar su hamburguesa con alguno, con ninguno de los siguientes ingredientes o con todos los ingredientes: -catsup, mostaza, mayonesa, lechuga, tomate, cebolla, pepinillos, queso, o champiñones. ¿Cuantas ofertas diferentes se pueden servir?

Respuesta: Como tenemos 3 opciones y 9 ingredientes, planteamos que se trata de una permutación para saber las combinaciones de los ingredientes con los casos, por lo tanto, P(9/3)=504 posibles

1.5 Problema 5

Durante el dia se envian 12 programas por un sub procesamiento por lotes de cuántas formas se pueden ordenar el procesamiento de estos programas si no existen restricciones.

Respuesta:Como no hay restricciones podemos considerar de los 12 programas una permutación de ella misma o un factorial para saber las posibles combinaciones, por lo tanto, $12! = 4790001600$ posibles ordenamientos del proceso

1.6 Problema 6

Pamela tiene 15 libros distintos, ¿De cuántas formas puede colocar sus libros en 2 repisas, de modo que haya al menos un libro en cada repisa?

Respuesta:De los 15 libros tenemos 2 repisas, por lo que descartamos que haya una misma cantidad de libros en las dos repisas, lo que nos da una permutación de P(15/2)=210 maneras de ordenar

1.7 Problema 7

Evalúe cada uno de los siguientes casos:

A)P(7,2) $B)P(8,4)$ $C)P(10,7)$

$Respuesta: \ A)42$ $B)604800$ $C)1320$

1.8 Problema 8

De cuántas formas es posible ordenar los símbolos a,b,c,d,e,e,e,e,e, de forma que ninguna se quede junta a la otra sin repetir los casos.

Respuesta:Podemos apoyarnos separando e $_{eeee}, porlotantosolosenecesitariasaberlasposiblescombinacione$

1.9 Problema 9

Para la transmisión de mensajes en un sistema de comunicación se usa un alfabeto de 40 símbolos. ¿Cuántos mensajes distintos de 25 símbolos pueden generar el transmisor si los símbolos se puede repetir en el mensaje?

Respuesta:De 40 símbolos se quiere usar 25 para generar el transmisor, por lo tanto las posibles opciones de usar los 40 símbolos en 25 mensajes es P(40/25).

1.10 Problema 10

Que nombre de estado implica más disposiciones de letras de su nombre Pennsylvania o massachusetts.

Respuesta:p=12!/(3!)(2!)=39 916 800 posibilidades
m=13!/(4!)(2!)(2!)=64 864 800 posibilidades

2 Capitulo 2

2.1 Problema 1

sean p,q,r las proporciones para un triángulo abc particular; p: el triángulo abc es isósceles; q: el triángulo abc es equilátero;q: el triángulo abc es equiángula. traduzca las siguiente frases a español

q-¿p
p-¿q
r-¿p
q¡¿r

Respuesta:Si el triangulo abc es equilatero, entonces es isósceles b) si el triángulo ABC no es isósceles, entonces no es equilátero

2.2 Problema 2

determine si cada una de las sentencias es una declaración en 2003 George w.Bush fue el presidente de E x+3 es un entero positivo 15 es un número par que hora es?

Respuesta:(a),(c),(d) son declaraciones, (b) no es una declaración

3 Problema 3

De cuántas maneras se puede colocar la palabra VISITING

Respuesta La palabra Visiting está conformada por 8 letras pero paras saber la cantidad de maneras de colocar necesitamos identificar las letras repetidas, que en este caso es i, entonces realizamos la siguiente operación : 8!/3!=6720 maneras distintas

3.1 Problema 4

Demuestre, o demuestre que es falso: existen enteros positivos y m,n son cuadrados perfectos, entonces m+n es un cuadrado perfecto

Resultado:esto en general no es verdad, pues m=4 y n=1 entonces m+n= 5 y 5 no es un cuadrado perfecto

3.2 Problema 5

Calcula (6/2) y verifique su respuesta enumerando todas las elecciones del tamaño 2 que se puede hacer en las letras a,b,c,d,e

Respuesta:
En este caso es necesario usar la combinación donde el orden no se repite, entonces 6C2=15, y verificamos:

a,b	b, c	c, e
a, c	b, d	c, f
a, d	b, e	d, e
a, e	b, f	d, f
a, f	c, d	e, f

3.3 Problema 6

Como Diana debe hacer un viaje de 4 horas en autobús de regreso a su escuela, decide llevar consigo 5 revistas de las 12 que su hermana acaba de adquirir, de cuántas formas puede Diana hacer sus elecciones

Respuesta:Se trata de una combinación, de tal modo que el orden y que no se repita si importa, por lo tanto, 12C5= 792 .: donde C significa combinación.

3.4 Problema 7

sea p(x), q(x) las siguientes proposiciones abiertas:

p(x) x ¡= 3
q(x): x+1

Es impar si el universo consta de todos los enteros x. ¿cuales son los valores de verdad de las siguientes proposiciones?

p(1)

q(1)

Resultado: a) P(3)V(Q(3) V R(3)) -¿ 3¡=3, es verdadera dado que 3 es igual o idéntico que 3, si evaluamos en 3+1=4, comprobamos que la proposición es falsa puesto que 4 no es un número primo, tanto que 3¿0 es verdadero, pero como se pide la negación, esto automáticamente se convierte en falso.

b) P(3)(Q(3) V R(3)) -¿ 3¡=3, esta preposición si es verdadera dado que 3=3, pero la negación nos dice que 3+1= 4, por lo que es falsa, pues 4 no es un numero primo, 3¿0 es verdadero dado que 3 es mayor que 0,, pero el paréntesis dice que (falso V verdadero= a verdadero.

3.5 Problema 8

Evalúe cada uno de los siguientes casos:

A)C(10,4) $B)P(12/7)$ $C)C(14,12)$ $D)(15/10)$

$Respuesta: A)210$ $B)792$ $C)91$ $D)3003$

3.6 Problema 9

Enumera todas las combinaciones de tamaños 3 que resultan de las letras M,R,A,F,I,T.

Respuesta:Como son 5 letras y nos piden formar palabras de tamaño de 3 letras, entonces usamos una combinación para no repetir agrupamiento, 5C3 = 10 formas o palabras

3.7 Problema 10

¿De cuántas formas se puede formar un equipo de baloncesto de 5 personas con 12 posibles jugadores?

Respuesta:Usaremos una combinación de tal modo que cada equipo sea diferente, 12C5 =792 Ahora para el mas fuerte y débil los sacamos de la cantidad de jugadores y posibles personas del equipo quedando, 10C3 = 120

4 Capitulo 3

4.1 Problema 1

Para A=1,2,2,¿cuales de las ocho proposiciones del ejercicio 2 son verdaderas?

Respuesta:Todas las opciones son verdaderas excepto la (b) y (d), porque ahora ya no tiene 1 el conjunto de A

4.2 Problema 2

Escriba las siguientes tres filas del triángulo de pascal.

Respuesta: el triángulo a continuación

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

4.3 Problema 3

Para U=1,2,3. . . . . . ,10 sean A=1,2,3,4,5, B=1,2,3,4,8, C=1,2,3,5,7 y D=2,4,6,8. Determine lo siguiente:

(A U B)C $b)AU(BC)$ $c)CUD$ $d)CD$ $e)(AUB)-C$

f) AU(B-C) $g)(B-C)-D$ $h)B-(C-D)$ $i)(AUB)-(CD)$

$Respuesta:$
$a)1,2,3,5$ $b)ElsubconjuntoA$ $c)U2todosmenosel2$

$d)U2todosmenosel2$ $e)4,8$ $f)1,2,3,4,5,8$ $g)0$ $h)2,4,8$ $i)1,3,4,5,8$

4.4 Problema 4

Sea S=1,2,3,.......,39,30 ¿Cuántos subconjuntos A de S satisfacen
—A—=5?
—A—=5 y que el mínimo elemento de A sea 5?

Respuesta:Podemos expresarlo como (30/5) dado que el elemento más pequeño en A es 5, debemos seleccionar los otros cuatro elementos en A de (25/4) es 4 porque ya se tiene un elemento que es 5

4.5 Problema 5

¿Cuáles de los siguientes conjuntos son iguales?

a(1,2,3) $b(3,2,1,3)$ $c(3,1,2,3)$ $c(1,2,2,3)$

$Respuesta: Todoscorrespondenalmismoconjunto,$
$puestoqueaunqueserepitanalgunosnúmeros, nosalendelrangodenúmeros.$

4.6 Problema 6

Para A=1,2,2,¿cuales de las ocho proposiciones del ejercicio 2 son verdaderas?

Respuesta:Todas las opciones son verdaderas excepto la (b) y (d), porque ahora ya no tiene 1 el conjunto de A

4.7 Problema 7

Dé un ejemplo de tres conjuntos W,X,Y tales que W X y X Y pero W Y.

Tenemos el Universo

Respuesta: Expresar los conjuntos como: W=1, X=1,2, Y=X,3, así W pertenece a X, y X pertenece a Y pero W no está dentro de Y directamente.

4.8 Problema 8

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

a)00 $b)00$ $c)00$

$d)00$ $e)00$ $f)00$

$Respuesta: Todassonverdaderasexceptola(a)y(b)$
$porqueentodaslasdemásusanreferenciaalconjuntocon0,$
$yenelcasode(c)elsímbolodicequetodosloselementosde0eselementode0.$

4.9 Problema 9

Para los conjuntos A,B,C U,demuestre la verdad o falsedad de lo siguiente: Si A B,B C, entonces A C.

Respuesta: Falsedad, expresemos A=1, B=1,2 y C=1,3

4.10 Problema 10

Para U=Z, sea A U el conjunto A=1,2,3,4,5,7,8,10,11,14,17,18.

¿Cuántos subconjuntos de A contiene seis elementos?

¿Cuántos subconjuntos de seis elementos (de A) contienen cuatro enteros pares y dos enteros impares?

Respuesta: Hacemos una combinación ya que no importa el orden, por tanto sería 12C6=924 Se tienen que realizar dos combinaciones: 6C4 que son la cantidad de elementos y pares que pide, y 6C2 que son los impares, 6C4= 15 y 6C2= 15, entonces nos pide todos los subconjuntos, por tanto, 15 x 15= 225

5 Capitulo 4

5.1 Problema 1

Sean a, b y c tres números enteros tales que a — bc, ¿ es cierto que a — b o que a — c? ¿ Y si a es primo?

Respuesta:Si a es cualquier entero, la respuesta es que no. Basta tomar a = 6, b = 10 y c = 15. Se tiene que 6 — 150 pero 6 no es un divisor de 10 ni de 15. Si a es primo, sı se verifica ya que, en ese caso el maximo comun divisor mcd(a, b) es 1 o a, que son los únicos divisores positivos que tiene a. Si mcd(b, a) = 1, entonces 1 = bx + ay (para ciertos enteros x, y) y c = bxc + ayc = aqx + ayc (si bc = aq), con lo que a — c. Por otro lado, si mcd(b, a) = a, entonces a — b.

5.2 Problema 2

Resuelve en C la ecuación x x = 0.

Resultado: $x = a + b \cdot i$.
$(a + b \cdot i)(a + b \cdot i) = a \; b \cdot i$,
es decir:
$(a \; b) + 2ab \cdot i = a \; b \cdot i$,
$a \; b = a$ y $2ab = b$.
$b = 0$, $a = a$, es decir, $a = 0$ o $a = 1$.
$x1 = 0$ y $x2 = 1$.
$b!= 0$, entonces $a = 1/2$. De este modo, se tiene que $1/4 \; b= 1/2$ o $b = 3/4$.
Tomando $b = \; 3/2$, se obtienen las otras dos soluciones que vienen dadas por:
$x3 = 1/2 + \; 3/2 \cdot i = 1 \; 2/3$ $x4 = 1/2 + \; 3/2 \cdot i = 1 \; 4/3$.

5.3 Problema 3

Si $A = (1, 2) \; R$ y $B = (2, 3) \; R$, determina A, B, A B, A B y A B.

Respuesta:
$A = (, 1] \; [2, +)$ y $B = (, 2] \; [3, +)$.
$A \; B = (1, 3)$ y luego $A \; B = (, 1][3, +)$.
$AB = (, 1] \; [3, +)$.
$A \; B = \; = R$ y, finalmente $A \; B = A \; B = R$

5.4 Problema 4

Dados los siguientes números, indica cual es el menor de los conjuntos de numeros (entre N, Z, Q y R) que lo contiene: 3, 2, 4, 10/ 2 , 8 /9 , 142, 0454, 5, 8, .

Respuesta:

Tenemos que 3 Z, 2 N, 4 = 2 N (o 4 = 2 Z), 12 = 5 Z, 8 9 Q, 142 Q, 0454 Q, 5 R, 3 8 = 2 Z y R.

5.5 Problema 5

Para a,b Z+y d= mcd (a,b), demuestre que mcd (ald, bld)=1.

Respuesta:
R= gcd(a,b)=d d=ax +by, para algunos x,y Z. gcd(a,b)=d a/d,b/d Z. 1 =(a/b)x + (b/d)y gcd(a/d/b/d)=1

5.6 Problema 6

Demuestre los siguiente mediante inducción matemática

Respuesta:
1+3+5+.....+(2n-1)= (n)(2n-1)(2n+1)/3 r.- s(k)= 1+3+5+.....+(2k-1)=(k)(2k-1)(2k+1)/3 para k¿=1; consideramos S(k+1). [1+3+..+(2k-1)]+(2k+1)= [(k)(2k-1)(2k+1)/3]+(2k+1)= (k+1)(2k+1)(2k+3)/3 asi que s(k)= s(k+1) por lo que nz

5.7 Problema 7

Para cada uno de los pares siguientes a,b Z+, determine mcd (a,b) y expréselo como una combinación lineal de a,b.

231,1820
1369,2597
2689,4001
7982,7983

Respuesta:
a)1820 = 7(231) + 203 231 = 1(203) + 28 203 = 7(28) + 7 28= 7(4), entonces gcd(1820,23)=7 7=203-7(28)=203-7[231-203]=(-7)(231) + 8(203) = (-7)(231) + 8[1820 - 7(231)] = 8 (1820)+(-63)(231)

b)gcd(1369,2597) = 1 = 2597 (534) + 1369(-1013)

c)gcd (2689,4001) = 1 = 4001 (-1117) + 2689(1662)

5.8 Problema 8

Demuestra que, si p es un numero primo, p es irracional.

Respuesta:
Supongamos que p Q y, por lo tanto, existen m, n naturales tales que mcd(m, n) =1 y p = m/n.
Como, al elevar al cuadrado, obtenemos que m = p · n ,
se deduce que p — m y, como p es primo, se tiene que p — m es decir m = p·q.
Sustituyendo en la expresión anterior, se obtiene que p· q = p · n, con lo que p · q = n 2 , es decir p — n y, de nuevo p — n. Hemos llegado a una contradicción porque entonces
mcd(m, n) 6!=1 al haber demostrado que p es un divisor común de m y n.

5.9 Problema 9

Calcula (1 + i) + 4(1 + i)

Respuesta:
Pongamos 1 +i. en forma polar. Esta claro que 1 +i = 2/ /4 . De este modo: (1 + i) 3 = 2 3 3/4 = 2 2 3/4 , y (1 + i) 7 = 2 7 7/4 = 8 2 7/4 . Puesto que cos(3/4) = 1, sen(3/4) = 1, cos(7/4) = 1 y sen(7/4) = 1, se deduce que: 64 (1 + i) 7 + 4(1 + i) 3 = 8 2(1 ·i) + 8 2(1 + ·i) = 0.

5.10 Problema 10

a) Determine los conjuntos A,B cuando A-B=1,3,7,11, B-A=2,6,8 y AB=4,9
b) Determine los conjuntos C,D, donde C-D=1,2,4, D-C=7,8 y CUD=1,2,4,5,7,8,9
Respuesta:

A=1,3,4,7,9,11 $\quad y \quad B = 2, 4, 6, 8, 9$

$C = 1, 2, 4, 5, 9 \quad y \quad D = 5, 7, 8, 9$