Fatec Jales Prof. José Camargo

Centro Paula Souza

GOVERNO DO ESTADO SÃO PAULO

Faculdade de Tecnologia "Professor José Camargo" - Fatec Jales

Fundamentos de Matemática Elementar

Sistemas para Internet

Profª Andrea P. Silva

Fundamentos de Matemática Elementar

Equações de 1º e 2º grau

Equações de 1º Grau

- Uma equação é uma igualdade entre duas sentenças ou proposições

Uma equação do 1º grau em x é dada por

$$ax + b = 0$$

onde a e b são números reais com $a \neq 0$.

Exemplos:

a) $2x + 4 = 0$ onde $a = 2$ e $b = 4$

b) $2x = -4$

c) $x + 3 = 0$ onde $a = 1$ e $b = 3$

- As equações dos exemplos a) e b) são equivalentes

Equações de 1º Grau

- Uma equação não é considerada de 1° grau na variável x quando em seus termos aparecem ou a variável em potências maiores que 1

$$3x^2 + 2x = 5x - 7$$

$$x^3 + 3x^2 - 10x = 1$$

- Ou com expressões não-lineares como raízes, trigonométricas (seno, cosseno, etc.), logarítmicas, exponenciais, etc.

$$sen(x) + 2\log_2 x = \frac{1}{x}$$

$$2^{3x+1} + \cos(x) = 1$$

Equações de 1º Grau

- Como resolver uma equação de 1° grau
  - Resolver uma equação significa determinar valor(es) para a(s) incógnita(s) de modo que a igualdade seja satisfeita
  - **Exemplo:** Na equação $2x + 4 = 0$ se considerarmos $x = -2$

teremos

$$2 \cdot (-2) + 4 = 0 \Leftrightarrow -4 + 4 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

  - Em uma equação o primeiro lado a esquerda da igualdade é chamado de 1° membro e o lado direito de 2° membro. Assim, o objetivo de se resolver uma equação é determinar para qual(ais) valor(es) de x os dois membros da equação se igualam, ou, têm o mesmo valor.

Equações de 1º Grau

- Como resolver uma equação de 1° grau
  - Podemos utilizar duas **regras básicas** para se revolver uma equação de 1° grau na variável x que são:

1) Em uma equação podemos adicionar ou subtrair um número real em ambos os membros da equação sem alterar a solução da mesma

- **Exemplo:** Consideremos a equação do exemplo anterior

$$2x + 4 = 0$$

Se adicionarmos – 4 (ou subtrairmos 4) em ambos os membros, teremos

$$2x + 4 - 4 = 0 - 4 \Leftrightarrow 2x = -4$$

A solução $x = -2$ continua válida

Equações de 1º Grau

- Como resolver uma equação de 1° grau
  - Continuando as regras básicas:

2) Em uma equação podemos multiplicar ou dividir um número real diferente de zero em ambos os membros da equação sem alterar a solução da mesma

  - Exemplo: Consideremos a equação do exemplo anterior

$$2x = -4$$

Se dividirmos por 2 (ou multiplicarmos por $\frac{1}{2}$) ambos os membros, teremos

$$2x(\div 2) = -4(\div 2) \;\; \Leftrightarrow x = -4$$

Equações de 1º Grau

- Como resolver uma equação de 1° grau
  - Assim podemos sintetizar essas duas propriedades da seguinte forma:

1. Se quisermos movimentar um número que está sendo somado do 1° membro da equação para o 2°, “passamos” ele para o 2° membro subtraindo
2. Se quisermos movimentar um número que está sendo subtraído do 1° membro da equação para o 2°, “passamos” ele para o 2° membro adicionando
3. Se quisermos movimentar um número que está sendo multiplicado do 1° membro da equação para o 2°, “passamos” ele para o 2° membro dividindo
4. Se quisermos movimentar um número que está sendo dividido do 1° membro da equação para o 2°, “passamos” ele para o 2° membro multiplicando

Equações de 1º Grau

- Como resolver uma equação de 1º grau

Consideremos

$$2x + 4 = 0 \quad -4$$

$$2x = -4 \quad \div 2$$

Então

$$x = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow x = -2$$

Equações de 1º Grau

- **Exercícios** – Resolver as equações:

1) $3x - 24 = 0$

2) $3t - 4 = 8$

3) $2x - 3 = 4x - 5$

4) $4(y - 2) = 5y$

5) $\frac{2}{3}x = \frac{4}{5}$

6) $0{,}5x - 7 = -5$

Equações de 2º Grau

Uma equação do 2º grau em x é dada por

$$ax^2 + bx + c = 0$$

onde a, b e c são números reais com $a \neq 0$.

- a, b e c são chamados de coeficientes da equação

Exemplos:

- $2x^2 + x + 15 = 0 \quad a = 2, \quad b = 1 \ e \quad c = 15$
- $-x^2 + x + 1 = 0 \quad a = -1, \quad b = 1 \ e \quad c = 1$
- $x^2 + 0{,}5x + 2 = 0 \quad a = 1, \quad b = 0{,}5 \ e \quad c = 2$

Equações de 2° Grau

- A forma mais conhecida e prática de se resolver uma equação de 2° grau é utilizando a chamada "fórmula de **Bhaskara**".
- A(s) solução(ões), chamadas de raíz(es) da equação, pode(m) ser(em) obtida(s) por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

com

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Equações de 2º Grau

- **Exemplo 1:** Dada a equação de 2º grau $x^2-3x-4=0$.

Temos:

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4\cdot a\cdot c = (-3)^2 - 4\cdot(1)\cdot(-4)$$
$$= 9+16$$
$$= 25$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{25}}{2\cdot 1}=\frac{3\pm 5}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4 \\ x_2=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \end{cases}$$

Assim, as soluções são:

$$x=-1 \text{ e } x=4$$

Equações de 2° Grau

- **Exemplo 2:** Dada a equação de 2° grau $2x^2 - 8x + 8 = 0$.

Temos:

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-8)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (8)$$

$$= 64 - 64$$

$$= 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm 0}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{8+0}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ x_2 = \frac{8-0}{4} = \frac{8}{4} = 2 \end{cases}$$

Assim, as soluções são: $x = 2$ e $x = 2$, ou seja, são iguais.

Equações de 2º Grau

- **Exemplo 3:** Resolvamos a equação de 2º grau $3x^2+4x+5=0$.

Temos:

$$\begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ c=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4 \times a \times c = (4)^2 - 4 \times (3) \times (5)$$

$$= 16 - 60$$

$$= -44$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-4 \pm \sqrt{-44}}{2 \times 3}$$

Observemos que não existe raiz real de $\sqrt{-44}$

Assim, concluímos que a equação acima não admite raízes reais.

Equações de 2º Grau

- **Observações:**

1. No caso da equação quadrática ser incompleta, isto é, b=0 ou c=0 podemos resolver sem a necessidade de aplicar a fórmula de Bhaskara.

Exemplos:

a) Para $x^2-1=0$, temos:

$$x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=\pm 1$$

b) Para $x^2+2x=0$, temos:

$$x\cdot(x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+2=0 \Leftrightarrow x=-2 \end{cases}$$

Equações de 2º Grau

- **Observações:**

2. De acordo com o valor de Δ podemos ter:

a) Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais distintas ($x_1 \neq x_2$) (exemplo 1)

b) Se $\Delta = 0$, a equação possui duas raízes reais iguais ($x_1 = x_2$) (exemplo 2)

c) Se $\Delta < 0$, a equação não possui raízes reais (exemplo 3)

3. Para se utilizar o método de resolução de Bhaskara é necessário que todos os coeficientes da equação (a, b, c) estejam no primeiro membro da equação e que a mesma esteja igualada a zero. Assim uma equação na forma $3x^2+4x=-5$ deve ser reescrita na forma $3x^2+4x+5=0$ para ser resolvida.

Equações de 2° Grau

- **Observações:**

4. O Δ não necessita obrigatoriamente ser um número cuja raiz quadrada é exata. Consideremos como exemplo a equação $x^2+4x+1=0$. Temos:

$$\begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = b^2 - 4\cdot a\cdot c = (4)^2 - 4\cdot(1)\cdot(1)$$
$$= 16 - 4$$
$$= 12$$

$$\sqrt{12} @ 3,464101615...$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2\cdot a} = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2\cdot 1} @ \frac{-4 \pm 3,46}{2} @ \begin{cases} x_1 = \dfrac{-4+3,46}{2} = \dfrac{-0,54}{2} = -0,27 \\ x_2 = \dfrac{-4-3,46}{2} = \dfrac{-7,46}{2} = -3,73 \end{cases}$$

Equações de 2° Grau

- **Exercícios:** Resolva as equações abaixo:

a) $x^2 - x - 6 = 0$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

c) $-3x^2 - 6x + 24 = 0$

d) $x^2 + 6x + 9 = 0$

e) $x^2 + 2x - 5 = -8$