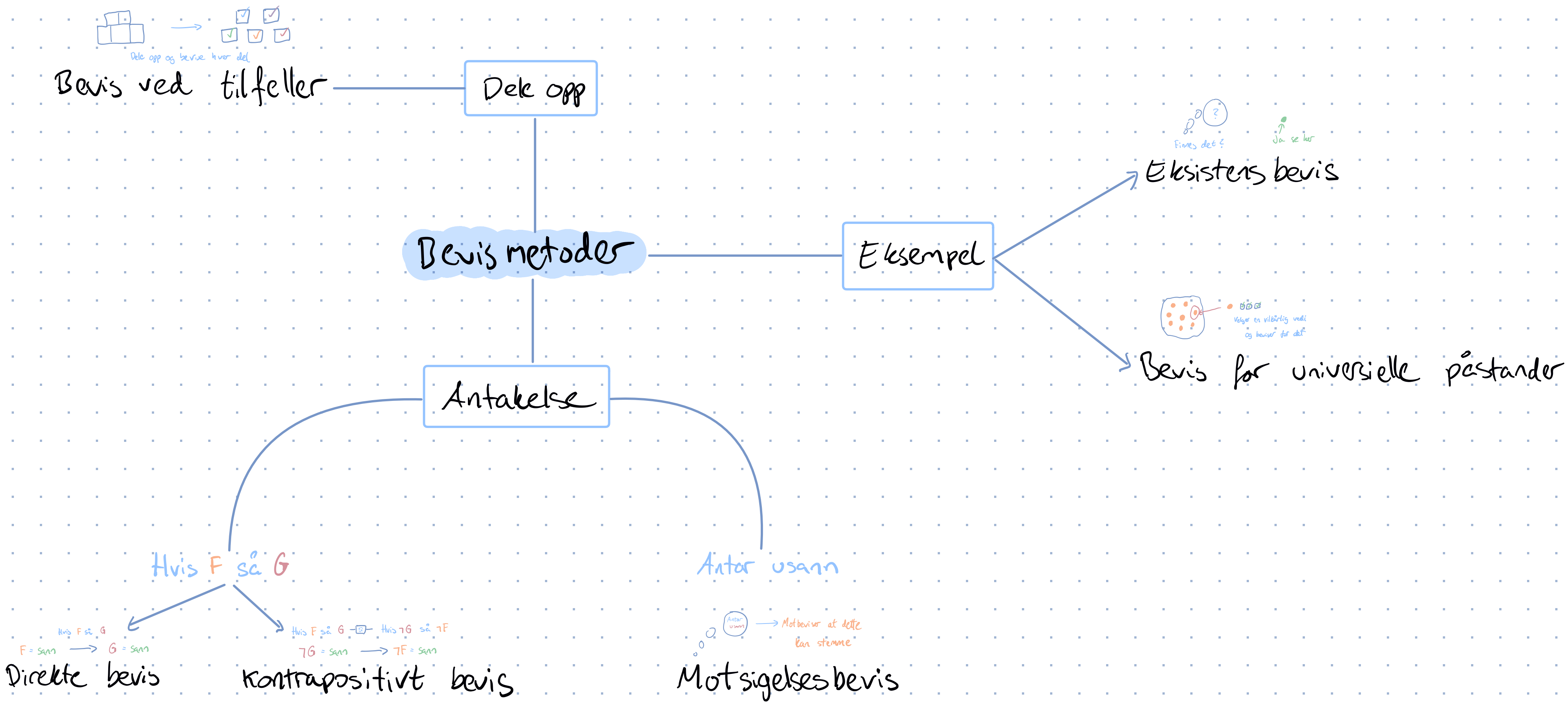

Bevis metoder
Dele opp
Dele opp og bevise hver del
Bevis ved tilfeller
Eksempel
Finnes det?
Ja se her
Eksistens bevis
Velger en vilkårlig verdi og beviser for det
Bevis for universielle påstander
Antakelse
Hvis F så G
Hvis F så G
F = sann → G = sann
Direkte bevis
Hvis F så G ⇔ Hvis ¬G så ¬F
¬G = sann → ¬F = sann
Kontrapositivt bevis
Antar usann
Antar usann
Motbeviser at dette kan stemme
Motsigelsesbevis

Oppskrift

1 Direkte bevis

"Huis F så G"

- Anta at "hvis"-delen er sann
- Bevis at "så"-delen må være sann dersom "hvis"-delen er sann

Merk: Holder det å vise at hvis F er sann, så er G sann?
Ja, fordi det som gjør beviset feil er dersom vi kan gjøre F sann og G usann. Hvis F er sann så må G være sann er nok og treger ikke tenke på F=usann

Eks: Anta at vi har en valuasjon som gjør $P \to Q$ sann.
Bevis at "hvis P er sann, så er $(Q \vee R)$ sann"?

Anta at P er sann
Det følger derfor at Q må være sann siden den eneste valuasjonen som gjør $P \to Q$ sann med $P=1$ er $Q=1$
$(Q \vee R)$ må være sann uansett hva R er siden $Q=1$

2 Bevis for universielle påstander

- Velg et vilkårlig objekt

  Merk: Dette objektet kan ikke ha spesielle egenskaper som er unikt for dette objektet og som ikke gjelder alle objektene

- Bevis at det stemmer for det objektet

3 Kontrapositivt bevis

Eks: Bevis at dersom "$3n+2$ er et oddetall, så er n et oddetall"?

Kontrapositiv: "hvis n ikke er et oddetall er $3n+2$ ikke et oddetall".

Skrevet enklere: "hvis n er et partall er $3n+2$ et partall"

Herfra er det som direkte bevis:

n kan skrives som $2x$ der x er et heltall (fordi partall)

Det andre tallet kan skrives som:

$3n+2 = 3(2x)+2 = 6x+2$

Dette er et partall siden $\frac{6x+2}{2} = 3x+1$ som alltid er et heltall for x = heltall.

4 Lage en motsigelse

Motsatte av sannheter: Tautologi (Alle sann) → Falsifiserbar (kan være usann)

Kontradiksjon (Alle er usann) → Oppfyllbar (kan være sann)

Motsatte av formler:

P er sann → $\neg P$ er sann

$P \wedge Q$ er sann → Minst 1 er usann

$P \vee Q$ er sann → Begge er usann

$P \rightarrow Q$ er sann → P sann, Q usann

5 Eksistens bevis

- Bevise ved å gi et eksempel

Eks: Finnes det en x slik at $x + x = 8$

Ja for $x = 4$

6 Bevis ved tilfeller

Splitte opp og bevise hver del

7 Motsigelsesbevis

Begynner med antakelse om at påstanden er usann og viser at dette ikke kan stemme

Viktige detaljer

1 **Formodning**

En påstand som vi tror er sann, men ikke har bevist ennå

2 En universiell påstand er en påstand som sier noe om alle objekter av en bestemt type

3 Hvordan starter et motsigelsesbevis på "Hvis $(P \to Q)$ så $(P \to R)$"?

Anter at $(P \to Q)$ er sann og at $(P \to R)$ er usann. Motbevise at dette kan stemme

4 Konstruktiv vs ikke konstruktiv

Konstruktive vises frem eller gir en metode for å finne objektet

Motsigelsesbevis er et eksempel på et ikke konstruktivt bevis

5 Det motsatte av en tautologi er ikke en kontradiksjon, men en falsifiserbar.

6 Lage en motsigelse for setning P:

Det er ikke sant at P

7 Motsigelsesbevis:

Vi starter med $\neg P$ (usant) og viser en motsigelse $\to$ bevise sant

Ikke motsigelsesbevis:

Vi starter med P (sant) og viser en motsigelse $\to$ bevise usant

8 Direkte, kontrapositivt, motsigelse for "Hvis F så G"

Direkte: Antar F er sann og viser at G må være sann

Kontrapositivt: Antar ¬G er sann og viser at ¬F må være sann

Motsigelse: Antar F er sann og G usann og viser at dette ikke kan stemme