	Matematisk induksjon	Sterk induksjon	Strukturell induksjon
Hvorfor	Bevise for alle n i en sekvens	Når $n=k+1$ avhenger av flere foregående verdier av n Eks: Fibonacci	Egenskaper for induktivt / rekursivt definerte mengder
Basissteget	Viser for minste verdi av n	Viser for så mange verdier av n som trengs	Viser for alle elementer i basismengden
Induksjonssteget	Antar at stemmer for k Viser for $k+1$ Antar at stemmer for $f(k)$ Viser for $f(k+1)$	Antar at stemmer for alle $n \le k$. Viser for $k+1$	Antar at stemmer for alle $x_1, x_2, x_3 \dots$ som lager X. Viser at da holder for X.

Definisjoner

1 Matematisk induksjon

For å bevise matematisk induksjon er det tilstrekkelig å bevise

1. Basissteget: $P(0)$ er sann
2. Induksjonssteget: Hvis det stemmer for $P(n)$, stemmer det også for $P(n+1)$

2 Strukturell induksjon

Brukes for å påvise egenskaper for induktivt definerte mengder

Oppskrift

1 Matematisk induksjon

- Vis for basetilfellet $P(0)$
- Anta at stemmer for $P(n)$. Legg til 1. Vis at dette blir det samme som $P(n+1)$

Eks: De n første oddetallene til sammen $= n^2$

$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2$

1. Basistilfellet:

   Det første oddetallet $= 1$ ✓

   $1^2 = 1$ ✓

2. Induksjonssteget:

   Antar at summen av n første oddetall $= n^2$

   Beviser at summen av de $n+1$ første oddetallene $= (n+1)^2$

   n første oddetall $= n^2$

   Legger til neste oddetall: $n^2 + (2(n+1)-1)$

   $= n^2 + 2n + 2 - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$

   Summen av $n+1$ første oddetall $= (n+1)^2$ som er lik hypotesen

2 Strukturell induksjon

1. Bevise at påstanden holder for alle elementer i basismengden
2. Hvis x er laget av $x_1, x_2, \ldots, x_n$ og en påstand holder for disse, holder den også for x

Eks: Dersom $v(0)=0$, $v(1)=1$, $v(b0)=2\cdot v(b)$ og $v(b1)=2\cdot v(b)+1$

Vis at $v(b)=v(0b)$

1. Basetilfellet P(0) og P(1)

Merk: Må vise for P(0) og P(1) siden vi har 2 basetilfeller

- P(0) er at $v(0) = v(0b)$

$v(0) = v(00)$

$0 = 2\cdot v(0) = 2\cdot 0$

$0 = 0$ ✓

- P(1) er at $v(1) = v(01)$

$1 = 2\cdot v(0)+1$

$1 = 2\cdot 0+1$

$1 = 1$ ✓

2. Induksjonssteget: Hvis P(b) er sann er også P(b0) og P(b1) sann

Anter at P(b) er sann altså at $v(b) = v(0b)$. Dette er induksjonshypotesen

Viser da at P(b0) og P(b1) er sann

- $P(b0) = v(b0) = 2\cdot v(b) = 2\cdot P(b) = 2\cdot v(0b)$
$= v(0b0) = P(0b0)$

Det stemmer altså at $P(b0) = P(0b0)$

- $P(b1) = v(b1) = [2\cdot v(b)]+1 = 2\cdot v(0b)+1$
$= v(0b1) = P(0b1)$

Viktige detaljer

1 Induksjon er en fin måte å bevise at alle elementer i en vendelig mengde har en bestemt egenskap

2 Disse betyr det samme:

- Ved strukturell induksjon på
- Ved induksjon på
- Ved induksjon på strukturen