

# Definisjoner

1

## Utsagn

Noe som kan være **sant** eller **usant**

Merk:  $x = 4$  er ikke et utsagn

2

## Konnektiver

Rangert etter sterkeste binding

- Negasjon  $\neg$  betyr "ikke"  $P$
- Konjunksjon  $\wedge$   $P$  og  $Q$
- Disjunksjon  $\vee$   $P$  eller  $Q$
- Implikasjon  $\rightarrow$   $P$  impliserer  $Q$

Merk:

P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Regel: - Det må være  $[( )]$  rundt  $[ \wedge, \vee \text{ og } \rightarrow ]$   
 - Det skal ikke være  $[( )]$  rundt  $[ \neg ]$

3

## Logisk ekvivalens

$F \Leftrightarrow G$  dersom de har samme sannhetsverdi for enhver tilordning av sannhetsverdier til variablene

4

## De Morgans lover

- $\neg (P \wedge Q) \equiv (\neg P \vee \neg Q)$
- $\neg (P \vee Q) \equiv (\neg P \wedge \neg Q)$
- $P \rightarrow Q \equiv (\neg P \vee Q)$

## Oppskrifter

1

Vis at formulene  $A$  og  $B$  er ekvivalente

Vis at  $A$  er sann hvis og bare hvis  $B$  er sann. Dette betyr:

- $A$  er sann betyr at  $B$  er sann
- $B$  er sann betyr at  $A$  er sann

Eks: Vis at  $\neg(P \rightarrow Q)$  og  $(P \wedge \neg Q)$  er ekvivalente

Antar at  $\neg(P \rightarrow Q)$  er sann:

Av dette følger at  $(P \rightarrow Q)$  må være usann som betyr at  $P = 1$  og  $Q = 0$ .

Dersom man fyller inn  $P = 1$  og  $Q = 0$  inn i den andre formelen får vi:  $(1 \wedge \neg 0) = (1 \wedge 1) = 1$  ✓

Antar at  $(P \wedge \neg Q)$  er sann:

Av dette følger at  $P = 1$  og  $Q = 0$ . Setter dette inn i den andre og får  $\neg(1 \rightarrow 0) = \neg 0 = 1$  ✓

## Viktige detaljer

1 Atomære utsagn: Utsagn som ikke kan deles opp.

Vi kan sette sammen atomære utsagn med ordene: og, eller, ikke, hvis, så

2 Formelen  $A \rightarrow B$  uttrykker "hvis  $A$  er sann, så er  $B$  sann"

- At  $A$  er sann er tilstrekkelig for at  $B$  er sann.

Eks: Dersom sola skinner, er Stine glad.

Det er tilstrekkelig for Stine at sola skinner for at hun skal være glad

- At  $B$  er sann er nødvendig (men ikke alltid nok) for at  $A$  er sann

Eks: Dersom sola skinner må Stine være glad

3 Hvis vs Bare hvis

Eks: "Jeg spiser det" =  $S$ , "Det er godt" =  $G$

- Jeg spiser det hvis det er godt

- Det er godt  $\rightarrow$  Jeg spiser det  $G \rightarrow S$

- Jeg spiser det bare hvis det er godt

- Jeg spiser det  $\rightarrow$  Det er godt  $S \rightarrow G$

- Jeg spiser det hvis og bare hvis det er godt

- Jeg spiser det  $\leftrightarrow$  Det er godt  $S \leftrightarrow G$