



Definisjoner

1

Førsteordens språk

Et hvert førsteordens språk består av følgende logiske symboler:

- De logiske konnektivene $[\wedge, \vee, \neg, \rightarrow]$
- Kvantorene $[\forall, \exists]$
- En uendelig tellbar mengde av variabler, samt parenteser og kommaer

Består også av ikke-logiske symboler:

- En mengde konstantymbol
- En mengde funksjonssymboler
- En mengde relasjonssymboler

Merk: Et symbol kan ikke være flere av disse samtidig

Merk: Et hvert funksjon- og relasjonssymbol er assosiert med et naturlig tall, kalt ariteten til symbolet.
Aritet er hvor mange argumenter funksjonen/relasjonen tar inn

2

Signatur

Signatur angis på følgende måte:

$\langle a, b, c; f, h, g; R, S, T \rangle$
konstanter funksjoner relasjoner

Merk: Vi er opptil å spesifisere ariteten til funksjons og relasjonssymbolene

Ekst: Kan gjøres på 2 måter

- Aritet til S er 1 og aritet til $=$ er 2
- Aritet $\{ \langle S, 1 \rangle, \langle =, 2 \rangle \}$

3

Termer

Hva er termer:

- Alle konstant symboler
- Alle variable
- **Funksjoner** brukt på variable / konstanter

Ek: $a, x, f(a), g(x, a), g(f(x), a)$ osv...

Notasjon: Hvis f har aritet 1 skriver vi fa istedenfor $f(a)$. Vi dropper parentesene

4

Atomære formler

En formel er noe som kan være **sant / usant**

Hvis R er et relasjonssymbol med aritet $n > 0$ og t_1, t_2, \dots, t_n er termer er $R(t_1, t_2, \dots, t_n)$ en atomær formel

Merk: Vi relaterer **kun termer** til hverandre og evaluerer **sant / usant**

Merk: Dessom R har aritet 0 er R et atomær formel

5

Førsteordens formler

Den minste mengden slik at:

- Alle atomære formler er formler
- Hvis φ og ψ er formler er $\neg \varphi, (\varphi \wedge \psi), (\varphi \vee \psi), (\varphi \rightarrow \psi)$ også formler
- Hvis φ er en formel og x er en variabel er $\forall x \varphi$ og $\exists x \varphi$ formler

Merk: Alle forekomster av en variabel x i φ sies å være **bundet** i formlene $\forall x \varphi$ og $\exists x \varphi$ og innenfor **skopet** til den gjeldende kvantoren.

Merk:

Præcedensregler gir at \forall og \exists binder like stærkt
som \neg og derfor sterkere enn \wedge , \vee og \rightarrow

Oppskrifter

1

Term eller formel

- Funksjon tar inn termer og lager nye termer

$$f(\text{term}) = \text{term}$$

- Formler tar inn termer og lager atomære utsagn (sann / usann)

$$\text{formel}(\text{term}, \text{term}) = \text{utsagn}$$

- Formler med \forall og \exists er på formen

$$[\forall \text{ eller } \exists] [\text{variabel}] [\text{relasjon}]$$

Merk: Sammensatte formler er atomære formler
med enten $\forall, \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow$