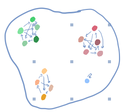
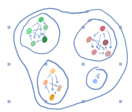
Vi bryr oss om gitte egenskaper

Abstraksjon



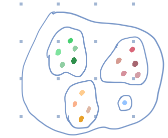
Ekvivalensrelasjon

Dele opp i mindre deler



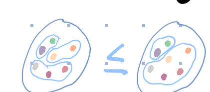
Samle alle elementer som er like

Ekvivalensklasser



Partisjoner

Forfining



Finere oppdelt enn dette

Definisjoner

1 Ekvivalensklasse

Ekvivalensklassen til et element $x \in M$ er mengden $[x] = \{ y \in M \mid y \sim x \}$

Merk: Dette er mengden av elementer i M som er relatert til x

Formel:
- Vi skriver $[x]$ for ekvivalensklassen til x
- Vi skriver $M/\sim$ for mengden av alle ekvivalensklasser. Dette kalles for kvotientmengden av M under $\sim$

2 Partisjoner

En partisjon av en mengde S er en mengde X av ikke-tomme delmengder av S slik at
- Unionen av alle mengdene i X er lik S
- Snittet mellom to forskjellige delmengder er tomt

Merk: Partisjonen er mengden av alle delmengder av S

3 Forfining av partisjoner

X er finere enn Y $(X \leq Y)$ hvis alle elementer i X er en delmengde av noe i Y.

Oppskrift

1 Finne ekvivalensklassen

Ekvivalensklassen til x er alle elementer som har en relasjon til x

Merk: Ekvivalensklasser defineres kun fra ekvivalensrelasjoner

Eks: Relasjon $R = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$

Ekvivalensklassen til $1 = [1] = \{1,2\}$ (fordi 1 har en relasjon til seg selv og 2)

Ekvivalensklassen til $2 = [2] = \{1,2\}$ (fordi 2 har en relasjon til seg selv og 1)

Ekvivalensklassen til $3 = [3] = \{3\}$ (fordi 3 har kun en relasjon til seg selv)

$$\{[1],[2],[3]\} = \{\{1,2\},\{3\}\}$$

Dette er kvotientmengden til M under R $\Leftrightarrow$ Mengden av alle ekvivalensklassene i M.

Merk: $[2] = \{1,2\}$ fordi $\langle 1,2\rangle$ og $\langle 2,2\rangle \in R$. Det betyr ingenting for ekvivalensklassen til 2 at $\langle 2,1\rangle \in R$. Det er kun alle a slik at $a \sim 2$, ikke $2 \sim a$.

2 Forfining av en partisjon

For alle elementer i X er delmengde av et element i Y

Eks: $X = \{\{1\}, \{2\}, \{3,4\}\}$ og $Y = \{\{1,2\}, \{3,4\}\}$

$\{1\} \subseteq \{1,2\}$ ✓

$\{2\} \subseteq \{1,2\}$ ✓

$\{3,4\} \subseteq \{3,4\}$ ✓

X er finere enn Y

Viktige detaljer

1 Dersom vi har en ekvivalensrelasjon R og $x \sim y$ så
må $[x] = [y]$

2 Mengden av alle ekvivalensklassene for en gitt
ekvivalensrelasjon er en partisjon