$M = \{P, Q \to R, S \wedge T\}$

En mengde med formler

- $P=1, Q=1, S=1 \longrightarrow F =$ sann
- $P=1, Q=0, S=0 \longrightarrow F =$ sann

Alle valuasjoner som gjør ikke M sann

Gjør F sann

Logisk konsekvens $\xrightarrow{\text{Brukes for å definere}}$ Gyldig argument

Logisk konsekvens $\longrightarrow$ Uavhengighet

Uavhengighet: Formel — Mengde

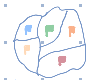
Formel:

F uavhengig

$\{\dots\} \not\models F$

$\{\dots\} \not\models \neg F$

Mengde:



Alle er uavhengig av hverandre

Oppfyllbarhet — Falsifiserbar

Kan være sann — Kan være usant

Oppfyllbarhet — Alltid sann — Tautologi / gyldig

Falsifiserbar — Alltid usant — Motsigelse / kontradiksjon

Oppfyllbarhet $\longrightarrow$ Motsigelse / kontradiksjon: Motsatt av oppfyllbar

Falsifiserbar $\longrightarrow$ Tautologi / gyldig: Motsatt av falsifiserbar

Definisjoner

1

Logisk konsekvens $\models$

M = en samling av formler $\{P \land Q, \neg R \to S, \ldots\}$

F = en formel $(P \to S)$

For alle valuasjoner av $(P, Q, R, S \ldots)$ som gjør alle formlene i M sann gjør de også F sann

$M \models F$ → F er en logisk konsekvens av M

2

Gyldig argument

Et argument er gyldig (eller holdbart) dersom konklusjonen er en logisk konsekvens av mengden med premisser

Premisser $\models$ argument

Eks: S = "solen skiner", G = "Jeg er glad"

1. Dersom $(S \to G)$ og S er sann må G være sann

$\{(S \to G), S\} \models G$

2. Dersom jeg ikke er glad så kan ikke sola skinne

$\{(S \to G), \neg G\} \models \neg S$

3

Oppfyllbarhet

Dersom en valuasjon v gjør en formel F sann sier vi at v oppfyller F

Formel: Vi skriver $v \models F$

Eks: Valuasjonen $P = 1$ og $Q = 0$ oppfyller formelen $(P \land \neg Q)$

4 Falsifiserbar

Det finnes en valuasjon v slik at formelen kan bli usann

Merk: Det samme som oppfyllbarhet bare mulighet for å gjøre usann.

Eks: Valuasjonen $P = 0$ og $Q = 0$ falsifiserer formelen $(P \wedge Q)$

5 Uavhengighet formel og mengde

1. En formel F er uavhengig av en mengde M dersom hverken F eller $\neg F$ er logisk konsekvens av M

2. En mengde formler er uavhengig dersom enhver formel er uavhengig av mengden av de andre formlene

6 Tautologi / gyldighet

En formel F er en tautologi dersom den er sann for alle valuasjoner

Formel: Vi skriver $\models F$, dersom F er en tautologi

Oppskrift

1 Er F en logisk konsekvens av M ($M \models F$)

M = en mengde med formler , P = en formel

Ja: Se på valuasjoner som gjør alle formlene i M sanne.

Hvis disse også gjør F sann → Logisk konsekvens

Nei: Finn en valuasjon som gjør alle formlene i M sann,

men gjør F usann → Ikke logisk konsekvens

2 Er formelen oppfyllbar ?

Den er oppfyllbar dersom det finnes en valuasjon som gjør formelen sann

Eks: 1 $(P \land Q)$ er oppfyllbar da vi kan sette $P = 1$ og $Q = 1$

2 $(P \land \neg P)$ er ikke oppfyllbar da den aldri kan bli sann

3 Er formelen uavhengig

- Dersom hverken F eller $\neg F$ er logisk konsekvens av M

Eks: $M = \{P \lor Q, R\}$ $F = P$

Vi antar her at $P \lor Q$ er sann. Av dette kan vi ikke si at P må være sann da vi kan ha $P = 0$ og $Q = 1$

Vi kan heller ikke si at $\neg P$ er sann da vi kan ha $P = 1$ og $Q = 1$

Vi kan dermed ikke si at P eller $\neg P$ er en logisk konsekvens av M og formelen er derfor uavhengig

Viktige detaljer

1 Tegnet ($\vDash$) brukes både til logisk konsekvens og oppfyllbarhet.
Det betyr ikke at de er det samme.

2 **Ulik bruk av tegn:**

- $F \Longleftrightarrow G$: (F og G er ekvivalente)
  F og G har alltid samme sannhetsverdi
- $F \leftrightarrow G$:
  $(F \to G) \land (G \to F)$
- $F \Rightarrow G$:
  G er en logisk konsekvens av F

3 Vi bruker tegnene sann: $\top$ og usann: $\bot$

4 I en implikasjon $P \to Q$ der P er usann er utsagnet $P \to Q$ alltid sant

Dersom $A=1$. Er dette utsagnet sant "Hvis $A=2$ er $B=1$"?
Ja fordi uansett hva B er er implikasjonen sann

5 $\{F\} \vDash G$ er det samme som $\vDash F \to G$

Hvis F er 1 må G være 1. Hvis $F=0$ kan G være 0 eller 1