问题回答

- **什么是偏导数?**
  偏导数指一个多变量的函数关于其中一个变量的导数而保持其他变量恒定。就是一个二元函数固定一个变量作一个平面，与函数有一条交线（截痕），在这个平面内作这条交线的切线，即这个函数在某点处对某个变量的偏导数。
- **链式求导法则如何工作?**
  分解函数，逐层求导，最后相乘
  举例（三层）：

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dw} \cdot \frac{dw}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

- **梯度是什么?**
  梯度是一个向量值函数，代表多元函数值改变最快的方向
  梯度的长度反应了函数的变化趋势（增长速率？），梯度的方向代表函数增长的方向
- **矩阵乘法、转置、逆矩阵的基本定义和例子。**
  1、矩阵乘法
  矩阵乘法是两个矩阵生成第三个矩阵的一种定义在矩阵上的二元运算。（ 要求：左矩阵的列数与右矩阵的行数相同的两个矩阵才能相乘）
  举例：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$$

$$C = A \times B = \begin{bmatrix} 58 & 64 \\ 139 & 154 \end{bmatrix}$$

  2、矩阵的转置
  矩阵的转置是将矩阵的行列互换得到新的矩阵。
  举例：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

3、逆矩阵
对于n阶方阵A，若存在n阶方阵B，使得： AB = BA = I

其中I为单位矩阵，则称B为A的逆矩阵，记作A^{-1}。
举例：

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

- 概率分布、期望值、方差的基本概念。
  1、概率分布
  描述随机变量所有可能取值及其对应概率的完整表述，表征随机变量的统计规律性。
  2、期望值
  随机变量所有可能取值的加权平均值，权重为对应的概率，反映随机变量的平均水平。
  3、方差
  随机变量取值与其期望值的偏离程度的平方的期望值，度量随机变量的离散程度。

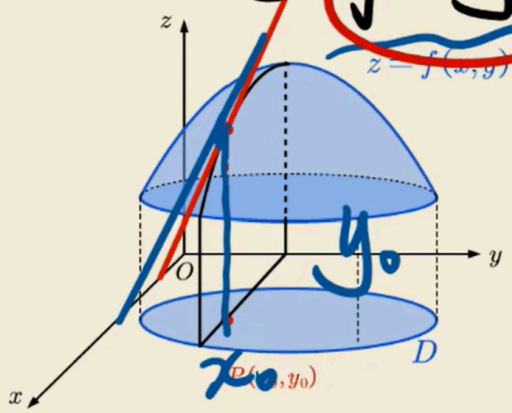
学习笔记

- 没有系统地记笔记，就放一些b站课程的截图吧

降维

二元函数 $z=f(x,y)$

$z=f(x,y_0)$



在 x_0 导数

$$f'_x(x_0,y_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x,y_0)-f(x_0,y_0)}{x-x_0}$$

通关题型 4 抽象多元复合函数求偏导数

链式求导法则.

$f_1' = 2u\ln v = 2(x^2-y^2)\ln e^{xy}$

【1-6】设 $z=u^2\ln v$，其中 $u=x^2-y^2, v=e^{xy}$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.（不就是 $z=f(x,y)$ 嘛！）

【例 1-6】设 $z=f(\underset{1}{u},\underset{2}{v})$，其中 $u=x^2-y^2, v=e^{xy}$，f 有连续一阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot 2x+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot e^{xy}\cdot y$$

$$=f_1'\cdot 2x+f_2'\cdot e^{xy}\cdot y$$

$$z\begin{cases}u\\v\end{cases}\begin{matrix}x\\y\end{matrix}$$

f_1'

- 导数, derivate

$y=x^2$

$y'=2x$

- 偏微分, partial derivate

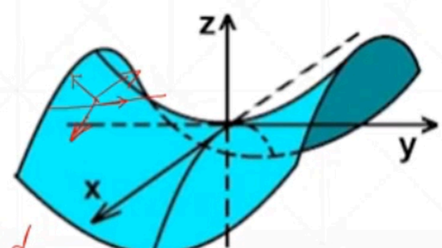
- 梯度, gradient

$$z = y^2 - x^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -2x$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2y$$

∂ d



$$\nabla f=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1};\frac{\partial f}{\partial x_2};\ldots;\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)$$

$\nabla=(-2x,2y)$

$\nabla_{(0,0)}=(0,0)$

$\nabla_{(1,1)}=(-2,2)$