Correção da prova!

① $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a+b & 0 \end{bmatrix}$

ⓐ Verifique se é autoespaço

usando $A_1 = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1+b_1 & 0 \end{bmatrix}$ $A_2 = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ a_2+b_2 & 0 \end{bmatrix}$ $A_1 + A_2 = \begin{bmatrix} a_1+a_2 & b_1+b_2 \\ (a_1+b_1)+(a_2+b_2) & 0 \end{bmatrix} \in W$

$\alpha A = \begin{bmatrix} \alpha a & \alpha b \\ \alpha(a+b) & 0 \end{bmatrix} \in W$

ⓑ Determine 2 matrizes que formam uma base de W

$A = a\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \left\{ \overset{m_1}{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}, \overset{m_2}{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}} \right\}$

ⓒ as matrizes formadas em ⓑ são ortogonais entre si?

$\langle m_1, m_2 \rangle = tr(m_2^t m_1) = tr\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = tr\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = 1$

não são ortogonais.

WD

② $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ⓐ Determine os autovalores de T

$$\det(P(\lambda)) : \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 2 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2 (2-\lambda)$$

$(1-\lambda)^2 \cdot (2-\lambda) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 1$
$\lambda_3 = 2$

ⓑ Determine uma base de cada autoespaço associado a cada autovalor.

$\lambda_1 = \lambda_2 = 1$

$\begin{cases} y = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ x é livre

$v^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

$\lambda_3 = 2$

$\begin{cases} -x + y = 0 \\ 2z = 0 \\ -z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} z = 0 \\ y = x \end{cases}$ $B^{(2)} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

ⓒ Determine uma base do $\mathbb{R}^3$ que seus 1° elementos sejam as bases de ⓑ

$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ → Era só escolher + 1 vetor que fosse LI com os demais (qualquer um serviria).

$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ⓐ $v=(2,0,1)$ pertence a $Im(T)$?

$(2,0,1)=(r,-r,2r)$?

↳ <u>Contradição</u>, $v \notin Im(T)$.

ⓑ Determine $T^*: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$.

$$A^T=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad T^*(x,y,z)=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=x-y+2z$$

ⓒ Determine se $v=(2,0,1) \in N(T^*)$?

$T^*(2,0,1)=2-0+2=4\neq 0$, $v \notin N(T^*)$.

④ $T: P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2$ $T(a_0+a_1x+a_2x^2)=(a_0+a_1+a_2,\ a_0+a_1)$

ⓐ Determine $N(T)$

$$\begin{cases} a_0+a_1+a_2=0 \\ a_0+a_1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2=0 \\ a_1=-a_0 \end{cases} \quad N(T)=\left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right]=[1-x].$$

ⓑ baseado em ⓐ determine $\dim(Im(T))$, Justifique.

$$\dim(P_2(\mathbb{R}))=\dim(N(T))+\dim(Im(\mathbb{R}))$$

$$3=1+\dim(Im(\mathbb{R}))$$

$$\dim(Im(\mathbb{R}))=2=\dim(\mathbb{R}^2)$$

ⓒ é injetiva? Sobrejetiva?

Não é injetiva; É sobrejetiva.