UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - DCC
DISCIPLINA: Métodos Matemáticos I Período 2023.2

Aluno(a): .... Matrícula: ....

Segunda parte da avaliação escrita da Unidade 1

Lembrete. A primeira parte da avaliação foi feita em dezembro de 2023.

Atenção. Se o número de sua matrícula termina em 0, 1, 2, ou 3, então resolva todos os ítens (a). Se o número de sua matrícula termina em 4, 5, ou 6, então resolva todos os ítens (b). Se o número de sua matrícula termina em 7, 8 ou 9, então resolva todos os ítens (b).

01. Utilizando algum dos testes vistos em sala de aula, responda se série é convergente ou divergente. Indique qual foi o teste utilizado e detalhe como o mesmo foi utilizado.

    (a) $\sum_{n=0}^{\infty}[1+(-1)^n]$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+cos(n)}{n^2}$, (c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln(n)}{n^3}$.

02. Aplique o teste da integral e verifique que a série numérica é convergente. Em seguida, obtenha a quantidade mínima de termos que deve ser somados para que se obtenha uma aproximação da soma da série com um erro inferior à 10^{-4}.

    (a) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)^2}$, (b) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)^2}$, (c) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3}{(2n+1)^2}$.

03. Use o teste da razão ou o teste da raiz e verifique se a série é absolutamente convergente.

    (a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$, (b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n!}$, (c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^n}$.

04. Dada a função $f(x)$, faça o que se pede para a função dada em seguida:

    (i) determine a série de Maclaurin de $f(x)$;
    (ii) determine o raio de convergência da série obtida em (i);
    (iii) determine o intervalo de convergência da série obtida em (i).

    (a) $f(x)=\frac{1}{2x-3}$, (b) $f(x)=\frac{1}{3x-2}$, (c) $f(x)=\frac{1}{2x+3}$.

05. Sabendo-se que a série de Maclaurin da função $f(y) = (1+y)^{\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, é dada por $1+\frac{\alpha}{1!}y+\frac{\alpha\,(\alpha-1)}{2!}y^2+\frac{\alpha\,(\alpha-1)\,(\alpha-2)}{3!}y^3+\cdots+\frac{\alpha\,(\alpha-1)\,(\alpha-2)\cdots(\alpha-[n-1])}{(n!)}y^n+\cdots$, cujo intervalo de convergência é $(-1,\ 1)$, faça o que se pede a seguir para a função dada na sequência:

(i) use substituição de variáveis e determine o intervalo de convergência da série de Maclaurin da função dada;

(ii) determine a aproximação quadrática de $f(x)$ em torno da origem;

(iii) use o item (ii) e determine uma aproximação de $\sqrt[3]{8.1}$;

(iv) estime o erro da aproximação obtida no item (iii).

(a) $f(x) = \sqrt[3]{8+2x}$, (b) $f(x) = \sqrt[3]{8+4x}$, (c) $f(x) = \sqrt[3]{8+x}$.