

2009 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人										
评 分										
备 注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

会议筹备方案的优化设计模型

摘要:

本文研究对会议筹备方案的设计，本文的整体方案在满足实际参会代表要求的前提下使会议开支成本更经济。对于预订宾馆客房数，首先根据附表二和附表三预估实际参会代表人数和参会代表的住宿要求，在此基础上使用 0-1 规划和矩阵性质求出实际需要宾馆的最少数目、为了便于集中管理采用层次分析将宾馆的具体安排地点加以确定。租借会议室以经济方便为原则，使用弗洛伊德（Floyd）算法求出作为会议地点最合适的宾馆，便于推广。租赁客车按照经济、方便的原则，提出三种方案加以比较最终的出最有利的租赁方案。在总结中我们为主办方会议服务公司为这次大会提出整体筹划方案。帮助解决了在筹备会议中的成本运算和地点安排中的难题。并在模型推广中提出合理的建设性意见。

关键字：层次分析 0-1 规划 运筹路线 约束目标优化

1 问题的提出:

大会会议筹备组为了更好的组织好会议,需要筹备的事务主要有以下几部分:为大会会议代表预订宾馆客房,租借会议室,并租用客车从宾馆开会地点接送代表。那么会议筹备组支付出的费用包括以下几部分:会议组织方租借会议室费用,向汽车租赁公司租用客车费用,以及为了防止出现预订客房数量不足的现象,可能多预定出的客房的空房费。

2 问题的分析:

本题是一个最小费用流问题,但同时要考虑满足会议代表提出的要求和他们的满意度。在满足大部分会议代表的住宿和开会的方便的要求的基础上进行相应的安排和预算,使得大会组织方花费的费用尽可能最少,实现更为合理,达到节约的目标的方案。那么首先也就是在备选的 10 个宾馆中确定最少需要多少个宾馆能满足大会代表的住宿要求。然后再根据代表对距离的要求以及实际的需要尽可能集中方便管理的要求确定详细的住宿地点安排。当确定宾馆的住宿安排的详细方案后根据大会的会议要求和参加会议的实际代表人数以及宾馆中会议室的数量和容量确定会议地点安排方案。确定好会议地点安排方案后,由上述两种确定的方案以及会议筹办方的实际需求来确定接送汽车的路线安排。确定租车方案。

首先是数据的提取。从往年会议的回执情况以及参加会议的人数的数据。可以经过分析和统计获得参加会议的可能人数,以及参加会议人数的性别比例和住房要求。根据宾馆的房的种类和可入住的人数,以及会场的最大容纳数来决定

其次是模型的建立。利用在资料中分析的信息,根据满足会议代表的住宿要求的原则进行房间分配,判断至少需要几个宾馆才能达到满足大会代表住宿的满意度。

大会代表的住宿要求其中还包括了便于管理,除了尽量满足代表在价位等方面的需求之外,所选择的宾馆数量应该尽可能少,并且距离上比较靠近。在明确至少需要几个宾馆才能达到满足大会代表住宿的满意度的基础上大会筹备组确定具体安排的宾馆位置。

在明确具体安排的宾馆位置后会确定大会的会议场地安排计划。

分配参会人员的住宿方案。(其中在使用的参会人员方便并感觉满意的条件下包括租借会场费用和租车费用的花费最小的原则下)

确定租车方案。(需要考虑参会代表的满意度因素或是纯经济因素)

因此整个大会筹备会议方案的流程如下:①首先是预估大会实际参加会议代表的数目→②估计实际会议参加代表的住宿要求→③确定在备选的宾馆中至少需要几个宾馆可以满足住宿的实际需求→④确定具体安排的宾馆位置→⑤确定需要安排的会议地点→⑥确定租车方案接送代表开会。

在确定整个会议筹备方案中有上述 6 个问题或小方案需要解决,在本文中我们统一以问题①,②,③,④,⑤,⑥,会议筹备方确定整个会议筹备方案的过程就是逐步解决 6 个问题的过程。

3 模型假设

- 1 假设实际与会代表的男女比例与代表回执中的男女比例相同。
- 2 假设未发回执与会的代表对房间的不同要求的比例与代表回执中的房间要求的比例相同。
- 3 假设所有备选宾馆的入住量在大会会议期间处于淡季,宾馆在会议代表

开始入住之前的入住量为 0，所有的房间都可以被用作备选。

- 4 代表的住宿要求要尽可能被满足，如果要求住某一价位单人间的代表的人数超过宾馆能提供的能力，将其分配一个同等价格区间的双人间让其一单独居住。
- 5 会议期间备选的所有宾馆处于淡季，客房与会议室在会议开始之前全部处于在空出状态。被选上负责接待任务的宾馆在会议期间客房与会议室优先对会议代表开放。
- 6 一天上下午各安排 6 个分组会议同时进行，并且一个人只能参加上下午各一次会议。参加会议必须出席，不得无故缺席。
- 7 考虑会议内容不同，参加会议的人数也不同；所以各个分组会议厅大小不一，故我们只考虑宾馆会议厅容纳总人数符合要求。
- 8 会议占用会议厅的时间作为最大考虑（整个上午或下午）。
- 9 每人每次上下车的时间总和为 5 秒钟，上下车时连续进行不得间断。车子的行驶速度为 40km/h，并处于匀速状态。
- 10 运送过程中客车不允许超载，并且客车到达各宾馆时刹车，和离开时启动的时间忽略不计。
- 11 代表到达会议地点与返回时都是通过客车接送。

4 符号说明

- | | |
|---|------------------------------------|
| H ：发来回执的数量 | H_1 ：实际与会代表的总人数 |
| H_2 ：发来回执但未与会的代表数量 | H_3 ：未发回执但与会的代表数 |
| H_4 ：发回执并与会的代表数 | T ：总时间 |
| t_1 ：行进总时间 | t_2 ：上下车的总时间 |
| v ：车子的行驶速度（30km/h）。 | x_i ：行进总次数， $i \in (1, 5, 6, 8)$ |
| P_i ：本届回执表中各住房类型的男性代表和女性代表的预定人数，
$i \in (1, 2, 3, 4, 5, 6)$ | |
| Q_i ：本届实际会议参加男性代表和女性代表的各类型的住宿要求，
$i \in (1, 2, 3, 4, 5, 6)$ | |
| $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ ：分别代表地图上的①至⑩十个宾馆。 | |
| $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ ：分别代表各宾馆的房屋类型。 | |
| D_1, D_2, D_3 ：分别代表 120-160 元，161-200 元，201-300 元三种预定房价格的区间。 | |
| L_i ：相邻两宾馆间的距离（参见附图）， $i \in (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$ 。 | |

5 模型的建立与求解

问题①：

由题设条件可得

未发回执与会代表与实际与会代表总和的比例 $= \frac{H_3}{H_1} \times 100\%$ 。

(1) 发回执未与会与回执总数的比例 $= \frac{H_2}{H} \times 100\%$ 。

(2) 根据附表三数据和公式 (1), (2) 得:

	表一			
	第一届	第二届	第三届	第四届
发回执未与会与回执总数的比例	28.25%	32.30%	29.66%	29.96%
未发回执与会代表与实际与会代表总和的比例	20.14%	22.26%	20.72%	17.28%

根据表一的情况我们可以得出以下结论:

从第一届开始后的发回执未与会与回执总数的比例平均为 30%左右, 今年我们预估发回执未与会与回执总数的比例保持 30%左右。未发回执与会代表与实际与会代表总和的比例呈现为以下状态, 在第一届到第三届的数据信息来看, 变化幅度不大。第四届的比例突然大幅度下降, 主要原因应为第四届回执总数和实际与会代表的数目突然大幅度增加, 增加的幅度大大超过往几届会议, 原因可能是会议的规模大幅度扩大, 而今年的回执数为 755, 只比第四届的回执总数多 44 人, 可能是会议的规模步入平稳期。根据前三届未发回执与会代表会议代表和回执总数的数据信息, 我们可以预判今年未发回执与会代表与实际与会代表总和的比例应为 $(17.28 \pm 1)\%$ 。

根据附表 2 和公式 (1), (2) 得:

$$\frac{H_2}{H} = 0.3, H_2 = 755 \times 0.3 \approx 226 \text{ 人}$$

$$H_4 = H - H_2 = 529, H_1 = H_4 + H_3$$

$$\frac{H_3}{H_1} = \frac{H_3}{H_4 + H_3} = \frac{H_3}{529 + H_3} = 17\%$$

$$\text{解得: } H_3 \approx 108 \text{ 人既 } H_1 = H_4 + H_3 = 529 + 108 = 637$$

所以 H_1 即实际与会的代表总人数为: 637 人。

问题②: 确定实际参加会议代表的住宿要求

即确定 120-160 元、161-200 元、201-300 元三种不同价格的双人间和单人间所需要房间数, 那么要先确定预定男合住、独住, 女合住、独住人数, 利用附表 2 (本届回执表数据) 得出男合住、独住各各类型, 女合住、独住

各类型所占全部人数比例系数；再利用问题①的结论预估的实际值参会代表人数得出各个男合住、独住，女合住、独住所占人数。

$$\text{住房类型预定人数所占比例} = \frac{P_i}{755} \quad (3)$$

参照附表 2 和公式（3）得：

表二 本届发回执代表住房类型的比例

	合住 1	合住 2	合住 3	独住 1	独住 2	独住 3
男	20.4%	13.77%	4.24%	14.17%	9.01%	5.43%
女	10.33%	6.35%	2.25%	7.81%	3.71%	2.52%

根据问题①的结果可得：实际与会的代表总人数为：637 人。又因在假设中我们已设定与会代表的男女比例与代表回执中的男女比例相同；未发回执而与会的代表对房间的不同要求（比如住宿方式或房间的价位）的比例与代表回执中的房间要求（比如住宿方式或房间的价位）的百分比比例相同。所以：

$$Q_i = (\text{住房类型预定人数所占百分比比例}) \times 637 \quad (4)$$

参照表二和公式（4）可得本届代表实际与会人数和所住房间类型和间数的数据信息以列表为表三的形式表示。

表三 本届代表实际与会人数和所住房间类型和间数

	合住 1	合住 2	合住 3	独住 1	独住 2	独住 3
男	130 (65 间)	88 (44 间)	27 (14 间)	90	57	35
女	66 (33 间)	40 (20 间)	14 (7 间)	50	24	16
房间总数	98 房间	64 房间	21 房间	140 房间	81 房间	51 房间

说明：在遇到双人间的预定人数为奇数时，采用加一的原则，给多出的一人分配一个双人间，让其一入居住。

问题③：确定满足实际参会代表的要求所需要最少的宾馆数目

在解决问题③使用归纳统计以及 0-1 规划模型^[1]

首先大会在满足代表的要求需要为代表的房间总数为 455。首先是满足双人间需求被分配的要求再将多余的双人间分配给可能单人间不够而选择独住方式的会议代表。根据假设可知这些代表的选择房间的价位保持不变。

由题目中附表 1 可知 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ 的各自的总房间数分别为 130, 150, 101, 95, 110, 140, 120, 125, 120, 100。并由附表 1 可以得出表四（各宾馆的住宿方式和其相对应价格的房间数目），又因为可能在满足双人间需求被完成后将多余的双人间分配给可能单人间不够而选择独住方式的会议代表。所以再次提出表五（表六 120-160 元，161-200 元，201-300 元。

选择宾馆的结果只有两种：选择上或是选择不上，因此选择的结果分别用 1, 0 表示。也就是 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ 的每个未知数的解只有是 0 或 1。

通过表归纳我们可以得出拥有房间数最多的前三位分别是 X_1, X_2, X_6 。前三位的房间数总和为 420，还是小于需要的房间总数 451。那么通过上述归纳我们可以判断单单从满足需要的总的条件来看需要的最少宾馆数目肯

定大于 3。由题设所给的条件分析可知如果要求住在首先来分析表 的情况，由题目中所说明的情况首先是安排好的可以得出以下结论：

表四（各宾馆的住宿方式和其相对应价格的房间数目）

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
X ₁	0	50	30	0	30	20
X ₂	85	65	0	0	0	0
X ₃	50	24	0	27	0	0
X ₄	50	45	0	0	0	0
X ₅	70	40	0	0	0	0
X ₆	0	40	30	40	30	0
X ₇	50	0	0	40	0	30
X ₈	40	40	0	0	45	0
X ₉	0	0	60	0	0	60
X ₁₀	0	0	100	0	0	0

矩阵 1

$$\begin{array}{c}
 C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6 \\
 \left. \begin{array}{l} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \\ X_9 \\ X_{10} \end{array} \right\} \begin{bmatrix} 0 & 50 & 30 & 0 & 30 & 20 \\ 85 & 65 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 50 & 24 & 0 & 27 & 0 & 0 \\ 50 & 45 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 40 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & 30 & 40 & 30 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 40 & 0 & 30 \\ 40 & 40 & 0 & 0 & 45 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 & 0 & 60 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

表五（各宾馆的三种价格区间 120-160 元，161-200 元，201-300 元的双人间房间数目）

	C ₁	C ₂	C ₃
X ₁	0	50	30
X ₂	85	65	0
X ₃	50	24	0
X ₄	50	45	0
X ₅	70	40	0
X ₆	0	40	30
X ₇	50	0	0
X ₈	40	40	0
X ₉	0	0	60
X ₁₀	0	0	100

矩阵 2

	C_1	C_2	C_3
X_1	0	50	30
X_2	85	65	0
X_3	50	24	0
X_4	50	45	0
X_5	70	40	0
X_6	0	40	30
X_7	50	0	0
X_8	40	40	0
X_9	0	0	60
X_{10}	0	0	100

表六（各宾馆的三种价格区间 120-160 元，161-200 元，201-300 元的双人间房间数目）

	D_1	D_2	D_3
X_1	0	80	50
X_2	85	65	0
X_3	75	24	0
X_4	50	45	0
X_5	70	40	0
X_6	40	70	30
X_7	90	0	30
X_8	40	85	0
X_9	0	0	120
X_{10}	0	0	100

矩阵 3

	D_1	D_2	D_3
X_1	0	80	50
X_2	85	65	0
X_3	75	24	0
X_4	50	45	0
X_5	70	40	0
X_6	40	70	30
X_7	90	0	30
X_8	40	85	0
X_9	0	0	120
X_{10}	0	0	100

先满足双人间住宿安排要求再安排满足价格区间的房间数目要求。

矩阵方程 1

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1 \bullet 0 + X_2 \bullet 85 + X_3 \bullet 50 + X_4 \bullet 50 + X_5 \bullet 70 + X_6 \bullet 0 + X_7 \bullet 50 + X_8 \bullet 40 + X_9 \bullet 0 + X_{10} \bullet 0 \geq 98 \\ X_1 \bullet 50 + X_2 \bullet 65 + X_3 \bullet 24 + X_4 \bullet 45 + X_5 \bullet 40 + X_6 \bullet 40 + X_7 \bullet 0 + X_8 \bullet 40 + X_9 \bullet 0 + X_{10} \bullet 0 \geq 64 \\ X_1 \bullet 30 + X_2 \bullet 0 + X_3 \bullet 0 + X_4 \bullet 0 + X_5 \bullet 0 + X_6 \bullet 30 + X_7 \bullet 0 + X_8 \bullet 40 + X_9 \bullet 60 + X_{10} \bullet 100 \geq 21 \\ X_1 \bullet 0 + X_2 \bullet 85 + X_3 \bullet 75 + X_4 \bullet 50 + X_5 \bullet 70 + X_6 \bullet 40 + X_7 \bullet 90 + X_8 \bullet 40 + X_9 \bullet 0 + X_{10} \bullet 0 \geq 238 \\ X_1 \bullet 80 + X_2 \bullet 65 + X_3 \bullet 24 + X_4 \bullet 45 + X_5 \bullet 40 + X_6 \bullet 70 + X_7 \bullet 0 + X_8 \bullet 8 + X_9 \bullet 0 + X_{10} \bullet 0 \geq 145 \\ X_1 \bullet 50 + X_2 \bullet 0 + X_3 \bullet 0 + X_4 \bullet 0 + X_5 \bullet 0 + X_6 \bullet 30 + X_7 \bullet 30 + X_8 \bullet 0 + X_9 \bullet 120 + X_{10} \bullet 100 \geq 72 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{cccccccccc} 0 & 85 & 50 & 50 & 70 & 0 & 50 & 40 & 0 & 0 \\ 50 & 65 & 24 & 45 & 40 & 40 & 0 & 40 & 0 & 0 \\ 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30 & 0 & 0 & 60 & 100 \\ 0 & 85 & 75 & 50 & 70 & 40 & 90 & 40 & 0 & 0 \\ 80 & 65 & 24 & 45 & 40 & 70 & 0 & 85 & 0 & 0 \\ 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30 & 30 & 0 & 120 & 100 \end{array} \right\} \bullet (X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6 \ X_7 \ X_8 \ X_9 \ X_{10})^T \geq \left\{ \begin{array}{c} 98 \\ 64 \\ 21 \\ 238 \\ 145 \\ 72 \end{array} \right\}$$

$$(A)X \geq Y$$

解此矩阵方程求得通解, $|A| \geq 4.7$

所以求解矩阵得出解的空间至少需要 5 个非零解。

由矩阵 Y 和方程式由可以判断出以下情况:对于满足 C₁ 的住宿条件的会议代表由于人数众多被优先考虑。由矩阵 Y 可见, X₂, X₃, X₅, X₇, X₈ 中至少有三个非零解。但其六家宾馆对应的 C₃ 房间数皆为 0。为了同时满足 C₃ 类房间的安排要求。X₁, X₆, X₉, X₁₀, 至少的有 1 个非零解。因此我们可以判断 X₁, X₂, X₃, X₄, X₅, X₆, X₇, X₈, X₉, X₁₀ 至少有 4 个非零解才能同时符合 C₁ 类房间和 C₃ 类房间需求的安排。我们选择一个符合上述条件五个的宾馆组合。(X₁, X₂, X₆, X₇, X₈) 将其带入上述矩阵方程, 其组合在不考虑距离的因素下满足矩阵方程 1 的解。由此可知 5 个非零解为临界状态。为了完成安排好接待大会会议代表的住宿任务, 至少在备选的 10 个宾馆中需要 5 个宾馆作为会议接待地点。

问题④: 模型的建立及求解

由上述问题模型的解决我们可知问题 4 可以理解为在备选的 10 个宾馆中选出符合要求的 5 个宾馆接待会议代表。

X₁, X₂, X₃, X₄, X₅, X₆, X₇, X₈, X₉, X₁₀: 分别代表地图上的①至⑩十个宾馆。

C₁, C₂, C₃, C₄, C₅, C₆: 分别代表各宾馆的房屋类型。

D₁, D₂, D₃: 分别代表 120-160 元, 161-200 元, 201-300 元三种预定房价价格的区间。

L_i: 相邻两宾馆间的距离 (参见附图), $i \in (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$ 。

被选宾馆的房间配置及相邻距离之和倒数

	C_1	C_2	C_3	D_1	D_2	D_3	$\frac{1}{L_i}$
X_1	0	50	30	0	80	50	$\frac{1}{1050}$
X_2	85	65	0	85	65	0	$\frac{1}{1750}$
X_3	50	24	0	75	24	0	$\frac{1}{1100}$
X_4	50	45	0	50	45	0	$\frac{1}{2600}$
X_5	70	40	0	70	40	0	$\frac{1}{2000}$
X_6	0	40	30	40	70	30	$\frac{1}{1400}$
X_7	50	0	0	90	0	30	$\frac{1}{1100}$
X_8	40	40	0	40	85	0	$\frac{1}{1350}$
X_9	0	0	60	0	0	120	$\frac{1}{1500}$
X_{10}	0	0	100	0	0	100	$\frac{1}{3000}$

(1) 建立问题④的层次结构图，如图 1 所示：

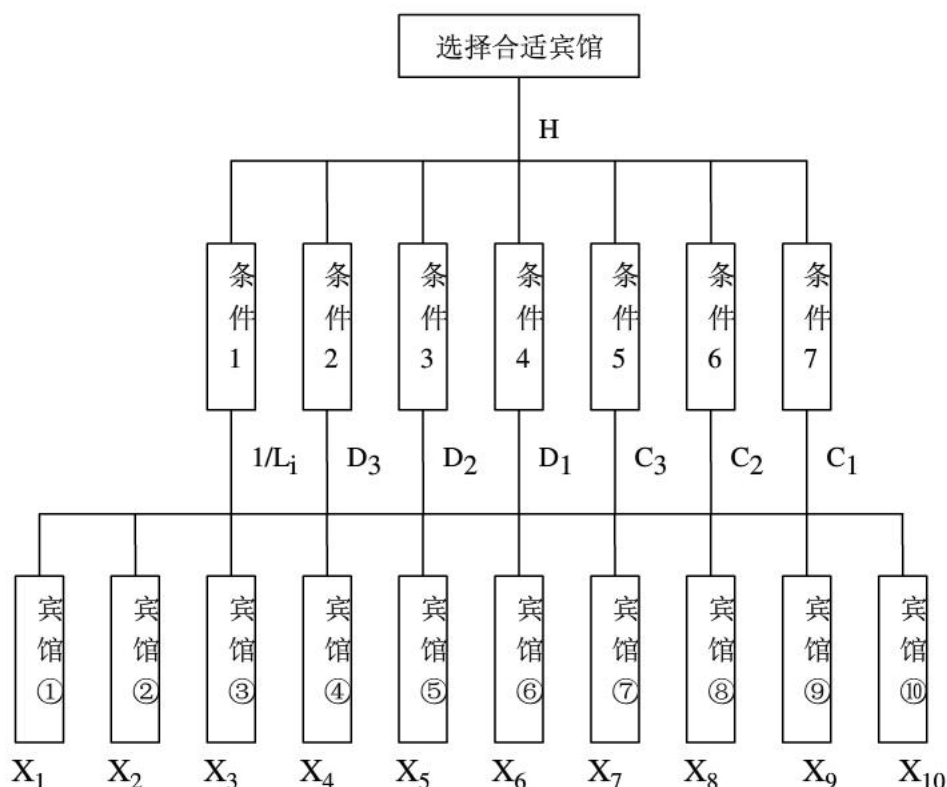


图 1：层次分析图

层次结构图共分为三层：

最高层为目标（H）层：选择宾馆；

中间层为条件（C）层：宾馆的房间配置，宾馆之间的距离的倒数 $1/L_i$ ；

最低层为方案（X）层：备选的 10 家宾馆 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ 。

（2）确定准则（C）层对目标（H）层的权重

由问题③中所分析出数据可知，选择宾馆主要依据以下方案首先是满足实际参会代表的住宿方式和价位要求。宾馆数量应该尽可能少，并且距离上比较靠近。所以确定以下 7 项条件由对问题的模型。由上述问题的解决中我们可以判断的 7 项条件是一次排列的， $1/L_i, D_3, D_1, D_2, C_3, C_2, C_1$ 7 项条件对目标决策的影响程度也是不同的，由表三本届代表实际与会人数和所住房间类型和间数以及住房间分配的方案可以得出 7 项条件对目标决策是依次增大从且任意两项的影响程度之差可以认为基本相等。因此确定比较矩阵为

$$C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1/2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1 & 2 & 3 \\ 1/6 & 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

对式给出的 c_0 利用 MATLAB 中的 eig 函数输入文件最后求出矩阵 c_0 的最大特征值为 $\lambda_{\max} \approx 7.19553$ ，相应的特征向量并作归一化为利用

$$V_0 = (0.354284, 0.239927, 0.158655, 0.103624, 0.0675646, 0.0447693, 0.0311746)^T$$

即为准则层对目标层的权重。随机一致性指标为 $RI=1.32$ ，一致性指标

$$CI^{(1)} = \frac{\lambda_{\max} - 7}{7 - 1} \approx 0.0325883$$
，于是一致性比例指标为

$$CI^{(1)} = \frac{CI^{(1)}}{RI} \approx 0.024688 < 0.1$$
，因此比较矩阵 A 是合理的。

(3) 确定方案 (X) 层对条件 (C) 层的权重

根据问题所给的条件和模型的假设 (1) 可知，宾馆的各项条件充分地反映了每个宾馆的接待容量和价位空间，距离和接待房间安排都是反应出代表的满意度。因此，可以利用每个宾馆（方案）和本身的各项条件的比构造相应的比较矩阵。

设

$$V_k = (v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_{20}^{(k)})^T$$

为条件 C_k (k 项条件) 的相关数据 (表 13-1)，记 $a_{ij}^{(k)} = \frac{v_i^{(k)}}{v_j^{(k)}} (i, j=1, 2, \dots, 10)$ ，

则 $C_k - p$ 的比较矩阵为 $C_k = (c_{ij}^{(k)})_{10 \times 10}$ ，且 C_k 均为一致阵 ($k=1, 2, \dots, 7$)。

由于 $C_k (k=1, 2, \dots, 7)$ 的非零特征值为 $\lambda = 20$ ，相应的特征向量取第一列向量，即

$$(a_{11}^{(k)}, a_{21}^{(k)}, \dots, a_{20}^{(k)}, 1)^T = \left(\frac{v_1^{(k)}}{v_1^{(k)}}, \frac{v_2^{(k)}}{v_1^{(k)}}, \dots, \frac{v_{20}^{(k)}}{v_1^{(k)}} \right)^T = (v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_{20}^{(k)})^T \frac{1}{v_1^{(k)}} = \frac{V_k}{v_1^{(k)}}$$

此与向量 V_k 仅差一个比例常数 $\frac{1}{v_1^{(k)}}$ ，显然 V_k 也是 C_k 的特征向量。

将 A_k 的特征向量 V_k 进行归一化分别可以得到方案 X 层对条件 C_k 的权重，计

算结果如表 13-2.

表 8 层对 C 层的权重

C_k	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	$\frac{1}{V_7} \bar{L}_i$
X_1	0	0.0522	0.0473	0	0.0451	0.0508	0.0243
X_2	0.0475	0.0511	0	0.0407	0.0440	0	0.0112
X_3	0.0463	0.0499	0	0.0531	0.0526	0	0.0073
X_4	0.0498	0.0517	0	0.0600	0.055	0	0.0093
X_5	0.0630	0.0488	0	0.0482	0.0492	0	0.0113
X_6	0.0533	0.0534	0.0473	0.0494	0.0515	0.0481	0.0121
X_7	0.0530	0	0	0.0450	0	0.0492	0.0233
X_8	0.0406	0.0464	0	0.0388	0.0500	0	0.0226
X_9	0	0	0.0464	0	0	0.0402	0.0057
X_{10}	0	0	0.0393	0	0	0.0401	0.0043

(4) 确定条件 C 层对目标 H 层的组合权重

由条件 C 层对目标 H 层的权重 V_0 和方案 P 层对条件 C 层的权重, 可得条件 C 层对目标 H 层的组合权重为

$$V = (v_A, v_B, \dots, v_T)^T = [v_1, v_2, \dots, v_7] \bullet v_0$$

经计算得

$$V = (v_A, v_B, \dots, v_T)^T =$$

$$(0.0411, 0.0297, 0.0167, 0.0133, 0.0298, 0.0343, 0.0368, 0.0349, 0.0092, 0.0083)^T,$$

其中向量 W 的 10 个分量分别为条件 C 层 (10 家备选宾馆) 相对目标层的权重。

由于方案层对准则层的比较矩阵 A_k 均为一致阵, 因此相应的

$$CI^{(2)} = (CI_1^{(2)}, CI_2^{(2)}, \dots, CI_7^{(2)}) \bullet V_0 = 0。$$

于是一致性比例指标 $CR^{(2)} = \frac{CI^{(2)}}{RI} = 0$ ，因此一致性比例指标为

$$CR = CR^{(1)} + CR^{(2)} = 0.023962 < 0.1,$$

即组合权重可以作为目标决策的依据。

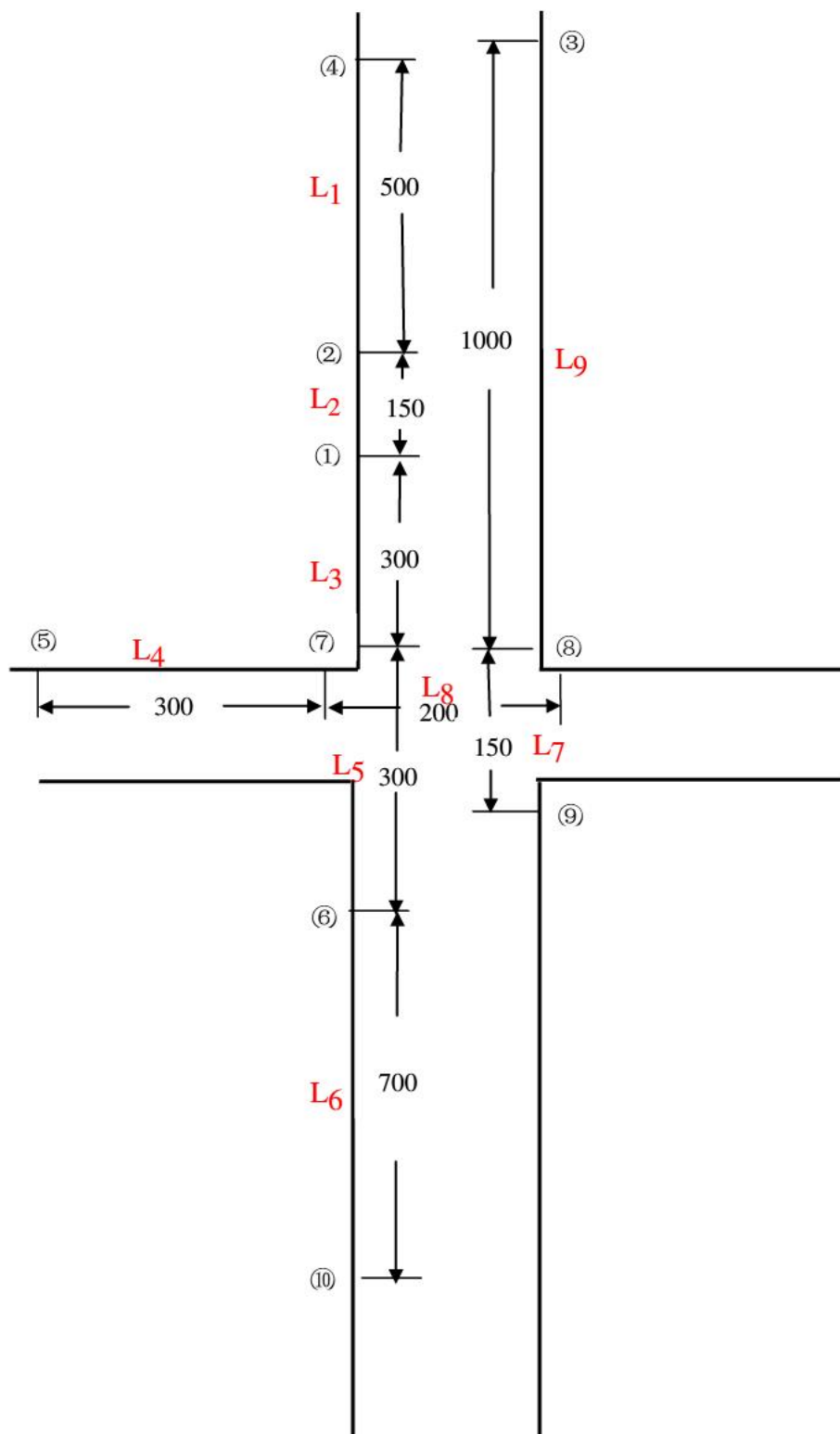
(5) 选择 5 家合适的宾馆地点

将如上方案 P 层对 O 层的权重作为每家备选的条件水平指标，根据大小排序，结果如表 13-3

表 9 10 家宾馆的排序结果

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.0411	0.0297	0.0167	0.0133	0.0298	0.0343	0.0368	0.0349	0.0092	0.0083

由排序结果，选择根据权重最高的前 5 家宾馆。1，7，8，6，5



附图

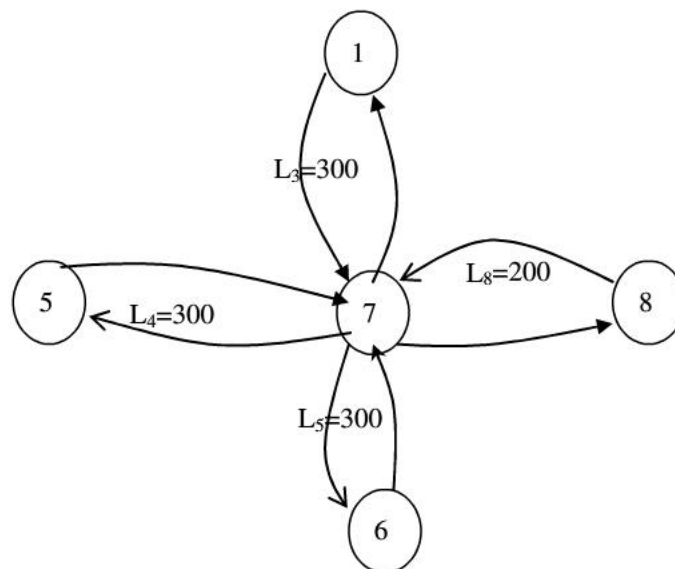
问题⑤:

问题中提到筹备会议需要在下榻的宾馆选择会议室,故我们要用到问题④中

解决预定宾馆的结论，在预定的宾馆中选择会议室，依先前问题④中的结论，在 1、5、6、7、8 中选择宾馆。同时还要满足价格最少，距离以及要有 6 个会议室，所以要从三个方面去分析：

1. 距离问题

采用最短路径弗洛伊德（Floyd）算法^[3]利用问题 4 结论中的 1, 5, 6, 7, 8 作为结点作有向图，由附图作如下有向图：



可知，每个结点到其它结点最短路径之和；

各结点与其他结点的最短路径和

结点(宾馆代号)	1	5	6	7	8
其他结点到该结点距离和(单位：米)	2000	2000	2000	1100	1700

由上表可看出 7、8 相对其他三个结点总距离较短。

2. 费用最低

根据附表 1 的 10 家备选宾馆的有关数据抽出以下列表项：

宾馆号	总容纳人数	间数	价格(半天)
1	620 人	5	5300 元
2	665 人	9	5300 元
3	730 人	7	4760 元
4	450 人	5	2700 元
5	630 人	6	5000 元
6	340 人	2	2200 元
7	660 人	6	3500 元
8	420 人	3	2600 元
9	600 人	4	4100 元
10	460 人	3	3500 元

从上表可看出 6、7、8 代号的宾馆会议厅价格是比较低廉的。

3. 会议厅数目的确定

为了便于管理,集中安排会议的宾馆越少越好,根据模型假设中提出假设条件,我们尽量安排在1到2家宾馆举行。

以上综述,7号满足可看出满足最大人数,且可安排6个会议厅且是价格最低的,我们选择7号宾馆作为会议地点为最佳。

模型推广:

1. 在实际中6场分组会议可能不会同时进行,如果是分时进行的,在不考虑每个人数参加次数,在7号宾馆中每6场会议可能在 $1 \leq i \leq 6$ 会议厅中进行。这样的租用会议厅的费用会更小也更加的符合要求。

2. 在不同时间段的会议中,要考虑到每个人的参加次数,这样对我们选择会议厅大小上有一定影响,那么选择一定尽可能会选择大的会议厅,这样可能增加一定额度的费有。

3. 实际中会议厅,不一定是全部空的,如果7号宾馆会议厅已被人预定,本题中可以扩展到2家,预定7号和8号两家宾馆的会议厅。

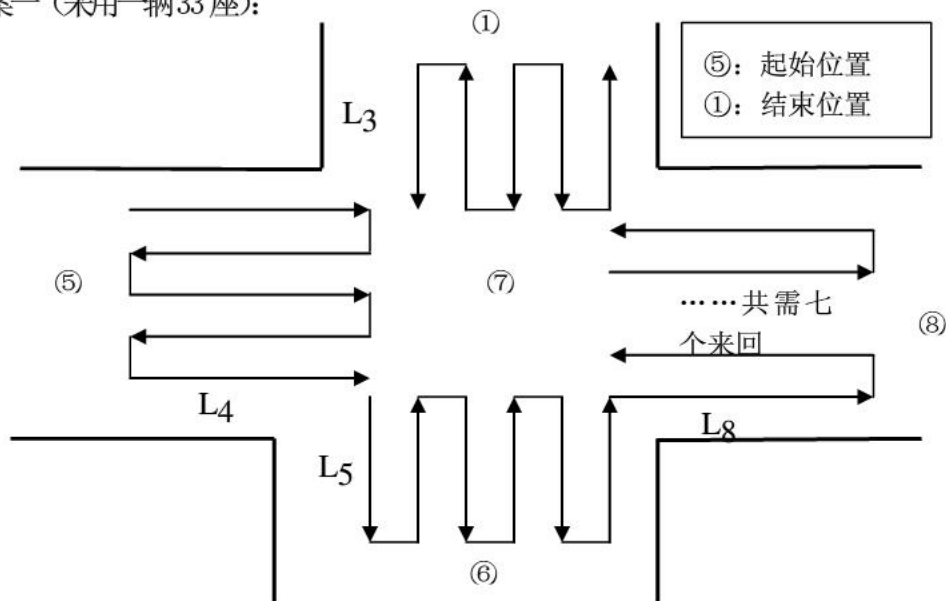
问题⑥的求解

经分析,问题⑥确定租车方案和制定代表的运接送路线,由模型一和模型二得知各个宾馆到会议室之间的距离较短,所以车子的行进时间较短,最主要的时间花费在人员的上下车。要使得由题目得知接送区域为一个十字型区域:①到⑥的距离为:600m;⑤到⑧的距离为500m。再分配住房时使:由于⑦号宾馆是会议室所在地而⑧号宾馆距离⑦最近,所以我们将其都安排住满。根据问题四求得的宾馆所能提供的不同类型的房屋数。我们建立一个除⑦以外的宾馆住房人数列表:

各宾馆人数				
	①号宾馆	⑤号宾馆	⑥号宾馆	⑧号宾馆
人数	99	76	87	205

经济、方便、代表满意等方面来考虑租车方案。现有45座、36座和33座三种类型的客车,租金分别是半天800元、700元和600元。我们分别设计以下三种不同的租车方案和相应的汽车前进路线接送代表开会散会路线。

方案一(采用一辆33座):



客车在接送过程中只有将一个宾馆全部运送完成后,再进行另外一个宾馆的接送。

由运送路线得，一共有 $x_1 = 5, x_5 = 5, x_6 = 6, x_8 = 14$ ，所以行进的总时间：

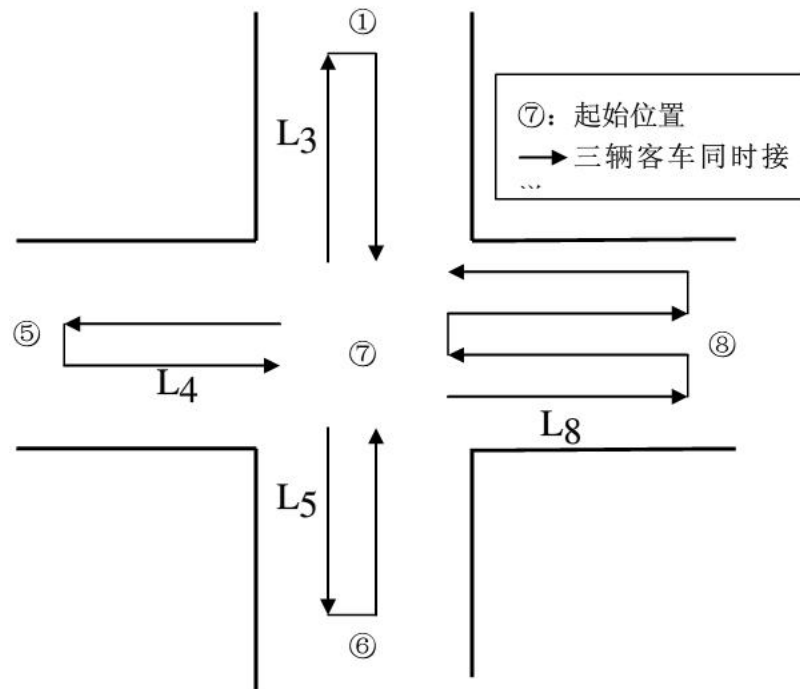
$$t_1 = \frac{L_3}{40000} \times 60 \times x_1 + \frac{L_4}{40000} \times 60 \times x_5 + \frac{L_5}{40000} \times 60 \times x_6 + \frac{L_8}{40000} \times 60 \times x_8 = 11.4$$

分钟

在运送过程中由于只考虑每个与会代表的上下车时间，所以在运送过程中除去⑦号宾馆外代表的上下车的总时间： $t_2 \approx 38.9$ 分钟。 所以总时间 $T = t_1 + t_2 = 50.3$ 分钟。

方案一，虽然能够一次性完成接送并且最经济，但所需时间太大，这样代表的等待时间就会增大其满意度必然下降。

方案二（采用三辆36座）：



1) 接送过程中使得三辆客车同时开始，同时结束。

2) 在接送过程中首先：三辆客车同时从⑦出发依次向①，⑤，⑥进行一次接送（①，⑤，⑥结束），其次三辆车同时出向⑧进行两次接送（⑧结束）。整个接送过程结束。

由运送路线得，一共有 $x_1 = 1, x_5 = 1, x_6 = 1, x_8 = 4$ ，所以行进的总时间

$$t_1 = \frac{L_3}{40000} \times 60 \times x_1 + \frac{L_4}{40000} \times 60 \times x_5 + \frac{L_5}{40000} \times 60 \times x_6 + \frac{L_8}{40000} \times 60 \times x_8 = 2.55$$

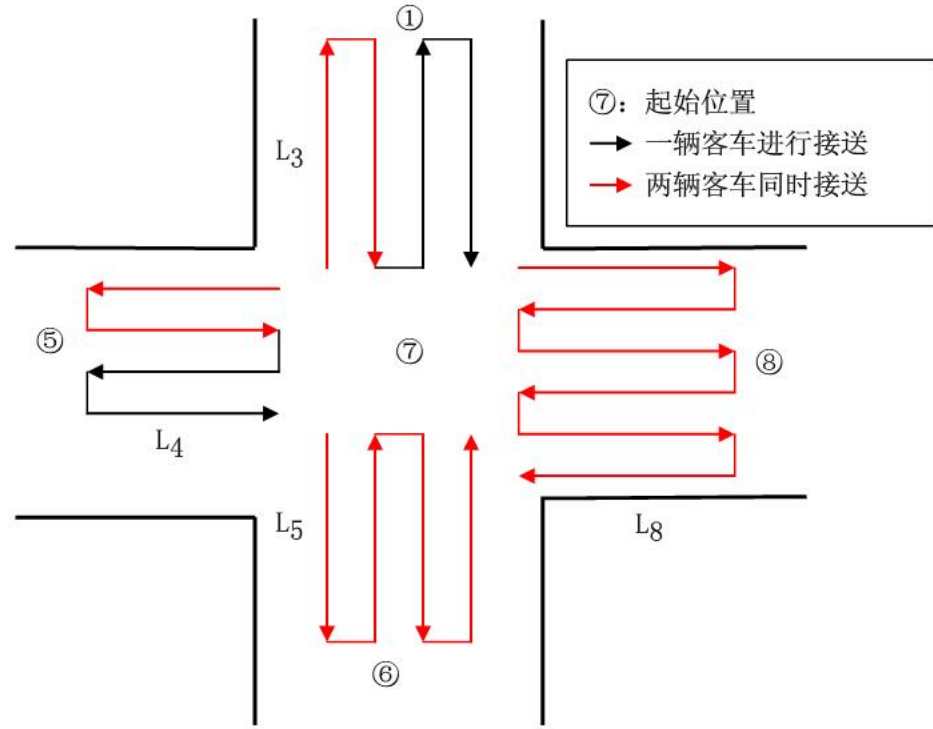
分钟

在运送过程中由于只考虑每个与会代表的上下车时间，并且三辆客车同时开始与结束所以在运送过程中除去⑦号宾馆外代表的上下车的总时间： $t_2 \approx 13$ 分钟。所以总时间

$T = t_1 + t_2 = 15.55$ 分钟。

方案二，虽然在时间上有了很大的缩小，但完成所有代表的接送所花费的钱相比方案一有了明显的增加，这样从经济方面考虑无法实现承办组所花的钱最少。总共租车一天的花费为4200元，而租借7号宾馆会议的场地费用一天才7000元。方案二显的很不经济

方案三：（采用两辆36座）



1) 接送过程中使得两辆客车同时开始，同时结束。

2) 在接送过程中首先：对①号宾馆，⑤号宾馆进行接送：两两侧同时从⑦宾馆出发依次对①，⑤进行一次接送，然后两辆车分开再次对①，⑤进行一次接送（①，⑤结束），其次两辆车同时出向⑥进行两次接送（⑥结束），最后两辆车同时从⑦出发向⑧进行三次接送（⑧结束）。整个接送过程结束。

由运送路线次序得，一共有 $x_1 = 2, x_5 = 2, x_6 = 4, x_8 = 6$ ，所以行进的总时间 $t_1 =$

$$t_1 = \frac{L_3}{40000} \times 60 \times x_1 + \frac{L_4}{40000} \times 60 \times x_5 + \frac{L_5}{40000} \times 60 \times x_6 + \frac{L_8}{40000} \times 60 \times x_8 = 5.4 \text{ 分钟}$$

在运送过程中由于只考虑每个与会代表的上下车时间，并且两辆客车同时开始与结束。所以在运送过程中除去⑦号宾馆外代表的上下车的总时间： $t_2 \approx 19.4$ 分钟。 所以总时间

$$T = t_1 + t_2 = 24.8 \text{ 分钟}$$

方案三，方案三比方案一在时间上有了很大的缩小，另外在完成所有代表的接送所花费的钱方案二相比较更为合理，这样从应时和经济方面，代表满意度考虑最为合理。

结论是采用方案三的租车类型和接送路线。

散会后送代表回宾馆路线的安排是接代表到会议地点的逆路线，其时间和方式都相同。

模型推广：从本题附图中，可以看出⑦号宾馆地理位置位于所选宾馆的中心：⑦号宾馆到①号宾馆的距离为 300m，⑦号宾馆到⑤号宾馆的距离为 300m，⑦号宾馆到⑥号宾馆的距离为 300m，⑦号宾馆到⑧号宾馆的距离为 200m。在实际生活中人的步行速度为 5km/h，由于所选宾馆①，⑤，⑥，⑧宾馆距⑦号宾馆的距离较近。与会代表采用步行的方式前往⑦号宾馆的最多用时为 3.6 分钟。比汽车接送的方式更为快捷。同时更为经济，可以防止参加会议代表迷路，将在路口使用指示牌并让专人加以引路。这样不妨做一个大胆的方案设计，取消租借汽车，提倡节能环保。

总结：会议筹备方确定整个会议筹备方案的过程就是逐步安排解决 6 个问题的过程。根据对 6 个问题的解决过程逐步建立相应的数学模型。首先估计实际与会代表人数应在 637 人左右以及相应的需要的房间类型和数目，根据备选的 10 个宾馆的房间类型和数目确定至少需要 5 个宾馆才能完成会议接待任务。再由距离和代表满意度建立的层次分析模型分析得出 1、5、6、7、8 这五个宾馆组合为最优组合。根据会议场地和人数的以及经济方便等的要求，确定 7 号宾馆的会议室为会议场地。根据会议安排原则确定使用两辆 36 位的汽车负责接待代表开会和散会。在理想的假设情况下大会组织方一天只需要支付会议场地费和汽车租赁费共 9800 元，就可以使代表们开心的住在宾馆并能方便开会交流。

参考文献：

- [1]:郭大伟. 数学建模 [P65]. 合肥: 安徽教育出版社, 2009, 2
- [2]:刘会灯, 朱飞. [MATLAB]编程基础与典型应用[P45]. 北京: 人民邮电出版社, 2008, 7
- [3]: 李春葆. 数据结构习题与解析 [第 2 版] [P245]. 北京:清华大学出版社, 2004, 2
- [4]:张春来, 曾立军, 陈卷, 地面搜索的优化设计模型[P133]. 西安:工程数学学报编辑委员会, 2008, 25 期增刊