

# 2011 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

## 承 诺 书

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们参赛选择的题号是（从 A/B/C/D 中选择一项填写）：\_\_\_\_\_ D \_\_\_\_\_

我们的参赛报名号为（如果赛区设置报名号的话）：\_\_\_\_\_ 20111033 \_\_\_\_\_

所属学校（请填写完整的全名）：\_\_\_\_\_ 苏州经贸职业技术学院 \_\_\_\_\_

参赛队员（打印并签名）：1. \_\_\_\_\_ 杨松柏 \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_ 陈小飞 \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_ 徐金平 \_\_\_\_\_

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：\_\_\_\_\_ 曹文斌 \_\_\_\_\_

日期：\_\_\_\_\_ 2011 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 9 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_ 日

---

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

# 2011 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

## 编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人										
评 分										
备 注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

# 天然肠衣搭配问题

## 摘要

本文是通过建立数学模型来对一批原料进行加工、制成成品，求解最优化的问题。本文选取了天然肠衣进行定量评估建模，进一步考虑到肠衣的加工制作问题，据此我们利用运筹学、逐层分析、优化处理，列举法等这些基础帮助我们进行定量评估分析。

天然肠衣是我国的一个传统产业，成品是把肠衣经过清洗整理后分割成长度不等的小段，把这些小段进入组装工序所制成。现给予一些不同长度的多根原料，对这些原料处理建立一个数学模型，让工人能够根据这个模型，将原材料按指定根数和总长度在最短时间内组装出成品。

我们将按照规格分为三大类，逐步层次分析每一类规格成品，对于每种类型，把复杂变为简单，使模型更加标准化，符合实际，算出每种方案的最多捆数和长度，最后求和的问题。

进一步地，对成品规格表和原料进行了更深一步的研究，结合公司的具体要求，提出一些假设，初步建立数学建模，定量评估肠衣的最优化问题，使模型得到更完善。

我们将用此模型研究的方法，相同地来处理其他资源分配使其最优化。

关键词：优化处理、逐层分析、数学模型、列举

## 问题的重述

此文档的目的是利用数学建模方法设计一种最优化的原料搭配方案，建立一种符合要求的求捆数最多的问题，同时符合最短长度最长、成品越多的数学模型搭配方案。据此需要解决的问题如下：

- 1、对于所给定的一批原料，解决合理搭配原料使最终的成品捆数最多；
- 2、要使最短长度最长的成品越多，我们将采用列举法，有层次的分析 and 推理，最终将剩余的挑选出来进行捆绑。
- 3、为提高原料使用率，总长度允许有 $\pm 0.5$ 米的误差，总根数允许比标准少1根，和某种规格对应的原料如果出现剩余可以降级使用，这两个要求使得模型最优化。

## 问题分析

对于要求(1)，此句要求求捆数最多的问题，因此我们对原组数据进行处理分析，先分为三类，求出每类之间组成的捆数，然后利用剩余的原料根数来增加捆数，再将三类得到的捆数和剩余捆数相加即可得到最多的捆数。

对于要求(2)，此句要求我们能够使最短长度最长的捆数越多，即在要求(1)中再次优化，使最短长度变长一些，我们可以利用要求(4)中信息进行降级使用，筛选出能够替换上次中的每捆中的最短根，使长度由短变长，从而选出最为优化的搭配方案。

对于要求(3) 和要求(4)，即是给予一定的范围限制，来筛选出各种表格中数据。对于少数剩余根数，我们再次用列举法选出捆数最多且最短长度越长的方案，再次捆绑原料。

而要求(5)是要我们求出一个数学模型，让工人能够按照这个模型，在以后的搭配原料中，直接按方抓药，节约时间，便于操作。

## 模型假设

- 1、因为原料分档，按 0.5 米为一档，如：3-3.5 米按 3 米计算，3.5-3.9 米按 3.5 米计算，其余依次类推。
- 2、假设总长度允许有  $\pm 0.5$  米的误差，总根数允许比标准少 1 根。
- 3、假设某种规格对应原料出现剩余，可以降级使用。
- 4、除了题目中所给的成品规格外，没有其它种混搭配成品规格的方案。
- 5、假设肠衣在制作的过程中，长度不发生变化。
- 6、假设在分配过程中，可以主观的调配原料

## 符号说明

$N_1$ : 为组成第一种成品规格中的捆数

$N_2$ : 为组成第二种成品规格中的捆数

$N_3$ : 为组成第三种成品规格中的捆数

$N_4$ : 所剩原料的搭配捆数

$N$ : 表示总捆数

$X_i$ : 表示长度在 14-14.4 米到 22.5-22.9 米之间各范围内所取的根数  
( $i=1, 2, 3, \dots, 24$ )

$Y_i$ : 表示长度在 7-7.4 米到 13.5-13.9 米之间各范围内所取的根数  
( $i=1, 2, 3, \dots, 14$ )

$Z_i$ : 表示长度在 3-3.4 米到 6.5-6.9 米之间各范围内所取的根数  
( $i=1, 2, 3, \dots, 8$ )

## 模型的建立与求解

一、根据表格把各段设为相应的未知数，如下表：

长度	3-3.4	3.5-3.9	4-4.4	4.5-4.9	5-5.4	5.5-5.9	6-6.4	6.5-6.9
根数	43	59	39	41	27	28	34	21
变量	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8
长度	7-7.4	7.5-7.9	8-8.4	8.5-8.9	9-9.4	9.5-9.9	10-10.4	10.5-10.9
根数	24	24	20	25	21	23	21	18
变量	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8
长度	11-11.4	11.5-11.9	12-12.4	12.5-12.9	13-13.4	13.5-13.9	14-14.4	14.5-14.9
根数	31	23	22	59	18	25	35	29
变量	Y9	Y10	Y11	Y12	Y13	Y14	X1	X2
长度	15-15.4	15.5-15.9	16-16.4	16.5-16.9	17-17.4	17.5-17.9	18-18.4	18.5-18.9
根数	30	42	28	42	45	49	50	64
变量	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
长度	19-19.4	19.5-19.9	20-20.4	20.5-20.9	21-21.4	21.5-21.9	22-22.4	22.5-22.9
根数	52	63	49	35	27	16	12	2
变量	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18
长度	23-23.4	23.5-23.9	24-24.4	24.5-24.9	25-25.4	25.5-25.9		
根数	0	6	0	0	0	1		
变量	X19	X20	X21	X22	X23	X24		

1、在 X1-X24 中，为第一种方案

在这种方案中，原料总根数为 677 根，原料总长度为 12160.5 米。  
因为此种方案每捆需 5 根，由总根数得最多捆数约为  $677/5=135$  捆。

又因为每捆长度 88.5 米-89.5 米，  
 $135 \times 89.5 = 12082.5$   
 所以原料长度多余  $12160.5 - 12082.5 = 78$   
 而捆成 135 捆，原料根数多 2 根，由题意知，2 根无法组成长度为 78 的数，  
 所以捆数应减少。  
 设捆数为 134 捆，则根数多余 7 根，长度多余 167 米，同样无法使减少 7  
 根的总长度为 167 米，所以捆数还应减少。  
 设捆数为 133 捆，则根数多余 12 根，长度多余 256 米，由题意知减少 12  
 根可以使总长度减少 256 米，所以理论上最多的捆数为 133。  
 因为原料总长度较长，所以去掉此段中长度最长的 12 根，分别为【25.5\*1  
 根、23.5\*6 根、22.5\*2 根、22\*3 根】  
 所以此方案中长度为 14-22 米，未知量为 X1-X17，22—22.4 米去除后的还剩 9  
 根。  
 在这里考虑到最优化的问题，所以把这一批原料最短的和最长的进行搭配  
 （0-1 米的误差）。  
 因为总捆数为 133，在所剩余的根数进行搭配之前，应保证总的根数不多余  
 $133 \times 2 = 266$   
 所以最合理的搭配为到 X8 和 X10 的配对数为 15 为止，恰为 266。  
 初步搭配的表格如下：

搭配量	配对数	长度
X1 、 X17	9	36
X1 、 X16	16	35.5
X1 、 X15	10	35
X2 、 X15	17	35.5
X2 、 X14	12	35
X3 、 X14	23	35.5
X3 、 X13	7	35
X4 、 X13	42	35.5
X5 、 X12	28	35.5
X6 、 X12	35	36
X6 、 X11	7	35.5
X7 、 X11	45	36
X8 、 X10	15	36

所以所剩根数 X8=34 根、X9=50 根、X10=49 根  
 根据以上配对数，在进行两两搭配，所得的表格如下：

搭配量	配对数	长度
X1 、 X17、 X8、 X10	9	72
X1 、 X16、 X8、 X10	6	71.5
X1 、 X16、 X7、 X11	10	71.5
X1 、 X12、 X7、 X11	10	71

X2 、X15、X7、X11	17	71.5
X2 、X14、X7、X11	8	71
X2 、X14、X6、X11	4	70.5
X3 、X14、X6、X11	3	71
X3 、X14、X6、X12	20	71.5
X3 、X13、X6、X12	7	71
X4 、X13、X6、X12	8	71.5
X4 、X13、X5、X12	28	71
X4 、X13、X4、X13	3	71

再把 X8=34 根、X9=50 根、X10=49 根代入以上每一组，凑成每组 5 根，长度为 88.5 米-89.5 米，  
 所得到的最优化的搭配为：

组合	搭配量	配对数	长度
1	X1 、X17、X8、X10、X8	9	89.5
2	X1 、X16、X8、X10、X8	6	89
3	X1 、X16、X7、X11、X8	10	89
4	X1 、X12、X7、X11、X9	10	88.5
5	X2 、X15、X7、X11、X8(1)、X9(16)	17	89
6	X2 、X14、X7、X11、X9	8	89
7	X2 、X14、X6、X11、X9	4	88.5
8	X3 、X14、X6、X11、X9	3	89
9	X3 、X14、X6、X12、X9(9)、X10(11)	20	89.5
10	X3 、X13、X6、X12、X10	7	89.5
11	X4 、X13、X6、X12、X8	8	89
12	X4 、X13、X5、X12、X10	28	89.5
13	X4 、X13、X4、X13、X10	3	89.5

注：其中第 5 组中 X8 用了一根， X89 用了 16 根，第 9 组中 X9 用了 9 根，X10 用了 11 根。

根据上表，得到这组方案中捆数为  $N1=9+6+10+10+17+8+4+3+20+7+8+28+3=133$  捆。即这种方案中的最多捆数。

## 2、在 Y1-Y14 中，为第二种方案

在这种方案中，原料总根数为 366 根，原料总长度为 3867.5 米。  
 因为此种方案每捆需 8 根，由总根数得最多捆数约为  $366/8=44$  捆余 14 根，  
 又因为每捆长度 88.5 米-89.5 米，  
 $44 \times 89.5=3938$  米，大于原料总长度



所以需进行调整，调整方法如方案一，得到最佳捆数 39 捆，剩 54 根

因为总长度小于原料总长，所以去除【7-7.4 长度 24 根, 7.4-7.9 长度 24 根, 8-8.4 长度为 6 根】

用以上相同的方法来处理数据如下：

搭配量		配对	长度
Y3	Y14	14	21
Y4	Y14	23	22
Y4	Y13	2	21.5
Y5	Y13	16	22
y5	Y12	5	21.5
Y6	Y12	23	22
Y7	Y12	21	22.5
Y8	Y12	10	23
Y8	Y9	8	22.5
Y9	Y9	14	23
Y9	Y8	17	22.5
Y10	Y8	3	23

再对原料进行进一步搭配处理，得到数据如下：

搭配量				配对	长度
Y3	Y14	Y10	Y10	3	44
Y3	Y14	Y9	Y10	11	43.5
Y4	Y14	Y9	Y10	6	44.5
Y4	Y14	Y9	Y11	14	45
Y4	Y14	Y8	Y11	3	44.5
Y4	Y13	Y8	Y11	2	44
Y5	Y13	Y8	Y11	3	44.5
Y5	Y13	Y8	Y12	10	45
Y5	Y13	Y7	Y12	3	44.5
Y5	Y12	Y7	Y12	5	44
Y6	Y12	Y7	Y12	13	44.5
Y6	Y12	Y6	Y12	5	44

因为此方案是要求 8 组，所以进一步得到最优化解为：

序号	搭配量								配对	长度
1	Y3	Y14	Y10	Y10	Y6	Y12	Y6	Y12	3	88.5
2	Y3	Y14	Y9	Y10	Y6	Y12	Y7	Y12	2	88
3	Y3	Y14	Y9	Y10	Y6	Y12	Y7	Y12	9	88.5
4	Y4	Y14	Y9	Y10	Y6	Y12	Y7	Y12	4	89
5	Y4	Y14	Y9	Y10	Y5	Y12	Y7	Y12	2	88.5

6	Y4	Y14	Y9	Y11	Y5	Y12	Y7	Y12	3	89
7	Y4	Y14	Y9	Y11	Y5	Y13	Y7	Y12	3	89.5
8	Y4	Y14	Y9	Y11	Y5	Y13	Y8	Y12	8	90
9	Y4	Y14	Y8	Y11	Y5	Y13	Y8	Y12	2	89.5
10	Y4	Y14	Y8	Y11	Y5	Y13	Y8	Y11	1	89
11	Y4	Y13	Y8	Y11	Y5	Y13	Y8	Y11	2	88.5

第 8 组中 90 已经超过 89.5，而 2 组中 88 低于 88.5，所以把第 8 中的 8 个 Y13 根与第 2 组和第 4 组中各调换 4 根，得到的最优解见下表：

序号	搭配量								配对	长度
1	Y3	Y14	Y10	Y10	Y6	Y12	Y6	Y12	3	88.5
2	Y3	Y14	Y9	Y10	Y6	Y13	Y7	Y13	2	89
3	Y3	Y14	Y9	Y10	Y6	Y12	Y7	Y12	9	88.5
4	Y4	Y14	Y9	Y10	Y6	Y12	Y7	Y13	4	89.5
5	Y4	Y14	Y9	Y10	Y5	Y12	Y7	Y12	2	88.5
6	Y4	Y14	Y9	Y11	Y5	Y12	Y7	Y12	3	89
7	Y4	Y14	Y9	Y11	Y5	Y13	Y7	Y12	3	89.5
序号	搭配量								配对	长度
8	Y4	Y14	Y9	Y11	Y5	Y12	Y8	Y12	8	89.5
9	Y4	Y14	Y8	Y11	Y5	Y13	Y8	Y12	2	89.5
10	Y4	Y14	Y8	Y11	Y5	Y13	Y8	Y11	1	89
11	Y4	Y13	Y8	Y11	Y5	Y13	Y8	Y11	2	88.5

由以上最后之表可知第二种方案所得总捆数是  
 $N_2 = 3 + 2 + 9 + 4 + 2 + 3 + 3 + 8 + 2 + 1 + 2 = 39$  捆

### 3、在 Z1-Z8 中，为第三种方案

在这种方案中，原料总根数为 292 根，原料总长度为 1305.5 米。  
 因为此种方案每捆需 20 根，

由总根数和总长度算得的捆数都大致为 14.6 捆，所以对这批原料可以直接进行捆绑。，  
 用以上相同的方法来处理数据如下：

搭配量	配对数	长度
Z1 、 Z8	21	9.5
Z1 、 Z7	22	9
Z2 、 Z7	12	9.5
Z2 、 Z6	28	9
Z2 、 Z5	19	8.5
Z3 、 Z5	8	9
Z3 、 Z4	31	8.5

Z4 、 Z4	5	9
---------	---	---

为了满足条件，进一步优化处理表格，得数据：

搭配量	配对数	长度
Z1 、 Z8、 Z4、 Z4	19	18
Z1、 Z8、 Z3、 Z4	2	18
Z2 、 Z7、 Z3、 Z4	12	18
Z1、 Z7、 Z3、 Z4	17	17.5
Z1、 Z7、 Z2、 Z6	5	18
Z2、 Z6、 Z3、 Z5	8	18
Z2、 Z6、 Z4、 Z4	5	18
Z2、 Z6、 Z2、 Z6	5	18

因为此种方案中每捆需要的根数是 20 根，满足每捆长度是 88.5 米-89.5 米，需要对原料合理搭配，得出合理数据：

序号	每捆搭配量	配对数	长度
1	Z1、 Z2 (8) 、 Z3、 Z4、 Z6 (8) 、 Z7	1	89.5
2	Z1 (5) 、 Z2 (4) 、 Z3、 Z4、 Z5 (4) 、 Z7、 Z8 (4)	4	89.5
3	Z1 (5) 、 Z2 (4) 、 Z3 (2) 、 Z4 (2) 、 Z5 (3) 、 Z7、 Z8 (4)	1	89.5
4	Z1、 Z2 (4) 、 Z3 (5) 、 Z4 (5) 、 Z7 (5)	3	89.5
5	Z1 (5) 、 Z2 (3) 、 Z3 (2) 、 Z4、 Z6 (3) 、 Z7 (4) 、 Z8	1	89.5
6	Z1、 Z2 (4) 、 Z3 (5) 、 Z4、 Z5 (4) 、 Z6 (4) 、 Z7	2	89.5
7	Z1 (3) 、 Z2 (4) 、 Z3、 Z4 (5) 、 Z6 (4) 、 Z7 (3)	1	89.5
8	Z1、 Z2 (5) 、 Z3、 Z4 (7) 、 Z6 (5) 、 Z7	1	89.5

注：每捆搭配量中，括号内为其前所搭配根数

所以  $N3=1+4+1+3+1+2+1+1=14$  捆

#### 4、对每捆所剩的进行搭配

把三种方案中各自所剩下的根数列出如表：

剩余原料描述											
长度	3-3.	4-4.	4.5-4.	6-6.	7-7.	7.5-7.	8-8.	22-22.	22.5-22	23.5-23	25.5-25
	4	4	9	4	4	9	4	4	.9	.9	.9
根数	3	3	3	3	24	24	6	3	2	6	1

利用枚举法得出四种搭配情况，分别为：

(1)

长度	8-8.4	23.5-23.9	25.5-25.9
根数	5	1	1

一捆

(2)

长度	22-22.4	23.5-23.9
根数	3	1

一捆

(3)

长度	7.5-7.9	22.5-22.9
根数	6	2

一捆

(4)

长度	7-7.4	23.5-23.9
根数	6	2

两捆

所以  $N_4=1+1+1+2=5$

则所剩余的无法再搭配成成品的原料如下：

剩余原料描述							
长度	3-3.4	4-4.4	4.5-4.9	6-6.4	7-7.4	7.5-7.9	8-8.4
根数	3	3	3	3	12	18	1

5、得出数据

$N_{\text{总}}=N_1+N_2+N_3+N_4=133+39+14+5=191$  捆

即为所求得的最多捆数

## 模型的评价与应用

从实际的生活出发，肠衣是与我们饮食生活密切相关的，例如香肠的生产加工，始终都离不开肠衣的加工制作，对肠衣的合理搭配，可以使生产得到最大的效益。

优点：利用模型使问题由复杂变为简单，还能提高肠衣的利用率。便于操作且直观及迅速，只需要大概十分钟就能让工人照方抓药，极大地满足要求和节省时间，又能使公司获得最大的效益。只要给出原料清单，按照所求得的模型，就能迅速得到相应的搭配方案。可以推广到厂家生产问题，适用于产品原料及配对问题，使资源配给合理化。

缺点：该模型并不是最优秀的模型，但是总体还不错，就是忽略了一些最长最短的根数，原料质量是否有损耗，及计算时出现的误差都会使生产有所影响。

应用：我们将此模型应用和推广资源分配问题，使得资源分配合理化。

## 参考文献

- 1、【运筹学】教材编写组，运筹学（修订版），北京清华大学出版社；
- 2、邬学军 周凯【数学建模竞赛辅导教程】浙江大学出版社
- 3、搜狐网，（天然肠衣搭配问题）

[zhidao.baidu.com/question/317744182.htm](http://zhidao.baidu.com/question/317744182.htm)