**ФУПМ, группы 71, 72, 73, весенний семестр 2021 – 2022**

**Задание № 1 по теме «Численные методы решения уравнения переноса»**

Теоретическое задание

Для простейшего уравнения переноса



все множество разностных схем

 (в суммирование не входит точка )

исследовать на заданном сеточном шаблоне из индивидуального задания (см. ниже), найдя коэффициенты схемы как функции от числа Куранта :

(1т) для заданного сеточного шаблона получить аналитический вид для двухпараметрического множества положительных по Фридрихсу () схем 1-го порядка аппроксимации относительно двух выбранных коэффициентов ;

(2т) для заданного сеточного шаблона получить аналитический вид для однопараметрического множества схем 2-го порядка аппроксимации относительного выбранного коэффициента ;

(3т) для заданного сеточного шаблона получить аналитический вид для единственной схемы 3-го порядка аппроксимации;

(4т) среди положительных по Фридрихсу (монотонных, мажорантных) схем найти аналитический вид для наиболее точной схемы с минимальной «аппроксимационной вязкостью», а также для остальных вершин двухпараметрического множества монотонности;

(5т) среди схем 2-го порядка аппроксимации найти аналитический вид для наиболее близкой ко множеству положительных по Фридрихсу схем.

(6т) для заданного сеточного шаблона и значения числа Куранта изобразить все построенные в пунктах (1т) – (5т) схемы в пространстве двух выбранных в пункте (1т) коэффициентов .

Практическое задание

Решить следующую краевую задачу для уравнения переноса:



где функция  определяется одним их трех способов:

(а) «ступенька»



(б) «полуэллипс»



(в) «треугольник»



на сетке с числом узлов 201 (*h =* 0.01) для заданного сеточного шаблона и указанного значения числа Куранта:

(1п) по четырем монотонным схемам первого порядка аппроксимации – вершинам области монотонных схем, включая схему с минимальной «аппроксимационной вязкостью» из (4т);

(2п) по наименее осциллирующей на разрывных решениях схеме 2-го порядка аппроксимации из (5т);

(3п) по двум схемам 2-го порядка аппроксимации, лежащим на прямой – однопараметрическом множестве схем 2-го порядка аппроксимации – по разные стороны от схемы из (5т);

(4п) по схеме 3-го порядка аппроксимации из (3т);

(5п) по гибридной схеме, полученной с использованием схем из пункта (3п) и сеточно-характеристического критерия монотонности;

(6п) по гибридным схемам, полученным с использованием одной из схем из пункта (3п), схемы из пункта (4п) и сеточно-характеристического критерия монотонности;

(7п) по гибридной схеме, полученной с одновременным использованием двух схем из пункта (3п), схемы из пункта (4п) и сеточно-характеристического критерия монотонности.

В каждом из пунктов (1п) – (7п) в конечный момент времени, т.е. через 100 шагов, вывести на одном графике точное решение и численное.

Если за время расчета возмущение выходит на правую границу расчетной области – увеличить значение *X*.

Результатами выполнения задания должны стать:

* программа, написанная на любом языке программирования, обеспечивающая выполнения практической части задания. Визуализация результатов возможна в любой доступной системе (Excel/Matlab/Mathematica и т.д.). На странице курса представлена ссылка на свободно распространяемую программу для визуализации результатов научных вычислений VisIt с инструкцией по построению графиков.
* отчет в формате .pdf в свободной форме с результатами выполнения теоретической и практической частей задания.



