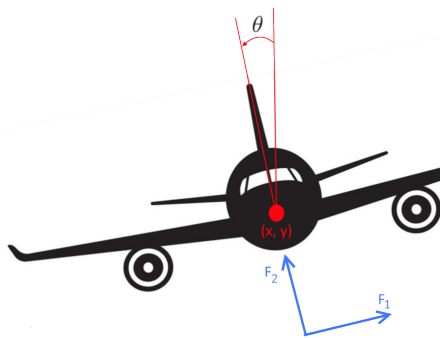


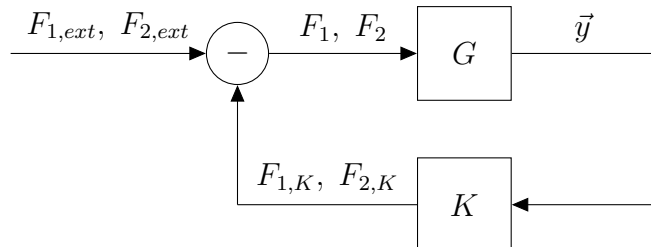
2.



Promotrimo model malenog aviona sa slike: varijable koje sudjeluju su masa aviona m , koordinate centra mase aviona (x, y) , kut otklona aviona od okomice θ , udaljenost motora od centra mase r , koeficijent prigušenja c , moment inercije J , razlike vanjskih sila i sila koje generira motor F_1, F_2 (to je ulaz u dinamički sustav).

Jednadžbe sustava nakon linearizacije (uz pretpostavku da avion cijelo vrijeme generira vertikalnu silu koja poništava silu teže) dane su sa:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -mg\theta - c\dot{x} + F_1, \\ m\ddot{y} &= -c\dot{y} + F_2, \\ J\ddot{\theta} &= rF_1. \end{aligned}$$



- Napišite jednadžbe pripadnog LTI sustava $G \dots \dot{\vec{x}} = A\vec{x} + B\vec{u}$, $\vec{y} = C\vec{x} + D\vec{u}$ (bit će $A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $B \in \mathbb{R}^{6 \times 2}$). Pretpostavite zasad $\vec{y} = \vec{x}$, tj. izlaz iz sustava su sva njegova stanja. U preostalim zadacima uzimamo sljedeće vrijednosti parametara: $m = 4$, $J = 0.0475$, $r = 0.25$, $g = 9.8$, $c = 0.05$.
- Napravite simulaciju aviona (tj. na grafu prikazite ovisnost $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$ kroz vrijeme t) ako se avion na početku nalazi na koordinatama $(x_0, y_0) = (1, 2)$, vodoravan je ($\theta_0 = 0$), a na njega djeluje konstantna vanjska sila $F_{2,ext} = -mg$ dok njegovi motori miruju (tj. kontroler nije spojen). Interpretirajte što se dogodilo.
- Pretpostavimo sada da je avion na početku na koordinatama $(x_0, y_0) = (1, 2)$, te pod kutem $\theta_0 = -0.5$, te da na njega ne djeluje nikakva vanjska sila. Avion želimo stabilizirati pomoću LQR kontrole—to će ga dovesti na poziciju $(0, 0)$ (tj. u stanje ravnoteže). Uz pretpostavku da su kontroleru dostupna sva stanja $\vec{x} \in \mathbb{R}^6$, te da želimo minimizirati funkcional

$$J(u) = \int_0^\infty (\vec{x}(t)^T \vec{x}(t) + \rho \vec{u}(t)^T \vec{u}(t)) dt,$$

odredite optimalne kontrolere te napravite simulacije za $\rho = 1$, $\rho = 40^2$, $\rho = 200^2$. Interpretirajte nastale razlike u grafovima za različite odabire parametra ρ .