№1.4

(а) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + 1$
$f(x) \in (-\infty, +\infty),$ инъективная, сюръективная, биективная

(б) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 1$
$f(x) \in [1, +\infty),$ не инъективная, не сюръективная, не биективная

(в) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 1$
$f(x) \in (-\infty, +\infty),$ инъективная, сюръективная, биективная

(г) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^x$
$f(x) \in (0, +\infty),$ инъективная, не сюръективная, не биективная

(д) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{3x^2 + 1}$
$f(x) \in [1, +\infty),$ не инъективная, не сюръективная, не биективная

(е) $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}, f(x) = \sin x$
$f(x) \in [-1, 1],$ инъективная, не сюръективная, не биективная

(ж) $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}, f(x) = \sin x$
$f(x) \in [0, 1],$ не инъективная, не сюръективная, не биективная

(з) $f : \mathbb{R} \to [-1, 1], f(x) = \sin x$
$f(x) \in [-1, 1],$ не инъективная, сюръективная, не биективная

(и) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 \sin x$
$f(x) \in (-\infty, +\infty),$ не инъективная, сюръективная, не биективная

№1.5

(а) *не верно*

(б) *верно*

(в) *верно*

(г) *верно*

(д) *верно*

(е) *верно*

N.1.1

а) Докажем: $A \subseteq B \cap C$ только когда $A \subseteq B \wedge A \subseteq C$

Возьмём произвольный элемент $a \in A$. Тогда:

$$a \in B \cap C$$
$$a \in B \wedge a \in C$$
$$A \subseteq B \wedge A \subseteq C$$

ч.т.д

б) Докажем: $A \subseteq B \setminus C$ только когда $\mathbf{A} \subseteq B \ \wedge \ A \cap C = \varnothing$

Возьмём произвольный элемент $a \in A$. Тогда:

$$a \in B \setminus C$$
$$a \in B \wedge a \notin C$$
$$A \subseteq B \wedge A \cap C = \varnothing$$

ч.т.д

N.1.2

а) Докажем: $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

Возьмём произвольный элемент $X \in \mathcal{P}(A \cap B)$, тогда:

$$X \subseteq A \cap B$$
$$X \subseteq A \wedge X \subseteq B$$
$$X \in \mathcal{P}(A) \wedge X \in \mathcal{P}(B)$$
$$X \in \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$$

Значит, если $X \in \mathcal{P}(A \cap B)$, то $X \in \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
ч.т.д.

б) Докажем: $\mathcal{P}(A \cup B) \supseteq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$

$\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$

Возьмём $x \in \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$, x - произвольный элемент из множества $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$:

$$x \in \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$$
$$x \in \mathcal{P}(A) \wedge x \in \mathcal{P}(B)$$
$$x \subseteq A \wedge x \subseteq B$$
$$x \subseteq A \cup B$$
$$x \in \mathcal{P}(A \cup B)$$

$$x \in \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \to x \in \mathcal{P}(A \cup B)$$

ч.т.д

в) Докажем: $\mathcal{P}(A \setminus B) \subseteq (\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup \{\varnothing\}$

Возьмём x - произвольный элемент из множества $\mathcal{P}(A \setminus B)$:

$$
\begin{aligned}
&x \in \mathcal{P}(A \setminus B) \\
&x \subseteq A \setminus B \\
&x \subseteq A \wedge x \nsubseteq B \\
&x \in \mathcal{P}(A) \wedge x \notin \mathcal{P}(B) \\
&x \in \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)
\end{aligned}
$$

$$x \in \mathcal{P}(A \setminus B) \to x \in \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B) \to x \in (\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup \{\varnothing\}$$

ч.т.д