

Shooting method: simple pendulum

Las ecuaciones para el péndulo simple son:

$$\dot{p} = -\sin(\theta), \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = p, \quad (2)$$

con $m = 1$, $g = 1$, $l = 1$ y la energía constante como $E = \frac{p^2}{2} + 1 - \cos(\theta)$.

El método de “shooting” se utilizó para encontrar aquellas soluciones para las cuales el ángulo inicial, θ_0 , fuese $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ y el ángulo para $t = 10$ fuese el mismo ángulo inicial, $\theta(t = 10) = \theta_0$.

1. Solución encontrada en clase

La solución que se encontró en clase, utilizando como *semilla* para $p_0 = 1$, se muestra en la Figura 1.

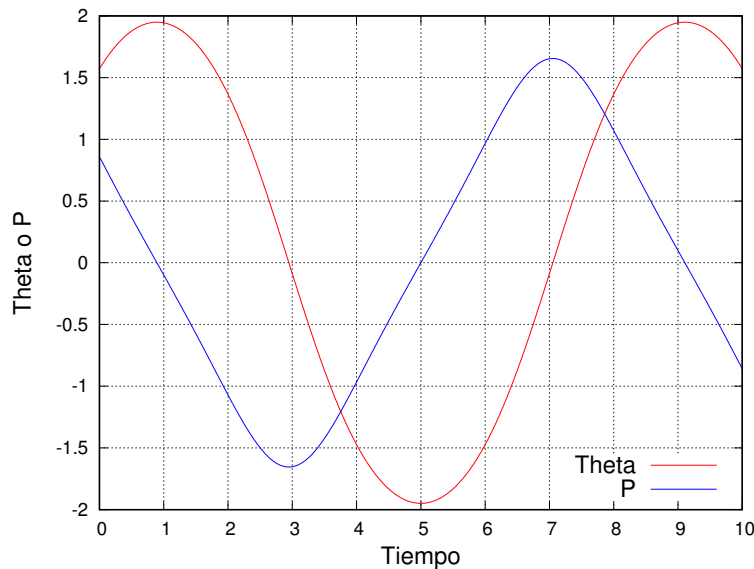


Figura 1: Solución encontrada en clase para θ y p en función del tiempo, t , utilizando como semilla para $p_0 = 1$.

2. Soluciones en función de la semilla p_0

El valor inicial para una solución que cumplan las condiciones del problema, $\theta_0 = \theta(t = 10) = \frac{\pi}{2}$, dependen del valor de la semilla para el momento inicial. En la Figura 2 se muestra esta dependencia y se observa que, en el rango de $p_{\text{semilla}} = [-\pi, \pi]$, existen **tres** valores aceptables para $p_0 = \{-1,24, 0,86, 1,24\}$. Aunque se reporta solución para $p_0 = -1,41$, esta “solución” se cree que se debe a un error numérico referente al número de iteraciones.

3. Soluciones

En la Figura 3 se muestra las soluciones aceptables.

$p_0 = 0,86$ presenta una energía de $E = 1,34$.

$p_0 = -1,24$ y $p_0 = 1,24$ presentan una degeneración en la energía, ambos con $E = 1,76$.

$p_0 = -1,41$ no es una solución aceptable.

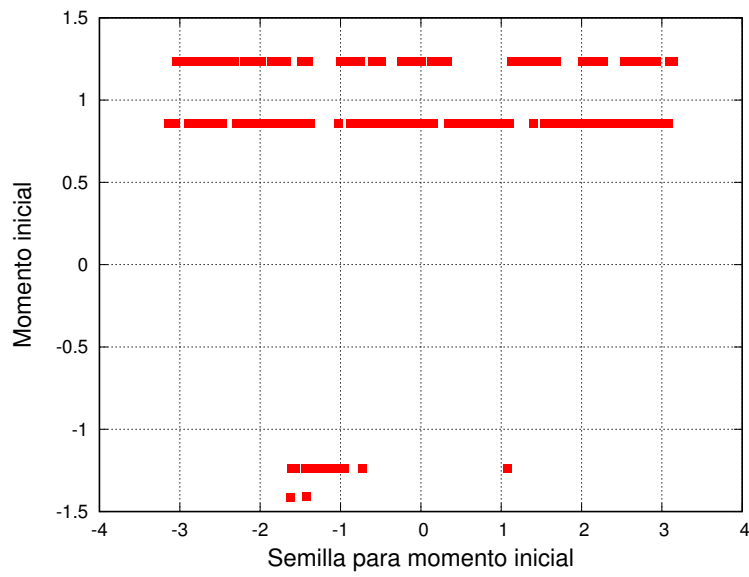


Figura 2: Dependencia del valor inicial de p_0 en función de la semilla.

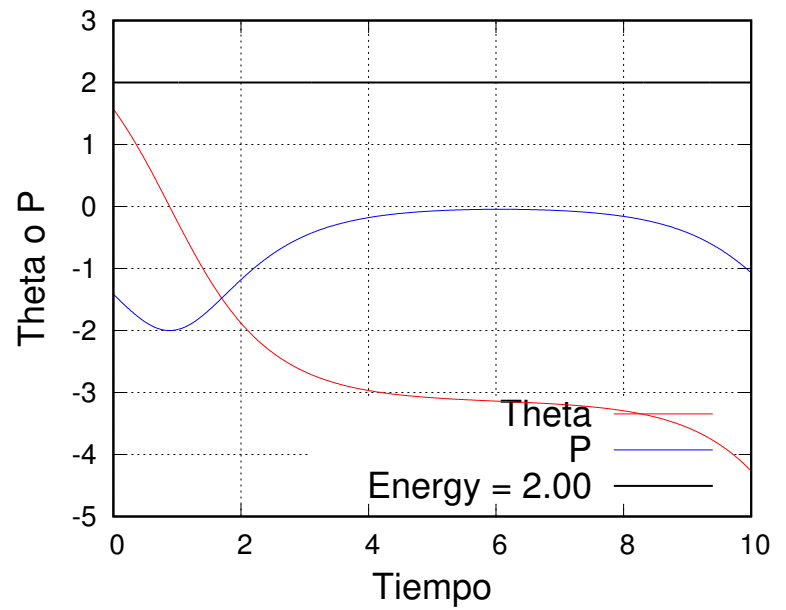
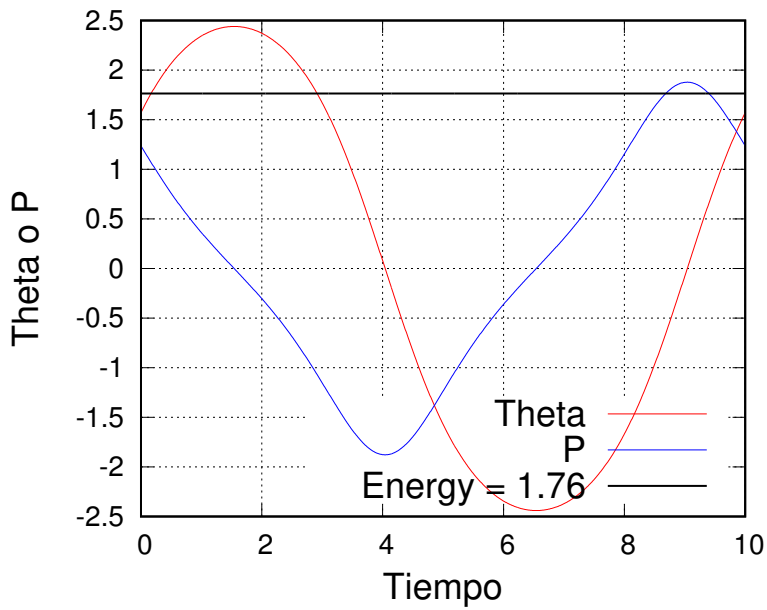
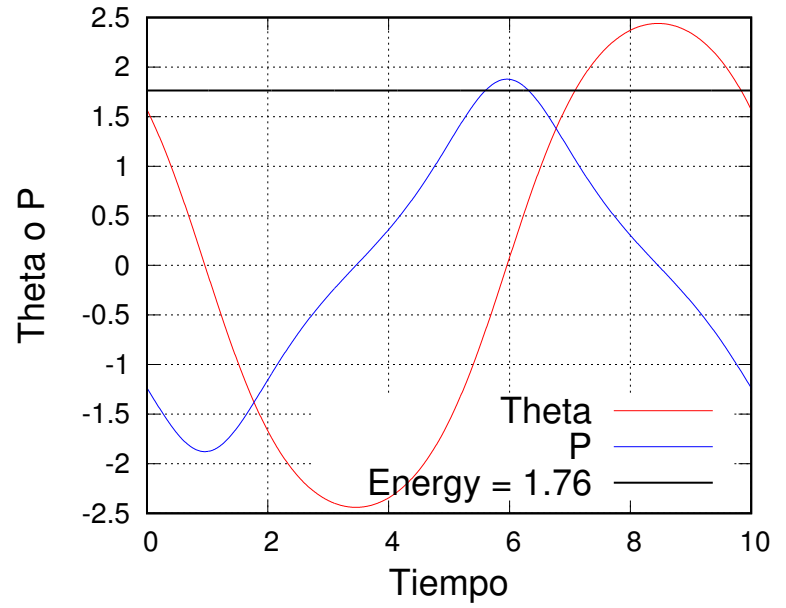
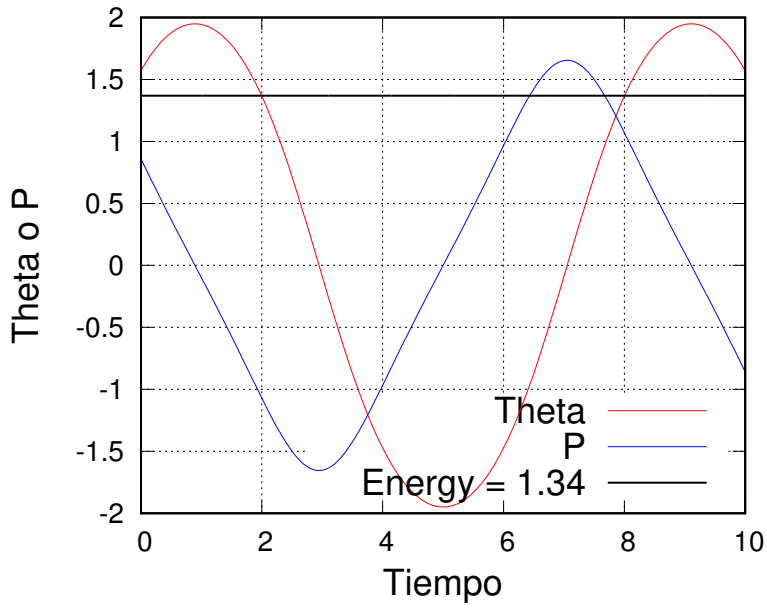


Figura 3: Soluciones de θ , p y energía en función del tiempo que cumplen con $\theta_0 = \theta(t = 10) = \frac{\pi}{2}$. Se muestra “solución” para $p_0 = -1,41$.