

# Optimización de la distribución del personal en hospitales

Integrantes:

Maria Alejandra Estrada Garcia y Ernesto Carlos Perez Covo

**Entrega 1: Primera aproximación del Modelo Matemático  
Modelado, Simulación y Optimización**

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Computación  
Universidad de Los Andes  
Bogotá, Colombia

## 1 Descripción del Problema (30%)

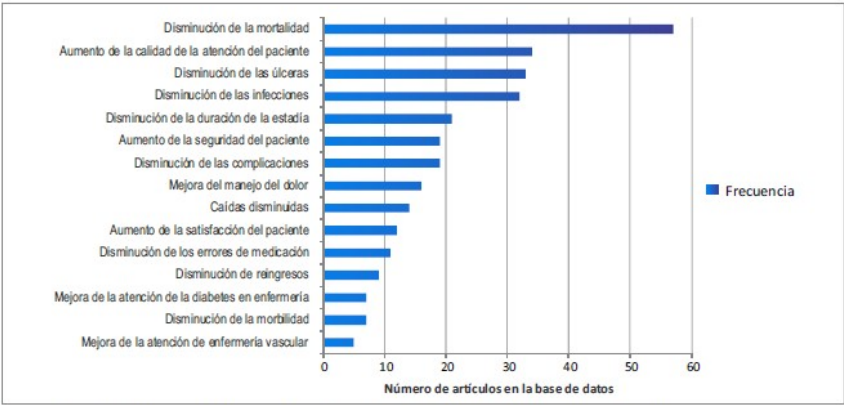
Es importante contar con un sistema de dotación de personal adecuado en el hospital, que garantice una atención médica eficiente y de alta calidad para todos los pacientes. Sin embargo, el despliegue óptimo del personal médico y de enfermería puede resultar difícil debido a las fluctuaciones en la demanda de atención, los cambios en la disponibilidad de recursos y las órdenes de trabajo. Es decir, casi el 50% del personal médico y de enfermería informó de un agotamiento significativo debido a las pesadas cargas de trabajo burocráticas y administrativas y a las horas extras.

El objetivo principal es maximizar la cobertura de las zonas del hospital por parte del personal de servicio garantizando que cada área del hospital cuente con el personal adecuado para satisfacer las necesidades de los pacientes de manera oportuna y adecuada.

Función objetivo: Se quiere maximizar la cobertura del personal dada una distribución del hospital por zonas donde cada zona tiene una prioridad, tipo de empleado que se requiere en la zona (Doctor, Enfermera o Administrador) y un número de personal que se requiere. A manera de ejemplo, la zona (1,1) en la figura 2 tiene una prioridad de 5 (Máxima prioridad) y requiere de 2 doctores.

Restricciones: Más adelante en el capítulo 2 se indican las restricciones de manera matemática, sin embargo, la explicación de estas está a continuación. El tipo de personal que se asigna a una zona debe coincidir con el tipo de personal requerido. Adicionalmente se tiene una restricción de que los doctores también ofrecen cobertura a aquellas zonas que están adyacentes a donde están ubicados. Adicionalmente el número de doctores, enfermeras y administradores que se asignan a las zonas no pueden ser mayor a el total de personal de cada tipo disponible para el hospital.

En la siguiente imagen se puede ver la necesidad de ordenar al personal de la manera mas eficiente posible pues es uno de los grandes factores que afectan la vida diaria de pacientes y personal de hospital.



Fuente: Tomado de Registered Nurses' Association of Ontario (RNAO). RN Effectiveness Database.

Figura 2. Resultados de salud beneficiosos para pacientes.

Fig. 1. Resultados de salud beneficiosos para pacientes

Casilla: (Prioridad zona, tipoEmpleado, numeroEmpleados)	(5, D, 2)	(2, E, 2)	(0, E, 1)	(2, A, 1)	(2, A, 1)
Prioridad zona: Entero de 1-5 (5 es maxima prioridad)	(3, E, 2)	(2, E, 2)	(0, E, 1)	(0, E, 1)	(0, E, 1)
tipoEmpleado: [D, E, A] - Doctor, Enfermera, Administrador	(5, D, 2)	(1, D, 1)	(1, E, 1)	(1, E, 1)	(3, D, 1)
numEmpleados Entero	(3, A, 3)	(2, E, 2)	(1, E, 1)	(1, E, 1)	(3, D, 1)
	(3, A, 3)	(2, E, 2)	(4, E, 3)	(3, E, 3)	(3, D, 1)

Fig. 2. Boseto del problema

2 Conjuntos, Parámetros y Variables (20%)

**Table 1.** Conjuntos, Parámetros y Variables de decisión.

Sets and Parameters	Description
Z	Zonas del hospital set (urgencias, consultorios, cirugías y hospitalarios).
i	Indice que recorre las matrices por filas, es el mismo indice para los parametros Z, P numD, numE, numA (El set seria como f1,f2, f3, etc..).
j	Indice que recorre las matrices por columnas, es el mismo indice para los parametros Z, P numD, numE, numA (El set seria como c1, c2, c3, etc..).
k	Indice que indica a que tipo de personal corresponde la zona, puede tomar valores de d (Doctor), e (Enfermera) o a (Administrador).
D	Doctores set.
E	Enfermeras set.
A	Administradores set
$P_{i,j}$	Prioridad de la zona en la fila i columna j.
$numD_{i,j}$	Numero de doctores requeridos para la zona en la fila i y columna j.
$numE_{i,j}$	Numero de enfermeros requeridos para la zona en la fila i y columna j.
$numA_{i,j}$	Numero de adminsitradores requeridos para la zona en la fila i y columna j.

**Table 2.** Variables de decisión

Variables	Description
$Y_{i,j,k}$	Indica la cantidad del tipo de personal médico asignado. Donde la i es la fila de la matriz, j es la columna de la matriz y k indica el tipo de personal.

### 3 Función Objetivo y Restricciones (50%)

$$z = \max(\sum Y_{ijk} * P_{ij}) \quad (1)$$

La Función Objetivo busca maximizar las zonas cubiertas según su prioridad por el personal necesario. Dado que se usa un sistema de prioridad donde 1 es minimo y 5 es maximo el algoritmo va a priorizar cubrir zonas con alta prioridad.

$$\sum_{(i,j) \in D} A_{ij} \quad |k = d \leq \sum_{(i,j) \in D} numD_{i,j} \quad (2)$$

Restricción 1: No se pueden asignar más doctores a una zona que el total de doctores que están disponibles para el hospital, indicados en los parámetros iniciales.

$$\sum_{(i,j) \in D} A_{ij} \quad |k = e \leq \sum_{(i,j) \in D} numE_{i,j} \quad (3)$$

Restricción 2: No se pueden asignar más enfermeras a una zona que el total de enfermeras que están disponibles para el hospital, indicados en los parámetros iniciales.

$$\sum_{(i,j) \in D} A_{ij} \mid k = a \leq \sum_{(i,j) \in D} \text{num}A_{i,j} \quad (4)$$

Restricción 3: No se pueden asignar más administradores a una zona que el total de doctores que están disponibles para el hospital, indicados en los parámetros iniciales.

$$Y_{i,j,'d'} \leq \text{num}D_{i,j} \quad (5)$$

Restricción 4: Solo se pueden asignar doctores donde se requieran

$$Y_{i,j,'e'} \leq \text{num}E_{i,j} \quad (6)$$

Restricción 5: Solo se pueden asignar enfermeras donde se requieran

$$Y_{i,j,'a'} \leq \text{num}A_{i,j} \quad (7)$$

Restricción 6: Solo se pueden asignar administradores donde se requieran

## 4 Implementación y resultados del Modelo Matemático

\*Describir los distintos escenarios para probar el funcionamiento del modelo matemático. Deben ser mínimo 2 escenarios, uno simple y otro complejo. \*Puede adicionar figuras para cada escenario si usted lo considera pertinente para complementar la explicación del escenario.

## 5 Escenario 1

### 5.1 Conjuntos

Conjunto	Descripción
$z$	Conjunto de zonas, $z = \{p1, p2, p3\}$
$k$	Conjunto de tipos de personal, $k = \{d, e, a\}$

### 5.2 Parámetros

Parámetro	Descripción
$D$	Número total de doctores disponibles, $D = 2$
$E$	Número total de enfermeras disponibles, $E = 4$
$A$	Número total de administradores disponibles, $A = 1$

### 5.3 Prioridades

La matriz de prioridades  $P[i, j]$  representa la prioridad de asignar personal de una zona  $i$  a otra zona  $j$ . Cuanto mayor sea el valor en la matriz, mayor será la prioridad.

	p1	p2	p3
p1	(5, D, 2)	(2, E, 2)	(0, E, 1)
p2	(3, E, 2)	(2, E, 2)	(0, E, 1)
p3	(3, D, 1)	(5, A, 1)	(0, A, 1)

**Fig. 3.** (Prioridad, Empleado, Empleados requeridos)

La figura 3 es la representación del escenario 1 a manera de matriz en donde se tienen las posiciones p1, p2 y p3 y que cada celda contiene: Prioridad de la zona, tipo de empleado requerido (Doctor, Enfermera, Administrador) y el numero de empleados de dicho tipo que se requieren.

## 6 Resultados escenarios 1

	p1	p2	p3
p1	(5, D, 2)	(2, E, 2)	(0, E, 1)
p2	(3, E, 2)	(2, E, 2)	(0, E, 1)
p3	(3, D, 1)	(5, A, 1)	(0, A, 1)

**Fig. 4.** Resultado esperado

La figura 4 sería el resultado esperado por parte del modelo, las casillas verdes representan las zonas que se deberían cubrir al ejecutar el modelo. En este caso se resolvió el ejercicio de manera manual para poder verificar que el modelo se ejecuta correctamente. Si se aplica la función objetivo a esta solución la respuesta sería de 25.

```
Variables:
Y : Size=27, Index=z*z*k
Key      : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
('p1', 'p1', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p1', 'd') : 0 : 2.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p1', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p2', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p2', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p2', 'e') : 0 : 2.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p3', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p3', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p1', 'p3', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p1', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p1', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p1', 'e') : 0 : 2.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p2', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p2', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p2', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p3', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p3', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p2', 'p3', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p1', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p1', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p1', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p2', 'a') : 0 : 1.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p2', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p2', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p3', 'a') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p3', 'd') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
('p3', 'p3', 'e') : 0 : 0.0 : None : False : False : PositiveReals
```

Fig. 5. Resultado variable Y escenario 1

```
Objectives:
multi_objective : Size=1, Index=None, Active=True
Key : Active : Value
None : True : 25.0
```

Fig. 6. Función objetivo escenario 1

Las figuras 5 y 6 muestran los resultados de la ejecución del escenario 1 en pyomo y se puede verificar que tanto las funciones objetivo como las zonas en que asigna personal son iguales tanto para el modelo como para el procedimiento manual.

## 7 Escenario 2

### 7.1 Conjuntos

Conjunto	Descripción
model.z	Este conjunto representa las zonas del hospital.
model.k	En el escenario actual, se tienen cinco zonas identificadas como p1, p2, p3, p4 y p5. Representa los tipos de personal disponibles para asignar a las zonas del hospital. En este caso, los tipos de personal son doctores (d), enfermeras (e) y administradores (a).

### 7.2 Parámetros

Los siguientes parámetros son específicos del escenario y determinan las capacidades y prioridades del hospital.

Parámetro	Descripción
D	Número máximo de doctores permitidos por zona. En este escenario, se establece en 4.
E	Número máximo de enfermeras permitidas por zona. Se ha fijado en 6 para este escenario.
A	Número máximo de administradores permitidos por zona. Este valor se ha definido como 3.

**Prioridades y Capacidades de Personal** La matriz de prioridades  $P[i, j]$  representa la prioridad de asignar personal de una zona  $i$  a otra zona  $j$ . Cuanto mayor sea el valor en la matriz, mayor será la prioridad. Además, se definen las capacidades de personal para cada tipo de personal (doctores, enfermeras y administradores) en cada combinación de zona.



### 7.3 Resultados escenario 2

[illegible]



```
Objectives:
  multi_objective : Size=1, Index=None, Active=True
    Key : Active : Value
    None : True : 65.0
```

**Fig. 8.** Función objetivo escenario 2

Finalmente, las figuras 7 y 8 muestran la solución para un escenario 2 mucho mas complejo que el 1. En este caso no se tiene una solución manual con la que se puedan comparar los resultados y verificar que es correcto. En este escenario se complejizo no solo aumentando las dimensiones de las matrices sino que múltiples empleados se pueden requerir en una misma zona. Se puede ver que el modelo se comporta correctamente porque en la zona (p1, p1) que tiene prioridad 5 asigna todos los recursos posibles, de esta asignación queda un doctor que lo asigna a (p2, p2) que también tiene prioridad 5. Con lo anterior podemos concluir que el modelo se comporta adecuadamente ante escenarios mas complejos y retorna la solución óptima que en este caso es una función objetivo de 65.

## 8 Referencias

- 1 <https://www.oracle.com/co/data-platform/optimize-medical-staff-workloads/>
- 2 <https://rflex.io/la-importancia-de-la-optimizacion-en-la-distribucion-de-turnos-para-reducir-la-espera-de-los-pacientes/>
- 3 <https://www.redalyc.org/journal/719/71964821014/html/>