Modelo SIR

·Modelación de sistemas con ecuaciones diferenciales

Profesores: Dr. Francisco Javier Alvarado Chacón y Dr. Rajesh Roshan Biswal

Ernesto Godinez
A01633812
ITESM
Guadalajara, México

***Resumen*—En el reporte presentado se hace un análisis con modelo SIR y se modela con diferentes parámetros predeterminados. El proyecto se divide en fases, la fase 1 hace lo previamente descrito, fase 2 toma en cuenta un plan de vacunación y otros factores cual cambian el tamaño de población.Y la tercera fase se encarga de simular la distribución de personas en una ciudad con diferentes geometrías.**

***Palabras clave*—Contagios, Modelo SIR, Data frame**

I. Descripción de la Problemática

Durante el transcurso del reto, diferentes problemáticas se fueron resolviendo en fases; dichas problemáticas basadas en el modelo SIR. El modelo SIR es un modelo dinámico el cual modela los Susceptibles (S), Infectados(I) y Recuperados (R) de una población expuesta a una enfermedad contagiosa. Las problemáticas fueron divididas en 3; La primera fase se concentró en interactuar y entender el modelo y código proporcionado por los profesores de la clase. Fase 2 requería que el código y el modelo fuera modificado para considerar un plan de vacunación y además cambios realistas en una población (muertes, nacidos, etc). Finalmente, fase 3 se encargó de simular la geometría y distribución de la población de una ciudad.En esta fase también se obtuvo una base de datos de los individuos en el modelo, el cual guardaba estatus de cada persona y guardaba la localización de cada persona.

II. Principales Supuestos

Los principales supuestos para el modelo fueron los siguientes * La probabilidad de infección era igual para cada miembro de la población
* La población es homogénea,osea que el riesgo para infectarse de los susceptibles es igual al tiempo de recuperación para los infectados
* El tamaño de la población N es constante

III. Modelo e ideas implementadas

Para esta sección, para que sea más práctico, se divide por fase:

III-A. Fase 1

El modelo utilizado en esta fase fue el predeterminado por la descripción del reto

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} &= -\beta\frac{1}{N}S \\ \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} &= -\beta\frac{1}{N}S - \gamma I \\ \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} &= \gamma I \end{aligned} \tag{1}$$

Donde la población N es igual a S+I+R.β es la razón de infección, mientras que γ es la razón de recuperación.

III-B. Fase 2

En esta fase, se consideró un plan de vacunación y además otros factores para tomar en cuenta la población cambiante:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} &= -\beta\frac{1}{N}S + bN - \mu S - SV \\ \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} &= -\beta\frac{1}{N}S - \gamma I - \mu I \\ \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} &= \gamma I - \mu R + SV \end{aligned} \tag{2}$$

Donde b es la tasa de nacidos, y μ es la tasa de mortalidad V es la proporción de vacunados.

III-C. *Fase 3*

En esta fase no se usó el modelo SIR, sin embargo se tuvo que implementar 3 simulaciones considerando la geometría de una ciudad en 4 casos:

1. Crear una ciudad cuadrada con una distribución uniforme
2. Crear una ciudad circular con una distribución uniforme
3. Crear una ciudad cuadrada con una distribución normal
4. Crear una ciudad circular con una distribución normal

IV. Resultados

De nuevo, con fin de tener una estructura, se divide los resultados por fase:

IV-A. *Fase 1*

Haciendo experimentación se observó que β afectaba las curva de infección de manera directa. Mientras más grande fuera β, la curva de infección subía de manera más rápida y llegaba a ser más alta la cantidad de infectados también. (Nota que por que la $\gamma = 0.1$ y era constante, la curva de recuperación no se vio tan afectada.).También es importante observar que mientras γ=β, las curvas de infectados y de recuperados tienden a 0, esto pasa debido a que la razón de recuperación es igual a la de la razón de infección por lo cual no hay tiempo para que la gente se contagie, y por ende no haya tiempo de gente recuperada.

Finalmente,tras variar el parámetro γ múltiples veces, se pudo observar que al aumentar el valor la curva de infectados se hacía más pequeña, mientras que sí se disminuía el valor la curva de infectados se hacía más grande, además de que la curva de recuperados tardaba más días en comenzar su crecimiento. Por otra parte, se pudo ver que mientras que γ sea menor que β, la pandemia ocurrirá, sin embargo, conforme γ tienda a β la cantidad de infectados también tenderá a 0.

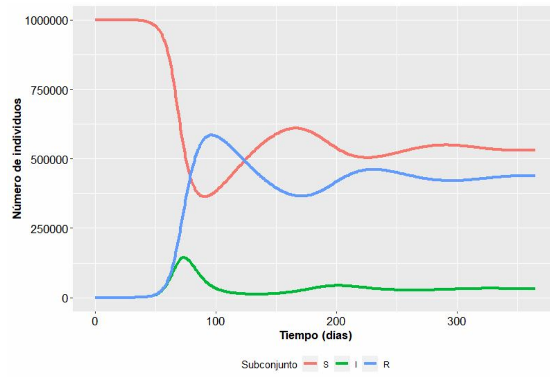

Figura 1. Modelo SIR para un N=100000, cuando la tasa de reproducción y fallecimiento es de $\frac{1}{70}$, con duración de 1 año

IV-B. *Fase 2*

Como se puede observar en la figura 1, a diferencia del modelo SIR básico, se presentan algunas oscilaciones en las tres variables. Esto se debe a los nuevos parámetros de nacimientos y de muertes. También se puede ver que en un principio la amplitud de la oscilación es más alta en un principio, y después esta amplitud tiende a 0.
Para encontrar la proporción de vacunados mínimo para que no haya una epidemia, se encontró que tiene que haber un 75 % de personas vacunadas para que la epidemia no suceda.

IV-C. *Fase 3*

Las figuras 2, 3, 4 y 5 son para las simulaciones de la ciudad. Para ver el vídeo y el funcionamiento del código, haga click en el link del código y video en el siguiente apartado.

Es hasta esta fase donde se concluyó el reto. Por falta de tiempo, no se llevo acabo la fase 4.

V. Principales Recursos Utilizados

Para la realización del proyecto, se usó R-studios para el código y se uso Overleaf para el pdf.

VI. Conclusiones

Este Reto, me *retó* en todos los sentidos de la palabra. Además de poniendo en práctica las matemáticas vistas en clases, se obtuvo un código con una simulación y animación realmente gratificante.

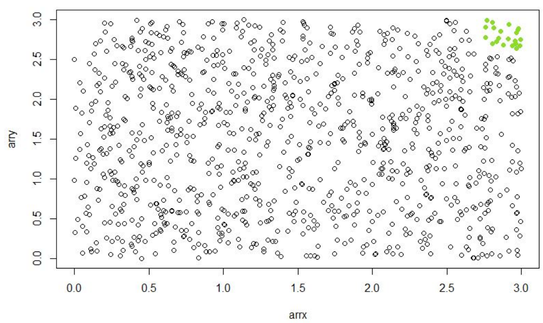

Figura 2. Ciudad cuadrada de lado 3, los puntos verdes representa la población infectada tras 5 iteraciones con un radio de contagio de 0.2

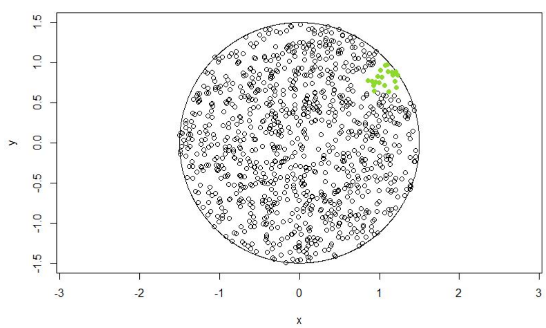

Figura 3. Ciudad circular de radio 3, los puntos verdes representa la población infectada tras 5 iteraciones con un radio de contagio de 0.2

A pesar de no haber hecho la fase 4 por falta de tiempo, los resultados fueron más que satisfactorios por lo cual hace este reto en particular uno de mis favoritos de la carrera

VII. Código y Video

Liga para el código y video en R: https://drive.google.com/drive/folders/1pYQHLJYDk7TXHI3WOvbOaW7chLOtqJAu?usp=sharing

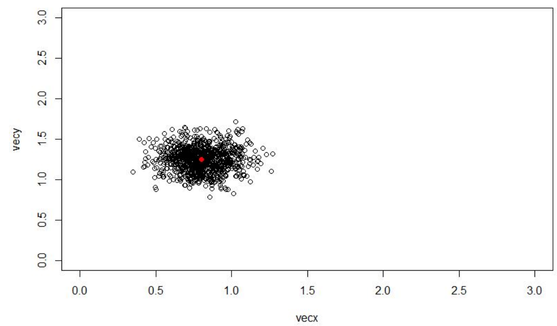

Figura 4. Ciudad cuadrada de lado 3, la población se acumula alrededor de un punto específico donde se encuentra una persona infectada marcada con rojo.

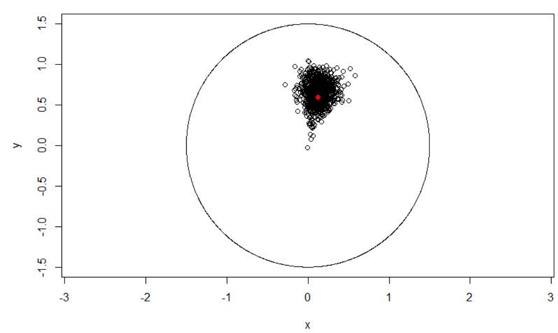

Figura 5. Ciudad cuadrada de lado 3, la población se acumula alrededor de un punto específico donde se encuentra una persona infectada marcada con rojo.

Referencias

[1] N. Bacaër, "El modelo estocástico del sis para una epidemia en un entorno periódico," *J. Math. Biol.*, vol. 71, pp. 491–115, 2015. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01265563v4/file/2015JMB_es.pdf.

[2] P. Vargas-Bernal, "Métodos matemáticos para el análisis de epidemias y propagación de gusanos en redes de sensores inalámbricos." thesis, 2013.

[3] I. Abelló, R. Guinovart, and W. Morales, "El modelo sir básico y políticas antiepidémicas de salud pública para la covid-19 en cuba," *RCSP*, vol. 46, 2020. https://scielosp.org/article/rcsp/2020.v46suppl1/e2597/es/#.