Introdução à Programação e Resolução de Problemas

2011/2012

Exercícios para as aulas (1)

Ernesto Costa

1

O número π

1.1 Introdução

O número π é um número trancendental e define-se como o quociente entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência. Ao longo dos anos muitas foram as soluções para se obter o valor aproximado deste número. Vamos usar **Python** para implementar algumas das fórmulas e métodos. Mas não se esqueça: os computadores têm limitações na representação dos números reais, logo o resultado que obtiver nunca pode ter mais algarismos significativos do que aqueles que o sistema permite. Caso pretenda saber quais os limites do **Python** no seu computador use os comandos que a listagem abaixo indica.

```
Python 2.6.1 (r261:67515, Jun 24 2010, 21:47:49)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5646)]
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more
   information.
>>> import sys
>>> sys.float_info
sys.floatinfo(max=1.7976931348623157e+308, max_exp=1024,
   max_10_exp=308, min=2.2250738585072014e-308, min_exp=-1021,
    min_10_exp=-307, dig=15, mant_dig=53, epsilon
   =2.2204460492503131e-16, radix=2, rounds=1)
>>>
```

O valor de `epsilon` dá-lhe uma ideia da precisão, logo do número de algarismos significativos.

1.2 Agora é a sua vez...

Problema 1.1 Algumas aproximações de π são dadas por fracções:

- $\frac{22}{7}$
- $\frac{355}{113}$
- $\frac{9801}{2206 \times \sqrt{2}}$

Teste estas expressões em **Python** .

■

Problema 1.2 Leibniz propôs um modo de calcular π, baseado na fórmula:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

Trata-se de uma série infinita. Escreva um programa para calcular o valor de π baseado nesta ideia. A suas solução permite controlar o valor da precisão?

■

Problema 1.3 Wallis propôs uma outra abordagem baseada no facto de que:

$$\frac{\pi}{2} = 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \ldots$$

Escreva um programa para calcular o valor de π baseado nesta ideia. A suas solução permite controlar o valor da precisão?

■

Problema 1.4 O método de Monte Carlo para o cálculo de π é um pouco mais sofisticado. Admitamos que temos um quadrado de lado 2 unidades e dentro dele uma circunferência de raio 1. Divida-se o quadrado em quatro partes iguais. É óbvio que área de cada um dos quatro quadrados pequenos é de 1 (ver figura 1.1).

Por outro lado sabemos que a área da circunferência é igual a $\pi \times r^2 = \pi$[1] Logo, a área da parte da circunferência que cobre cada quadrado pequeno

[1] Pois o raio é 1.

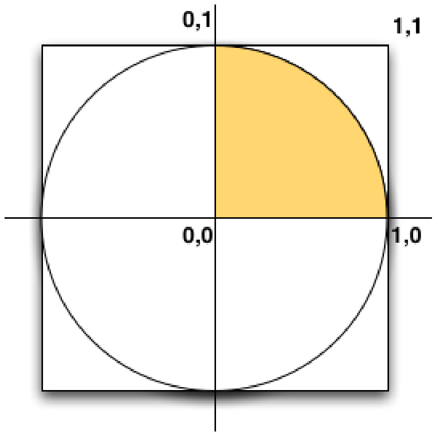

Figura 1.1: **pi: método de Monte Carlo**

vale $\frac{\pi}{4}$. O método de Monte Carlo, consiste em simular o lançamento de dardos na direcção de um dos quadrados pequenos, contar a prporção dos que caiem dentro do quarto de circunferência, e multiplicar esse valor por 4.

Implemente este método em **Python** . Qual o número de dardos que precisa lançar par obter um valor razoável?

■