

# Ergebnisse Schwinger-Modell

Florian Stein

8. Mai 2025

## 1 Masseloser Fall

### 1.1 Grundzustandsenergiedichte und Vektormasse

Ich habe Werte für Grundzustand und Vektormasse auf 2 Arten bestimmt.

- Vorgabe von  $N/\sqrt{x} \in \{5, 10, 15, 20\}$  und anschließender Berechnung von  $\omega_0/2Nx$  bzw.  $M_1/g$  für  $N$  zwischen 4 und 24. Jede Messreihe dann einzeln per Fit an Polynom ins Kontinuum extrapolieren.
- Variation von  $N$  zu vorgegebenem  $y$ . Für jedes  $y$  den Wert von  $\omega_0/2Nx$  bzw.  $M_1/g$  im Limes  $N \rightarrow \infty$ , durch Polynomfit in  $1/N$  bestimmen. Die so erhaltenen Werte dann per Fit an Polynom in  $y$  ins Kontinuum extrapolieren.

### 1.2 Variante 1

#### 1.2.1 Grundzustandsenergiedichte

Offenbar kommt man im Fall  $N/\sqrt{x} = 20$  nicht mehr nah genug ans Kontinuum um ordentlich zu Extrapolieren. Ansonsten stimmen die verschiedenen Kurven in  $y = 0$  recht gut überein, wie man es nach Struktur des Hamiltonians erwarten würde.

Die Ergebnisse hängen dabei mehr oder weniger Stark vom Grad des Fitpolynoms ab. Für die Plots habe ich exemplarisch einfach mal die genommen, welche am besten zum exakten Wert passen (Was ich später natürlich nicht mehr machen kann).

Für Polynome mit Grad zwischen 4 und 8 bekommt man brauchbare Werte.

Die extrapolierten Werte für  $Ny = 5, 10$  bzw.  $Ny = 15, 20$  schwanken dabei, je nach dem Gewähltem Grad, ungefähr in einem Bereich von 0,002 bzw. 0,02 um den Theoriewert.

#### 1.2.2 Vektormasse

In diesem Fall liegen die verschiedenen Kurven dann schon wesentlich weiter auseinander und auch die Fitwerte sind nur auf ca. 0,1 genau

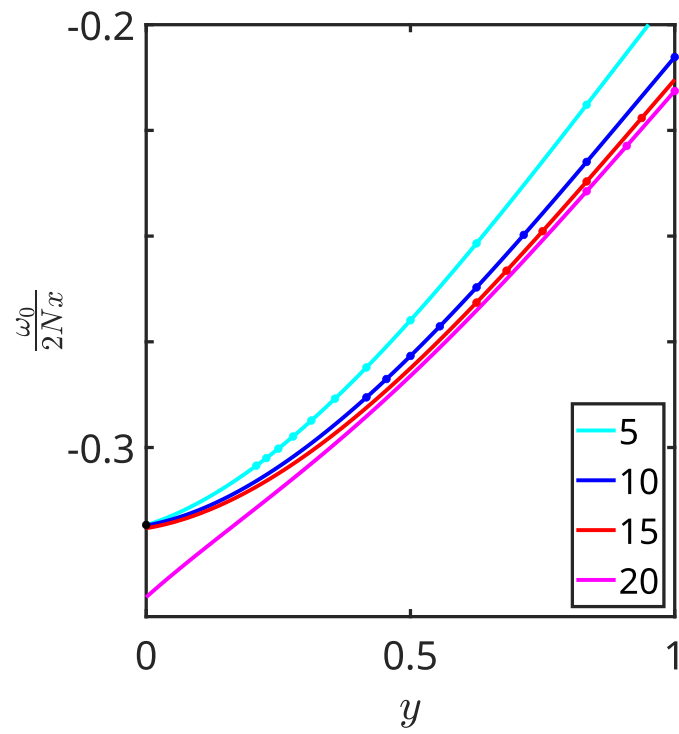


Abbildung 1: Grundzustand für Werte von  $Ny$  zwischen 5 und 20, sowie Gittergrößen  $N$  zwischen 4 und 24. Zusätzlich Fitpolynome vom Grad 8 zur Extrapolation ins Kontinuum. Der Schwarze Punkt entspricht dem exakten Wert.

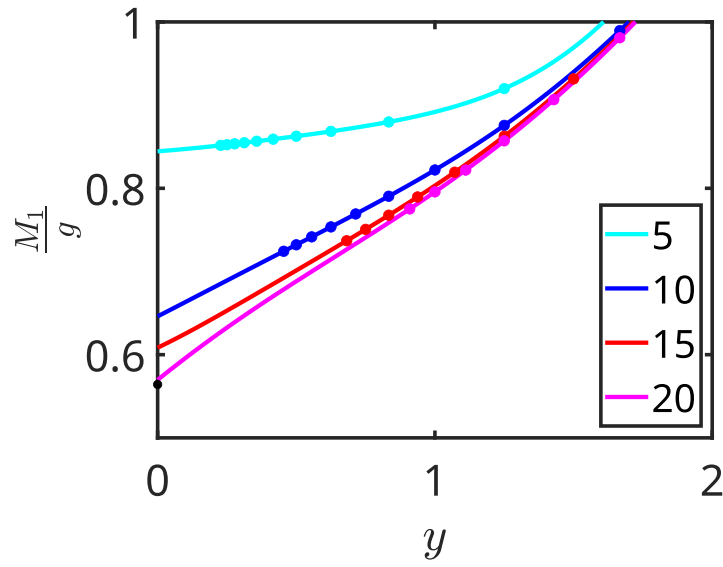


Abbildung 2: Analog für die Vektormasse. Fitpolynome vom Grad 7

### 1.3 Variante 2

Für die Grundzustandsenergiedichte liefert diese Methode bessere Ergebnisse, die Genauigkeit liegt im Bereich  $\approx 0,001$ . Die Werte für die Vektormasse sind deutlich unpräziser und schwanken ca. um 0,2.

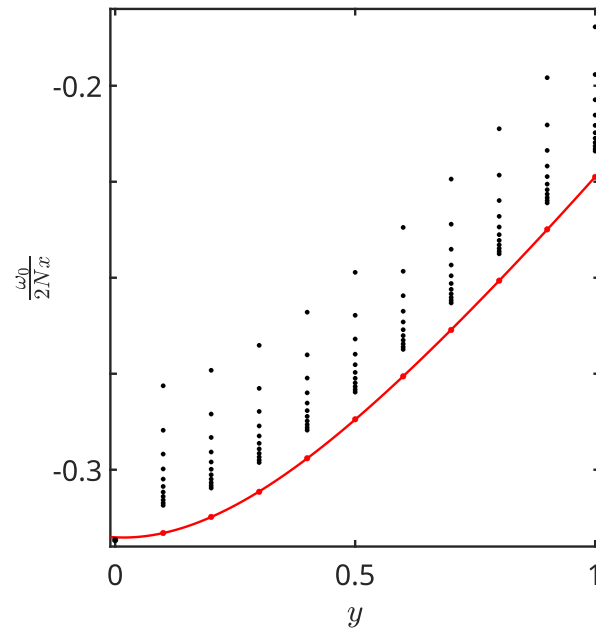


Abbildung 3: Variante 2. Schwarz sind die Werte für endliches  $N$ . Rot die Extrapolierten Punkte für  $N \rightarrow \infty$  bzw. das Fitpolynom an diese Punkte.

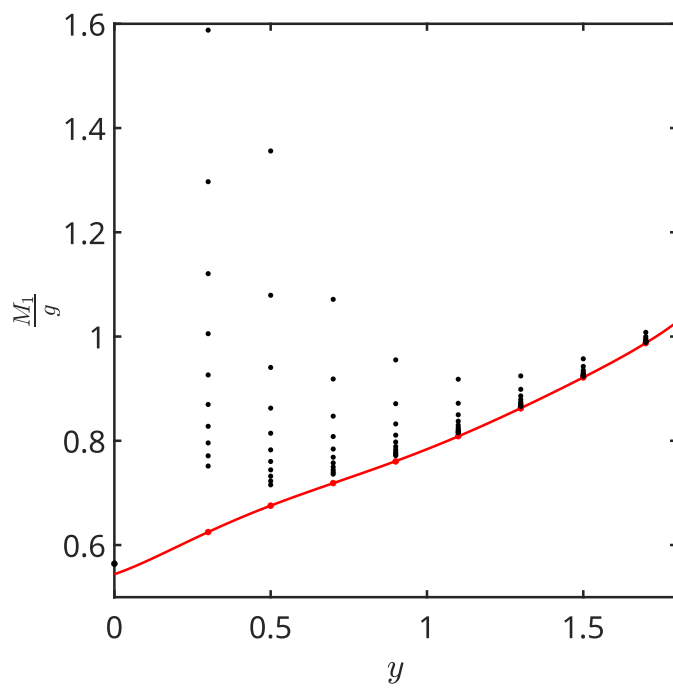


Abbildung 4: Analog für die Vektormasse. Fitpolynome vom Grad 7