

NumMeth (20 April 2022)

Word count: 383

Domanda 1 (3 punti)

Un vostro collega vi ha mandato i suoi appunti su un'idea a cui sta lavorando, senza darvi troppi dettagli, ma i suoi esperimenti non funzionano e non riesce a trovare l'errore. Ecco i suoi appunti:

B = matrice $m \times m$, x = vettore $m \times 1$, y = vettore $n \times 1$, Q = matrice $n \times m$

$QBx = y$ // funziona, l'uguaglianza vale

$Q^T QBx = Q^T y$ // funziona, l'uguaglianza vale

$BQ^T Qx = Q^T y$ // non funziona, viene diverso da sopra anche se $Q^T Q$ e B in teoria commutano

Cosa potrebbe aver sbagliato? Quale test gli chiedereste di fare, per confermare la vostra ipotesi? Motivare la risposta in modo dettagliato.

Domanda 2 (2 punti)

Sia data una matrice quadrata A , e sia $\mathbf{1}$ un vettore costituito di soli uni. Le espressioni $\mathbf{1}^T A \mathbf{1}$ e $\|A\|_1$ sono equivalenti? Motivare la risposta.

Domanda 3 (7 punti)

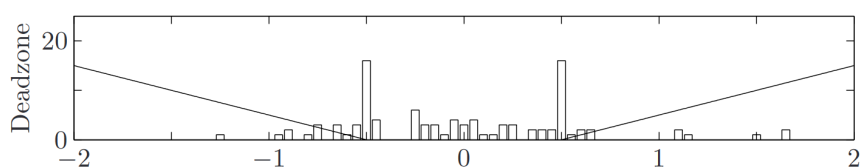
Scrivere l'errore minimizzato dalla regressione lineare e l'errore minimizzato dalla PCA, e spiegarne le differenze.

Domanda 4 (3 punti)

Scrivere un'espressione matematica che formalizza il seguente claim: "la norma L_p per ogni $p \geq 1$ è convessa".

Domanda 5 (8 punti)

La funzione di penalty chiamata "deadzone" ha un comportamento di questo tipo:



- Descrivere a parole l'illustrazione, spiegando nel dettaglio in che modo agisce la penalty e che tipo di regolarizzazione applica all'input.
- Scrivere un'espressione matematica della deadzone, basandosi unicamente sul grafico.

Domanda 6 (7 punti)

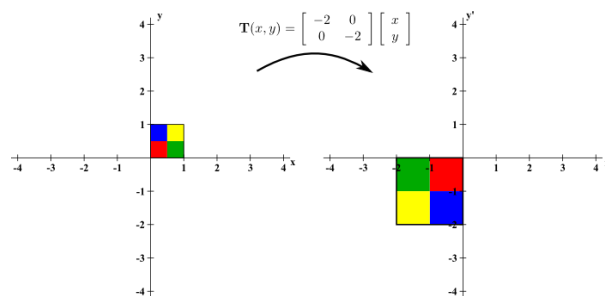
Ipotizzate che a ognuno degli ultimi 10 compleanni avete scattato una foto della vostra faccia. Tutte le foto hanno le stesse dimensioni. Usando i metodi visti a lezione, scrivete lo pseudocodice di un algoritmo che predica la vostra faccia tra 5 anni.

Domanda 7 (7 punti)

Ipotizzate di avere migliaia di tracce audio di diversi strumenti, non tutte della stessa lunghezza. L'utente vuole comprimere i suoni per occupare meno spazio sul suo disco fisso. Inoltre, c'è una traccia in particolare a cui tiene molto (i.e., la confessione di Bush Junior che l'11 Settembre è stata tutta opera del governo americano) che vorrebbe venisse ricostruita perfettamente in ogni caso. Descrivere in pseudocodice un algoritmo per effettuare la compressione, usando gli strumenti visti nel corso finora.

Domanda 8 (3 punti)

Si consideri una mappa lineare che trasforma lo spazio in questo modo:



Indicare una o piu' risposte giuste e motivare ogni scelta fatta:

1. La mappa preserva gli angoli
2. La mappa preserva le lunghezze
3. La mappa è un'isometria
4. La mappa è una riflessione
5. La mappa è una rotazione

Test Person