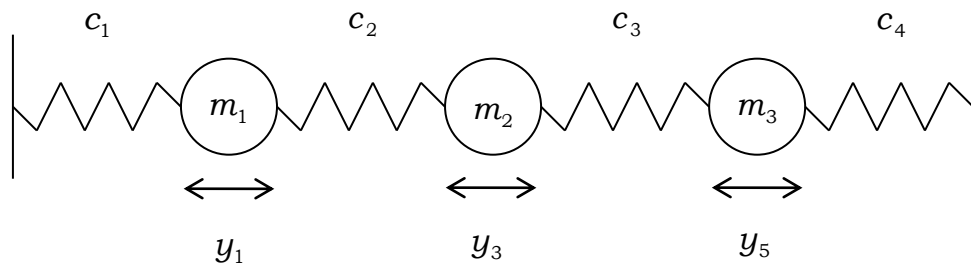


Завдання з курсу «Математичне моделювання»  
Лабораторна робота №3

Параметрична ідентифікація параметрів з використанням функцій чутливості.

Для математичної моделі коливання трьох мас  $m_1, m_2, m_3$ , які поєднані між собою пружинами з відповідними жорсткостями  $c_1, c_2, c_3, c_4$ , і відомої функції спостереження координат моделі  $\bar{y}(t)$ ,  $t \in [t_0, t_k]$  потрібно оцінити частину невідомих параметрів моделі з використанням функції чутливості.



Математична модель коливання трьох мас описується наступною системою

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{(c_2 + c_1)}{m_1} & 0 & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & 0 & -\frac{(c_2 + c_3)}{m_2} & 0 & \frac{c_3}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{c_3}{m_3} & 0 & -\frac{(c_4 + c_3)}{m_3} & 0 \end{pmatrix} y = Ay.$$

Показник якості ідентифікації параметрів невідомих параметрів  $\beta$  має вигляд

$$I(\beta) = \int_{t_0}^{t_k} (\bar{y}(t) - y(t))^T (\bar{y}(t) - y(t)) dt.$$

Якщо представити вектор невідомих параметрів  $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$ , де  $\beta_0$  – початкове наближення вектора параметрів,

$$\Delta\beta = \left( \int_{t_0}^{t_k} U^T(t) U(t) dt \right)^{-1} \int_{t_0}^{t_k} U^T(t) (\bar{y}(t) - y(t)) dt.$$

Матриці чутливості  $U(t)$  визначається з наступної матричної системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{\partial(Ay)}{\partial y^T} U(t) + \frac{\partial(Ay)}{\partial \beta^T},$$

$$U(t_0) = 0, \beta = \beta_0.$$

В даному випадку  $\frac{\partial(Ay)}{\partial y^T} = A$ .

Спостереження стану моделі проведені на інтервалі часу  $t_0 = 0, t_k = 50, \Delta t = 0.2$ .

Для чисельного інтегрування застосувати метод Рунне-Кутта 4-го порядку:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t), y(t_0) = y_0,$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

де

$$k_1 = hf(y_n, t_n).$$

$$k_2 = hf(y_n + \frac{1}{2}k_1, t_n + \frac{1}{2}h),$$

$$k_3 = hf(y_n + \frac{1}{2}k_2, t_n + \frac{1}{2}h),$$

$$k_4 = hf(y_n + k_3, t_n + h),$$

$$t_{n+1} = t_n + h.$$

*Варіанти експериментальних даних:*

- 1) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, m_1, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 11, 23)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, c_3 = 0.2, c_4 = 0.12, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними u1.txt.
- 2) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_2, m_1, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 10, 12)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_3 = 0.2, c_4 = 0.12, m_2 = 28$ , ім'я файлу з спостережуваними даними u2.txt.
- 3) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_3, m_1)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 9)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_2 = 28, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними u3.txt.
- 4) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (m_2, c_3, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (21, 0.15, 11)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_1 = 12$ , ім'я файлу з спостережуваними даними u4.txt.
- 5) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_4, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.08, 21)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, c_3 = 0.2, m_1 = 12, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними u5.txt.
- 6) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_2, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.15, 19)^T$ , відомі параметри  $c_3 = 0.2, c_4 = 0.12, m_1 = 12, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними u6.txt.

- 7) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_3, m_1, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 8, 15)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у7.txt.
- 8) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_3, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 19)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_1 = 12, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у8.txt.
- 9) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_2, c_4, m_1)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.2, 0.1, 9)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_3 = 0.2, m_2 = 28, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у9.txt.
- 10) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_2, c_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 0.4)^T$ , відомі параметри  $c_4 = 0.12, m_1 = 12, m_2 = 28, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у10.txt.
- 11) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_3, m_1, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 10, 21)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_2 = 28$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у1.txt.
- 12) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (m_1, m_2, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (10, 18, 15)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_3 = 0.2, c_4 = 0.12$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у2.txt.
- 13) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_3, m_1)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 9)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_2 = 28, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у3.txt.
- 14) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_4, m_1, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 13, 23)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_3 = 0.2, m_2 = 28$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у4.txt.
- 15) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_2, c_4, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 23)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_3 = 0.2, m_1 = 12, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у5.txt.
- 16) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_3, c_4)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 0.14)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, m_1 = 12, m_2 = 28, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у6.txt.
- 17) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_1, c_4, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 0.1, 23)^T$ , відомі параметри  $c_2 = 0.3, c_3 = 0.2, m_1 = 12, m_2 = 28$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у7.txt.
- 18) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_3, m_2, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 30, 23)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_4 = 0.12, m_1 = 12$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у8.txt.
- 19) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_2, m_1, m_3)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 11, 23)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_3 = 0.2, c_4 = 0.12, m_2 = 28$ , ім'я файлу з спостережуваними даними у9.txt.

- 20) Вектор оцінюваних параметрів  $\beta = (c_4, m_1, m_2)^T$ , початкове наближення  $\beta_0 = (0.1, 11, 23)^T$ , відомі параметри  $c_1 = 0.14, c_2 = 0.3, c_3 = 0.2, m_3 = 18$ , ім'я файлу з спостережуваними даними y10.txt.