Segundo Parcial
Punto 1.

Modulacion.

- Transformada de fourier de la señal modulada

$$y(w) = \mathcal{F}\{y(t)\} = \mathcal{F}\left\{\left(1+\frac{m(t)}{Ac}\right)\right\} c(t) = \mathcal{F}\{c(t)\} + \frac{1}{Ac}\mathcal{F}\{m(t)\,c(t)\}$$

- Con las tablas de fourier

$$c(w) = \mathcal{F}\{c(t)\} = \mathcal{F}\{Ac\cos(2\pi Fct\} = Ac\,\mathcal{F}\left\{\frac{e^{j2\pi Fct}+e^{-j2\pi Fct}}{2}\right\}$$

$$\mathcal{F}\{e^{\mp jwot}\} = 2\pi\,\delta(w\mp w_o)$$

- Por lo tanto

$$c(w) = Ac\pi\left(\delta(w-2\pi Fc)+\delta(w+2\pi Fc)\right\}$$

$$\rightarrow \frac{1}{Ac}\mathcal{F}\{m(t)c(t)\} = \frac{1}{Ac}\mathcal{F}\{m(t)Ac\cos(2\pi Fct\} = \mathcal{F}\{m(t)\cos(2\pi fct)\}$$

$$= \mathcal{F}\left\{\frac{m(t)e^{j2\pi fct}+m(t)e^{-j2\pi Fct}}{2}\right\}$$

Teniendo en cuenta: $\mathcal{F}\{x(t)e^{\pm jwot}\} = X(w\mp w_o)$

Entonces: $\frac{1}{Ac}\mathcal{F}\{m(t)c(t)\} = \frac{1}{2}\left(M(w-2\pi fc)+M(w+2\pi f_c)\right)$

- El espectro de la señal modulada es

$$y(w) = Ac\,\pi\left(\delta(w-2\pi Fc)+\delta(w+2\pi fc)\right)+\ldots$$

$$\ldots\ \frac{1}{2}\left(M(w-2\pi Fc)+M(w+2\pi fc)\right)$$

Powered by CamScanner

Demodulacion

Teniendo en cuenta que $y(t) = Am(t)\cos(2\pi f_0 t)$,

$$yd(t) = y(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t)$$
$$yd(t) = Am(t)\cos(2\pi f_0 t) \cdot \cos(2\pi f_0 t)$$

- Usando $\cos A \cos B = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$

$$\rightarrow yd(t) = \frac{1}{2} Am(t) + \frac{1}{2} Am(t)\cos(4\pi f_0 t)$$

- La salida del filtro para bajos se obtiene con:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} yd(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} Am(\tau)\cdot h(t-\tau)\, d\tau + \dots$$

$$\dots + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} Am(\tau)\cos(4\pi f_0 \tau)\cdot h(t-\tau)\, d\tau)$$

- la expresion se reduce a:

$$s(t) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} Am(\tau)\cdot h(t-\tau)\, d\tau$$

- Suponiendo que $h(t)$ es una funcion adecuada y que el termino relacionado con la componente de frecuencia doble $\cos(4\pi f_0 t)$ se anula. Tambien suponiendo que $Am(t)$ tiene una transformada de fourier $Am(w)$

- Entonces $s(w) = \frac{1}{2} Am(w) \cdot H(w)$. Con $H(w)$ siendo la funcion de transferencia del filtro

Aplicando transformada inversa a $S(\omega)$, $\mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{2} A m(\omega) H(\omega)\right\}$

obtenemos $\frac{1}{2} A m(t)$

Para obtener $m(t)$ se multiplica el valor obtenido con el pasa bajos con una constante $\frac{2}{A}$ de esta forma:

$\rightarrow \frac{1}{2} \cdot A m(t) \cdot \frac{2}{A} = \frac{1}{A} A m(t) = m(t)$

La constante A se cancela con la amplitud de la señal original, dejándonos con la señal de información $m(t)$

Segundo Parcial
punto 2

1) Modelo Mecanico masa - resorte - Amortiguador

Ecuacion diferencial

Si tomamos $y(t)$ como desplazamiento de la masa $(+\hat{i})$, con la segunda ley de newton nos da:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = F_E(t)$$

Ahora con las condiciones iniciales aplicamos transformada de laplace:

$$ms^2y(s) + csy(s) + ky(s) = F_E(s)$$

$$Y(s)(ms^2 + cs^2 + cs + k) = f_E(s)$$

- Funcion de transferencia en lazo abierto

$$G_{OL} = \frac{Y(s)}{f_E(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

$$\rightarrow ms^2 + cs + k = m(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$$

donde: $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$

$$G_{OL}(s) = \frac{1/m}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2) Sistema lazo cerrado

$$G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1 + G_{CL}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + 2\omega_n^2}$$

Powered by CamScanner

3) Parametros del sistema de segundo orden

para el sistema ω_n - ξ en lazo cerrado:

- Subamortiguado ($0 < \xi < 1$)

$T_s \approx \frac{4}{\xi \omega_n}$ → Tiempo de establecimiento (2%)

$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$ → tiempo de pico

$M_p = 100\, e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\ \%$ → Sobreimpulso maximo

El tiempo de levantamiento T_r (10-90%) se obtiene numericamente de la respuesta al escalon

- criticamente amortiguado ($\xi = 1$) y Sobreamortiguado ($\xi > 1$)

No hay sobreimpulso ($M_p = 0$) ni pico definido (T_p). T_s y T_r se calculan numericamente de la respuesta escalon (criterio 2% y 10-90%)

4) Analogia electrica del sistema

$$G_{elec}(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

$$= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

donde: $\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}}$, $\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$

$$L = \frac{1}{\omega_n^2 C}, \quad R = \frac{2\xi}{\omega_n C}$$