

A função

Eros Moreira Ferreira

$$f(y) = a \sin(Ky) \quad \text{com } 0 < y < 2$$

é uma PDF (probability density function).

Para o método da Transformada inversa é preciso achar a CDF da função PDF.

$$\text{CDF: } \int_0^y f(y) = \int_0^y a \sin(Ky) dy = a \int_0^y \sin(Ky) dy$$

Fazendo a substituição $u = Ky$, $du = K dy$ temos

$$a \int_0^y \sin(Ky) dy = a \int_0^{Ky} \frac{\sin(u)}{K} du = \frac{a}{K} (-\cos(u)) \Big|_0^{Ky} = \boxed{\frac{a}{K} (-\cos(Ky) + 1)}$$

A função Transformada será a inversa da CDF

$$\int_0^y f(y) = F(y) = \frac{a}{K} (-\cos(Ky) + 1) = x$$

que fica

$$x = \frac{a}{K} (-\cos(Ky) + 1) \Rightarrow \frac{Kx}{a} - 1 = -\cos(Ky) \Rightarrow \cos(Ky) = 1 - \frac{Kx}{a}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{\arccos(1 - \frac{Kx}{a})}{K}} \quad (\text{Função Transformada})$$

O limite de x ficam:

$$y = 0, \quad x = \frac{a}{K} (-\cos(\frac{\pi}{2} \cdot 0) + 1) = \frac{a}{K} (-1 + 1) = 0$$

$$y = 2, \quad x = \frac{a}{K} (-\cos(\frac{\pi}{2} \cdot 2) + 1) = \frac{a}{K} (1 + 1) = \frac{2a}{K}$$

$$0 < x < \frac{2a}{K}$$