Exercice 1. Pour chacune des suites suivantes, calculer u_{20}.

1. La suite arithmétique (u_n) de raison $r = 3$ et telle que $u_7 = 12$.
2. La suite arithmétique (u_n) de raison $r = 5$ et telle que $u_{25} = 17$.
3. La suite arithmétique (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 7$.
4. La suite arithmétique (u_n) définie par $u_0 = -2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 4$.

Exercice 2. Déterminer si les suites suivantes sont arithmétiques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

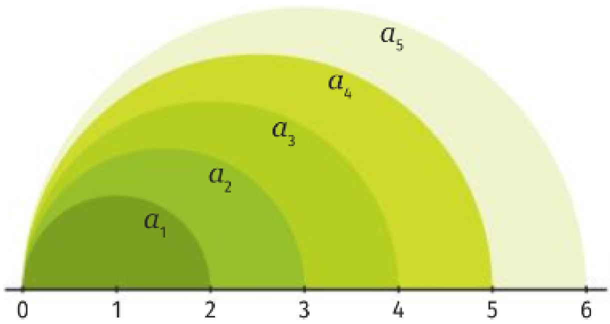
a) $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{n+5}{n+1}$ **b)** $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{-3n+5}{8}$

c) $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{n^2+4n+3}{n+3}$ **d)** $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{n^2+1}{n+2}$

Exercice 3.
On souhaite empiler des allumettes. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note a_n le nombre d'allumettes nécessaire pour construire la ligne du niveau n. Ainsi $a_2 = 2$ et $a_4 = 4$.

1. Déterminer les quatre premier termes de la suite.
2. Exprimer a_n en fonction de n (avec $n \in \mathbb{N}^*$) puis en déduire la nature de la suite.
3. Combien d'allumettes seront nécessaires pour construire la dixième étape ?

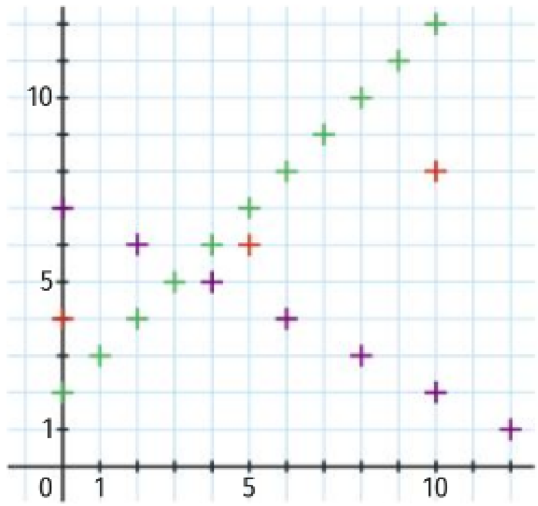
Exercice 4.
On construit des demi-disques comme sur la figure ci-dessous. L'unité est le centimètre. On appelle a_n la longueur du demi-cercle correspondant au rang $n \geq 1$.



1. Exprimer a_n en fonction de n.
2. Prouver que la suite (a_n) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.
3. Pourra-t-on obtenir un demi-cercle dont la longueur sera supérieur à 25 cm ? Si oui, à quelle étape ?

Exercice 5.
Dans le repère orthonormé ci-contre, on a représenté quelques termes de trois suites arithmétiques. Pour chacune de ces suites, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer le premier terme et la raison.
2. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n.
3. Donner les valeurs de u_3 et u_6.



Exercice 6. En 2017, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'une artiste était de 9000. On suppose que, chaque année, elle obtient 1500 abonnés supplémentaires. On note f_n le nombre d'abonnés en $2017 + n$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2018 et 2019.
2. Exprimer f_{n+1} en fonction de f_n.
3. Quelle est la nature de la suite ? En déduire une expression de f_n en fonction de n.
4. Existe-t-il une année pour laquelle le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à 2017 ? Si oui, laquelle ?

Exercice 7. Fatima décide de s'entraîner pour une épreuve de natation, où elle devra nager sur une distance de 1500 mètres. Pour cela, elle va dans une piscine dont la longueur est de 50 m. Le premier jour, elle fait deux longueurs. Puis chaque jour, elle nage une longueur de plus que le jour précédent. On note p_n la distance réalisée en mètres le n-ième jour.

1. Donner la valeur de u_0.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite arithmétique et déterminer sa raison.
3. Au bout de combien de jours nagera-t-elle 1500 m ?

Exercice 8. Soit la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n+1}$.

1. (a) Calculer les quatre premiers termes de la suite u.
   (b) La suite u est-elle arithmétique ?
2. On appelle v la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{1}{u_n}$.
   (a) Démontrer que la suite v est arithmétique. On précisera sa raison et son premier terme.
   (b) En déduire l'expression de v_n, puis celle de u_n, en fonction de n.

Exercice 9. Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}$.

1. Montrer que la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n^2$ est une suite arithmétique.
2. Donner l'expression de v_n, puis celle de u_n, en fonction de n.
3. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $u_n \geq 50$.

Exercice 10. Soit (α_n) la suite définie par $\alpha_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\alpha_{n+1} = 4 - \frac{4}{\alpha_n}$. Soit également (β_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\beta_n = \frac{1}{\alpha_n - 2}$. On admet que la suite (β_n) est bien définie.

1. Montrer que la suite (β_n) est arithmétique.
2. Exprimer β_n, puis α_n, en fonction de n.

Exercice 11. Pour chacune des suites suivantes, calculer u_{20}.

1. La suite géométrique (u_n) de raison $q = 3$ et telle que $u_3 = 12$.
2. La suite géométrique (u_n) de raison $q = -2$ et telle que $u_{31} = 32$.
3. La suite géométrique (u_n) définie par $u_0 = -5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n$.
4. La suite géométrique (u_n) définie par $u_1 = 2048$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n$.

Exercice 12. Déterminer si les suites suivantes sont géométriques. Si oui, donner le premier terme ainsi que la raison.

a) $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \dfrac{4^n}{3^{n+1}}$ **b)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = (-7)^n$

c) $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 5n + 2^n$ **d)** $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \dfrac{1}{3^n}$

Exercice 13. Afin de greffer 10 cm^2 de peau à une personne brûlée, on lui prélève 20 mm^2. La culture permet d'augmenter de 15% la surface de peau chaque jour. On se demande dans combien de temps pourra se faire la greffe de peau.

1. Calculer la surface les deuxième et troisième jours.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n la surface de peau le jour n. Écrire une relation entre u_{n+1} et u_n.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
4. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
5. Répondre au problème posé.