Exerice 1.

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite géométrique u définie par son premier terme $u(0) = 7$ et la relation de récurrence, valable pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = 0{,}5 \times u(n)$.
2. Calculer les trois premiers termes de la suite géométrique v définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par sa forme explicite $v(n) = 3 \times 2^n$.

Exercice 2. Après avoir déterminé les quatre premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u(0) = 0{,}5$ et de raison 2, représenter graphiquement le nuage de points $(n, u(n))$ pour $0 \leq n \leq 3$.

Exercice 3. On considère la suite géométrique w dont la raison est $q = 3$.

1. Sachant que $w(6) = 243$, calculer $w(5)$ et $w(7)$.
2. Calculer ensuite $w(4)$ et $w(8)$.
3. Quelle est la relation de récurrence satisfaite par la suite w ?
4. ($\star$) Retrouver la forme explicite de la suite w.

Exercice 4.

1. Déterminer les six premiers termes de la suite géométrique u de premier terme $u(0) = 8$ et de raison $q = 0{,}5$.
2. Représenter graphiquement le nuage de points $(n; u(n))$ pour $0 \leq n \leq 5$.

Exercice 5. On considère la suite u définie par $u(0) = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) = 3u(n)$.

1. Calculer $u(1)$, $u(2)$ et $u(3)$.
2. Exprimer, pour tout entier naturel n, $u(n)$ en fonction de n.
3. En déduire $u(7)$.
4. ($\star\star$) Avec la calculatrice, calculer $u(100)$ et $u(300)$. Que veulent dire ces résultats ?

Exercice 6. (Exercice inversé) Écrire l'énoncé d'un exercice sur les suites géométriques dont les réponses sont les suivantes.

1. $u(1) = 10$, $u(2) = 50$ et $u(3) = 250$.
2. $w(1) = 3$, $w(4{,}5)$ et $w(3) = 6{,}75$.

Exercice 7. ($\star\star$) Lorsqu'une personne prend connaissance d'une rumeur, elle partage cette rumeur avec deux autres personnes, qui ne la connaissaient pas.

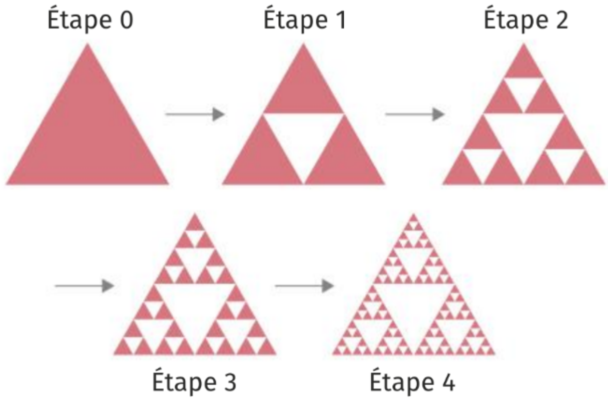
1. Montrer que la propagation d'une rumeur peut être modélisée par une suite géométrique dont on précisera la raison.
2. Dans la situation de l'énoncé, la rumeur va-t-elle gagner ou perdre en intensité ? Justifier.
3. En étudiant de plus près le comportement des personnes, on remarque que 80% des personnes qui prennent connaissance de la rumeur ne la partagent pas. On suppose que 10 000 sont au courant de la rumeur. Justifier que la modélisation de la rumeur est toujours une suite géométrique et en donner la nouvelle raison.
4. La rumeur va-t-elle gagner ou perdre en intensité ? Justifier.

Exercice 8. Soit u une suite géométrique telle que $u(0) = 2$ et $u(2) = 8$.

1. Retrouver $u(1)$, puis $u(3)$.
2. Donner la raison de u.
3. Donner la forme explicite de u.

Exercice 9. ($\star\star\star$)

Le triangle de Sierpinski se dessine en commençant par tracer un triangle équilatéral dont l'aire vaut 1. À la première étape, on marque le milieu de ses côtés et on enlève le triangle au centre. Puis on répète l'opération avec les trois triangles restants et ainsi de suite.



1. Quelle est l'aire de la partie colorée à l'étape initiale ? À l'étape 1 ? À l'étape 2 ?
2. Par quelle opération passe-t-on de l'aire colorée de l'étape n à l'aire colorée de l'étape $n+1$?

On note A la suite qui modélise l'aire colorée à chaque étape.

3. Justifier que A est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
4. Exprimer, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$, $A(n)$ en fonction de n.
5. En utilisant la calculatrice, déterminer la plus petite valeur de n telle que $A(n) < 0{,}1$.