# 1 Условные распределения

## 1.1 Функции регрессии

Пусть $\Omega$, $\mathcal{F}$, $P$ - вероятностное пр-во

$\Omega$ - мновжество элементарных методов эксперимента

$\mathcal{F}$ - $\sigma$ алгебра событий

$P$ - вероятностная мера; $P : \mathcal{F} \to [0; 1]$

$P(A)$ - вероятность события

***Определение:*** *Случайной величиной называется $\xi : \Omega \to \mathbb{R}$ является измеримой, т.е $\forall x \in \mathbb{R}\{\omega : \xi(\omega) < x\} \in \mathcal{F}$ .*

***Определение:*** *Функция распределения случайной величины $\xi$*

$$\mathcal{F}_\xi(x) = P\{\omega : \xi(\omega) < x\}$$

***Определение:*** *Функция распределения - это двумерный вектор (случайная величина)*

$$\mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) = P\{\omega : \xi(\omega) < x, \eta(\omega) < y\}, \forall x, y \in \mathbb{R}^2$$

***Свойства:***

1. $0 \le \mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) \le 1, \forall x, y \in \mathbb{R}^2$
2. $\mathcal{F}_{\xi\eta}(x_0, y)$ - неубывающая непрерывная слева по $y$
3. $\mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y_0)$ - неубывающая и непрерывная слева по $x$
4. $\mathcal{F}_\xi(x) = \lim\limits_{y\to+\infty} \mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y)$
5. $\mathcal{F}_\eta(y) = \lim\limits_{x\to+\infty} \mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y)$
6. $lim_{x,y\to+\infty}\mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) = 1$
7. $\lim\limits_{y\to-\infty} \mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) = \lim\limits_{y\to-\infty} \mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) = \lim\limits_{x,y\to-\infty} \mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) = 0$

***<u>Определение:</u>*** *Случайные величины* $\xi$ *и* $\eta$ *- независимые, если* $\mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y) = \mathcal{F}_\xi(x) \cdot \mathcal{F}_\eta(y)$

***<u>Определение:</u>*** *Условной вероятностью события* $A \in \mathcal{F}$ *при условии, что наступило* $B \in \mathcal{F}, (P(B) > 0)$ *называется* $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

***<u>Определение:</u>*** *Условным респределением случайной величины* $\eta$ *относительно случайной величины* $\xi$ *называется*

$$\mathcal{F}_{\eta|\xi}(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\mathcal{F}_{\xi\eta}(x, y)}{\mathcal{F}_\xi(x)}; \mathcal{F}_\xi(x) > 0 \\ 0; \mathcal{F}_\xi(x) = 0 \end{array} \right\}$$