

# Sistema de ecuaciones lineales

Eduardo René Rodríguez Ávila

17 de octubre de 2023

En matemáticas y álgebra lineal, un sistema de ecuaciones lineales, también conocido como sistema lineal de ecuaciones o simplemente sistema lineal, es un conjunto de ecuaciones lineales (es decir, un sistema de ecuaciones en donde cada ecuación es de primer grado), definidas sobre un cuerpo o un anillo conmutativo. Un ejemplo de sistema lineal de ecuaciones sería el siguiente:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x_1 + x_2 & = & 1 \\ x_1 + x_2 & = & 4 \end{array} \right\}$$

El problema consiste en encontrar los valores desconocidos de las variables  $x_1$  y  $x_2$  que satisfacen las dos ecuaciones.

El problema de los sistemas lineales de ecuaciones es uno de los más antiguos de la matemática y tiene una infinidad de aplicaciones, como en procesamiento digital de señales, análisis estructural, estimación, predicción y más generalmente en programación lineal así como en la aproximación de problemas no lineales de análisis numérico.

En general, un sistema con  $m$  ecuaciones lineales y  $n$  incógnitas puede ser escrito en forma normal como:

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \cdots & & \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}$$

donde  $x_1, \dots, x_n$  son las incógnitas y los números  $a_{ij} \in \mathbb{K}$  son los coeficientes del sistema sobre el cuerpo  $\mathbb{K} [= \mathbb{R}, \mathbb{C}, \dots]$ . Es posible reescribir el sistema separando los coeficientes con notación matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (1)$$

Si representamos cada matriz con una única letra obtenemos:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

donde  $\mathbf{A}$  es una matriz  $m$  por  $n$ ,  $\mathbf{x}$  es un vector columna de longitud  $n$  y  $\mathbf{b}$  es otro vector columna de longitud  $m$ . El sistema de eliminación de Gauss-Jordan se aplica a este tipo de sistemas, sea cual sea el cuerpo del que provengan los coeficientes. La matriz  $\mathbf{A}$  se llama matriz de coeficientes de este sistema lineal. A  $\mathbf{b}$  se le llama vector de términos independientes del sistema y a  $\mathbf{x}$  se le llama vector de incógnitas.

Más información en: [http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema\\_de\\_ecuaciones\\_lineales](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_ecuaciones_lineales)