МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Алгоритмы поиска пути в графах

Студент гр. 8382 ____ Ершов М.И.

Преподаватель ____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы.

Исследование работы алгоритмов поиска пути в ориентированном графе.

Задание 1.

Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в *ориентированном* графе при помощи **жадного алгоритма**. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Пример входных данных

a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины. Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес. В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной.

Для приведённых в примере входных данных ответом будет abcde

Задание 2.

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в *ориентированном* графе **методом A***. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Пример входных данных

a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес В качестве выходных данных необходимо представить строку, в которой перечислены вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной.

Для приведённых в примере входных данных ответом будет
ade

Индивидуализация.

Вариант 7. "Мультипоточный" A*: на каждом шаге из очереди с приоритетами извлекается n вершин (или все вершины, если в очереди меньше n вершин). n задаётся пользователем.

Жадный алгоритм.

Один из способов поиска пути в программе – жадный алгоритм.

На каждой итерации выполняется поиск не просмотренного минимального ребра, выходящего из текущей вершины. Если такого ребра не нашлось, то происходит откат (текущая вершина принимает своё предыдущее значение и удаляется из результата). Если путь нашелся, то за вершину, из которой требуется найти путь, принимается конец ребра, предыдущая добавляется в результат. Продолжаем, пока текущая вершина не станет конечной.

Алгоритм является модификацией алгоритма поиска в глубину, а значит его сложность O(N+M), где N – количество вершин, а M – кол-во ребер.

Так как на каждом шаге хранится массив смежных ребер, а их количество не превышает число вершин в графе, то получаем сложность по памяти O(N^2), где N - число вершин в графе, M – число ребер в графе.

Описание алгоритма A*

В программе так же реализуется алгоритм A*. Он заключается в выборе на каждом шаге решения с наименьшим приоритетом, где приоритет – это сумма длины текущего решения и некоторой эвристической функции, дающей оценку пути, который необходимо пройти до целевой вершины.

На каждом шаге алгоритма выбираются n частичных решений с минимальным приоритетом (по заданию индивидуализации). Затем, для каждой из n вершин выполняется поиск смежных с минимальным весом от начальной вершины, такие вершины попадают в очередь с приоритетом, для дальнейшей обработки. Алгоритм работает, пока очередь с приоритетом не станет пустой, либо при нахождении финишной вершины.

Когда эвристическая функция идеальная и на каждом шаге указано верное направление, получаем сложность O(N+M), где N – количество вершин, M – количество ребер. Так, максимальная длина пути – N и на каждом шаге требуется пройтись по всем ребрам, выходящим из текущей вершины для того, чтобы найти путь с наименьшим приоритетом.

В худшем случае, когда вершины расположены случайным образом и эвристическая функция не идеальна, будут рассмотрены все пути. Отсюда сложность по времени $O(N^M)$, где N – кол-во вершин, а M – кол-во ребер в графе.

Так как промежуточные пути хранятся в контейнере, и длина пути не может превосходить число вершин в графе, то получаем сложность по памяти O(N!).

Описание структур данных.

Compare:
bool operator() – компаратор для очереди с приоритетом;

Структура SetCompare:
bool operator() – компаратор для множества рёбер;

Класс Graph:
map < … > ways – список смежности;

Класс используется для хранения информации о графе в виде списка смежности. Так, каждой вершине соответствует множество выходящих из нее

ребер.

Описание функций.

Класс Graph:

set<pair<char,double>, SetCompare>& operator[](char way)

- way – вершина, к которой добавляется ребро.

string greedySearch(char start, char goal)

- start – вершина, от которой необходимо найти путь к goal;
- goal – вершина, к которой надо найти путь из start. Функция возвращает найденный путь;

string aStarSearch(char start, char goal)

- start – вершина, от которой необходимо найти путь к goal;
- goal – вершина, к которой надо найти путь из start.

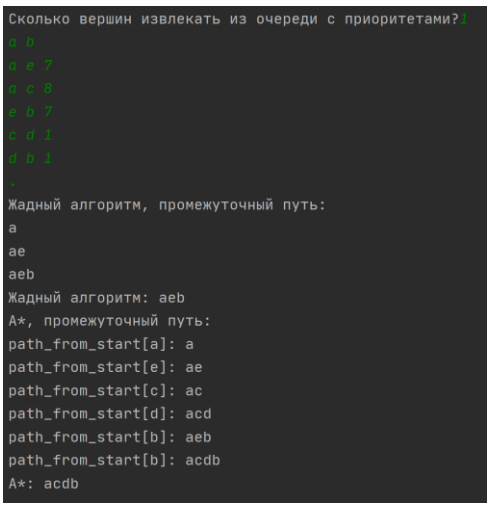
Тестирование.

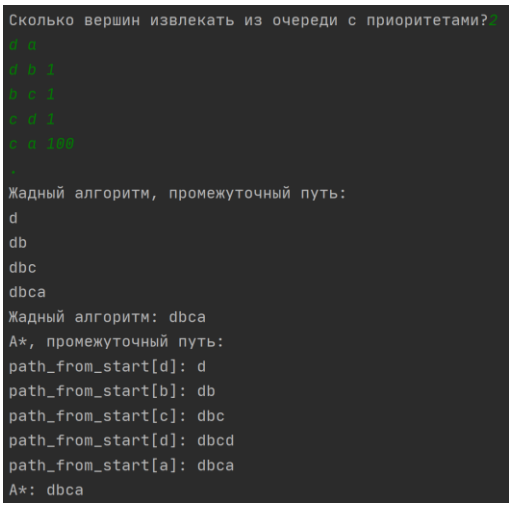
```
Сколько вершин извлекать из очереди с приоритетами?1
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0
.
Жадный алгоритм, промежуточный путь:
a
ab
abc
abcd
abcde
Жадный алгоритм: abcde
A*, промежуточный путь:
path_from_start[a]: a
path_from_start[b]: ab
path_from_start[d]: ad
path_from_start[e]: ade
A*: ade
```

```
Сколько вершин извлекать из очереди с приоритетами?
1
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 2.0
d e 1.0
.
Жадный алгоритм, промежуточный путь:
a
ad
ade
Жадный алгоритм: ade
A*, промежуточный путь:
path_from_start[a]: a
path_from_start[d]: ad
path_from_start[b]: ab
path_from_start[e]: ade
A*: ade
```

```
Сколько вершин извлекать из очереди с приоритетами?
5
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 3.0
a e 5.0
d e 4.0
.
Жадный алгоритм, промежуточный путь:
a
ab
abc
abcd
abcde
Жадный алгоритм: abcde
A*, промежуточный путь:
path_from_start[a]: a
path_from_start[b]: ab
path_from_start[e]: ae
A*: ae
```

```
Сколько вершин извлекать из очереди с приоритетами?1
a c
a b 6
b c 1
a d 5
d c 6
b d 1
.
Жадный алгоритм, промежуточный путь:
a
ad
adc
Жадный алгоритм: adc
A*, промежуточный путь:
path_from_start[a]: a
path_from_start[d]: ad
path_from_start[b]: ab
path_from_start[c]: adc
path_from_start[c]: abc
A*: abc
```





Вывод.

В ходе выполнения лабораторной работы была исследована работа алгоритмов поиска пути в ориентированном графе путем написания программ, реализующих жадный алгоритм поиска и алгоритм поиска A*.

Приложение А.

Исходный код

```
#include <iostream>
#include <map>
#include <vector>
#include <set>
#include <queue>

using namespace std;

// Компаратор для множества ребер
struct SetCompare
{
    bool operator()(pair<char, double> v1, pair<char, double> v2)
    {
        if (v1.second == v2.second)
            return v1.first < v2.first;
        return  v1.second < v2.second;
    }
};

// Компаратор для очереди с приоритетом
struct Compare
{
    bool operator()(pair<char, double> v1, pair<char, double> v2)
    {
        if (v1.second == v2.second)
            return v1.first < v2.first;
        return v1.second > v2.second;
    }
};

class Graph {
private:
    // map - отсортированный ассоциативный контейнер, порядок ключей - SetCompare
    // каждой вершине соответствует множество выходящих из нее ребер
```

```
    map <char, set<pair<char, double>, SetCompare>> ways; // список смежности

public:
    // set - ассоциативный контейнер пар (pair) с компаратором SetCompare
    // Возвращает контейнер с вершинами, к которым ведет way
    set<pair<char, double>, SetCompare>& operator[](char way)
    {
        return ways[way];
    }

    string greedySearch(char start, char goal)
    {
        map <char, bool> checked; // контейнер с просмотренными вершинами
        string res; // итоговый путь

        cout << "Жадный алгоритм, промежуточный путь:" << endl;

        res.push_back(start); // сразу добавляем стартовую вершину
        checked[start] = true; // просмотрели стартовую
        char curr = start; // текущая - стартовая

        cout << res << endl;

        do {
            bool path_from_current = false; // флаг, указывающий на то, есть ли путь из текущей вершины в другую
            pair <char, double> temp; // смежная к curr, с минимальным весом

            // Рассматриваем первую смежную вершину
            if (!ways[curr].empty()) {
                for (auto it = ways[curr].begin(); !path_from_current && it != ways[curr].end(); it++) {
                    temp = *it;
                    if (!checked[it->first]) path_from_current = true;
                }
            }
```

```
            // Если не нашли смежных вершин - откатываемся
            if (!path_from_current) {
                cout << res << endl;
                res.pop_back();
                curr = *res.rbegin();
            } else { // Нашли - меняем текущую на найденную
                curr = temp.first;
                res.push_back(curr);
                cout << res << endl;
                checked[curr] = true;
            }
        } while (curr != goal && !res.empty()); // Выполняем, пока текущая не станет конечной

        return res;
    }

    string aStarSearch(char start, char goal, int n = 1)
    {
        priority_queue <pair<char, double>, vector<pair<char, double>>, Compare> queue; // Очередь с приоритетом
        map <char, string> path_from_start; // Контейнер с путями от стартовой до char
        map <char, double> weight_from_start; // Контейнер с весами от стартовой до char

        path_from_start[start] = start;
        cout << "A*, промежуточный путь:" << endl;
        cout << "path_from_start[" << start << "]: " << path_from_start[start] << endl;
        weight_from_start[start] = 0;
        queue.push(*weight_from_start.begin());

        while (!queue.empty())
        {
            vector <pair<char, double>> peaks; // n верхних элементов очереди, для "мультипоточности"

            auto curr = queue.top(); // Вытаскиваем верх очереди и проверяем на равенство конечной вершине
```

```
            if (curr.first == goal) return path_from_start[goal];

            for (int i = 0; i < n && !queue.empty(); i++) {
                curr = queue.top();
                if (curr.first == goal) continue;
                queue.pop();
                peaks.push_back(curr);
            }

            for (auto &peak : peaks) { // Обрабатываем все снятые с очереди вершины
                for (auto &v : ways[peak.first]) { // Обрабатываем смежные к peak вершины
                    double new_w = weight_from_start[peak.first] + v.second; // Новый вес для текущей смежной вершины

                    // Если вес уменьшился или он еще не вычислен
                    if (new_w < weight_from_start[v.first] || !weight_from_start[v.first]) {
                        weight_from_start[v.first] = new_w; // Обновляем вес
                        path_from_start[v.first] = path_from_start[peak.first] + v.first; // Обновляем путь
                        cout << "path_from_start[" << v.first << "]: " << path_from_start[v.first] << endl;

                        // Пушим в очередь с приоритетом вершину
                        queue.push({v.first, new_w + abs(goal - v.first)});
                    }
                }
            }
        }

        return {}; // Если очередь пустая - возвращаем пустой путь
    }
};

int main() {
    Graph graph;
    int n;
```

```
    char startPeak, finishPeak;

    cout << "Сколько вершин извлекать из очереди с приоритетами?";
    cin >> n;

    cin >> startPeak >> finishPeak;

    char from, to;
    double weight;

    while (cin >> from && from != '.' && cin >> to >> weight)
        graph[from].emplace(to, weight);

    string greedy = "Жадный алгоритм: " + graph.greedySearch(startPeak, finishPeak);
    cout << greedy << endl;

    string a_star = "A*: " + graph.aStarSearch(startPeak, finishPeak, n);
    cout << a_star << endl;

    return 0;
}
```