

EXERCICES - VOCABULAIRE SUR LES ARBRES

Dessiner un arbre

Une arborescence de fichiers

Sur *Linux*, on peut lister récursivement les répertoires et fichiers du système à l'aide de la commande `tree`. Voici un exemple d'arborescence obtenue après exécution de cette commande :

```
[erwan@de-arch dossier]$ tree
```

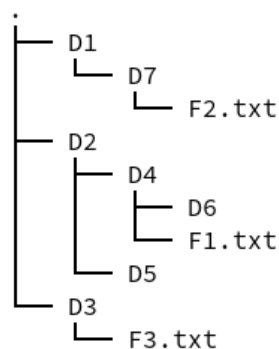
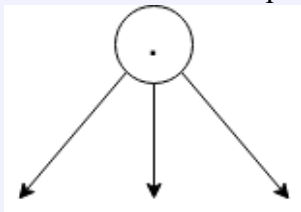


Figure 1: Une arborescence sur Linux

Question 1

Dessinez un arbre représentant cette arborescence, en partant de l'arbre suivante :



1. Quelle est la **taille** de cet arbre ?
2. Combien y a-t-il d'**arêtes** dans l'arbre ?
3. Quelles sont les **feuilles** de l'arbre ?

En considérant que la **profondeur** de la **racine** est de **1** :

4. Quelle est la **profondeur** du nœud **D5** ?
5. Quelle est la **hauteur** de l'arbre ?
6. Cet arbre est-il un **arbre binaire** ? Pourquoi ?

Arbre d'une expression arithmétique

Voici un arbre représentant l'expression arithmétique $(6 + 9)/3$:

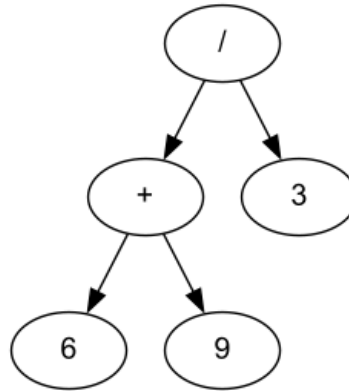


Figure 2: Arbre d'une expression arithmétique

Question 2

À votre tour, dessinez l'arbre correspondant à l'expression $\frac{5*8}{30-(8*3)+4}$.

1. Cet arbre est-il un **arbre binaire** ? Pourquoi ?
2. Quelle est la **taille** de l'arbre obtenu ?
3. Quelles sont les **feuilles** de l'arbre ? Quelle remarque pouvez-vous faire ?

En considérant que la **profondeur** de la **racine** est de **0** :

3. Quelle est la **profondeur** de la feuille **la moins éloignée** de la **racine** ?
4. Quelle est la **hauteur** de l'arbre ?

Encadrement de la hauteur

Pour l'exercice suivant, on considèrera que la profondeur de la racine d'un arbre est de 0.
Voici deux **arbres binaires** :

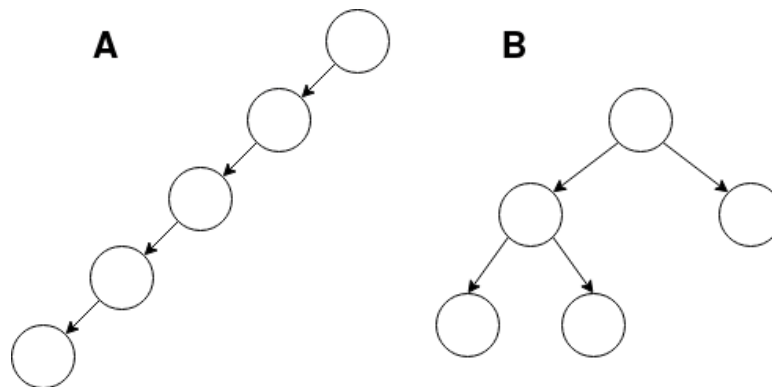


Figure 3: Deux arbres binaires

Question 3

1. Parmi ces deux arbres, lequel est un arbre **filiforme** ? Un arbre **complet** ?
2. À quelle autre structure de données s'apparente un **arbre filiforme** ? Pourquoi ?
3. Quelle est la **taille** de cet arbre ?
4. Quelles sont toutes les **hauteurs** possibles pour une **taille** $n = 5$?
5. Complétez l'arbre **B** de manière à obtenir un **arbre parfait**. Combien y a-t-il de nœuds de profondeur **0** ? **1** ? **2** ? Proposez une expression calculant la **taille** n (nombre de nœuds) d'un **arbre parfait** en fonction de sa **hauteur** h .
6. Enfin, proposez un encadrement de la **hauteur d'un arbre** en fonction de la **taille** n .

Dénombrement d'arbres

Question 4

Dessinez et dénombrez tous les arbres possibles :

- pour une taille $n = 1$,
- pour une taille $n = 2$,
- pour une taille $n = 3$,
- pour une taille $n = 4$

Sans les dessiner et en vous aidant des réponses précédentes, déterminez le **nombre d'arbres** de taille $n = 5$.