
EXERCICES - VOCABULAIRE SUR LES ARBRES

Dessiner un arbre

Une arborescence de fichiers

Sur *Linux*, on peut lister récursivement les répertoires et fichiers du système à l'aide de la commande `tree`. Voici un exemple d'arborescence obtenue après exécution de cette commande :

```
[erwan@de-arch dossier]$ tree
```

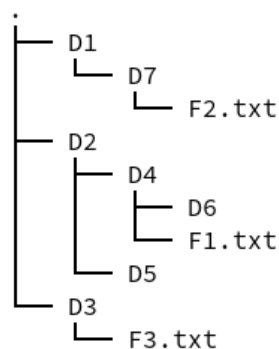
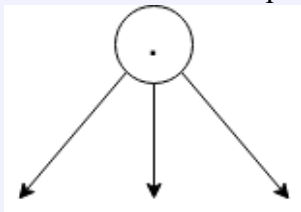


Figure 1: Une arborescence sur Linux

Question 1

Dessinez un arbre représentant cette arborescence, en partant de l'arbre suivant :



1. Quelle est la **taille** de cet arbre ?
2. Combien y a-t-il d'**arêtes** dans l'arbre ?
3. Quelles sont les **feuilles** de l'arbre ?

En considérant que la **profondeur** de la **racine** est de **1** :

4. Quelle est la **profondeur** du nœud **D5** ?
5. Quelle est la **hauteur** de l'arbre ?
6. Cet arbre est-il un **arbre binaire** ? Pourquoi ?

Arbre d'une page HTML

Voici le code HTML d'une page web :

```
1 <html>
2   <head>
3     <meta charset="utf-8">
4     <title>Ma superbe page</title>
5   </head>
6   <body>
7     <h1>Mon super titre</h1>
8     <p>Mon super paragraphe</p>
9     
10  </body>
11  <footer>
12    <p>Un pied de page</p>
13  </footer>
14 </html>
```

L'arbre (appelé *arbre DOM*) représentant ce code HTML est le suivant :

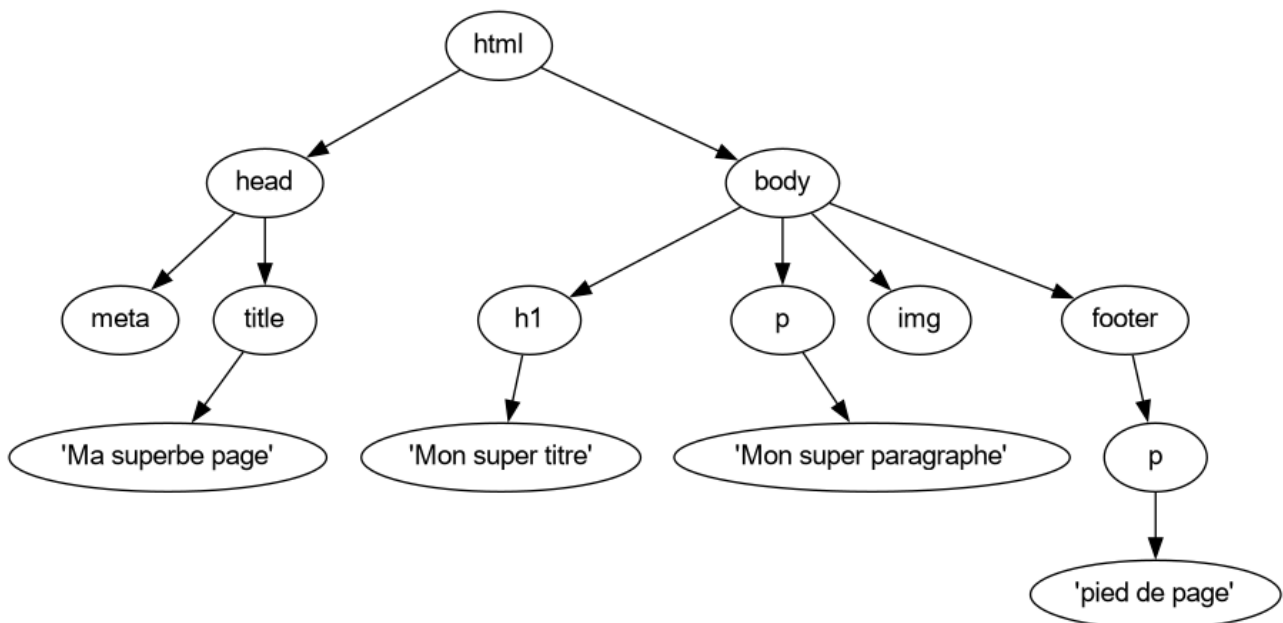


Figure 2: Arbre DOM d'une page HTML

Question 2

À votre tour, dessinez l'arbre DOM représentant la page HTML suivante :

```
1 <html>
2   <head>
3     <meta charset="utf-8">
4     <link href="main.css" rel="stylesheet">
5     <title>Pokémons</title>
6   </head>
7   <body>
8     <section>
9       <h1>Types des pokémons</h1>
10      <ul>
11        <li>FEU</li>
12        <li>FOUDRE</li>
13        <li>EAU</li>
14        <li>HERBE</li>
15        <li>NORMAL</li>
16      </ul>
17    </section>
18  </body>
19 </html>
```

1. Quelle est la **taille** de l'arbre obtenu ?
2. Quelle est la **hauteur** de l'arbre obtenu :
 1. Si la profondeur de la racine est de **0** ?
 2. Si la profondeur de la racine est de **1** ?
3. Quels **types d'éléments** représentent les **feuilles** de l'arbre ?
4. Si les **nœuds** de l'arbre étaient des instances d'une classe `Noeud` caractérisés par une **étiquette** (`html`, `body`, etc) et des **données**, quelles pourraient être ces données ? (voir la balise `meta` ou `link` du code ci-dessus.)

Arbre d'une expression arithmétique

Voici un **arbre binaire** représentant l'expression arithmétique $(6 + 9)/3$:

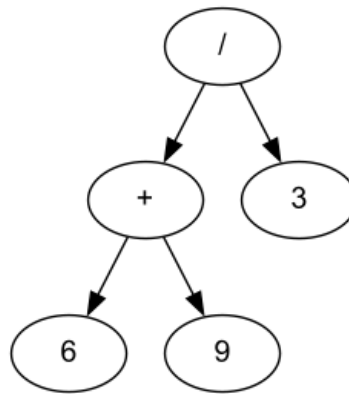


Figure 3: Arbre d'une expression arithmétique

Question 3

À votre tour, dessinez l'**arbre binaire** correspondant à l'expression $\frac{5*8}{30-(8*3)}$.

1. Pour **quels opérateurs** le positionnement (gauche, droit) des opérandes a une importance ? Pourquoi ?
2. Quelle est la **taille** de l'arbre obtenu ?
3. Quelles sont les **feuilles** de l'arbre ? Quelle remarque pouvez-vous faire ?

En considérant que la **profondeur** de la **racine** est de **0** :

3. Quelle est la **profondeur** de la feuille **la moins éloignée** de la **racine** ?
4. Quelle est la **hauteur** de l'arbre ?

Encadrement de la hauteur

Pour l'exercice suivant, on considérera que la profondeur de la racine d'un arbre est de 1.
Voici deux **arbres binaires** :

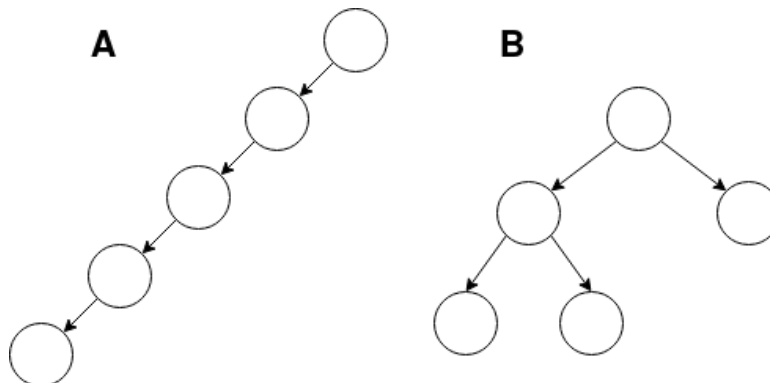


Figure 4: Deux arbres binaires

Question 4

1. Parmi ces deux arbres, lequel est un arbre **filiforme** ? Un arbre **complet** ?
2. À quelle autre structure de données s'apparente un **arbre filiforme** ? Pourquoi ?
3. Quelle est la **taille** de ces deux arbres ?
4. Quelles sont toutes les **hauteurs** possibles pour une **taille** $n = 5$?
5. Établissez une relation entre la **taille d'un arbre** notée n et la **hauteur de cet arbre** notée h , dans le cas où l'arbre est **filiforme**.
6.
 - a. Complétez l'arbre **B** de manière à obtenir un **arbre parfait**.
 - b. Combien y a-t-il de nœuds de **profondeur 1, 2, 3 et 4** ?
 - c. Établissez une relation entre le **nombre de nœuds** à une **certaine profondeur**, noté n_p , en fonction de cette **profondeur**, notée p .
 - d. En déduire une expression calculant la **taille** n (nombre de **nœuds**) d'un **arbre parfait** en fonction de sa **hauteur** h .
7. Enfin, proposez un encadrement de la **hauteur d'un arbre** en fonction de la **taille** n .

Dénombrement d'arbres binaires

Question 5

Dessinez et dénombrez tous les **arbres binaires** possibles :

- pour une taille $n = 1$,
- pour une taille $n = 2$,
- pour une taille $n = 3$,
- pour une taille $n = 4$

Sans les dessiner et en vous aidant des réponses précédentes, déterminez le **nombre d'arbres** de taille $n = 5$.