
ACTIVITÉ - MODÉLISER UN RÉSEAU SOCIAL

Voici un graphe illustrant un réseau social ayant **6 abonnés (A, B, C, D, E et F)** tel que :

- **A** est ami avec **B**, **C** et **D**
- **B** est ami avec **A** et **D**
- **C** est ami avec **A**, **E** et **D**
- **D** est ami avec tous les autres abonnés
- **E** est ami avec **C**, **D** et **F**
- **F** est ami avec **E** et **D**

Les cercles sont appelés des **sommets** et les segments de droites des **arêtes**.

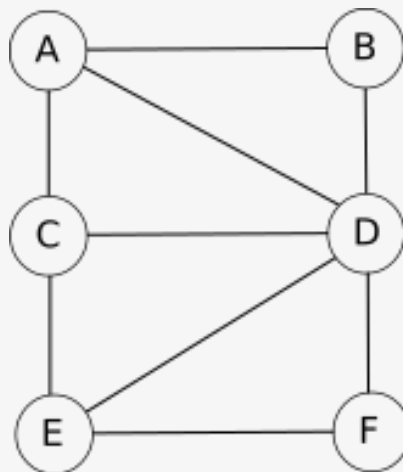


Figure 1: Modélisation d'un réseau social

Chaîne : Dans un graphe, une **chaîne** reliant un sommet **x** à un sommet **y** est définie par une **suite finie d'arêtes consécutives**, reliant **x** à **y**.

Exemple : Dans le graphe donné ci-dessus, A-D-E-C est une chaîne de 3 arêtes.

Distance entre 2 sommets : La distance entre deux sommets d'un graphe est le **nombre minimum d'arêtes** d'une **chaîne** allant de **l'un à l'autre**.

Exemple : La distance entre le sommet A et le sommet F est de 2 (chaîne A-D-F).

Écartement : L'**écartement** d'un sommet est la **distance maximale** existant entre **ce sommet** et les **autres sommets** du graphe.

Exemple : distance (A-B) = 1 ; distance (A-C) = 1 ; distance (A-D) = 1 ; distance (A-E) = 2 ; distance (A-F) = 2 ; nous pouvons donc dire que la distance maximale existant entre le sommet A et les autres sommets du graphe est de 2 (distance (A-E) et distance (A-F)). Nous pouvons donc dire que l'écartement de A est de 2.

Centre : On appelle **centre d'un graphe**, le **sommet d'écartement minimal** (le centre n'est pas nécessairement unique).

Exemple : Dans le graphe 1 tous les sommets ont un écartement de 2 à l'exception du sommet D qui a un écartement de 1, nous pouvons donc affirmer que le centre du graphe 1 est le sommet D.

Rayon : On appelle **rayon d'un graphe G**, l'**écartement d'un centre de G**.

Exemple : D a un écartement de 1, c'est le centre du graphe, nous pouvons donc dire que le rayon du graphe est de 1.

Diamètre : On appelle **diamètre d'un graphe G**, la **distance maximale** entre **deux sommets** du **graphe G**.

Exemple : Dans le graphe 1 la distance maximale entre 2 sommets est de 2, nous pouvons donc dire que le diamètre du graphe est de 2.

Exercice 1

En utilisant le graphe présenté précédemment, répondre aux consignes suivantes :

1. Donner une **chaîne** de ce graphe composée de **4 arêtes** et une **chaîne** de **5 arêtes**.
2. Déterminer la **distance** entre le sommet **C** et **B** et la **distance** entre le sommet **B** et **E**.
3. Déterminer l'**écartement** de **D** ainsi que l'**écartement** de **E**.

Exercice 2

Construire un **graphe d'un réseau social** à partir des informations suivantes :

- Albert est ami avec Bryan et Edouard
- Bryan est ami avec Albert et Charlotte
- Charlotte est ami avec Bryan, Flavien et Daniel
- Daniel est ami avec Charlotte, Flavien et Edouard
- Edouard est ami avec Albert, Daniel et Flavien
- Flavien est ami avec Charlotte, Daniel et Edouard

(Vous pouvez utiliser des **lettres** de **A** à **F** si vous préférez.)

Exercice 3

Déterminer le (ou les) **centre(s)** du **graphe ci-dessous**.

En déduire son **rayon** et son **diamètre**.

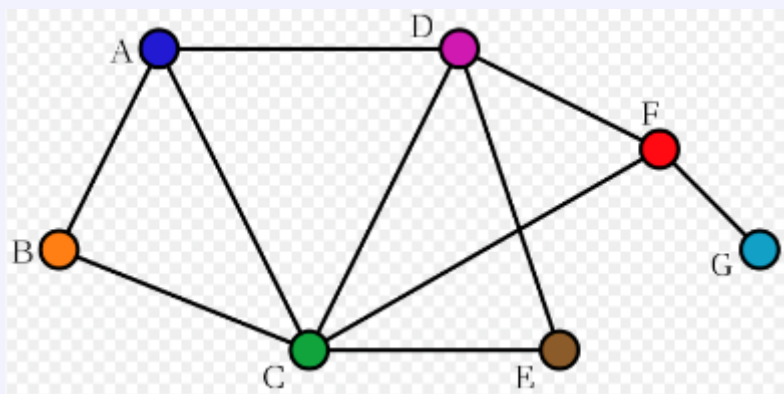


Figure 2: Modélisation d'un graphe

Un **tableau d'adjacence** est un **tableau à double entrée** où chaque case contient **1** si les sommets sont **liés par une arête**, et **0** sinon.

Exemple :

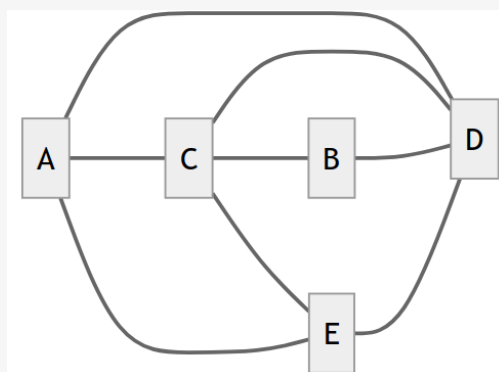


Figure 3: Un exemple de graphe

Son **tableau d'adjacence** est :

Adjacence	A	B	C	D	E
A	0	0	1	1	1
B	0	0	1	1	0
C	1	1	0	1	1
D	1	1	1	0	1
E	1	0	1	1	0

Exercice 4

Voici un graphe :

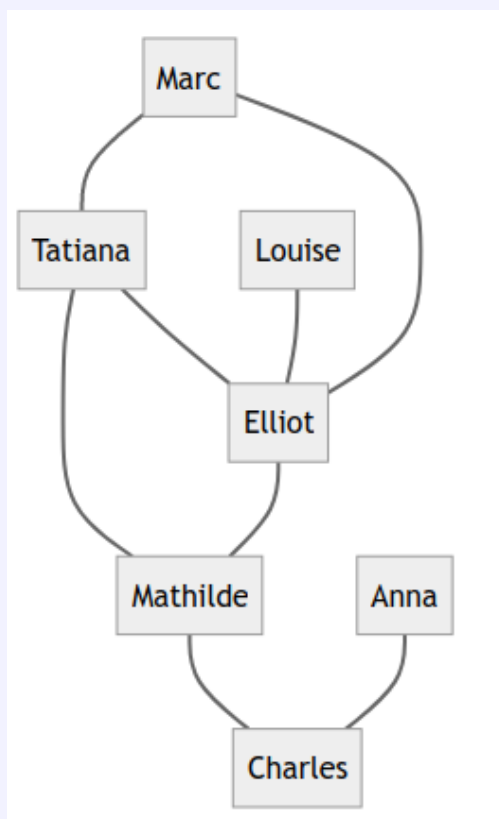


Figure 4: Un graphe

- Combien y a-t-il d'**arêtes** et de **sommets** dans ce **graphe** ?
- Complétez le tableau d'adjacence de ce graphe :

Adjacence	Anna	Charles	Elliot	Louise	Mathilde	Marc	Tatiana
Anna							
Charles							
Elliot							
Louise							
Mathilde							
Marc							
Tatiana							

- Déterminer le **diamètre** et le(s) **centre(s)** du **graphe**.