



SSE Model



1

Model parameters

Model parameters

Sum of smooth exponentials

- But du modèle : modéliser des courbes de séries de dénombrement (ici les décès y_i) avec i l'indice pour l'âge
- Les décès y_i on une moyenne μ_i
- On décompose la moyenne en 3 composantes

$$\gamma_k, k = \{1,2,3\}$$

- μ_i est la somme des trois composantes pondérée par l'exposition

$$\mu_i = \sum_{k=1}^3 e_i \gamma_{ik}$$

- Chaque composante représente un intervalle d'âges et est modélisée par des B-splines

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right)$$

Element de la spline
(fonction de l'âge x_i)

Coefficient de la spline

Model parameters

Sum of smooth exponentials

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right)$$

- Choix des composantes :

k	1 γ_{i1}	2 γ_{i2}	3 γ_{i3}
Âges	1 – 50	1 – 110	1 – 80
Nombre de splines J_k	2	25	25
Période modélisée	Mortalité infantile	Mortalité senescente	Accident hump

Model parameters

Sum of smooth exponentials

- Equation du modèle :

$$\mu_i = e_i \left(\exp \left(\sum_{j=1}^2 B_{j1}(x_i) \alpha_{j1} \right) + \exp \left(\sum_{j=1}^{25} B_{j2}(x_i) \alpha_{j2} \right) + \exp \left(\sum_{j=1}^{25} B_{j3}(x_i) \alpha_{j3} \right) \right)$$

- Estimation des α_{jk} qui sont les paramètres de lissage → Pas d'interprétation scientifique*
- Les splines sont contruites à partir des morceaux de polynômes joints à certaines valeurs de x , appelées les noeuds.
- Dans ce modèle : utilisation d'un grand nombre de noeuds et ajout de pénalités sur les coefficients pour lisser la courbe.
- Les pénalités sont estimées en régressant les points de données sur les B-splines.
Méthode : optimisation de la variance pénalisée

*Flexible smoothing with B-splines and penalties, Eilers & Marx, 1996



2

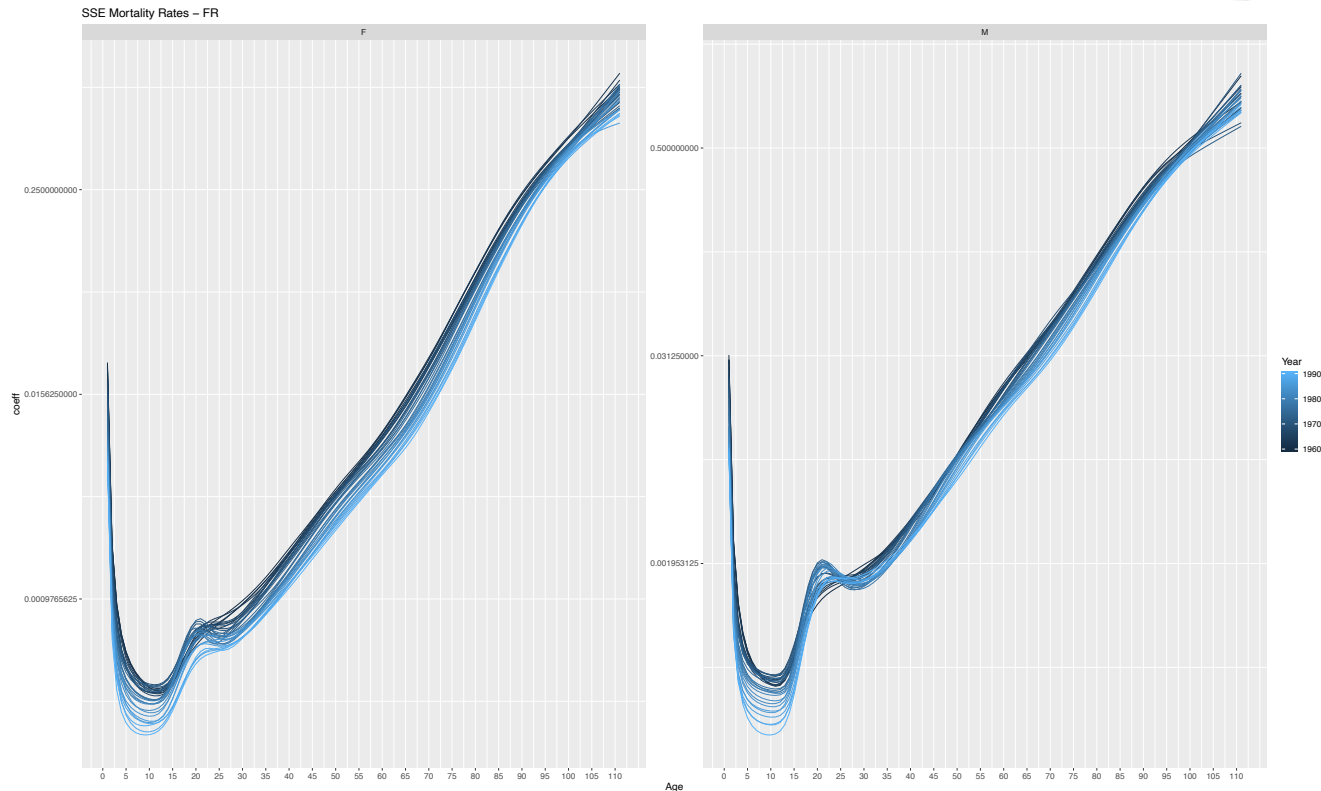
Fit des données France / Chili

Fit des données

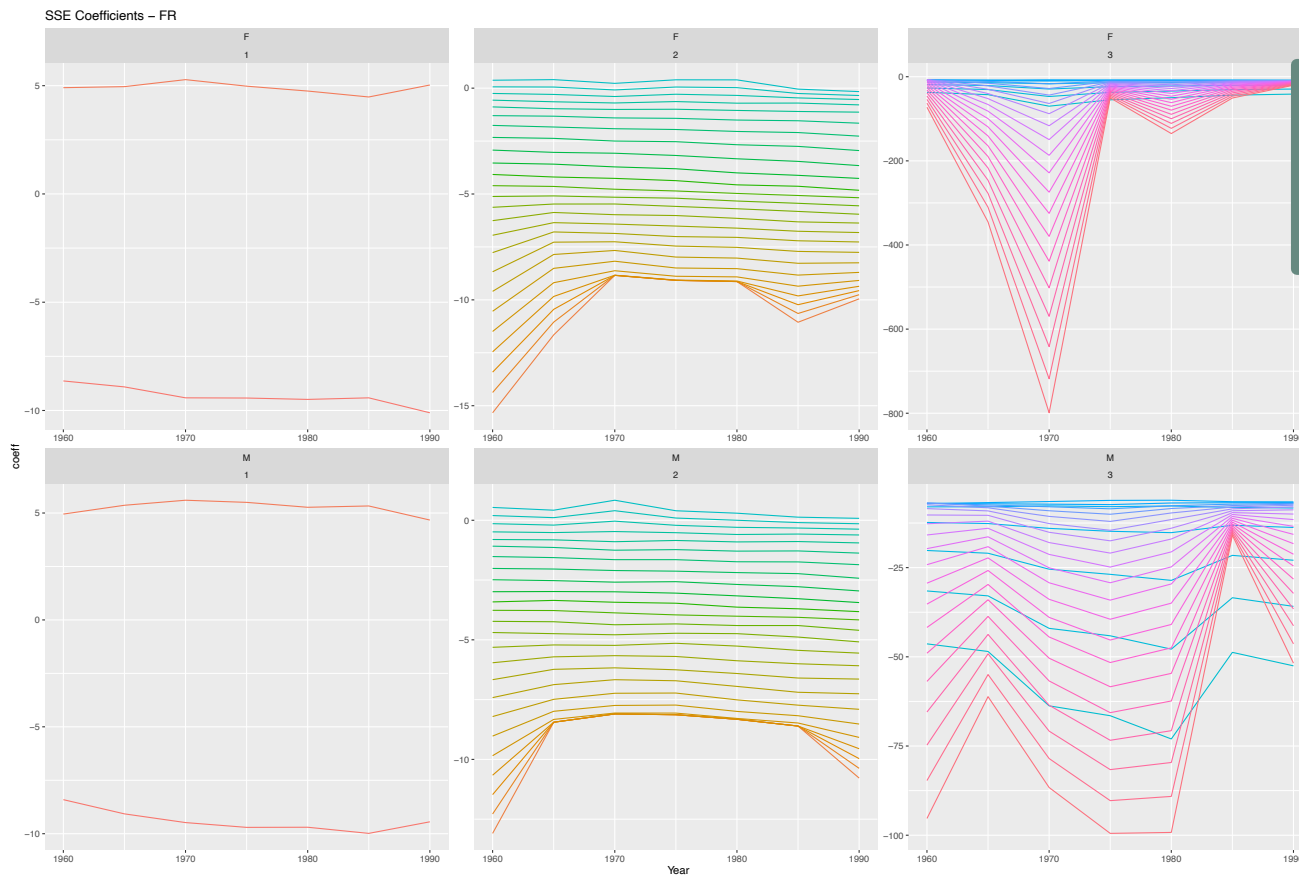
Sum of smooth exponentials



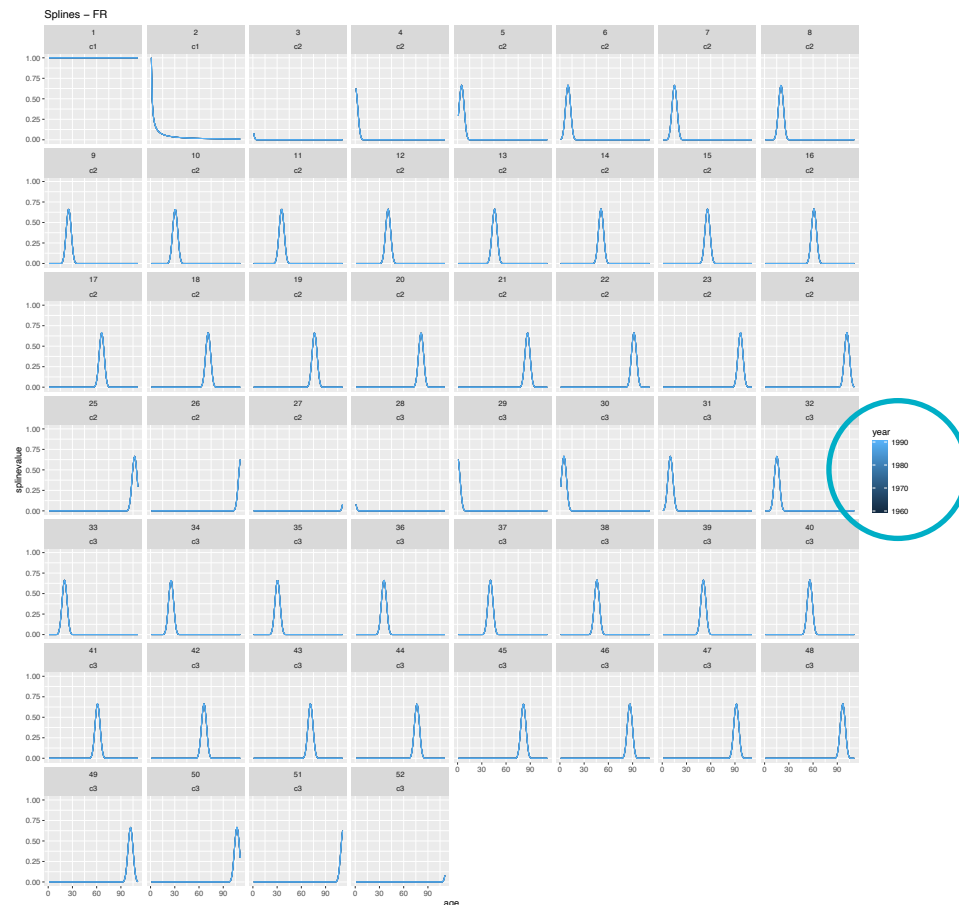
- Données France HMD :
 - De 1960 à 1990
 - Hommes et Femmes
- 52 coefficients répartis dans les 3 composantes estimés pour chaque année
- Graphique à droite : taux de mortalités estimés pour les Femmes (gauche) et les Hommes (droite)



Fit des données



Fit des données

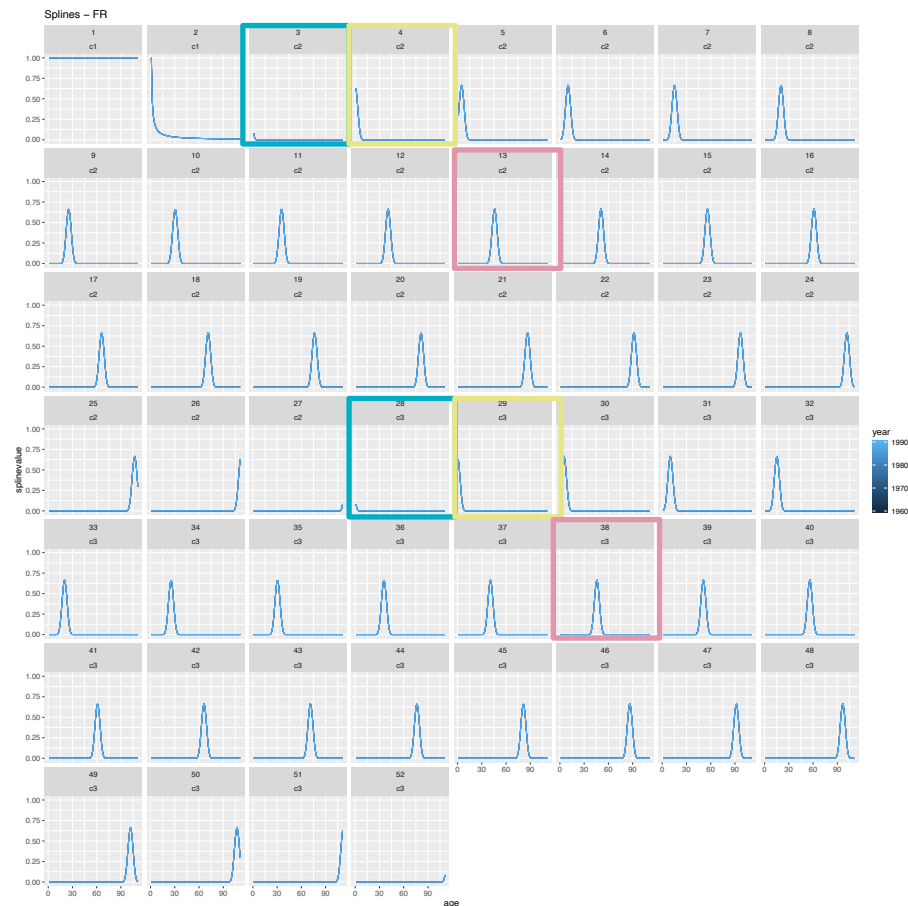


Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i .

Remarque 1 : Pas de variation en fonction de l'année.

Remarque 2 : Pas de variation en fonction du genre

Fit des données



Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i .

Remarque 1 : Pas de variation en fonction de l'année.

Remarque 2 : Pas de variation en fonction du genre.

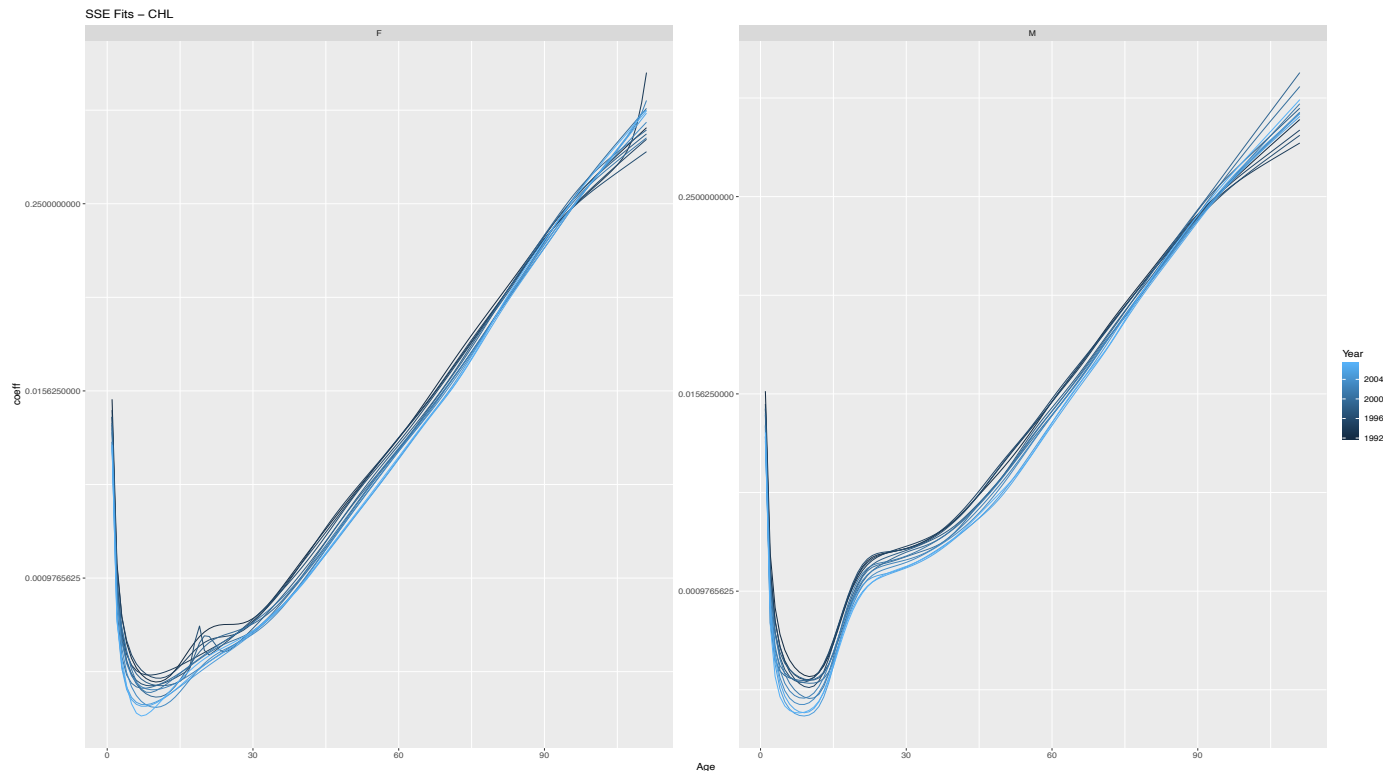
Remarque 3 : Dans les composantes 2 et 3 les splines sont égales deux à deux.

Fit des données

Sum of smooth exponentials



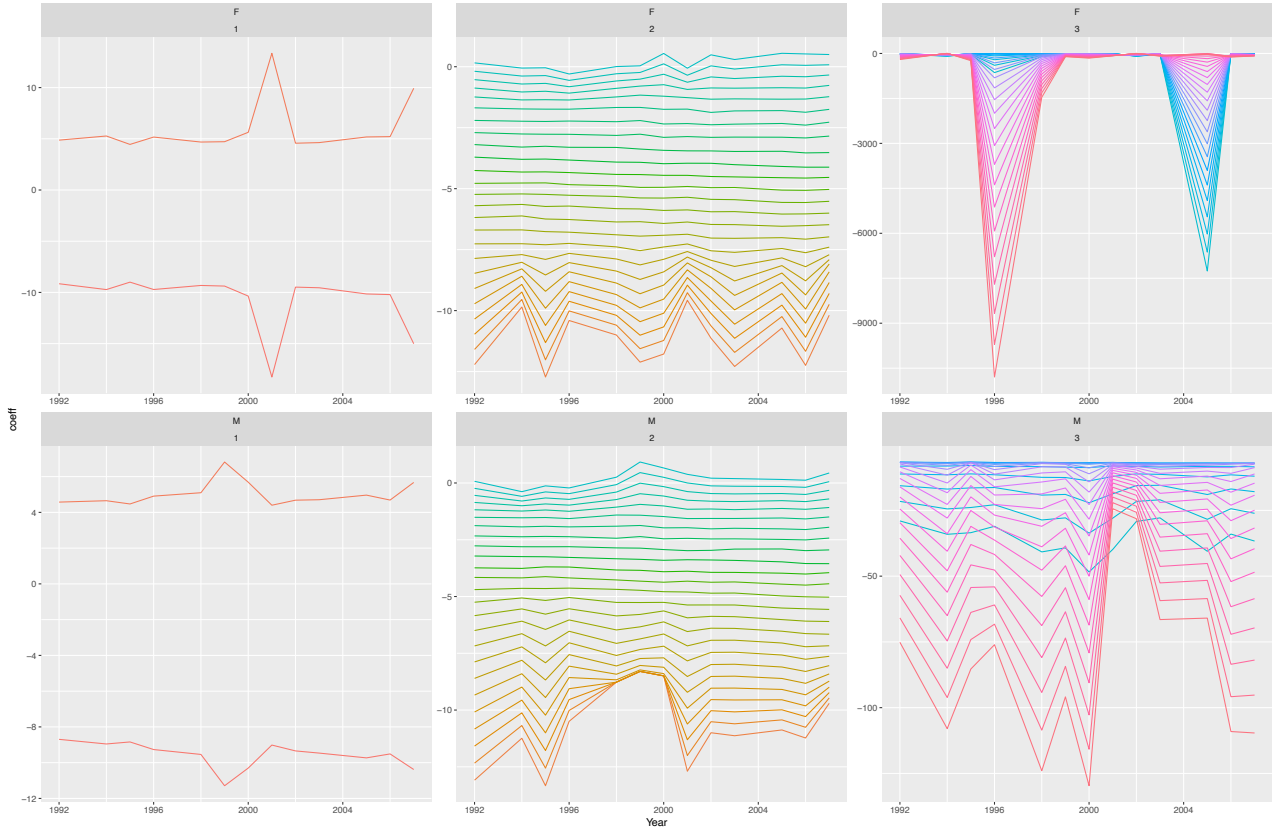
- Données Chili HMD :
 - De 1992 à 2007
 - Hommes et Femmes
 - 14 années complètes
- 52 coefficients répartis dans les 3 composantes estimés pour chaque année
- Graphique à droite : taux de mortalités estimés pour les Femmes (gauche) et les Hommes (droite)



Fit des données



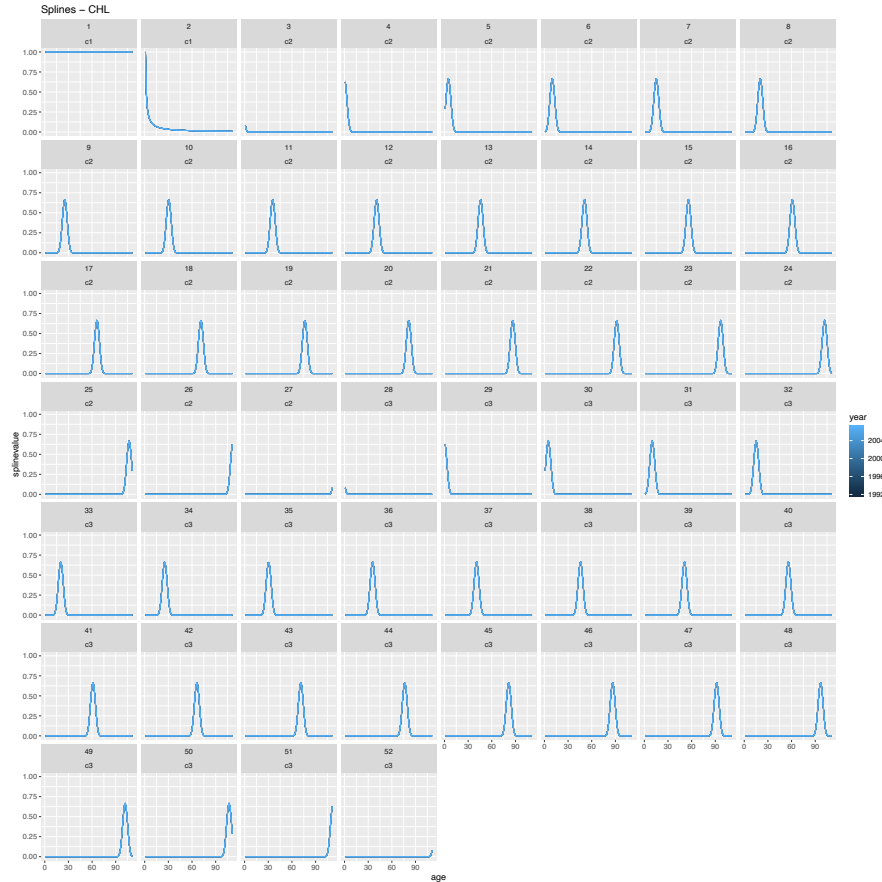
SSE Coefficients – CHL



Coefficients α_{jk} estimés pour les Femmes (en haut) et les Hommes (en bas), groupés par composante



Fit des données

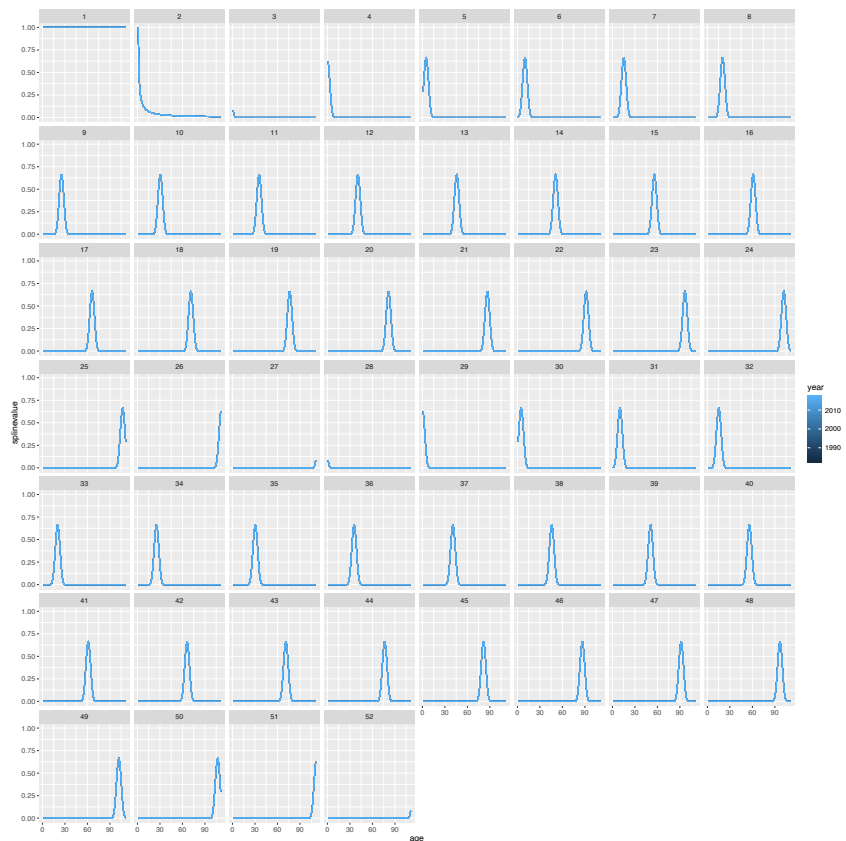
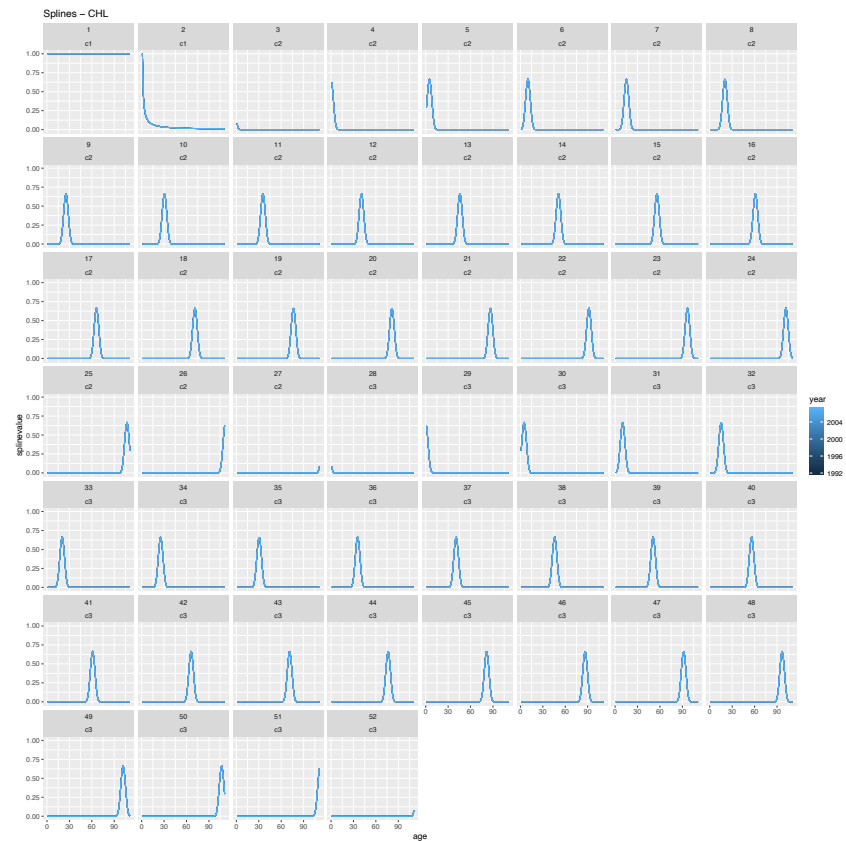


Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i .

Remarque 4 : Les Splines sont les mêmes que pour la France. Il n'y a donc pas de variation en fonction du pays ni de l'année ni du genre.

→ Avantage pour interpréter les coefficients alpha.

Fit des données



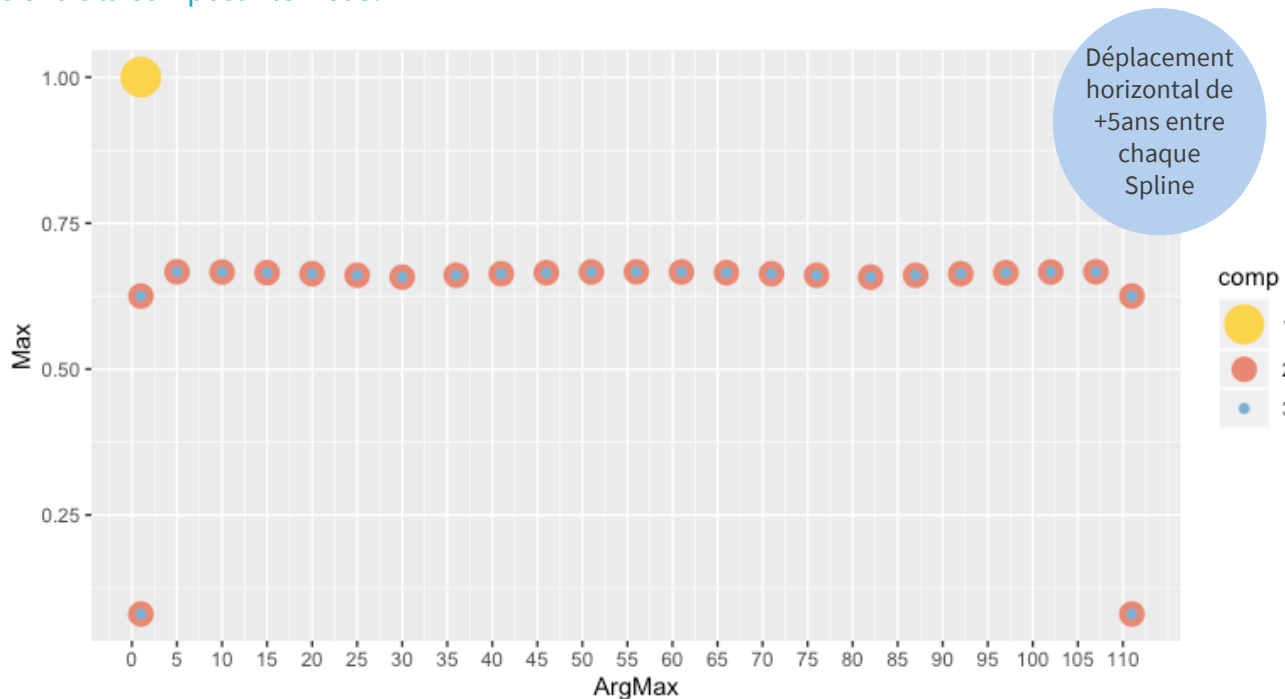


3

Déplacement des Splines

Déplacement des Splines

Est-ce que les Splines se déplacent de manière constante vers la droite ? Le graphique représente le point maximum atteint par les Splines et l'âge auquel le maximum est atteint. Chaque point est une Spline et la couleur représente la composante. On confirme aussi l'égalité des Splines entre la composante 2 et 3.



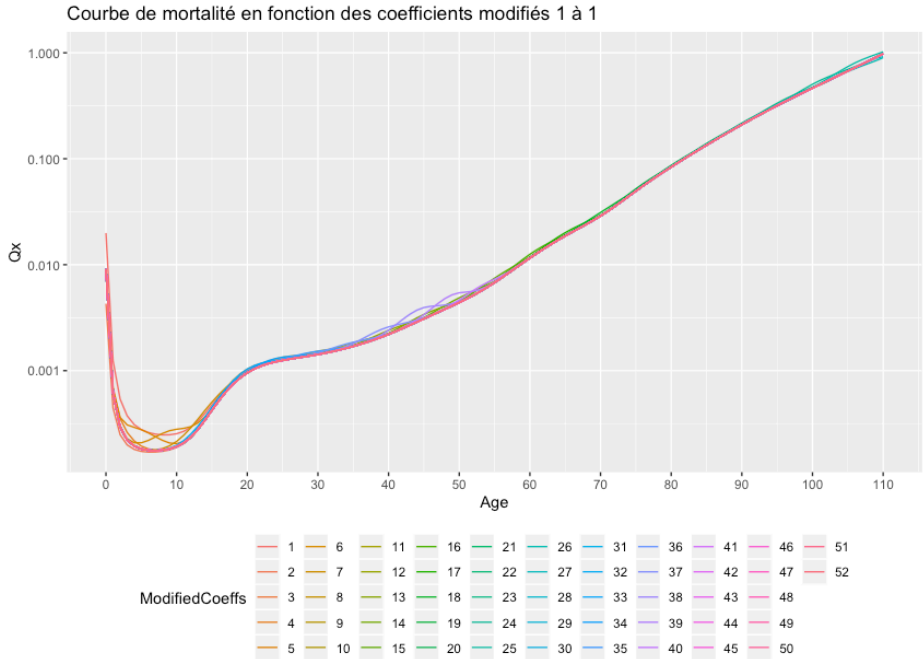
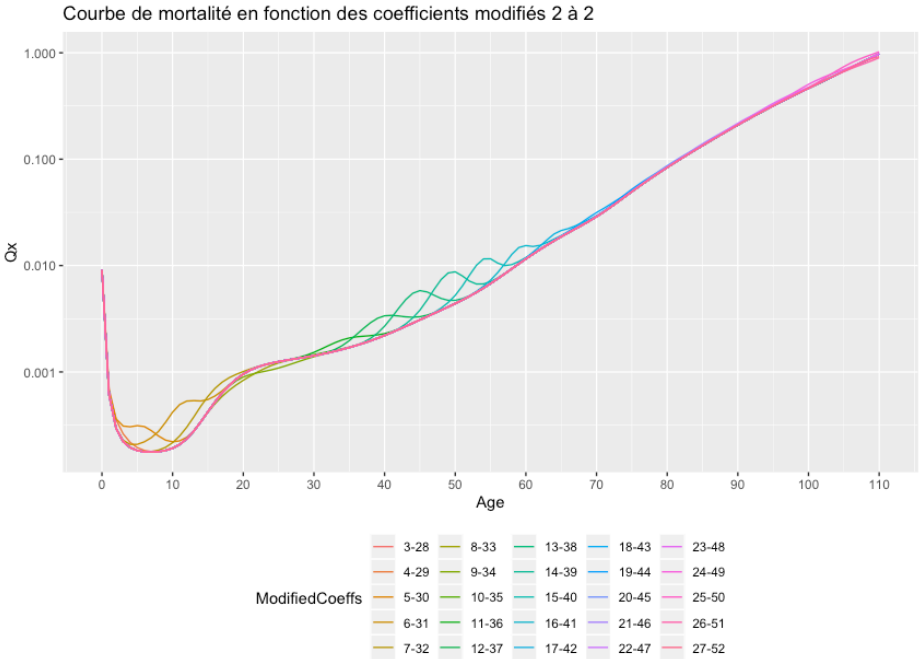


4

Sensibilité des coefficients

Sensibilité des coefficients

Etude des sensibilités afin de sélectionner les paramètres pertinents et d'analyser leur comportement. Calcul des espérances de vie suite à des variations des coefficients uns à uns puis deux par deux. Les variations des coefficients sont calculées avec un choc sur le coefficient du montant du coefficient de variation ($CV=\sigma/\mu$).



Sensibilité des coefficients

Etude des sensibilités afin de sélectionner les paramètres pertinents et d'analyser leur comportement. Calcul des espérances de vie suite à des variations des coefficients uns à uns puis deux par deux. Les variations des coefficients sont calculées avec un choc sur le coefficient du montant du coefficient de variation ($CV=\sigma/\mu$).

<i>IndiceComposante2</i>	$\Delta Ex2$	<i>IndiceComposante3</i>	$\Delta Ex3$	$\Delta ExBoth$	Ex
14	0,092	39	0,175	0,644	73,39
15	0,110	40	0,089	0,592	73,44
13	0,070	38	0,175	0,515	73,52
16	0,124	41	0,020	0,370	73,66
...
3	0,001	28	0,000	0,001	74,03
25	0,000	50	0,000	0,000	74,03
27	0,000	52	0,000	0,000	74,03
26	0,000	51	0,000	0,000	74,03

Sensibilité des coefficients

Etude des sensibilités afin de sélectionner les paramètres pertinents et d'analyser leur comportement. Calcul des espérances de vie suite à des variations des coefficients uns à uns puis deux par deux. Les variations des coefficients sont calculées avec un choc sur le coefficient du montant du coefficient de variation ($CV=\sigma/\mu$).

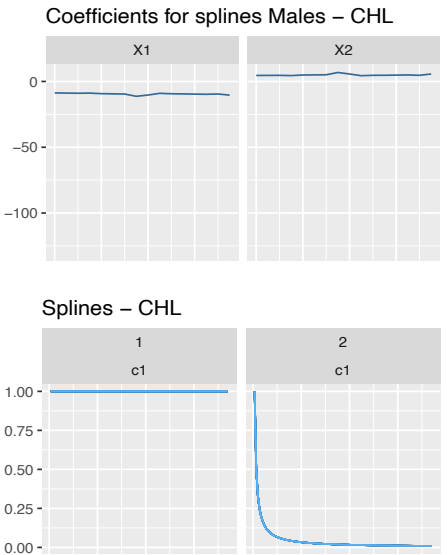
Remarque 1 : Les coefficients 1 et 2 font le plus varier l'espérance de vie :

	Ex	ΔEx
1	73,01	1,03
2	74,41	0,39

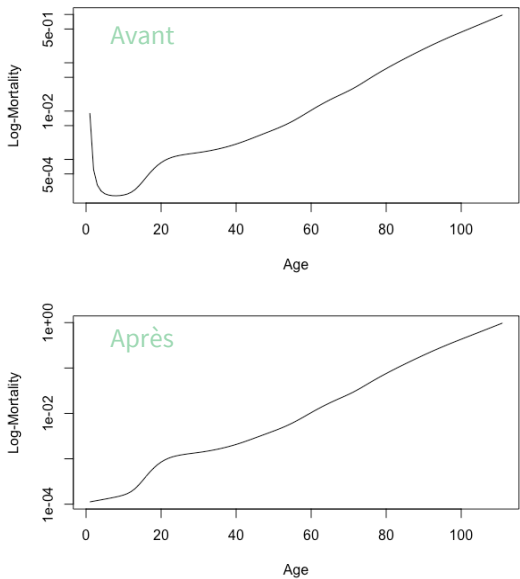
Explication 1 : Le coefficient 1 agit à tous les âges, la Spline 1 est constante et égale à 1 à tous les âges. En réduisant le coefficient 1 à 0, les taux ne sont plus compris en 0 et 1.

Explication 2 : Le coefficient 2 agit seulement sur les âges jeunes, en le rendant nul on supprime la mortalité infantile. Le coefficient 2 va servir à piloter l'espérance de vie par la mortalité infantile.

Zoom sur les coefficients 1 et 2 et les Splines associées



Impact du coefficient 2 sur la courbe de mortalité





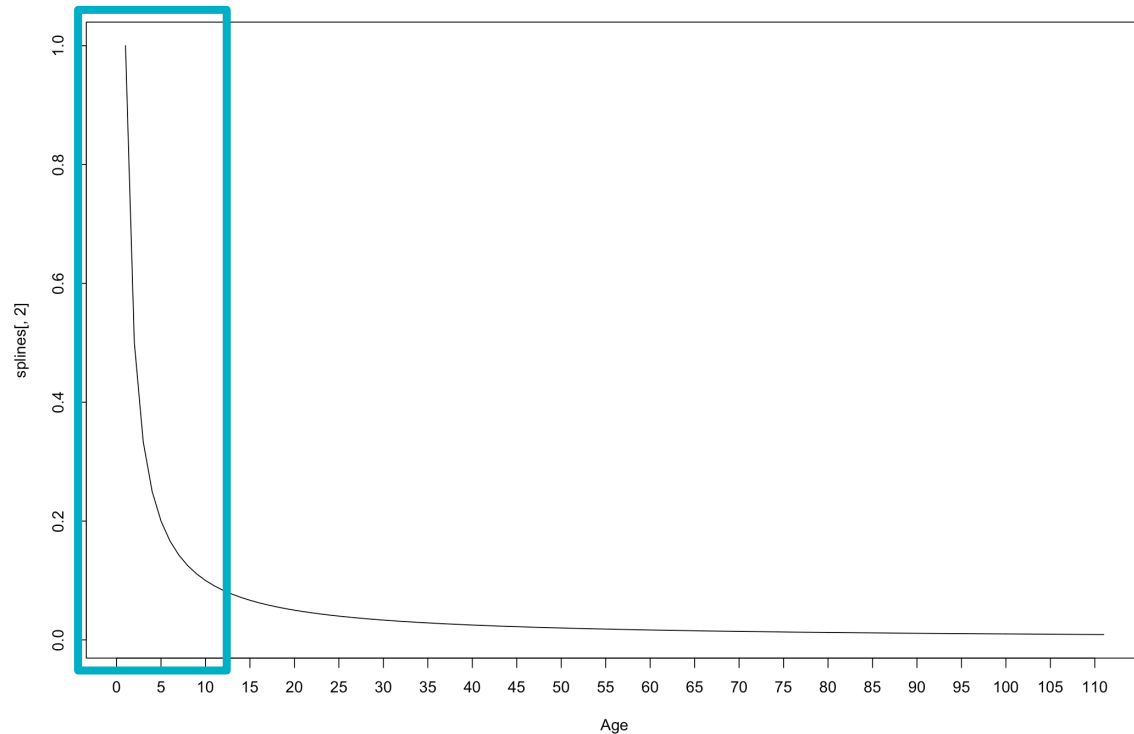
6

Pilotage de l'espérance de vie

Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

Spline 2 correspondant au paramètre α_2



Test sur :

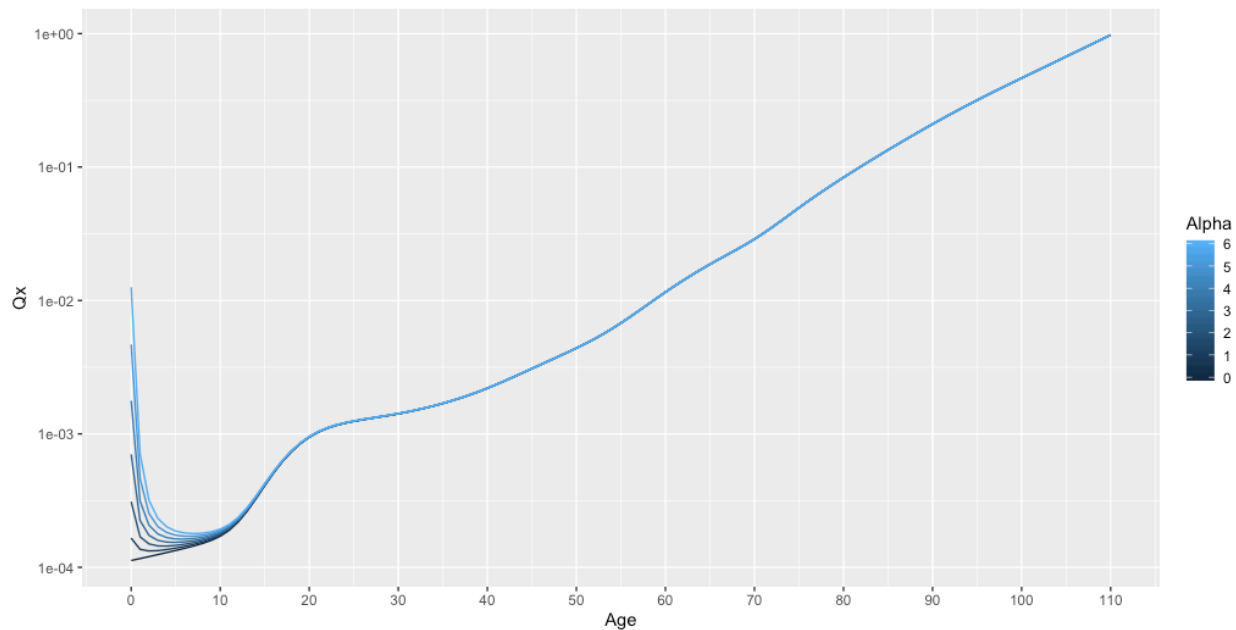
- Chili
- Année 2007
- Genre M

Dans le modèle SSE : la mortalité infantile est gouvernée par le coefficient α_2 de la composante 1 : les âges vont de 0 à ≈ 10 .

Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

Courbe de mortalité en fonction du paramètre alpha 2



Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

Espérance de vie en fonction du paramètre alpha 2

