

Rapport d'apprentissage - Partie 2

Erwan Rahis - M2 EIF - AXA GRM

2020

Table des matières

1	Introduction	4
2	Le risque de longévité	5
2.1	Analyse de la mortalité	5
2.2	Modélisation du risque de longévité	6
2.2.1	Modèles paramétriques	7
2.2.2	Modèles semi-paramétriques	7
3	Étude de cas pays mature - France	9
3.1	Données	9
3.2	Fit des données sur la population Française	10
3.2.1	Analyses préliminaires	10
3.2.2	Analyse des améliorations	13
4	Étude de cas pays émergent - Maroc	16
4.1	Données	16
4.2	Fit des données sur la population Marocaine	17
4.2.1	Analyses préliminaires	17
4.2.2	Analyse des améliorations	21
5	Conclusion	24
6	Annexes	25
6.1	Interpolation des données Marocaines	25
6.2	Étude des corrélations entre améliorations	26
6.3	Comparaison évolution France / Maroc	27

Résumé

La première partie de ce rapport présentait mes missions en tant qu'apprenti Analyste Risque de Longévité au sein de la direction des risques du groupe AXA, mon intégration, le contexte dans lequel j'ai évolué et les projets menés. Cette seconde partie répond à une problématique servant à développer l'un des axes de travail de l'équipe. Nous avons travaillé sur le développement d'un modèle de mortalité à appliquer aux pays émergents dans le but d'analyser et comprendre leur dynamique spécifique. Dans ce rapport, à l'aide du modèle SSE, nous avons réussi à apporter une première analyse de la mortalité dans un pays émergent, le Maroc, en la comparant à celle d'un pays mature, la France.

1 Introduction

Les études démographiques ont montré que la constante amélioration de l'espérance de vie et le vieillissement de la population conduisent à l'émergence de nouvelles problématiques et représentent un défi considérable [14]. Au sein de l'Union Européenne, la proportion des 65 ans ou plus est passée de 18.8% à 19.2% entre 2006 et 2016¹. Ce phénomène d'allongement de la longévité touche particulièrement les industries de l'assurance et des fonds de pensions. C'est un sujet de long terme qui est de plus en plus traité par les assureurs car il est au centre des activités de retraite. Il est important de bien estimer ce risque car les réserves associées aux activités Vie sont de l'ordre de plusieurs milliards d'euros². Un changement de vision peut donc coûter très cher aux entités exposées à ce risque. En effet, par exemple, la table réglementaire française, mise à jour en 2006, a causé aux assureurs une augmentation soudaine de 8% en moyenne de leurs réserves [1]. Les compagnies ont donc besoin d'estimer ce risque de manière précise pour se protéger au mieux et garantir leur stabilité financière.

L'estimation de ces risques est parfois très complexe lorsqu'il s'agit de modéliser des comportements relatifs à des populations nationales. Une étude a par exemple montré que la mortalité chez les hommes et chez les femmes évoluait de manière différente, et ce, dû à de nombreux facteurs [17]. Lorsqu'il est question de modéliser ces taux dans les pays émergents, il n'y a alors que peu de travaux réalisés. Pourtant, des études montrent que l'espérance de vie dans les pays à haute mortalité suit une dynamique différente qui est également influencée par de nombreux facteurs [9]. Nous appellerons "matures" les pays dont les améliorations en termes de longévité proviennent d'innovations technologiques dans le domaine de la santé et de l'amélioration de la qualité de vie. Les pays que nous définissons comme "émergents", eux, se développent dans des domaines déjà acquis par les pays matures. Une étude de James Vaupel a ainsi montré que l'évolution de l'espérance de vie était plutôt régulière dans les pays matures, alors que dans les pays émergents, cette évolution à plus court terme se fait à une vitesse supérieure car ils rattrapent les pays matures en termes de santé et d'économie [18].

Les travaux présentés dans ce rapport s'inscrivent dans le cadre de l'étude de l'appétit au risque du groupe AXA. Cette démarche a pour but de définir le niveau de risque qu'une entité peut accepter pour son activité. Cet appétit au risque est lié à la profitabilité de l'activité et la stratégie du groupe. On définit pour cela plusieurs scénarios en utilisant des modèles ad hoc qui reflètent la vision du risque par AXA et non pas obligatoirement la vision réglementaire Solvabilité 2 par exemple. Pour inclure les pays émergents dans le cadre de l'appétit au risque (RAF³), nous avons besoin d'une étude spécifique poussée. Dans ces pays, la mortalité infantile, qui est un des vecteurs importants de la longévité, nécessite un modèle ad hoc pour sa prise en compte. Le modèle SSE, qui permet d'isoler des effets de longévité comme la mortalité infantile ou la mortalité accidentelle, est à priori intéressant pour considérer notre vision des pays émergents et l'introduire dans le cadre de l'appétit au risque du groupe AXA.

¹Chiffres de insee.fr, 2018

²Provisions techniques - Vie, Juste Valeur SII, AXA France – Rapport Financier 2018

³Risk appetite framework

2 Le risque de longévité

Le risque de longévité se définit par le risque que l'espérance de vie et les taux de mortalité réalisés diffèrent des hypothèses définies. Le vieillissement de la population et l'augmentation de l'espérance de vie impliquent que les compagnies d'assurance sont de plus en plus exposées à ce risque. En effet, les rentiers atteignent de plus en plus l'âge de la retraite et nécessitent des rentes de plus en plus longues. Les pensions versées dépendent donc de cette espérance de vie grandissante et requièrent des modèles adaptés et capables de projeter des taux de mortalité sur le long terme. L'analyse de la mortalité peut être faite de plusieurs façons selon l'objectif de l'étude ou les données disponibles par exemple.

2.1 Analyse de la mortalité

Notre analyse de la mortalité se fera selon la vision période ou statique des tables de mortalité. C'est-à-dire que nous allons observer les taux de mortalité pour une année donnée à tous les âges. Cette observation va prendre en compte l'état de la population à un moment précis et concerne donc des individus de générations différentes (qui ne sont pas nés la même année). Les individus d'une même génération font partie de ce qu'on appelle une cohorte et font l'objet d'une analyse de la mortalité à part entière. Les effets des cohortes sont largement étudiés et montrent l'impact des générations sur l'espérance de vie. Dans notre cas, en vision période, nous n'écrivons pas de terme du modèle représentant l'effet cohortes. C'est le gain d'espérance de vie entre différentes périodes qui transcrit le fait que les générations successives ont connu des conditions de vie plus avantageuse. Pour mener ces analyses, l'espérance de vie sera donc notre principal indicateur de mortalité. Elle sera dénotée e_x , telle qu'elle représente l'espérance de vie résiduelle ou le nombre d'année qu'un individu peut espérer vivre après l'âge x . Par définition, $e_x = \frac{1}{L_x} \sum_{h>0} l_{x+h}$ avec l_x la fonction de survie qui correspond au nombre de survivant à l'âge x . Nous utiliserons également l'indicateur d'entropie⁴ qui est un indicateur de sensibilité de l'espérance de vie à une baisse des taux de mortalité. Nous utiliserons les représentations graphiques des taux de mortalité m_x par période, qui sont le ratio du nombre de décès par âge et du nombre de personnes en vie à cet âge (exposition), pour effectuer des analyses de tendance. La figure 1 représente des taux de mortalité tirés de la base de données HMD pour la France entre 1960 et 2017 pour les hommes et femmes, sur une échelle logarithmique. Cette représentation permet de mettre en avant certaines caractéristiques de la mortalité humaine qui peuvent être ensuite théorisées.

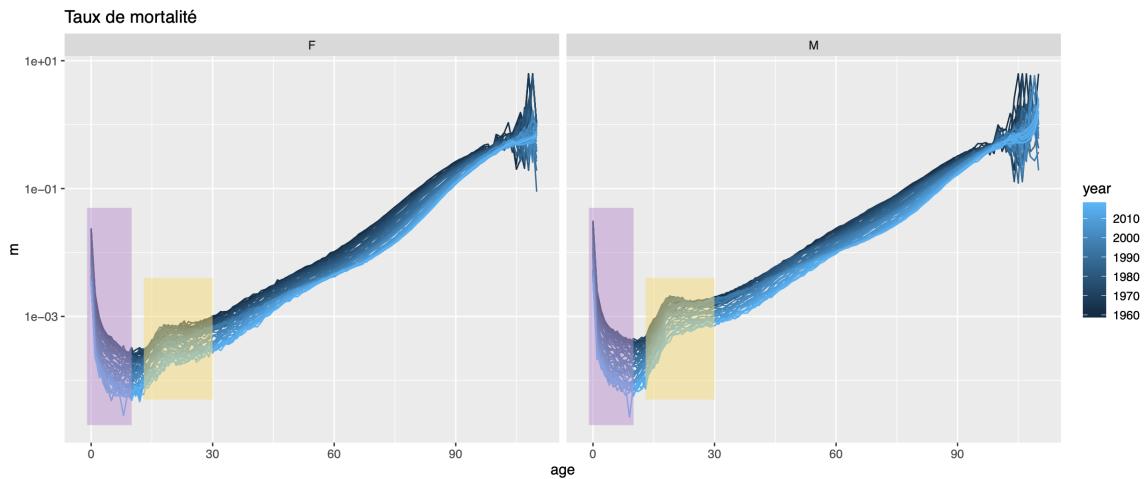


Figure 1: Graphique des taux de mortalité (log). Données Françaises, Hommes et Femmes, SSE.

La première partie de la courbe, entre 0 et 10 ans environ, est la mortalité *infantile*, un des facteurs d'amélioration les plus importants dans les pays en développement. En 2019, un article

⁴C.f. Livret 1, section 3.1

de l'Organisation Mondiale de la Santé dévoile qu'en Afrique subsaharienne, un enfant de moins 5 ans a 15 fois plus de chance de décès qu'un enfant issu d'un pays à revenus élevés⁵. Cela est principalement dû aux naissances prématurées, à l'asphyxie et aux infections non soignées. Malgré ces disparités entre pays développés et pays en développement, d'importants progrès ont été faits depuis 1990. Le taux mondial de mortalité des enfants âgés de moins de 5 ans a chuté de 56% entre 1990 et 2016. Cette phase de la force de mortalité, qui est décroissante, est appelée l'ontogenèse, qui est relative au développement de l'individu.

La deuxième partie de la courbe, entre 15 et 25 ans environ, représente ce qu'on appelle la *bosse des accidents*. C'est une surmortalité (relative à la log-linéarité des taux) qui provient des décès accidentels. Cette bosse est historiquement théorisée et décrite par Thiele en 1871. C'est une caractéristique quasi-universelle de la population mais cette affirmation est discutable. C'est un phénomène encore peu étudié et qui n'est toujours pas entièrement expliqué. L'Institut de démographie et socio-économie de l'Université de Genève a publié une étude en 2018 en analysant les raisons de cette surmortalité des jeunes adultes. Tout d'abord ce phénomène est indéniablement plus marqué chez les hommes que chez les femmes. L'article met en lumière que depuis la démocratisation des véhicules à moteur, les accidents de la circulation sont devenus la principale cause de mortalité chez les jeunes dépassée ensuite par les suicides. La baisse des accidents de la circulation a par la suite révélé que les inégalités sociales entre les jeunes provoquent cette surmortalité.

La dernière partie de la courbe, après 30 ans, est la mortalité *sénesciente*, durant laquelle la force de mortalité est quasi-log-linéaire et croissante. C'est la phase durant laquelle l'organisme humain est en processus de lente dégradation et de vieillissement. Cette caractéristique est théorisée par Gompertz en 1825 lorsqu'il mathématisé sa loi de mortalité, selon laquelle le nombre d'organismes vivants diminue de manière exponentielle proportionnellement à l'augmentation de l'âge.

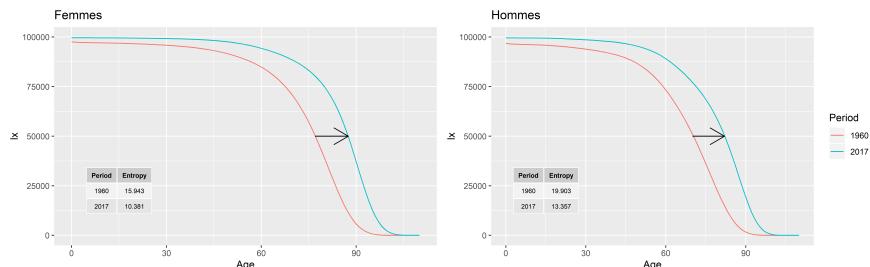


Figure 2: Courbes de survie des données Françaises en 1960 et 2017 ainsi que l'indicateur d'entropie

Nous utiliserons de plus la représentation graphique des fonctions de survie, qui dénombre les individus restant en vie à chaque âge en supposant qu'il y a 100 000 individus en vie à l'âge 0. Cette représentation graphique, couplée à la mesure de l'entropie permettra de mettre en avant les changements de forme et de dynamique de la mortalité. Par exemple, l'observation du phénomène de rectangularisation, qui témoigne d'une réduction de la mortalité aux âges jeunes et d'une compression des décès autour de l'âge modal, âge auquel le nombre de décès est maximal (Figure 2).

2.2 Modélisation du risque de longévité

La modélisation de la mortalité consiste en la description de la force de mortalité comme une fonction de l'âge. Depuis le 17ème siècle, cette modélisation est le sujet de nombreuses recherches. Elle peut-être faite à travers différents types de modèles : des modèles paramétriques, non-paramétriques ou même semi-paramétriques.

⁵"Enfants: faire reculer la mortalité", Septembre 2019, World Health Organization

Gomperz et Makeham ont proposé un des premiers modèles paramétriques très simple pour décrire la mortalité, suivi de Thiele et Helligman Pollard par exemple. Leurs modèles ont pour avantage d'être facilement estimés grâce à la méthode du maximum de vraisemblance mais ont l'inconvénient d'être rigides et relativement arbitraires. Des modèles combinant le non-paramétrique et le paramétrique, en utilisant les méthodes de splines ont été développés, comme le SSE, Sums of smooth exponentials par Camarda en 2016.

2.2.1 Modèles paramétriques

Les modèles paramétriques, provenant de la statistique paramétrique, sont le cadre statistique habituel. C'est en 1825 que B. Gompertz développe un des premiers modèles paramétriques de mortalité qui sera une référence pour la construction de tables de mortalité. Il suppose que le taux de mortalité ne dépend que de l'âge et est donc déterministe par rapport au temps. C'est ensuite que W. Makeham étendit le modèle en y ajoutant des causes de décès indépendantes de l'âge.

Gomperz-Makeham visait donc à modéliser la force de mortalité pour un âge donné x tel que:

$$\mu_x = A + Bc^x \quad (1)$$

avec A la mortalité accidentelle. Montrant de bons résultats, ce modèle est tout de même enclin à surestimer la mortalité aux âges avancés et à ne pas capturer tous les phénomènes de la mortalité humaine.

Larry Helligman et John Pollard, en 1980, ont proposé un modèle composé de trois termes additifs basé sur la formulation de Thiel qui propose de décrire les principaux schémas de la mortalité.

Helligman-Pollard est régit par huit paramètres et inclut la mortalité infantile, la mortalité accidentelle et la mortalité sénesciente. Sa formulation est comme telle :

$$\frac{q_x}{1 - q_x} = A^{(x+B)^c} + D \cdot e^{-E \cdot (\ln(x) - \ln(F))^2} + G \cdot H^x \quad (2)$$

La caractéristique intéressante de ce modèle est la signification démographique et biologique de chacune des composantes et paramètres. Pour la mortalité infantile, le paramètre A représente le niveau de mortalité infantile, B la variation de mortalité entre 0 et 1 an et C la vitesse à laquelle les taux diminuent aux âges jeunes. La mortalité accidentelle est modélisée par D qui décrit la sévérité de la bosse des accidents, E la tranche d'âge durant laquelle la bosse apparaît et F l'âge auquel elle atteint son maximum. Pour finir, la mortalité sénesciente est décrite par une fonction de Gompertz, avec G le niveau général des taux de mortalité et H la pente de la courbe. L'inconvénient de ce modèle est surtout la difficulté de calibration due au grand nombre de paramètres.

2.2.2 Modèles semi-paramétriques

Le modèle SSE, Sums of smooth exponentials, qui fait l'objet des recherches de ce rapport, est un modèle mélangeant le paramétrique et non paramétrique en utilisant des fonctions splines lissées à travers 3 composantes. L'objectif global de ce type de modèle est de décrire des séries de dénombrement suivant une distribution de Poisson log-linéaire. Le logarithme de la valeur attendue est exprimé comme une somme de composantes lissées.

Nous modélisons ici les décès y_i avec i l'indice de l'âge et x_i l'âge. Leur moyenne est μ_i et est modélisée par trois composantes : γ_k , $\gamma \in \{1, 2, 3\}$. Le taux de mortalité est la somme des trois composantes pondérée par l'exposition $\mu_i = \sum_{k=1}^3 e_i \gamma_{ik}$. Chaque composante représente un intervalle d'âges et est modélisée par des coefficients α_{jk} associés aux fonctions B-Splines $B_{jk}(x_i)$.

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right) \quad (3)$$

Les B-Splines sont des fonctions permettant d'approcher une courbe discontinue par une courbe continue, en d'autres mots, de lisser la courbe. Une B-Spline est une combinaison de morceaux polynomiaux. Par exemple, une B-Spline de degré 2 consiste en 3 morceaux de fonctions quadratiques et 4 noeuds adjacents : x_1, x_2, x_3 et x_4 (Figure 3). Une courbe de données (x_i, y_i) est modélisée par une combinaison linéaire $\hat{y} = \sum_{j=1}^n \hat{a}_j B_j(x)$ avec n le nombre de B-Splines correspondant à $n = \text{noeuds} + \text{degre}$ et \hat{a}_j les coefficients. L'ajustement se fait à la manière d'une régression des points de données (x_i, y_i) sur le set de B-Splines, par minimisation d'une fonction objectif. Des pénalités λ_k sont ajoutées sur les différences des coefficients des splines adjacentes pour permettre le lissage. La fonction objectif minimisée est la déviance du modèle (équation 4). Les pénalités optimales sont déterminées en minimisant le critère BIC⁶.

$$Q = DEV(y|u) + \sum_{k=1}^K \lambda_k \|D_k a_k\|^2 = 2 \sum_{i=1}^m y_i \ln \left(\frac{y_i}{\mu_i} \right) + \sum_{k=1}^K \lambda_k \|D_k a_k\|^2 \quad (4)$$

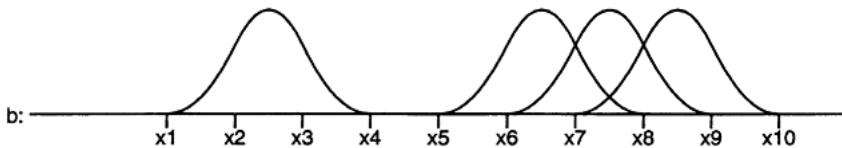


Figure 3: Illustration de B-Splines de degré 2

Pour appliquer le SSE aux données de mortalité, les 3 composantes sont définies telles que : la première représente la mortalité infantile, la deuxième la mortalité accidentelle et la dernière la mortalité sénesciente, de manière analogue au modèle Helielman Pollard. L'additivité permet une meilleure transition entre les composantes sans présumer de début ou fin de chaque composante. Des contraintes sont ensuite appliquées aux composantes. La composante mortalité infantile doit être monotone décroissante et prend la forme de 2 fonctions : une fonction unitaire et une fonction inverse ($\frac{1}{x}$). Cette composante est ajustée grâce à un modèle linéaire généralisé de Poisson. La composante accidentelle doit être log-concave et prend la forme de fonctions B-Splines. Le set de fonctions B-Splines est composé de 25 fonctions de degré 3 réparties de $x_{min} = 1$ à $x_{max} = 111$ avec 22 noeuds. L'optimisation des paramètres de lissage est fait de manière à minimiser le critère BIC. Les paramètres sont pondérés de sorte à ce que les âges entre 15 et 30 ans soient les plus importants. Une pénalité d'ordre 3 permet de rendre la composante log-concave. La composante mortalité sénesciente doit elle être croissante. Elle prend la forme de fonctions B-Splines paramétrées de la même manière que pour la composante accidentelle. Son ajustement est également fait par minimisation du critère BIC en pondérant les paramètres pour que les âges supérieurs à 50 ans soient prépondérant. Une fois les paramètres de lissage optimisés, l'ajustement du modèle se fait ensuite en minimisant la déviance pénalisée. L'équation du modèle est telle que :

$$\mu_i = e_i \left(\exp \left(\sum_{j=1}^2 B_{j1}(x_i) \alpha_{j1} \right) + \exp \left(\sum_{j=1}^{25} B_{j2}(x_i) \alpha_{j2} \right) + \exp \left(\sum_{j=1}^{25} B_{j3}(x_i) \alpha_{j3} \right) \right) \quad (5)$$

Cette approche de modélisation non-paramétrique permet d'obtenir des résultats plus flexibles sans rendre le calcul impossible. La possibilité de mixer des composantes paramétriques et non-paramétriques est particulièrement intéressante et l'approche par composante permet d'isoler des phénomènes en particulier pour les analyser par la suite.

Nous utiliserons donc ce modèle par la suite afin d'effectuer deux études de cas, une sur la France, pays mature, et l'autre sur le Maroc, pays émergent en termes de mortalité. Le but final étant d'analyser leurs comportements pour en faire des projections.

⁶Paul H. C. Eilers and Brian D. Marx, Flexible Smoothing with B-Splines and Penalties, 1996

3 Étude de cas pays mature - France

Nos études consistent en l'application du modèle SSE sur des données nationales afin d'analyser le comportement des composantes pour en déterminer l'application aux pays émergents. Cette première étude est faite sur la France qui possède des données complètes sur un historique suffisamment vaste pour observer des variations de tendance.

3.1 Données

Les données de population nationale proviennent de la base de données HMD⁷ et sont des données universelles et gratuites. Cette base répertorie des données de mortalité dans 42 pays du monde (Figure 4). Elle contient des taux de mortalité uniformes, des tables de mortalité et des espérances de vie pour toutes ces populations. Elle contient également les données brutes (naissances, décès) à partir desquelles sont calculées des autres données. Les données utilisées dans cette étude sont les expositions et décès des populations. Les décès sont regroupés par genre, âge et année de décès. Les taux de mortalité sont déduits de la formule $\frac{d_x}{e_x}$, décès sur expositions. En ce qui concerne la France, nous utilisons les données de 1960 à 2016 afin d'observer une période assez large pour pouvoir rapprocher le comportement de la France en termes de mortalité au comportement des pays émergents.

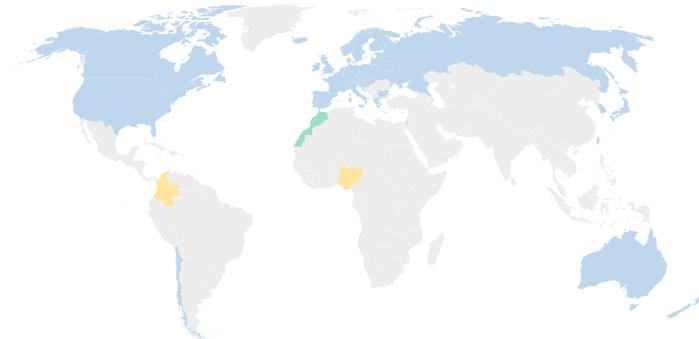


Figure 4: Pays dans la base de données HMD (en Bleu), pays émergents de notre périmètre (Jaune et vert)

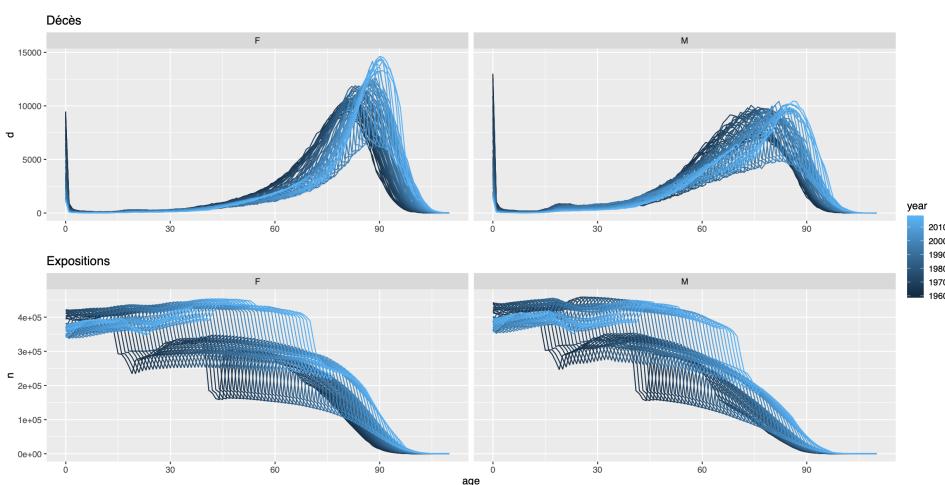


Figure 5: Données brutes de HMD France

⁷Human Mortality Database. University of California, Berkeley (USA), and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany). Available at www.mortality.org. Downloaded Jan-202

La figure 5 représente les données brutes d'expositions et de décès de la France entre 1960 et 2017 pour les hommes et les femmes. À première vue, nous pouvons déjà observer des phénomènes tels que le déplacement de l'âge modal vers des âges plus élevés et le resserrement du nombre de décès autour de cet âge modal. Nous utiliserons donc ces données dans le modèle SSE avec les expositions en tant que e_i , le nombre de décès y_i .

3.2 Fit des données sur la population Française

La figure 6 représente les taux de mortalité ajustés par le modèle SSE sur les données Françaises pour les Femmes en haut et les Hommes en bas.

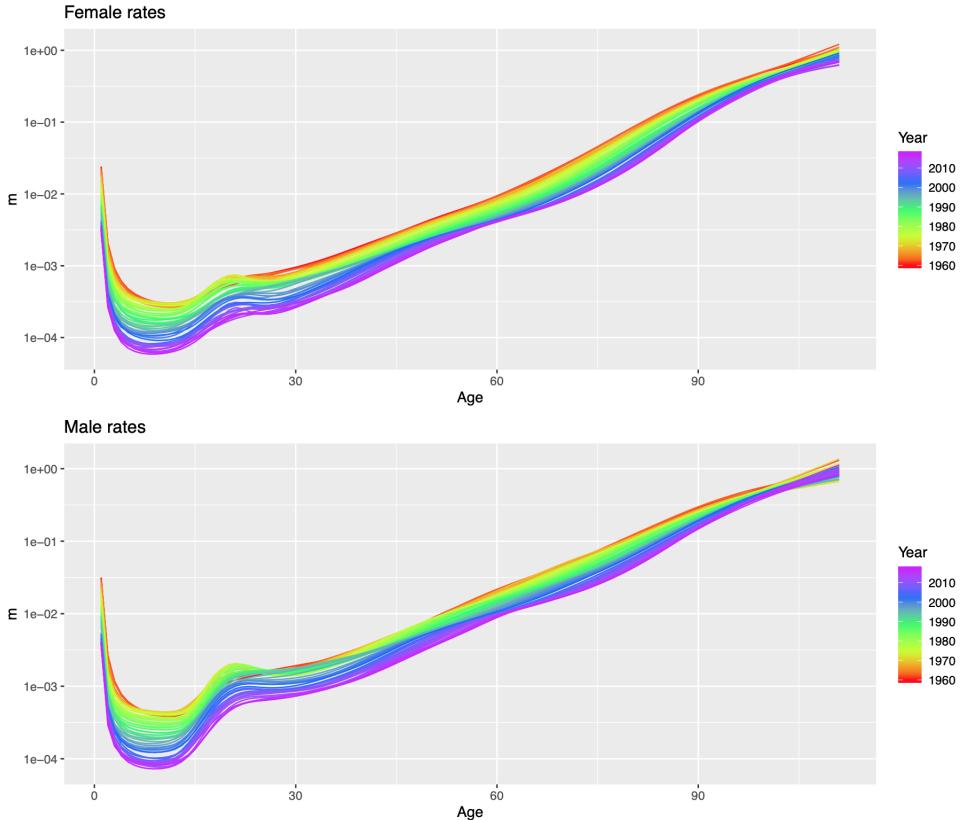


Figure 6: Taux de mortalité SSE pour la France, Femmes et Hommes

La modélisation non paramétrique rend les estimations très fidèles à la réalité. En effet, en s'appuyant sur les espérances de vie dans le tableau 2 et la figure 7, nous voyons que l'écart entre les espérances de vie du modèle SSE et celles des données HMD sont de l'ordre de 10^{-3} environ. La figure 7, graphique de droite, représente les écarts d'espérance de vie par année et par genre entre les données brutes et le modèle. On remarque aussi que plus les années avancent plus l'écart tend vers 0. Le modèle est donc bien adapté à la forme des courbes actuelles. En effet, la décomposition de la force de mortalité en 3 parties et avant tout l'inclusion de la bosse des accidents sont des observations plutôt récentes et sont donc plus marquées sur les dernières années.

3.2.1 Analyses préliminaires

De manière graphique, à première vue, nous remarquons que les courbes des taux de mortalité se déplacent vers le bas car la mortalité s'améliore d'année en année. Ces améliorations semblent plutôt régulières. Pour appuyer notre première analyse nous utilisons l'indicateur de l'espérance de vie. Le tableau 1 contient les espérances de vie Hommes et Femmes en France pour les données HMD et les données du modèle en 1960 et en 2017. L'amélioration d'espérance de vie est plutôt constante et linéaire comme nous pouvons le voir sur la figure 7 à gauche avec une tendance à la

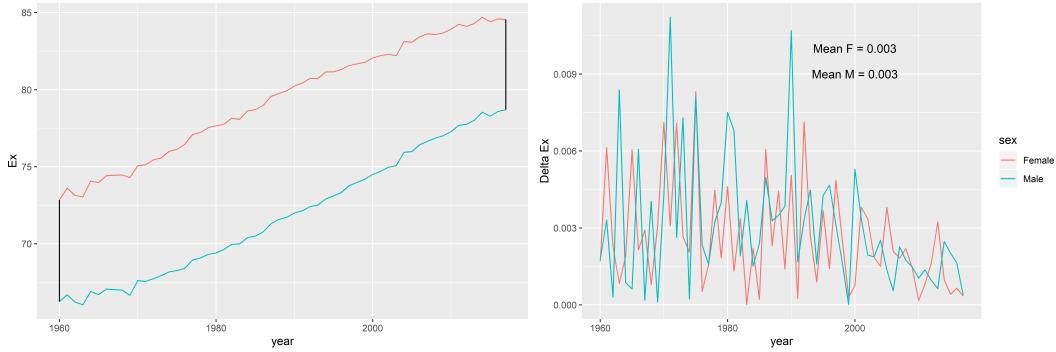


Figure 7: Espérances de vie du modèle SSE (à gauche) et Écarts d'espérance de vie entre les taux modélisés et les taux HMD (à droite)

réduction de l'écart Hommes / Femmes. Toutes les espérances de vie sont calculées à la naissance. La réduction du gap Hommes / Femmes est, d'après l'article de M. Thorslund ([17]), due à la fois aux changements de style de vie mais aussi aux avancées médicales. Les hommes "rattrapent" les femmes car ils ont bénéficié d'avancées plus proéminentes en termes de santé cardio-vasculaire par exemple. Les habitudes de vie des hommes et des femmes se sont aussi rapprochées dans les périodes les plus récentes. Par exemple les hommes ont réduit leur consommation de cigarettes tandis que les femmes l'ont augmentée (Lopez et al. 1994). Une espérance de vie en augmentation nous indique donc une amélioration, c-à-d une diminution des taux de mortalité. Nous voulons approfondir cette analyse en regardant par composante, lesquelles sont les moteurs des améliorations.

	Male HMD	Female HMD	Male SSE	Female SSE
1960	66.24	72.84	66.24	72.84
2017	78.70	84.55	78.70	84.55

Table 1: Espérances de vie sur les données HMD et sur le modèle SSE

En se penchant sur la figure 8, nous pouvons pousser l'analyse composante par composante. La première composante, la **mortalité infantile**, montre des améliorations stables d'années en années à la fois chez les femmes et chez les hommes. Le schéma d'amélioration chez les femmes est cependant plus linéaire que chez les hommes. On peut également voir une décélération des améliorations en termes de mortalité infantile.

La seconde composante, la **mortalité sénesciente**, est quasi-log-linéaire de manière générale. On remarque cependant que sa forme est de plus en plus log-linéaire au fil des années. Si l'on se concentre sur les âges autour de 60 ans, nous voyons un resserrement des courbes entre elles qui traduit une mortalité qui s'est peu améliorée à ces âges là. Nous pouvons y voir l'apparition du phénomène de la bosse des cancers ou des maladies cardio-vasculaires qui provoque une surmortalité par rapport à la log-linéarité.

La dernière composante, la **composante accidentelle**, de forme log-concave, montre des schémas d'améliorations moins ordinaires. La forme de la bosse change au cours des périodes. À l'aide de la figure 6, on remarque que cette composante s'est formée plus récemment, les courbes aux alentours de 1995-1980 (en vert) prennent le dessus sur les courbes plus anciennes autour de 1960 (en rouge). Cette sur-mortalité est un phénomène relativement récent. Elle est toujours centrée autour de l'âge de 20 ans mais diminue tout de même et adopte un profil plus étroit sur les années récentes. Un allongement de la bosse vers des âges plus élevés peut révéler une mortalité due à des maladies qui n'ont pas encore disparues.

Globalement, on voit que la mortalité s'est améliorée à tous les âges, mais il y a toujours des maladies et des causes externes qui provoquent des ruptures dans les tendances.

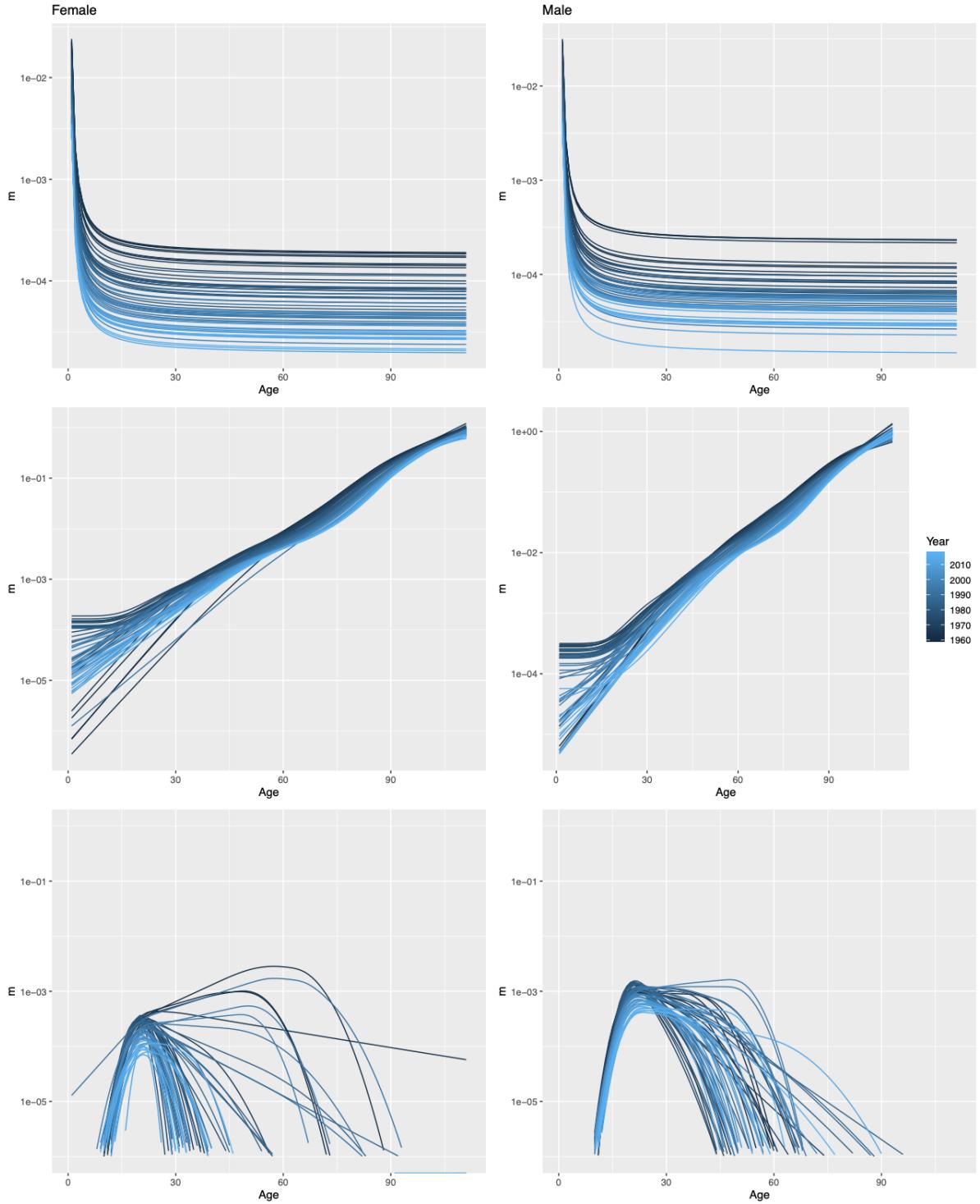


Figure 8: Composantes du modèle SSE pour la France entre 1960 et 2017, pour les Hommes (à droite) et les Femmes (à gauche). De haut en bas : composante mortalité infantile, mortalité sénescence et mortalité accidentelle.

3.2.2 Analyse des améliorations

Nous souhaitons à présent analyser plus finement les améliorations de chaque composante et essayer de capter l'importance de chacune d'elles dans les améliorations annuelles d'espérance de vie pour un pays mature tel que la France. Le but est d'analyser la provenance de ces améliorations d'espérance de vie. La figure 9 représente donc les améliorations d'espérance de vie pour les Hommes et les Femmes en France entre 1960 et 2020. La courbe bleue est la moyenne mobile sur 5 ans tandis que les points gris sont les données. Le tableau 2 nous indique les moyennes des améliorations annuelles en espérance de vie sur tout l'historique, en mois. Celle ci est entre 2 et 3 mois pour les hommes et les femmes. Ce résultat est en accord avec les conclusions du rapport de Vaupel, selon lequel la vie humaine s'allonge de 3 mois par an [19].

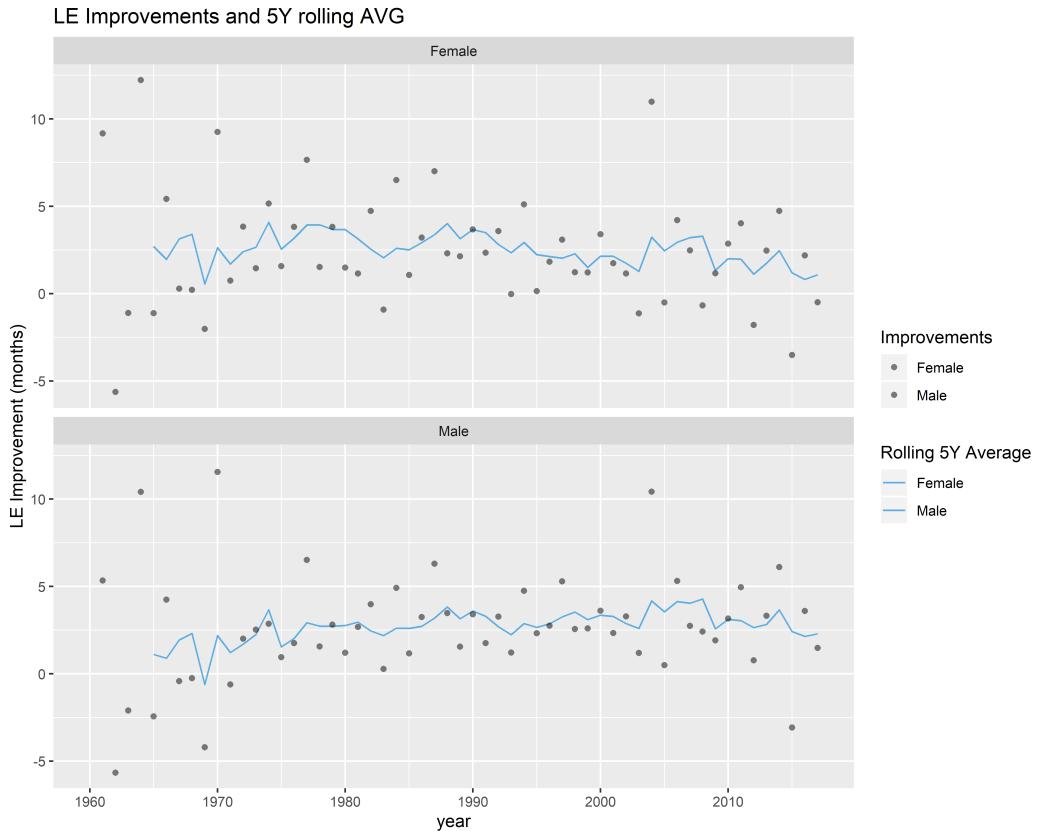


Figure 9: Améliorations de l'espérance de vie en France, Hommes et Femmes, 1960-2017, moyenne mobile sur 5 ans

	Males	Females
Mean LE Improvement	2.62	2.46

Table 2: Moyenne des améliorations sur tout l'historique (Long Terme)

La figure 10 montre les gains possibles d'espérance de vie par composante. C'est à dire que nous regardons combien de mois d'espérance de vie nous pourrions gagner en réduisant la composante à néant. La structure mathématique du modèle implique que nous ne pouvons pas réduire les composantes à 0 mais nous les multiplions par un coefficient assez petit de manière à ce qu'elles soient inférieures à 10^{-5} ce qui est insignifiant dans le calcul de l'espérance de vie. Ces données traduisent une capacité d'espérance de vie détenue dans les composantes et permet d'imaginer quelle composante permettra d'améliorer cette espérance de vie. L'analyse est faite sur les composantes infantile et accidentelle seulement car la mortalité sénescence ne peut être "retirée" d'une courbe de mortalité étant donné qu'elle représente le vieillissement biologique du corps. L'analyse du

graphique nous conduit à penser que les gains en espérance de vie dans les pays matures se font maintenant surtout grâce aux améliorations de la mortalité sénescente. En effet, l'espérance de vie en stock pour la mortalité infantile diminue fortement entre 1960 et 2017 jusqu'à atteindre le niveau de la composante accidentelle. L'espérance de vie en stock pour la mortalité accidentelle a diminué très légèrement entre 1960 et 2017. Pour les hommes le stock est rattrapé par celui de la mortalité infantile et représente en 2017 entre 5 et 10 mois de gain d'espérance de vie possible. Pour les femmes, en 2017, la mortalité infantile atteint approximativement le même niveau que pour les hommes mais la mortalité accidentelle est elle de plus en plus proche de 0. Cela traduit le fait que la bosse des accidents est beaucoup moins marquée chez les femmes et qu'elle ne pourra pas apporter de fortes améliorations en espérance de vie dans le futur. Globalement nous pouvons en déduire que la forte baisse du stock d'espérance de vie pour la mortalité infantile reflète l'amélioration de cette composante au fil des années et le fait qu'elle ne générera que peu d'amélioration dans le futur. Ces améliorations futures proviendront en grande partie de la composante sénescente, donc de possibles avancées en termes de santé par exemple sur les maladies cardio-vasculaires.

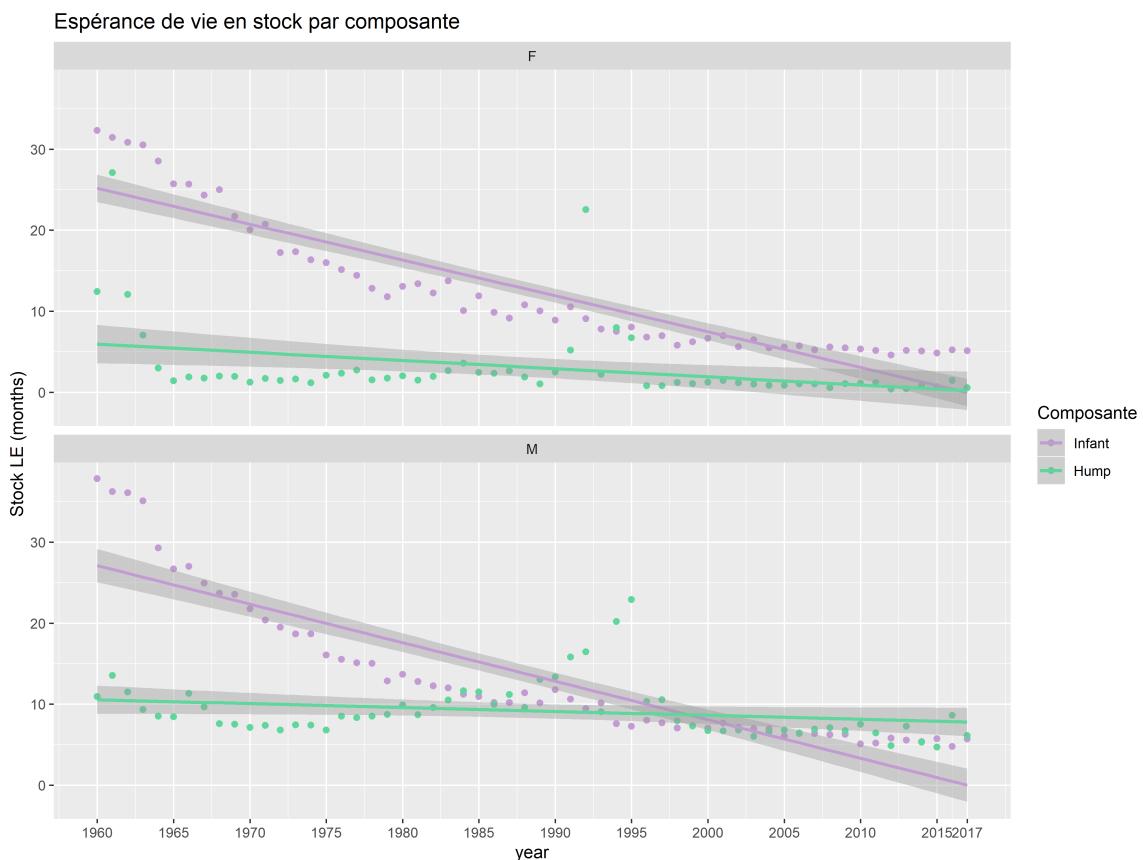


Figure 10: Gains d'espérance de vie possibles grâce aux composantes : Infantile et Accident.

La figure 11 représente les gains d'espérance de vie réalisés grâce à chaque composante (lignes continues) ainsi que les gains en espérance de vie totaux (lignes discontinues) sur 5 ans en moyenne entre 1991 et 2016 pour les Femmes et les Hommes. Cela reflète les contributions des composantes dans les améliorations d'espérances de vie, nous remarquons que les contributions peuvent être négatives mais l'amélioration totale est toujours positive.

De manière globale, la contribution de la partie infantile diminue avec le temps comme constaté plus haut, pour les hommes et pour les femmes. Entre 1975 et 1995 la composante accidentelle provoque des pertes d'espérance de vie ce qui est en accord avec les observations faites sur le graphique figure 6 où l'on peut voir la bosse accidentelle se former à partir de 1975 environ (courbes vertes) et provoquer une surmortalité par rapport aux périodes précédentes. Nous sommes toutefois

vigilant aux variations violentes, comme par exemple en 1996, qui pourrait probablement être un effet de modèle. Cela peut provenir d'un seuil à partir duquel la mortalité sénescence et accidentelle doivent se compenser. En regardant la figure 8, nous remarquons aussi des changements de forme de la mortalité accidentelle (1er graphique à partir du bas). Une analyse rapide des corrélations nous mène à penser que c'est en effet un phénomène dû au modèle au vu de l'anti-corrélation entre les composantes accidentelle et sénescence⁸. La composante infantile contribue de moins en moins aux améliorations en espérance de vie, en effet, la France est un pays déjà avancé sur ce domaine. La mortalité sénescence, elle, représente quasi la totalité des améliorations en espérance de vie, ce qui appuie les observations précédentes. Nous prenons tout de même ces conclusions avec prudence et allons ensuite les comparer avec l'étude de cas du Maroc afin de les confirmer ou non.

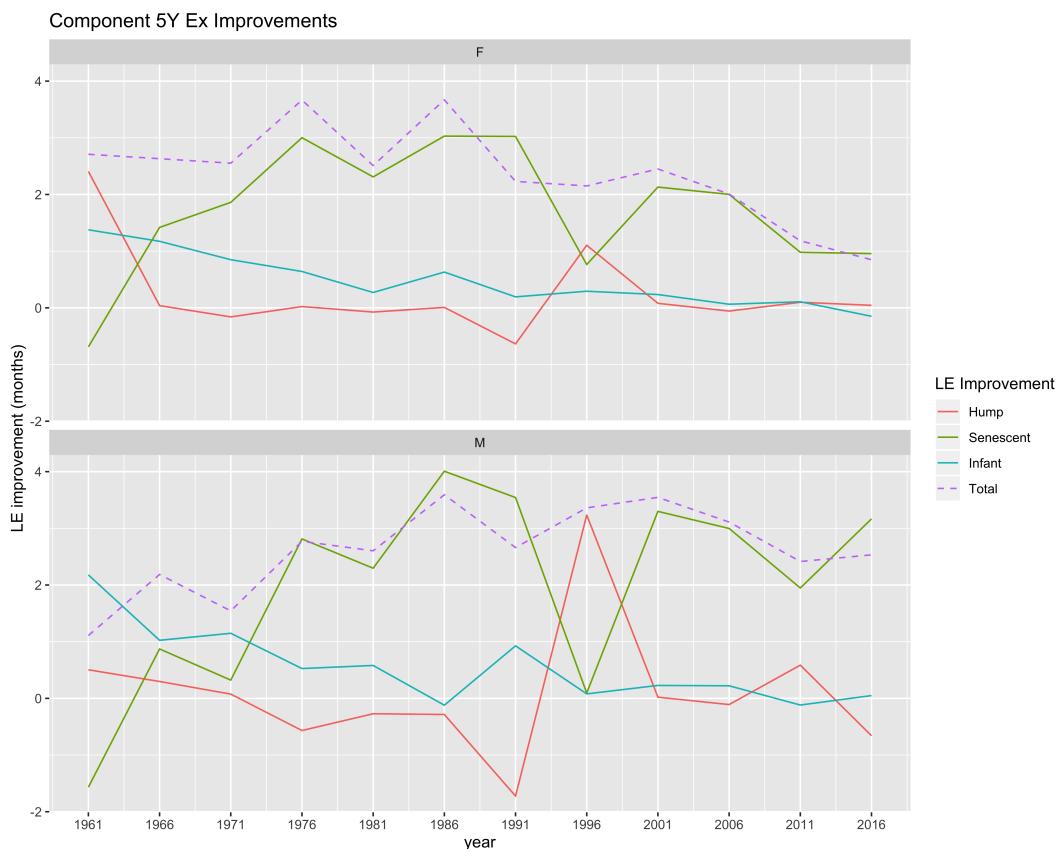


Figure 11: Gains en espérance de vie réalisés grâce à chaque composante et gain total en moyenne sur 5 ans

La France, en tant que pays mature, depuis 1960, montre des améliorations d'espérance de vie qui suivent une moyenne plutôt stable (voir figure 9) d'un peu moins de 3 mois par an pour les hommes et les femmes. L'ajustement du modèle révèle alors la répartition de ces améliorations dans les 3 composantes que nous avons déterminées. En termes de mortalité infantile, la France a fait des progrès conséquents entre 1960 et 2017 mais semble arriver au plafond des améliorations possibles. Le graphique 10 de l'espérance de vie en stock reflète bien ce phénomène. La courbe de la composante infantile est globalement décroissante mais sa convexité prouve que les améliorations de cette composante ont été plus rapide au début de la période observée qu'en 2017. La mortalité accidentelle s'est affirmée au milieu des années 70 puis suit une tendance à la baisse depuis. La France, dans le futur, verra certainement ses améliorations d'espérance de vie provoquées en grande partie par des avancées en termes de mortalité sénescence.

⁸Voir annexe 6.2, figure 23

4 Étude de cas pays émergent - Maroc

Le Maroc fait partie des pays considérés comme émergents en termes de mortalité. Des études épidémiologiques du ministère de la santé au Maroc ont montré que la mortalité évolue au rythme de trois tendances. La maîtrise de certaines maladies graves telles que le paludisme, la persistance de maladies considérées comme problèmes de santé publique telles que le VIH ou la tuberculose, et pour finir, l'accroissement des maladies chroniques telles que les maladies cardio-vasculaires. La proportion d'enfants qui décèdent avec 5 ans est passée de 14 pour 100 en 1980 à 3 pour mille en 2011, ce qui représente une amélioration significative. Cependant le ratio de mortalité infantile s'établit à 112 décès pour 100 000 naissance ce qui est supérieur au ratio de pays au développement équivalent⁹.

Les enjeux de ce pays sont donc importants en termes de mortalité et notre étude sera un premier pas vers l'analyse de la mortalité dans les pays émergents et leur modélisation. Il faut tout de même garder à l'esprit le fait que chaque pays est différent dans la dynamique de sa mortalité et l'analyse du Maroc servira de base pour le modèle. Avant de modéliser les comportements du Maroc, nous devons tout d'abord nous procurer des données fiables, ce qui constitue un des premiers enjeux du sujet.

4.1 Données

Les données de mortalité du Maroc ne sont pas disponibles sur la base HMD et étant donnée l'importance de la qualité des données pour obtenir de bonnes estimations, nous devons être prudents dans leur manipulation. Dans le cas du Maroc, nous pouvons obtenir des données open source grâce à la base du Global Health Observatory appartenant à l'Organisation Mondiale de la Santé¹⁰. Cette base de données contient toutes les statistiques de santé utilisées par l'OMS et contient dans notre intérêt des tables de mortalité pour 194 pays dans le monde dont le Maroc.

Nous utiliserons en particulier les taux de mortalité m_x , le nombre de décès y_x et les expositions e_x . Ces données sont disponibles par tranches d'âges de 5 ans, de 0 à 85 ans, et chaque année de 2000 à 2016. Le nombre de décès et l'exposition sont déduits de la fonction de survie l_x avec l'hypothèse que $l_0 = 100000$. Lorsque les données sont disponibles à partir de recensements civils, l'observatoire évalue leur qualité et ajuste au besoin leur niveau selon la complétude du recensement. Quand les données de recensement civil ne sont pas disponibles, les tables de mortalité de la division population de l'ONU sont utilisées.

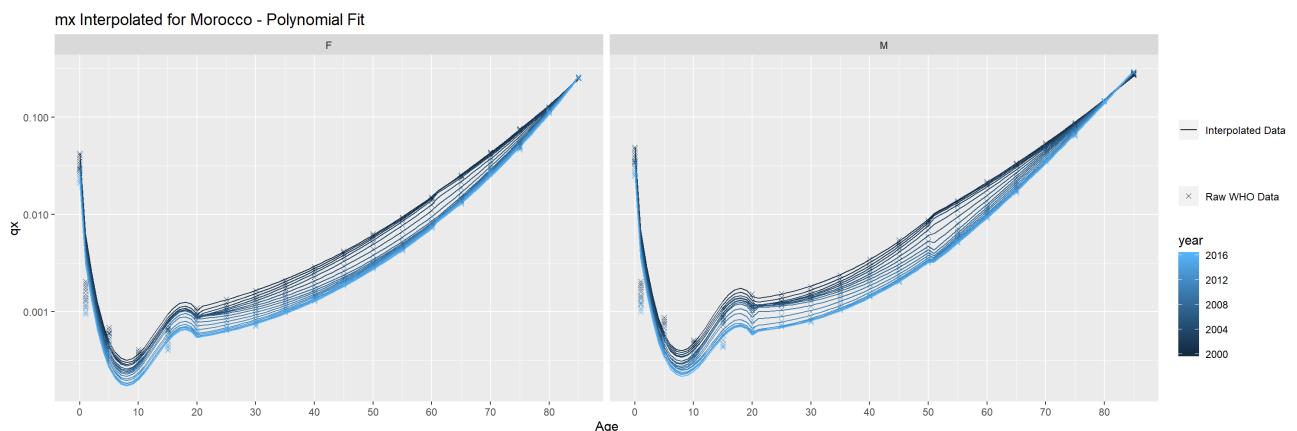


Figure 12: Taux de mortalité du Maroc interpolés

⁹Rapport stratégique de coopération OMS–Maroc, 2017-2021

¹⁰© Copyright World Health Organization (WHO), 2020. All Rights Reserved.

Le modèle SSE nécessite des données par âges et non par tranches d'âges c'est pourquoi nous avons utilisé des méthodes d'interpolation inspirées de l'article de 2011 de McNeil et Ueranantasun [12]. L'interpolation a été faite grâce à des splines cubiques pour les expositions et les décès, et des ajustements polynomiaux pour les taux de mortalité et les décès. Le détail de la méthode se trouve en annexe 6.1. La figure 12 représente les taux de mortalité du Maroc que nous utilisons comme données dans le modèle. Les croix sont les données brutes par groupes de 5 ans d'âges tirées de la base de l'OMS et les courbes interpolent les données brutes. Le point d'inflexion à l'âge de 20 ans et la surestimation de la mortalité infantile à 1 an sont des conséquences de l'interpolation et serons pris en compte avec prudence dans l'analyse. La figure 13 représente les données d'expositions et de décès interpolées avec les données brutes.

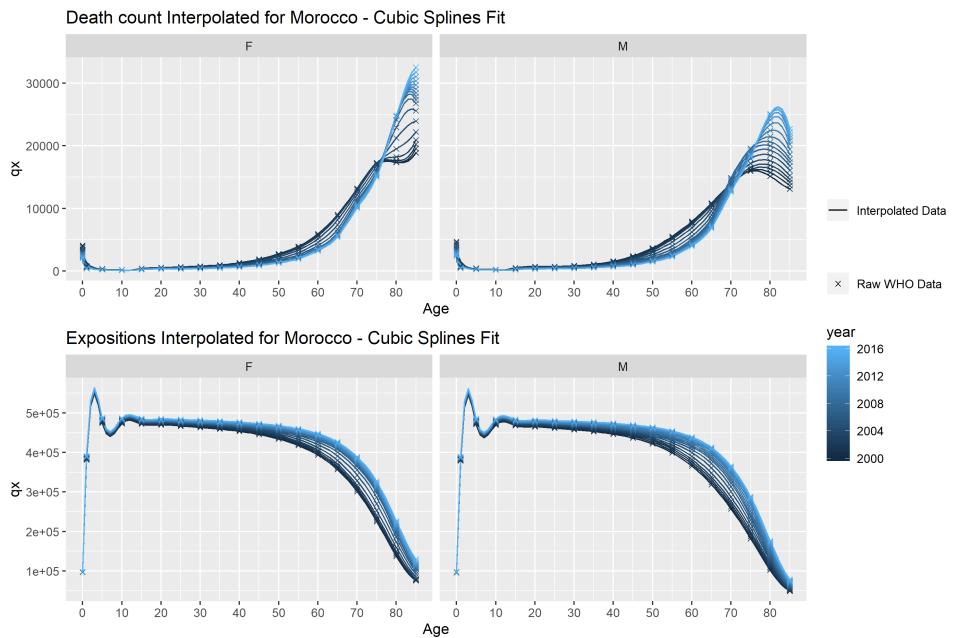


Figure 13: Données du Maroc interpolées

Ces données interpolées sont notre base pour utiliser le modèle SSE et analyser la mortalité au Maroc. Nous tenons bien évidemment compte de leur qualité et des retraitements effectués comme marge de prudence.

4.2 Fit des données sur la population Marocaine

La figure 14 représente les taux de mortalités ajustés par le modèle SSE sur les données Marocaines pour les femmes en haut et les hommes en bas entre 2000 et 2016. La fidélité du modèle par lissage aux données brutes rend notre ajustement très dépendant de la qualité des données mais aussi de l'interpolation que nous en avons fait. L'historique des données du Maroc est beaucoup plus restreint que celui de la France. Nous devrons donc adapter nos analyses en gardant à l'esprit que les comportements observés sont sur le court terme. Le changement de forme de la composante accidentelle pour certaines années sur la figure 16 nous fait penser, comme pour la France, qu'un effet de seuil est probablement présent dans le modèle. Nous tenterons de l'analyser plus en détail par la suite.

4.2.1 Analyses préliminaires

De manière générale la mortalité au Maroc diminue à une vitesse qui semble tout de même décroissante au vu de l'espacement des courbes rouges et des courbes violettes sur la figure 14. Il n'y a cependant quasi aucune amélioration à 85 ans et peu à la naissance. En se référant aux

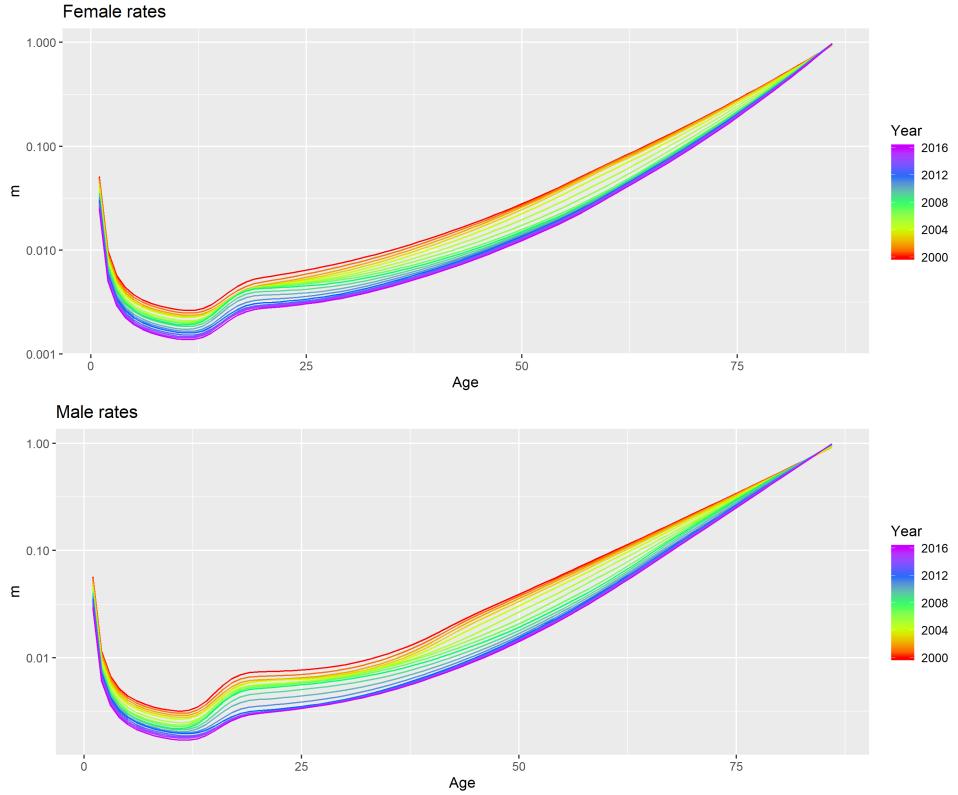


Figure 14: Taux de mortalité SSE pour le Maroc, Femmes et Hommes

analyses de l'OMS en début de section, la mortalité infantile est en effet très haute au Maroc et est encore loin des progrès qu'a fait la France dans les années 60 par exemple. Pour les âges supérieurs à 85 ans, nous faisons l'hypothèse que la mortalité ne changera pas au cours des périodes car, comme vu en début de section, la mortalité à ces âges ne s'améliore pas et se dégrade même parfois à cause de certaines maladies.

Le manque de données après 85 ans nous empêche de comparer le niveau de l'espérance de vie entre la France et le Maroc mais nous allons tout de même pouvoir analyser les variations relatives des composantes et leur rôle. Nous savons de plus que le niveau d'espérance de vie au Maroc est plus faible qu'en France étant donné le niveau élevé des taux de mortalité. Lorsque l'on compare les hommes et les femmes, la forme des courbes est assez similaire sauf au niveau de la bosse accidentelle qui est toujours plus marquée pour les hommes que pour les femmes. Une étude de Joshua Goldstein, directeur du Max Planck Institute for Demographic Research, a mis en lumière que cette bosse dans la mortalité humaine, surtout chez les hommes, coïncide avec le pic hormonal masculin durant la puberté et semble d'ailleurs se déplacer au cours du temps [11].

La figure 15 représente les espérances de vie Hommes et Femmes au Maroc. Les deux courbes montrent une forme quasi-concave et traduisent un ralentissement dans l'amélioration de l'espérance de vie comme vu à priori sur les courbes de mortalité figure 14. Comme pour la France, le gap hommes / femmes se réduit au fil du temps mais est déjà beaucoup plus faible que pour la France sur la même période.

En analysant à présent les composantes une à une sur la figure 19, nous observons tout d'abord sur la composante **mortalité infantile** des améliorations qui semblent constantes dans le temps et qui concernent surtout les âges à partir de 1 an. Les hommes et les femmes montrent des schémas plutôt similaires pour ces âges là.

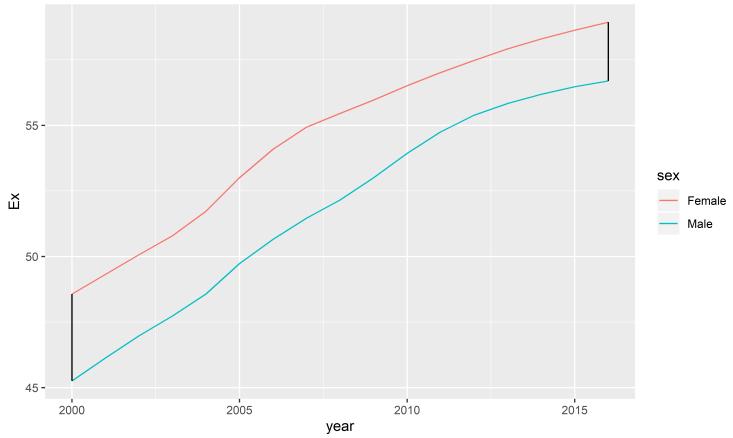


Figure 15: Espérances de vie du modèle SSE pour le Maroc

La composante **mortalité sénescence** possède un profil d'améliorations plus fort aux alentours de 38-40 ans pour les hommes. La courbe est ensuite resserrée aux âges plus jeunes et plus âgés. Du côté des femmes, la courbe montre des anomalies comme une dégradation de la mortalité, traduite par une hausse des taux entre les âges 0 et 50 environ. À ces âges là, les taux de mortalité sont plus élevés en 2016 qu'en 2000. Le schéma est ensuite inversé après 50 ans, où les courbes se montrent très fines et traduisent des améliorations quasi-inexistantes. Les analyses des indicateurs suivants vont permettre de nous éclairer sur cette anomalie et les raisons.

La composante **mortalité accidentelle** possède une forme très différente pour les hommes et pour les femmes. Pour les femmes, elle semble se resserrer et diminuer d'année en année. Elle possède tout de même une période anormale en 2009 où la courbe dévie à des âges plus élevés. Pour les hommes, sa forme est moins accentuée aux âges élevés mais elle semble moins s'améliorer voire même augmenter à ces âges élevés. Aux alentours de 20 ans, âge approximatif où se trouve la bosse dans les courbes ajustées, la composante diminue régulièrement à la fois pour les hommes et les femmes.

Le comportement des composantes accidentelle et sénescence nous laisse une fois de plus penser que la modélisation provoque des effets de seuil et rend l'analyse plus difficile. L'analyse des améliorations d'espérance de vie dans la section suivante va nous aider à comprendre la provenance de ces anomalies.

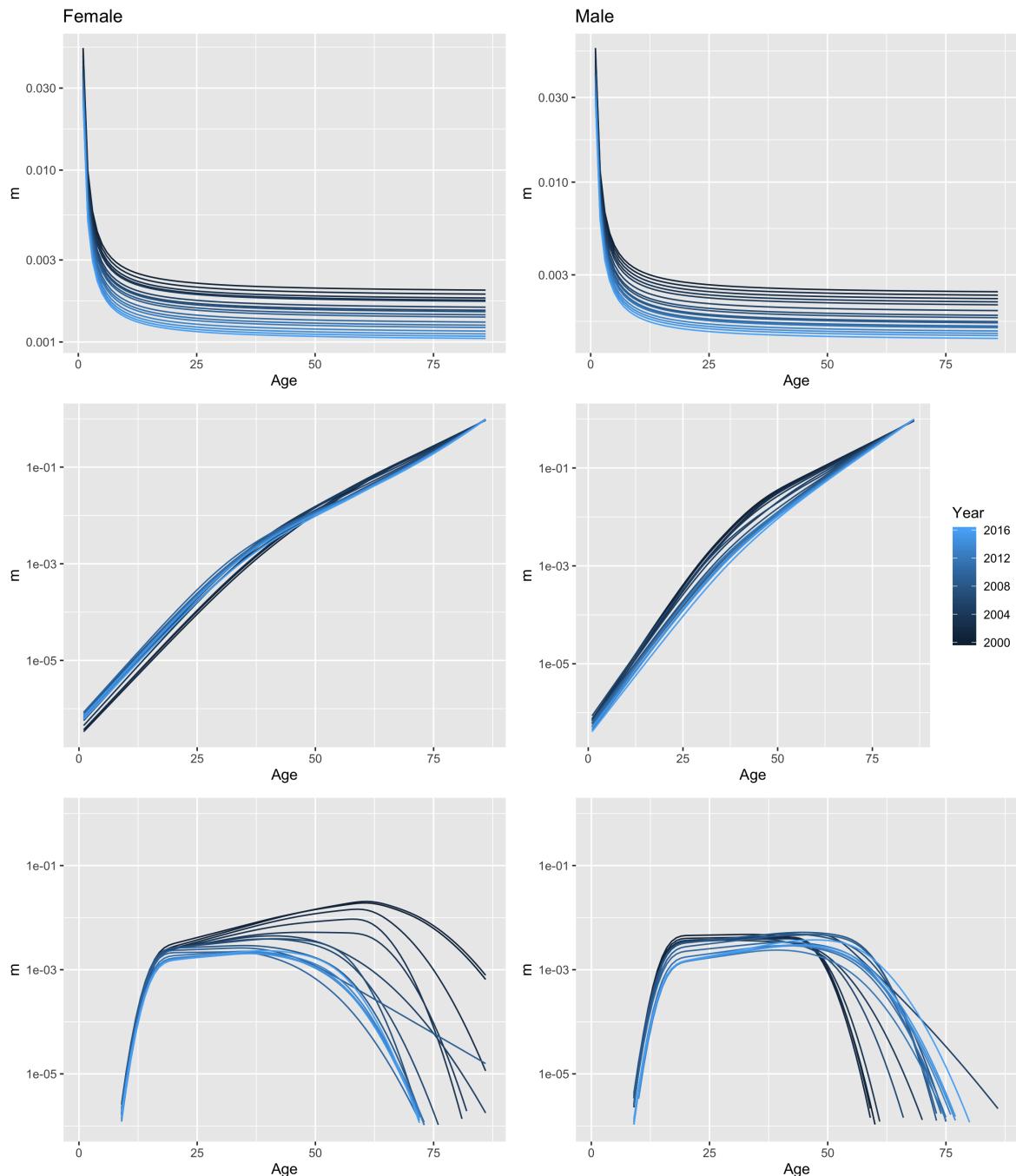


Figure 16: Composantes du modèle SSE pour le Maroc entre 2000 et 2016, pour les Hommes (à droite) et les Femmes (à gauche). De haut en bas : composante mortalité infantile, mortalité sénescente et mortalité accidentelle.

4.2.2 Analyse des améliorations

Nous regardons à présent de plus près les améliorations en espérance de vie au Maroc. Étant donnée la période plus restreinte, il n'est pas nécessaire de les moyenner sur 5 ans. La figure 17 représente les améliorations par années ainsi qu'une moyenne mobile. La tendance est globalement à la baisse appuyant la concavité de la courbe d'espérance de vie. Cela montre que le Maroc est peut-être à un stade de développement où des progrès conséquents ont été faits ces dernières années depuis 2010 et il deviennent donc de moins en moins marqués.

Le tableau 3 nous montre les améliorations annuelles moyennes sur toute la période entre 2000 et 2016. Elles sont de l'ordre de 8 mois et demi pour les hommes et 7 mois et demi pour les femmes ce qui est très supérieur aux 3 mois et 2 mois en France sur la même période. Cela nous conforte dans nos idées préliminaires. Le Maroc, en tant que pays émergent, se développe beaucoup plus vite sur le court terme que la France, pays mature. Cela est dû à la marge de développement que le Maroc doit encore réaliser pour atteindre le niveau des pays matures.



Figure 17: Améliorations de l'espérance de vie au Maroc, Hommes et Femmes, 2000-2016, moyenne mobile sur 5ans

Mean LE Improvement	Males	Females
Maroc	8.58	7.77
France	2.97	1.76

Table 3: Moyenne des améliorations de l'espérance de vie au Maroc et en France entre 2000 et 2016

L'analyse des contributions à l'espérance de vie par composante va nous permettre de savoir si ce développement dans les pays émergents est dû, comme nous l'avions imaginé, à des améliorations

de toutes les composantes en même temps. La figure 18 représente l'espérance de vie en stock par composante pour le Maroc. Pour les deux composantes la tendance est à la baisse. La composante mortalité accidentelle montre un stock d'espérance de vie en diminution beaucoup plus forte pour les femmes que pour les hommes tandis que la composante mortalité infantile est en légère décroissance quasi-linéaire et non convexe comme pour la France. Nous voyons donc que la mortalité infantile n'arrive toujours pas à un plafond d'amélioration comme nous avons pu le déduire en France. Les améliorations possibles en espérance de vie grâce à cette composante sont supérieures à 50 mois pour les hommes et les femmes ce qui est relativement élevé. Par opposition, en France, le niveau était inférieur à 10 mois pour les deux composantes pour les hommes et les femmes. Cela laisse penser que la composante sénescence ne provoque pas la majeure partie des améliorations au Maroc.

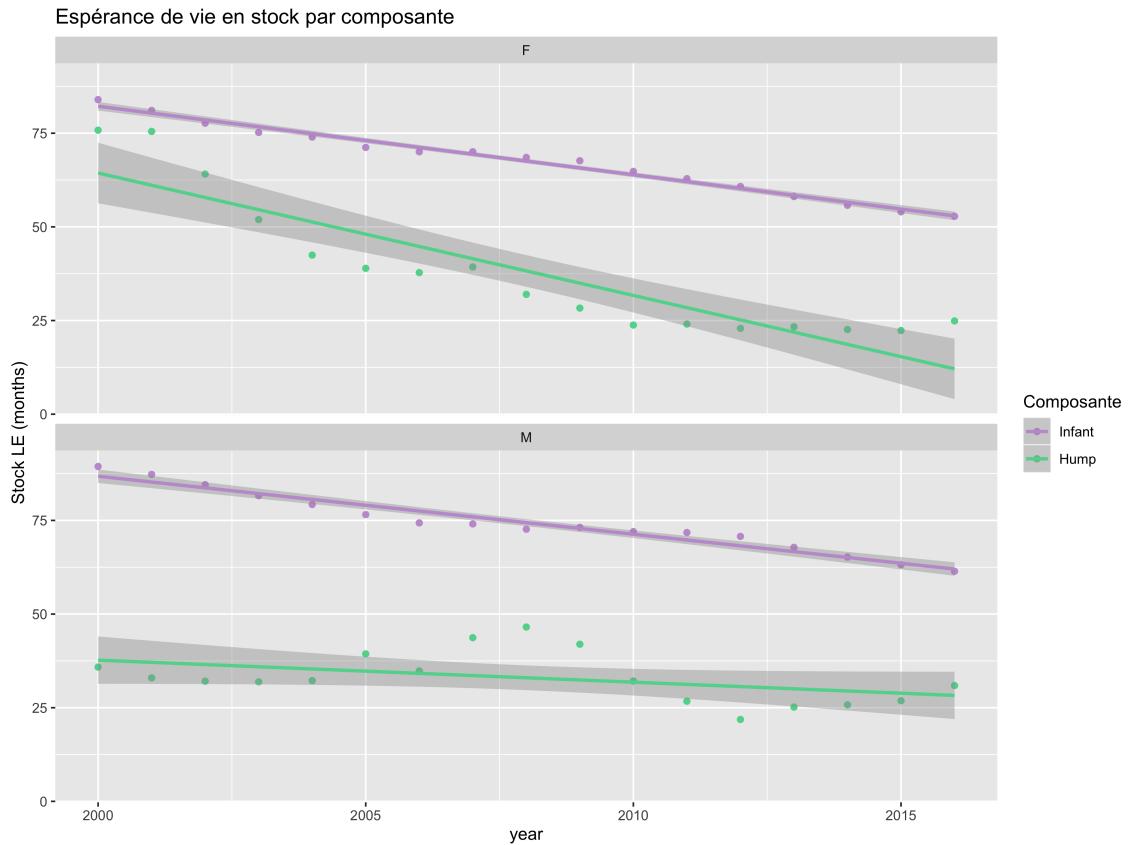


Figure 18: Gains d'espérance de vie possible grâce aux composantes : Infantile et Accident

La figure 19 représente les gains en espérance de vie réalisés par chaque composante (lignes continues) et les gains totaux (lignes discontinues) d'une année à l'autre entre 2010 et 2016. Nous allons donc analyser les contributions des composantes dans les améliorations d'espérance de vie.

Pour les femmes, la mortalité infantile contribue de manière assez constante aux améliorations d'espérance de vie d'année en année. Elle oscille autour de 2.5 mois par an et montre une tendance décroissante quasiment au même rythme que les améliorations totales. Pour les hommes, la mortalité infantile est quasi-constante et représente une part beaucoup plus élevée des améliorations totales en 2016 qu'en 2000. Une fois de plus en observant les composantes accidentelle et sénescence en même temps, nous ne remarquons leur comportement anti-corrélaté et la formation de pics anormaux qui semblent se compenser. L'étude des corrélations sur les améliorations du Maroc, en annexe 6.2, figure 24, montre une fois de plus l'anti-corrélation marquée entre ces deux composantes. Elle est de l'ordre de -0.7 pour les hommes et pour les femmes. Nous nous confortons dans l'idée qu'il existe un effet de seuil dû au modèle. Cela ne nous empêche tout de même pas d'analyser la composante infantile. En omettant les pics sur le graphique 19 nous pouvons déduire,

avec prudence, que les parts de chaque composante dans l'amélioration totale sont quasiment les mêmes. Cela rejoint notre analyse préliminaire sur le fait que les pays émergents s'améliorent dans tous les domaines.

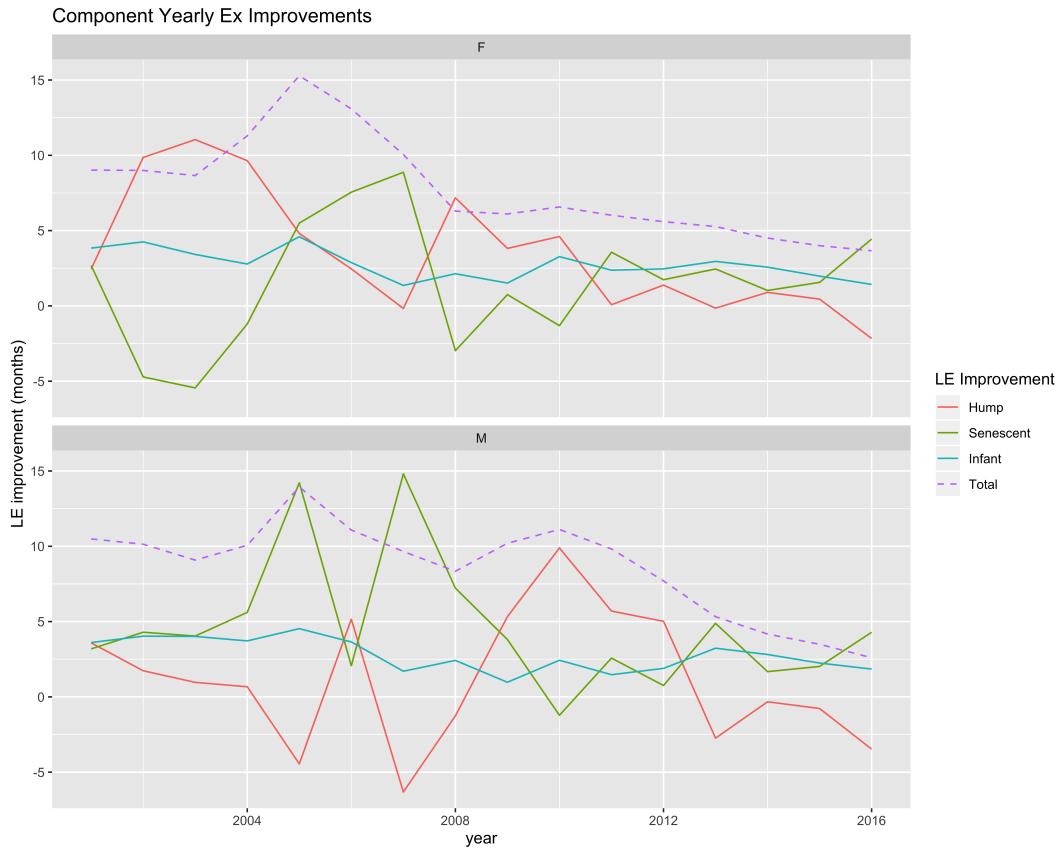


Figure 19: Gains en espérance de vie réalisés grâce à chaque composante et gain total par année

Malgré des incertitudes dans les analyses liées au choix de modélisation. Nous pouvons conclure sur le Maroc en tant que pays émergent. Les observations démographiques tirées d'analyses de l'OMS par exemple sont pour la plupart validées par le modèle. Le Maroc est un pays possédant encore une mortalité infantile très élevée qui représente une capacité majeure dans ses améliorations d'espérance de vie. Dans l'analyse par composante, aucune d'entre elles ne se démarque comme contribuant le plus aux améliorations totales. Les gains totaux sont d'ailleurs très élevés, de l'ordre de 8 mois environ, malgré le constat que ces gains sont en baisse.

Il s'agira par la suite de comparer la France et le Maroc en termes de développement pour connaître à quelle période de développement en France correspond la situation actuelle au Maroc. Il faudra pour cela approfondir les analyses du modèle et comprendre plus en détail ses mécanismes. Pour illustrer cela, l'annexe 6.3 contient deux graphiques montrant l'évolution des courbes de mortalité et des composantes entre 2000 et 2016/2017.

5 Conclusion

Les analyses faites dans ce rapport ont pour but de mettre en pratique le modèle SSE, qui à priori répond aux besoins de l'étude sur les pays émergents. Ces analyses graphiques et quantitatives des résultats du modèle couplées aux éléments qualitatifs provenant de diverses sources ont permis de nous assurer dans un premier temps que les résultats étaient cohérents. Nous avons ensuite pu analyser les différentes composantes de la mortalité et comprendre leur évolution à la fois en France et au Maroc. Les études faites nous ont permis de mieux comprendre le fonctionnement mathématique du modèle malgré des zones d'ombres liées à la modélisation et à l'effet de seuil relevé entre les composantes accidentelle et sénesciente. Cet effet fera l'objet d'études plus approfondies par la suite avec par exemple une étude de la robustesse du modèle.

Un des objectifs suivants sera de trouver un point de raccrochage entre la France et le Maroc en termes de développement. Nous voulons savoir si le Maroc se situe à un stade d'évolution proche de la France mais en retard ou s'il suit une dynamique de mortalité différente. Des études plus fines sur les améliorations, leur vitesse et d'autres indicateurs seront utiles.

Pour finir, le but ultime sera de faire des projections grâce à ce modèle en jouant sur les différentes composantes et en les faisant évoluer selon les schémas observés. Par exemple, en ayant une tendance des améliorations en espérance de vie dans la continuité des observations et en gardant la proportion de chaque composante dans les améliorations. Nous pourrons également le faire par comparaison entre pays émergent et pays mature.

6 Annexes

6.1 Interpolation des données Marocaines

L'interpolation des données marocaines groupées par tranches d'âges de 5 ans est faite selon 2 méthodes. La première est la méthode de l'ajustement polynomial. Elle consiste en un découpage de la courbe en plusieurs fonctions polynomiales de degrés voulu. La deuxième méthode est l'interpolation par splines cubiques. Cette méthode consiste également en un découpage des courbes en morceaux de polynômes. La différence réside dans le fait que l'ajustement par splines interpole une courbe en créant un polynôme entre chaque point de données. Le degré va indiquer la courbure de l'interpolation. La méthode d'ajustement polynomial va simplement optimiser le polynôme de degré choisi qui est le plus proche des points de données.

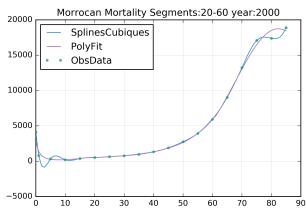


Figure 20: Décès

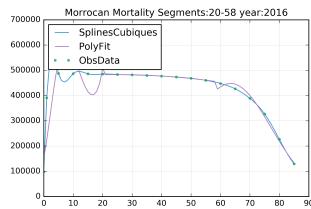


Figure 21: Expositions

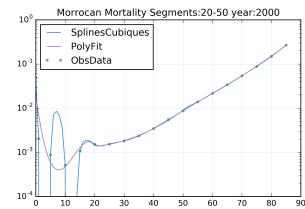


Figure 22: Taux de mortalité

Les graphiques ci-dessus montrent les trois variables que nous avons interpolées. Les trois figures sont des exemples d'ajustement faits sur les données des Hommes pour les années 2000 (Décès et Taux) et 2016 (Expositions). La courbe interpolée par splines cubiques est représentée en bleue sur le graphique, celle par polynômes en violet et les données brutes sont représentées par les points verts.

Les décès, figure 20, sont finalement interpolés par splines cubiques de 10 à 80 ans, et par un polynôme de 0 à 10 ans afin d'éviter que les valeurs soient négatives. Les expositions, figure 21, sont interpolées par splines cubiques pour tous les âges. Pour finir, les taux de mortalité, figure 22, sont interpolés par 3 morceaux polynomiaux. Le premier, de 0 à 20 ans est de degré 3. Le taux de mortalité infantile à l'âge 0 est cependant remplacé par le taux brut car l'OMS fournit un taux de mortalité néo-natale qui n'a donc pas besoin d'être interpolé mais nous sert à former la courbe d'interpolation. La deuxième partie de la courbe polynomiale dépend de la période et du genre et est de degré 2. La dernière partie de la courbe va jusqu'à 85 ans et est de degré 2 également. Le tableau 4 résume la segmentation par genre, âge et période. Les graphiques des données finales interpolées et des données brutes pour le Maroc sont dans la section 4.1.

	Âges	Périodes (Hommes)	Périodes (Femmes)
Segment 1 ($deg=3$)	10-20	2000-2016	2000-2016
	20-40	2000-2004	/
Segment 2 ($deg=2$)	20-50	2005	/
	20-58	2006-2016	2000-2016
Segment 3 ($deg=2$)	→85	2000-2016	2000-2016

Table 4: Tableau du découpage de la courbe des taux de mortalité

6.2 Étude des corrélations entre améliorations

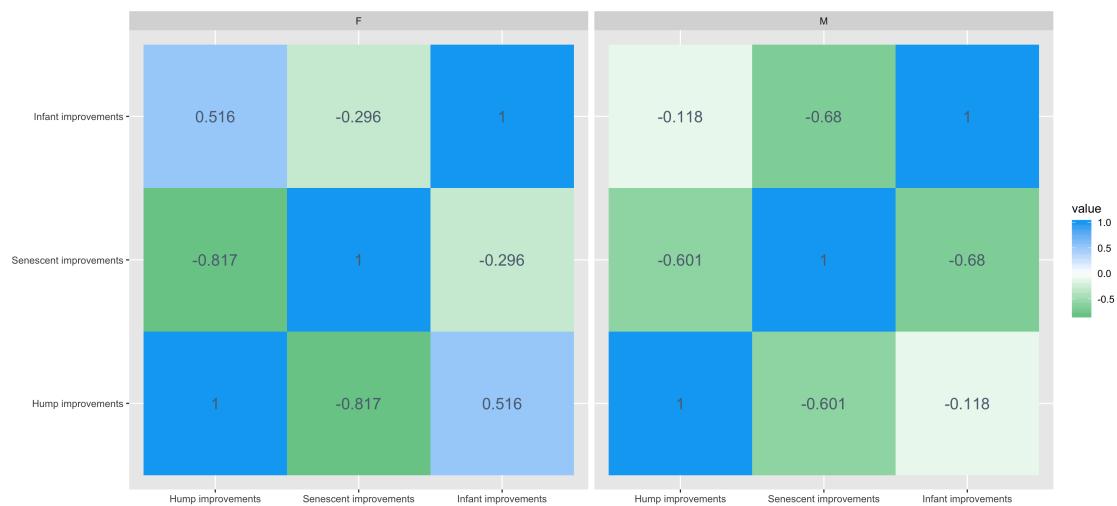


Figure 23: Corrélation entre améliorations - France

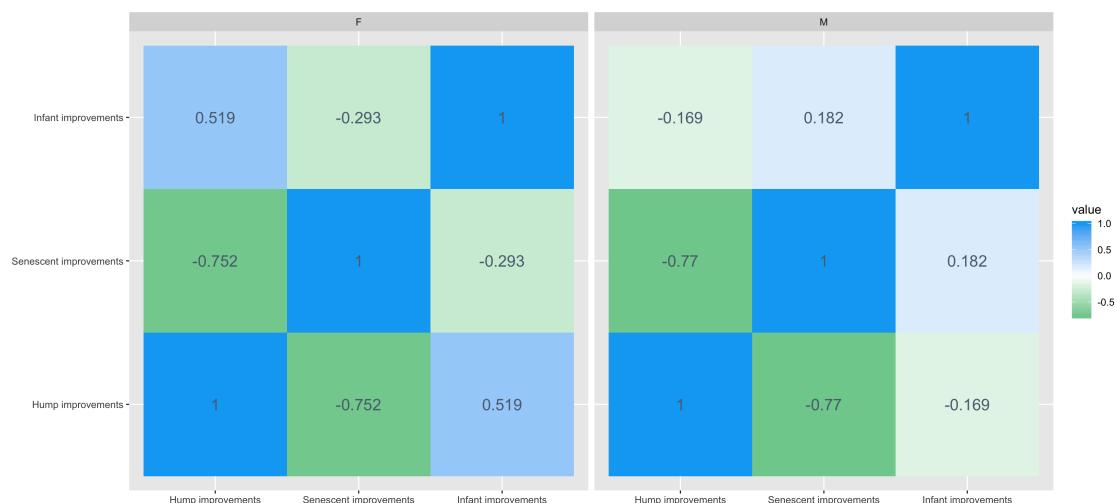


Figure 24: Corrélation entre améliorations - Maroc

6.3 Comparaison évolution France / Maroc

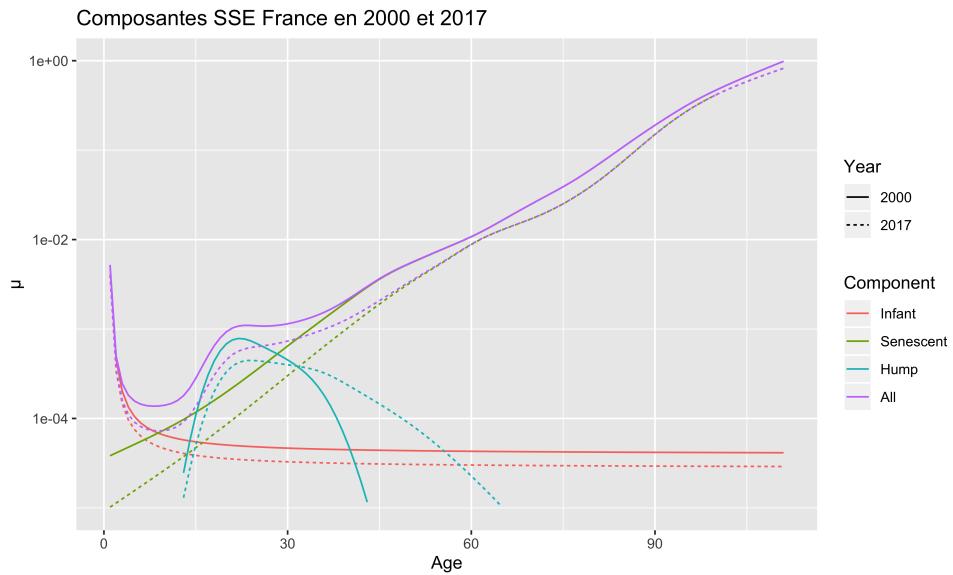


Figure 25: France

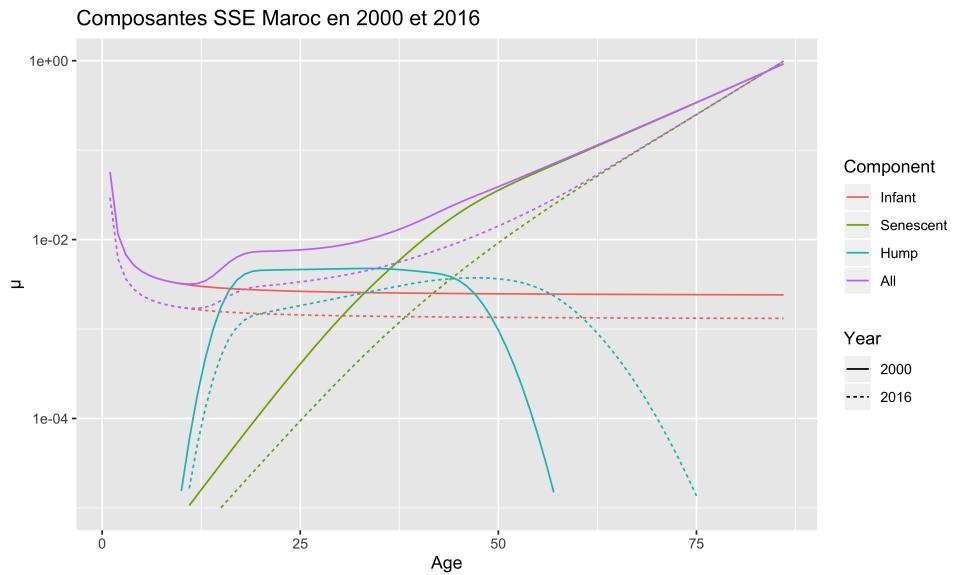


Figure 26: Maroc

References

- [1] Pauline Barrieu, Harry Bensusa, Nicole El Karoui, Caroline Hillairet, Stéphane Loisel, Claudia Ravanelli, and Yahia Salhi. Understanding, modeling and managing longevity risk: Key issues and main challenges. *HEL*, 2010.
- [2] Harry Bensusan. Risques de taux et de longévité : Modélisation dynamique et application aux produits dérivés et à l'assurance vie. *École Polytechnique*, 2010.
- [3] Heather Booth and Leonie Tickle. Mortality modelling and forecasting : A review of methods. *ADSRI*, 2008.
- [4] Carlo G. Camarda. Mortalitysmooth: An r package for smoothing poisson counts with p-splines. *Max Planck Institute for Demographic Research*, 2012.
- [5] Carlo G. Camarda, Paul HC. Eilers, and Jutta Gampa. Sums of smooth exponentials to decompose complex series of counts. *SAGE*, 2016.
- [6] Iain D. Currie, Maria Durban, and Paul HC. Eilers. Smoothing and forecasting mortality rates. *Statistical Modelling*, 2004.
- [7] Lavenant David, Lejeune Corentin, and Nedelec Pierre. Élaboration d'un mooc sur la construction d'une table de mortalité d'expérience. *Rapport de bureau d'étude EURIA*, 2017.
- [8] Paul HC. Eilers and Brian D. Marx. Flexible smoothing with b-splines and penalties. *Statist. Sci., Volume 11*, 1996.
- [9] Oscar E. Fernandez and Hiram Beltrán-Sánchez. The entropy of the life table: A reappraisal. *Theor Popul Biol*, 2015.
- [10] Séverine Gaille. Forecasting mortality: when academia meets practice. *European Actuarial Journal*, 2011.
- [11] Joshua R. Goldstein. A secular trend toward earlier male sexual maturity: Evidence from shifting ages of male young adult mortality. *PLoS ONE*, 2011.
- [12] Nittaya McNeil and Attachai Ueranantasun. Spline interpolation of demographic data revisited. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, 2011.
- [13] Pierre Pansu. Courbes b-splines. *Paris Saclay*, 2004.
- [14] Gilles Pison. Un défi pour demain : le vieillissement démographique rapide des pays du sud. *Idées Economiques et Sociales*, 2009.
- [15] Adrien Remund and Carlo G. Camarda. Analyzing the young adult mortality hump in r with morthump. *Max Planck Institute for Demographic Research*, 2018.
- [16] Trabelsi Saber. Risque de longévité : modélisation et couverture. *Mémoire d'actuariat*, 2011.
- [17] Mats Thorslund, Jonas W. Wastesson, Neda Agahi, Mårten Lagergren, and Marti G. Parker. The rise and fall of women's advantage: a comparison of national trends in life expectancy at age 65 years. *Original Investigation*, 2013.
- [18] James W Vaupel. La longévité vue sous l'angle de la démographie. *Population*, 2001.
- [19] James W Vaupel and Jim Oeppen. Demography. broken limits to life expectancy. *Science*, 2002.
- [20] J.R. Wilmoth, K. Andreev, D. Jdanov, and D.A. Glei. Brief summary of the methods protocol for the human mortality database. *HMD*, 2017.