



SSE Model



1

Model parameters

Model parameters

Sum of smooth exponentials

- But du modèle : modéliser des courbes de séries de dénombrement (ici les décès y_i) avec i l'indice pour l'âge
- Les décès y_i on une moyenne μ_i
- On décompose la moyenne en 3 composantes

$$\gamma_k, k = \{1,2,3\}$$

- μ_i est la somme des trois composantes pondérée par l'exposition

$$\mu_i = \sum_{k=1}^3 e_i \gamma_{ik}$$

- Chaque composante représente un intervalle d'âges et est modélisée par des B-splines

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right)$$

Element de la spline
(fonction de l'âge x_i)

Coefficient de la spline

Model parameters

Sum of smooth exponentials

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right)$$

- Choix des composantes :

k	1 γ_{i1}	2 γ_{i2}	3 γ_{i3}
Âges	1 – 50	1 – 110	1 – 80
Nombre de splines J_k	2	25	25
Période modélisée	Mortalité infantile	Mortalité senescente	Accident hump

Model parameters

Sum of smooth exponentials

- Equation du modèle :

$$\mu_i = \exp\left(\sum_{j=1}^2 B_{j1}(x_i)\alpha_{j1}\right) + \exp\left(\sum_{j=1}^{25} B_{j2}(x_i)\alpha_{j2}\right) + \exp\left(\sum_{j=1}^{25} B_{j3}(x_i)\alpha_{j3}\right)$$

- Estimation des α_{jk} qui sont les paramètres de lissage → Pas d'interprétation scientifique*
- Les splines sont contruites à partir des morceaux de polynômes joints à certaines valeurs de x , appelées les noeuds.
- Dans ce modèle : utilisation d'un grand nombre de noeuds et ajout de pénalités sur les coefficients pour lisser la courbe.
- Les pénalités sont estimées en régressant les points de données sur les B-splines.
Méthode : optimisation de la variance pénalisée

*Flexible smoothing with B-splines and penalties, Eilers & Marx, 1996



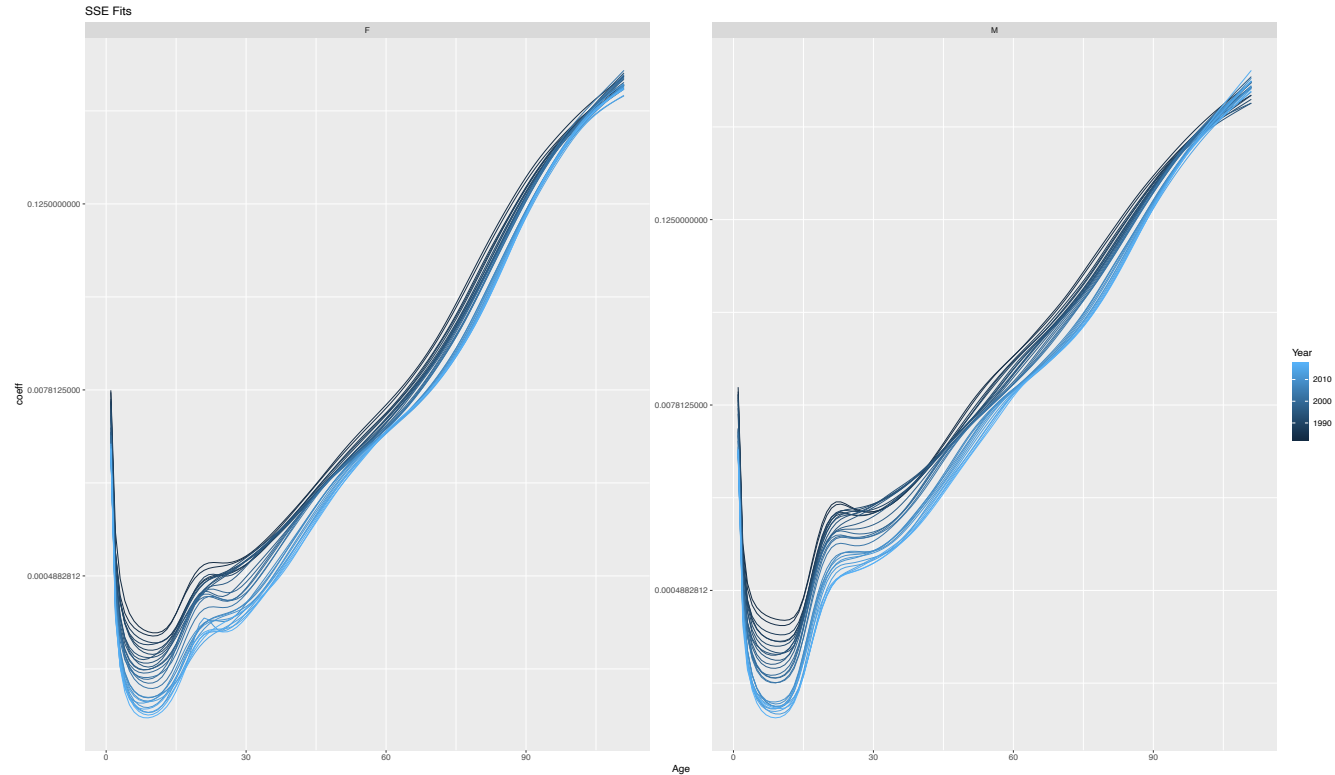
2

Test

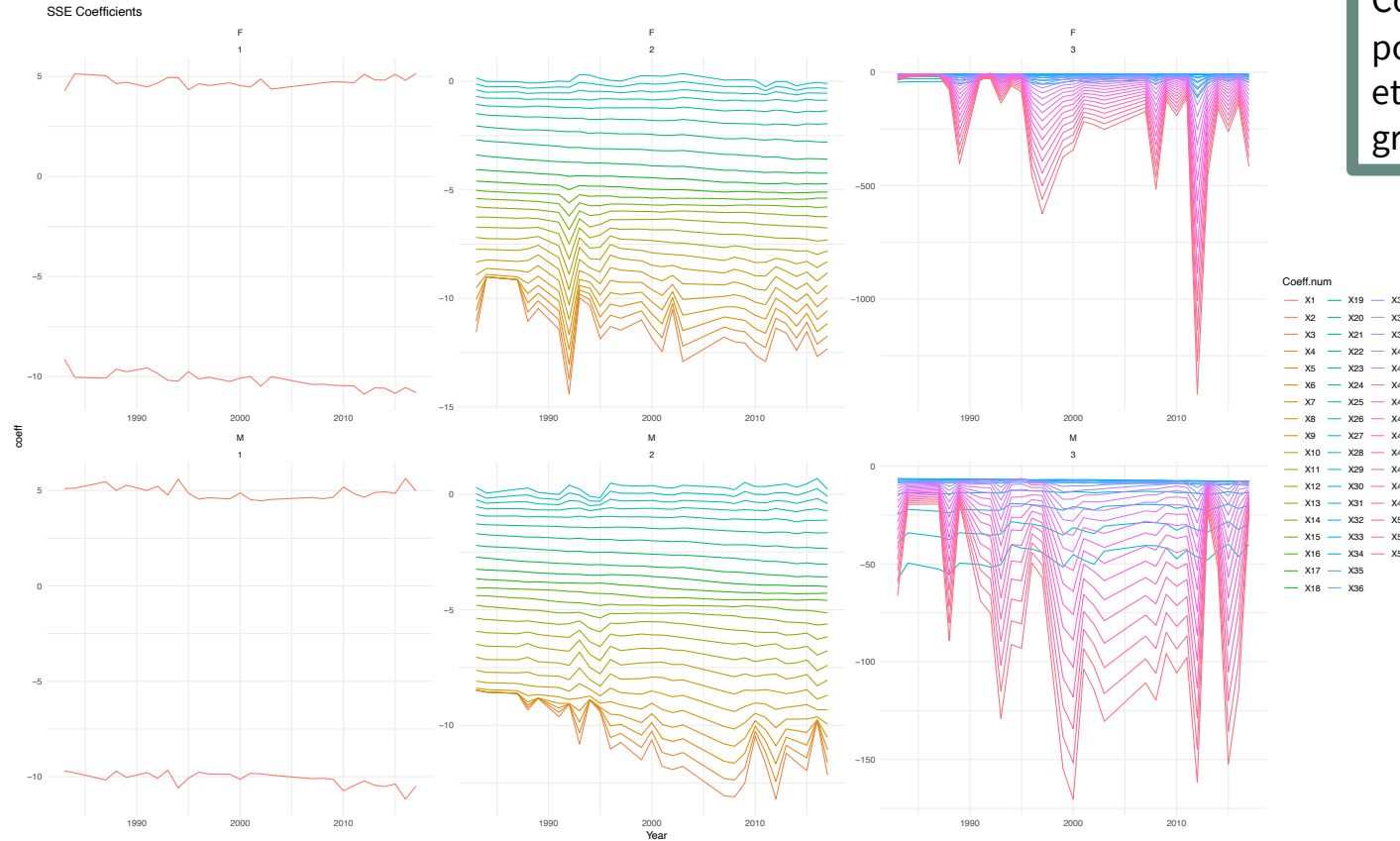
Test

Sum of smooth exponentials

- Données France HMD :
 - De 1900 à 2017
 - Hommes et Femmes
- 52 coefficients répartis dans les 3 composantes estimés pour chaque année
- Graphique à droite : taux de mortalités estimés pour les Femmes (gauche) et les Hommes (droite)

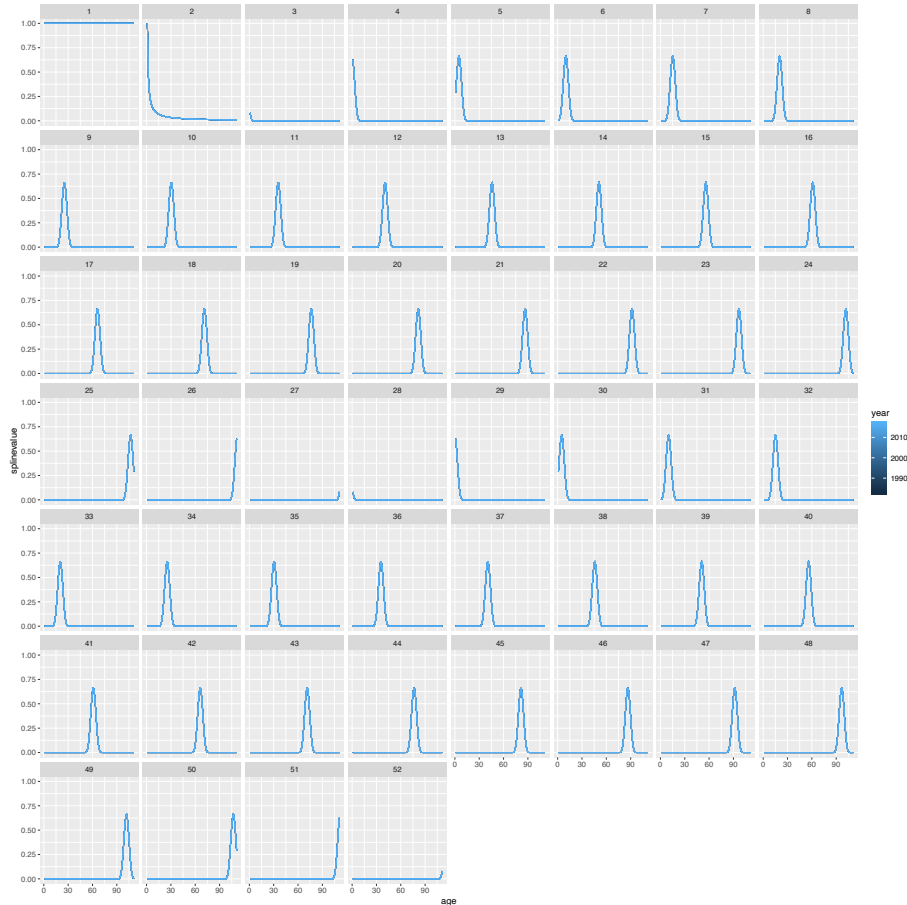


Test



Coefficients α_{jk} estimés
pour les Femmes (en haut)
et les Hommes (en bas),
groupés par composante

Test



Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i . Pas de variation en fonction de l'année.

Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i . Pas de variation en fonction de l'année.

	age	splinenb	1983	1984	1987	1988	1989	1991	1992	1997
774	15	46	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
775	15	47	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
776	15	48	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
777	15	49	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
778	15	50	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
779	15	51	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
780	15	52	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
781	16	1	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00
782	16	2	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02
783	16	3	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15
784	16	4	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15
785	16	5	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15
786	16	6	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02
787	16	7	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01
788	16	8	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01
789	16	9	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04
790	16	10	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
791	16	11	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
792	16	12	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
793	16	13	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
794	16	14	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
795	16	15	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
796	16	16	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
797	16	17	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
798	16	18	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00

