



SSE Model



1

Model parameters

Model parameters

Sum of smooth exponentials

- But du modèle : modéliser des courbes de séries de dénombrement (ici les décès y_i) avec i l'indice pour l'âge
- Les décès y_i on une moyenne μ_i
- On décompose la moyenne en 3 composantes

$$\gamma_k, k = \{1,2,3\}$$

- μ_i est la somme des trois composantes pondérée par l'exposition

$$\mu_i = \sum_{k=1}^3 e_i \gamma_{ik}$$

- Chaque composante représente un intervalle d'âges et est modélisée par des B-splines

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right)$$

Element de la spline
(fonction de l'âge x_i)

Coefficient de la spline

Model parameters

Sum of smooth exponentials

$$\gamma_{ik} = \exp \left(\sum_{j=1}^{J_k} B_{jk}(x_i) \alpha_{jk} \right)$$

- Choix des composantes :

k	1 γ_{i1}	2 γ_{i2}	3 γ_{i3}
Âges	1 – 50	1 – 110	1 – 80
Nombre de splines J_k	2	25	25
Période modélisée	Mortalité infantile	Mortalité senescente	Accident hump

Model parameters

Sum of smooth exponentials

- Equation du modèle :

$$\mu_i = \exp\left(\sum_{j=1}^2 B_{j1}(x_i)\alpha_{j1}\right) + \exp\left(\sum_{j=1}^{25} B_{j2}(x_i)\alpha_{j2}\right) + \exp\left(\sum_{j=1}^{25} B_{j3}(x_i)\alpha_{j3}\right)$$

- Estimation des α_{jk} qui sont les paramètres de lissage → Pas d'interprétation scientifique*
- Les splines sont contruites à partir des morceaux de polynômes joints à certaines valeurs de x , appelées les noeuds.
- Dans ce modèle : utilisation d'un grand nombre de noeuds et ajout de pénalités sur les coefficients pour lisser la courbe.
- Les pénalités sont estimées en régressant les points de données sur les B-splines.
Méthode : optimisation de la variance pénalisée

*Flexible smoothing with B-splines and penalties, Eilers & Marx, 1996



2

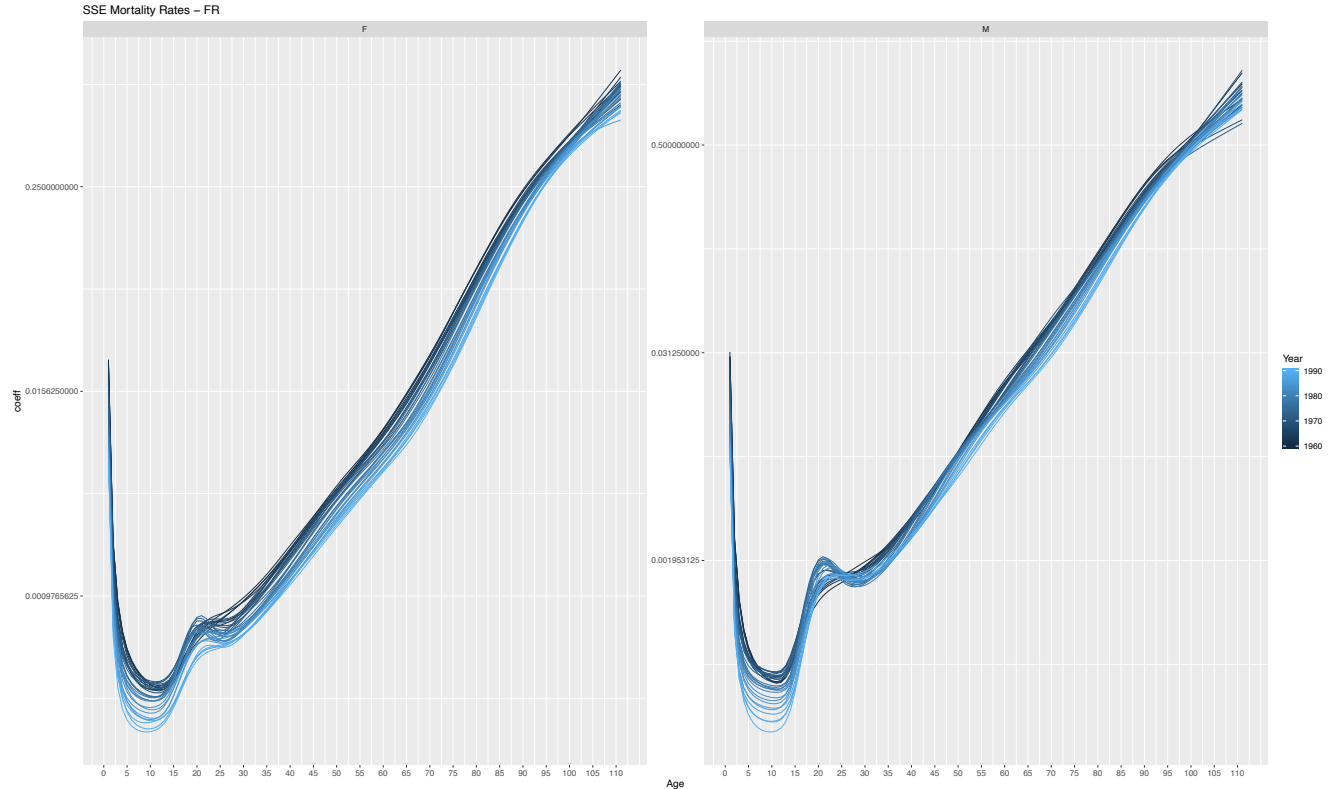
Test : France

Test : France

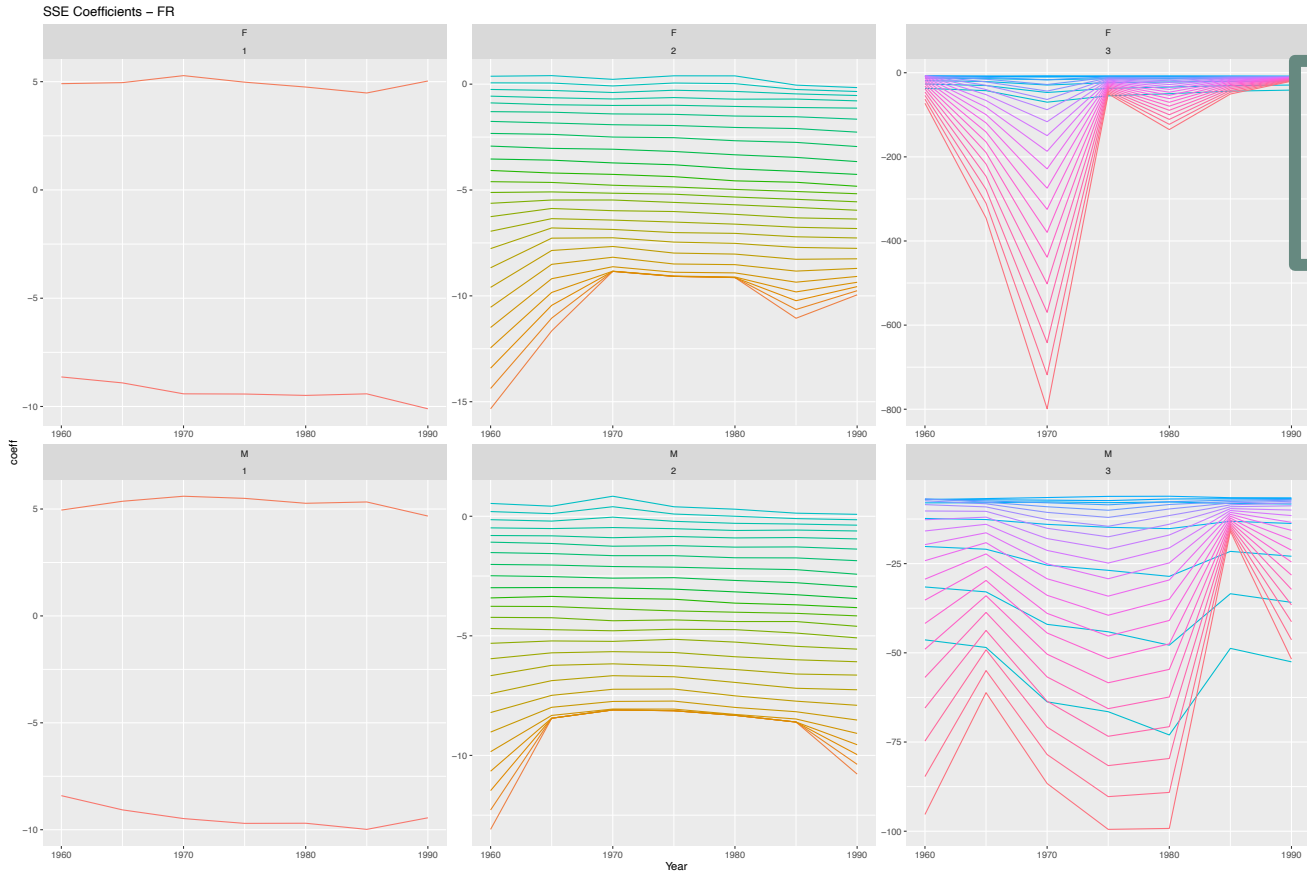
Sum of smooth exponentials



- Données France HMD :
 - De 1960 à 1990
 - Hommes et Femmes
- 52 coefficients répartis dans les 3 composantes estimés pour chaque année
- Graphique à droite : taux de mortalités estimés pour les Femmes (gauche) et les Hommes (droite)



Test : France



Coefficients α_{jk} estimés pour les Femmes (en haut) et les Hommes (en bas), groupés par composante

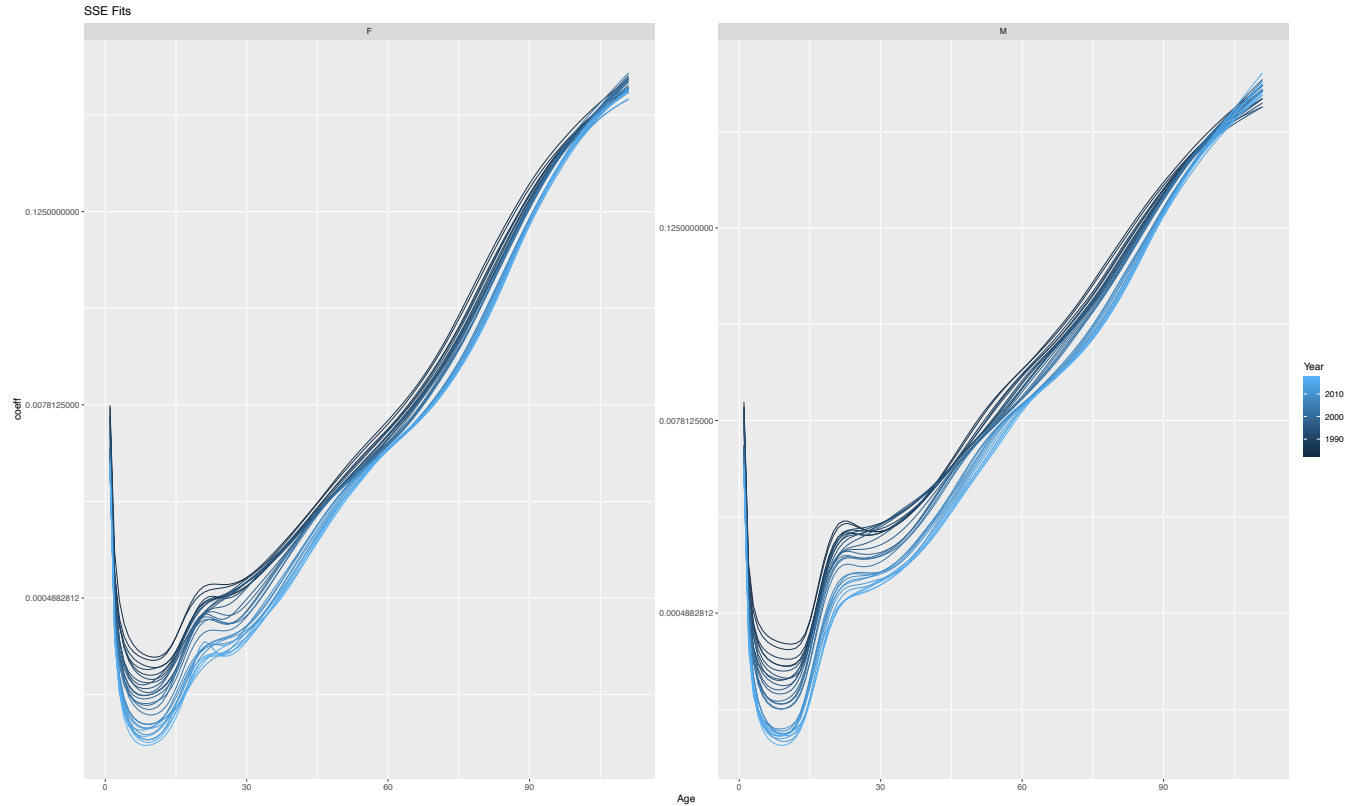


Test : France

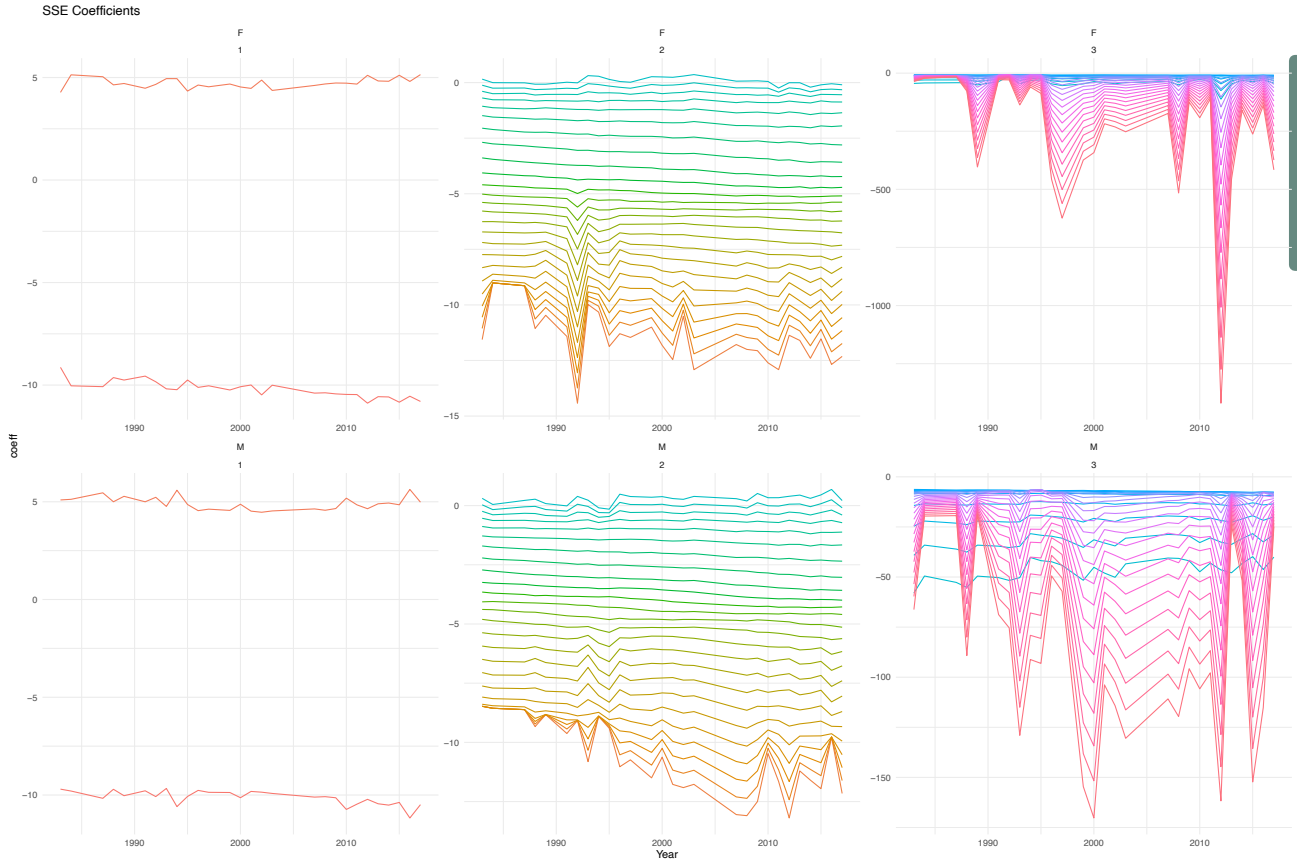
Sum of smooth exponentials



- Données France HMD :
 - De 1980 à 2017
 - Hommes et Femmes
- 52 coefficients répartis dans les 3 composantes estimés pour chaque année
- Graphique à droite : taux de mortalités estimés pour les Femmes (gauche) et les Hommes (droite)



Test : France

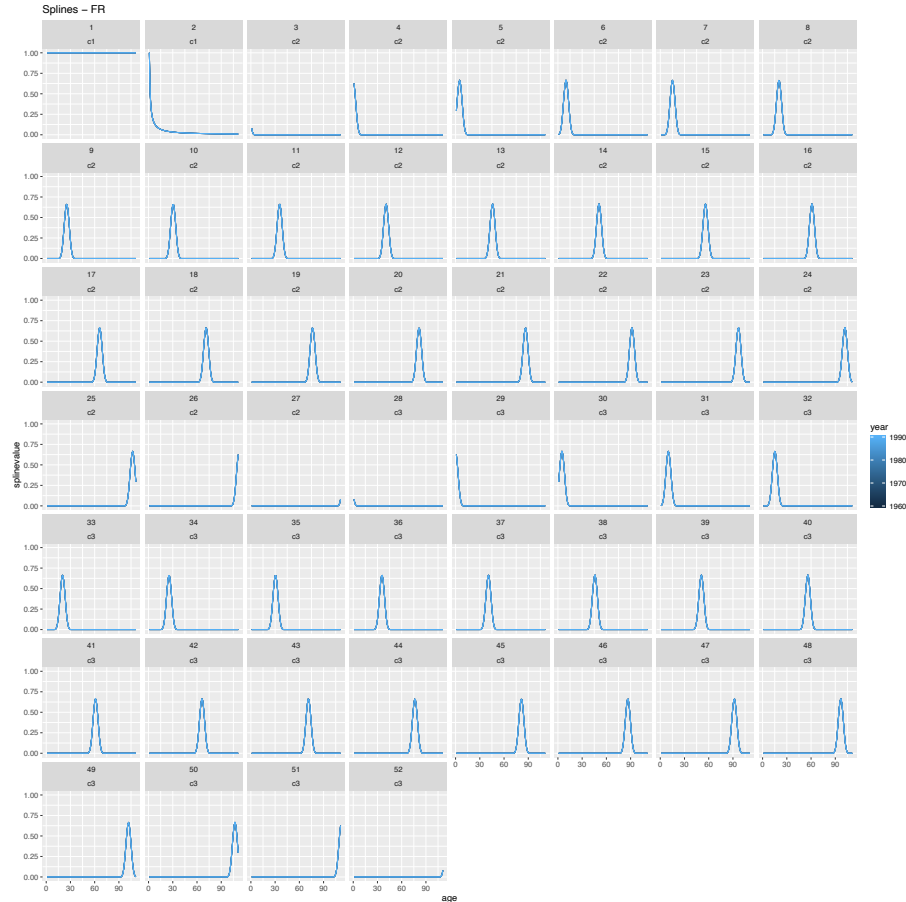


Coefficients α_{jk} estimés pour les Femmes (en haut) et les Hommes (en bas), groupés par composante

- Coeff.num
- X1 X19 X37
 - X2 X20 X38
 - X3 X21 X39
 - X4 X22 X40
 - X5 X23 X41
 - X6 X24 X42
 - X7 X25 X43
 - X8 X26 X44
 - X9 X27 X45
 - X10 X28 X46
 - X11 X29 X47
 - X12 X30 X48
 - X13 X31 X49
 - X14 X32 X50
 - X15 X33 X51
 - X16 X34 X52
 - X17 X35 X53
 - X18 X36 X54



Test : France



Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i . Pas de variation en fonction de l'année.

Test : France



Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i . Pas de variation en fonction de l'année.

	age	splinenb	1983	1984	1987	1988	1989	1991	1992	1997
774	15	46	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
775	15	47	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
776	15	48	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
777	15	49	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
778	15	50	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
779	15	51	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
780	15	52	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
781	16	1	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00
782	16	2	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02	6.250000e-02
783	16	3	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15	3.996803e-15
784	16	4	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15	2.886580e-15
785	16	5	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15	-5.259139e-15
786	16	6	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02	9.989496e-02
787	16	7	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01	6.439906e-01
788	16	8	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01	2.554711e-01
789	16	9	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04	6.432920e-04
790	16	10	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
791	16	11	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
792	16	12	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
793	16	13	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
794	16	14	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
795	16	15	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
796	16	16	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
797	16	17	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
798	16	18	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00





3

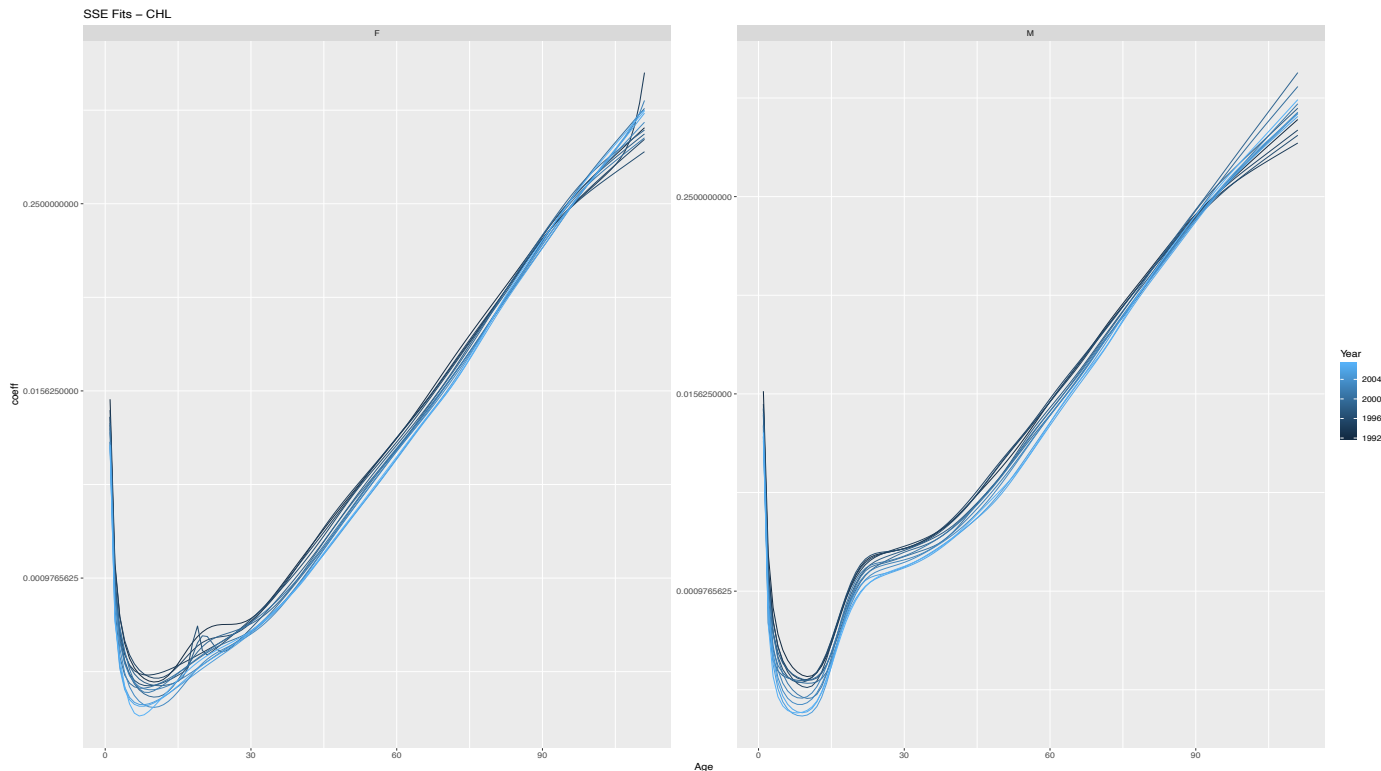
Test : Chili

Test : Chili

Sum of smooth exponentials



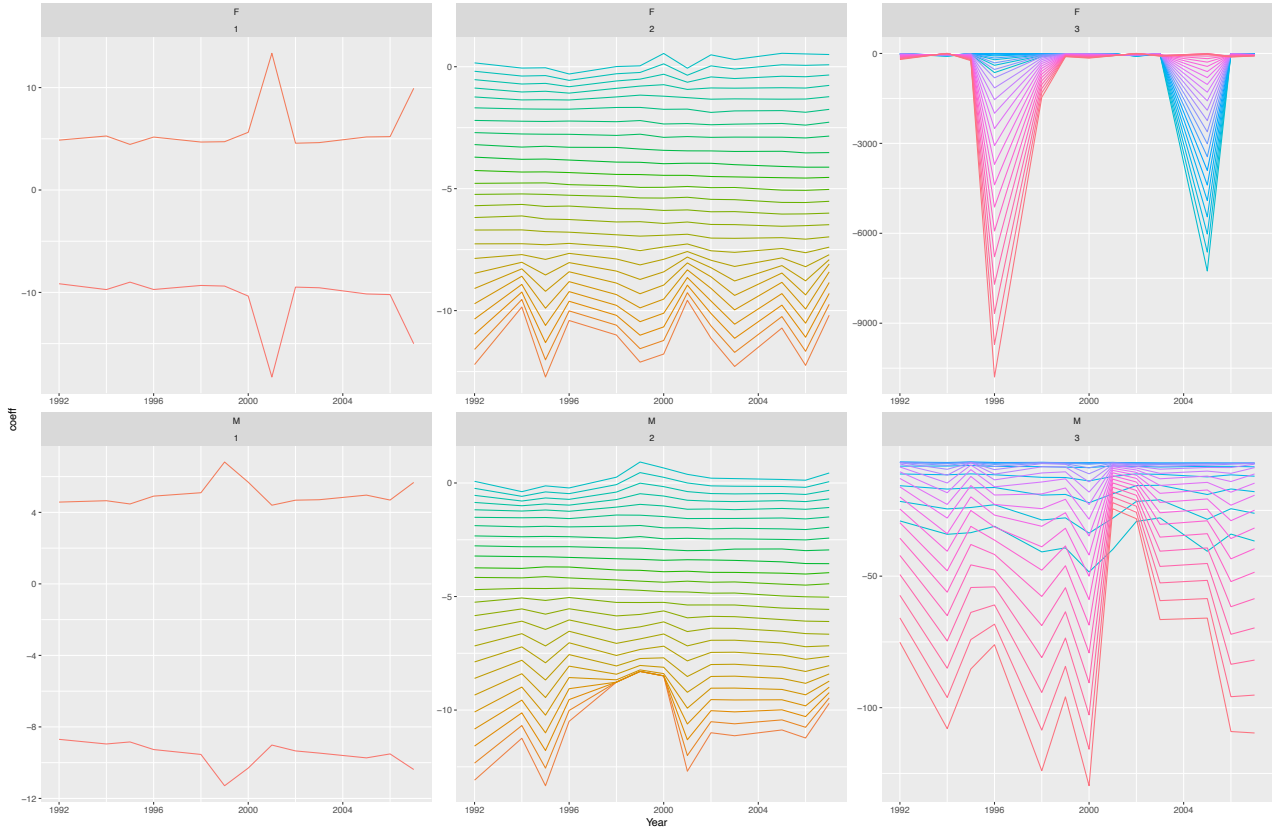
- Données Chili HMD :
 - De 1992 à 2007
 - Hommes et Femmes
 - 14 années complètes
- 52 coefficients répartis dans les 3 composantes estimés pour chaque année
- Graphique à droite : taux de mortalités estimés pour les Femmes (gauche) et les Hommes (droite)



Test : Chili



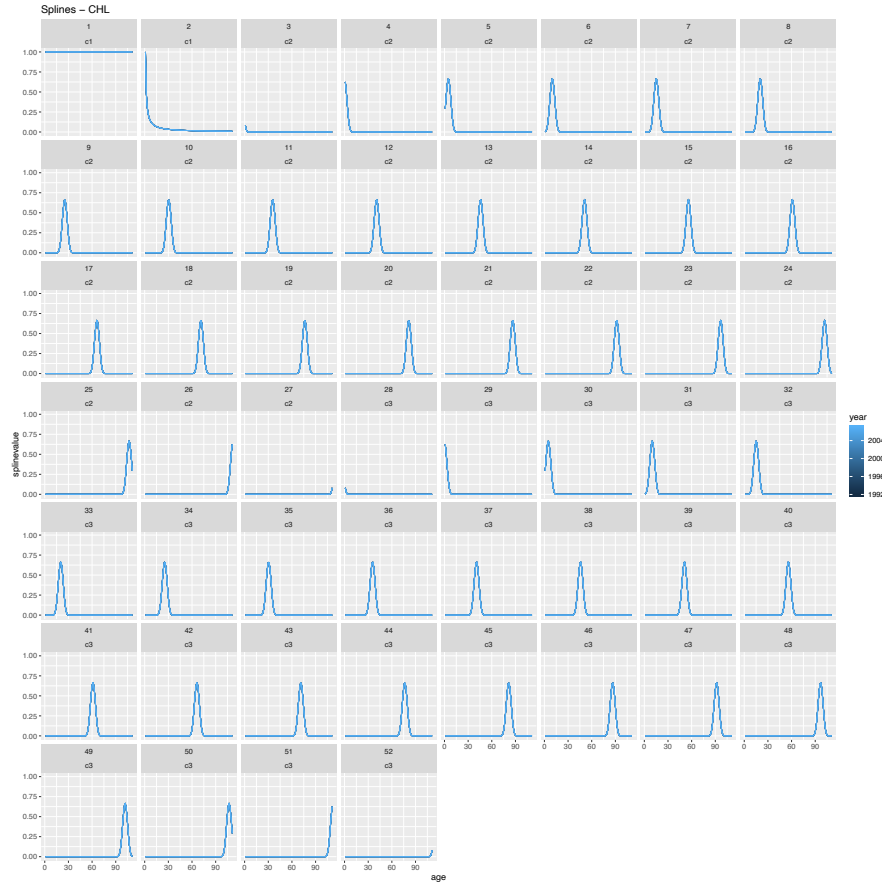
SSE Coefficients – CHL



Coefficients α_{jk} estimés pour les Femmes (en haut) et les Hommes (en bas), groupés par composante



Test : Chili



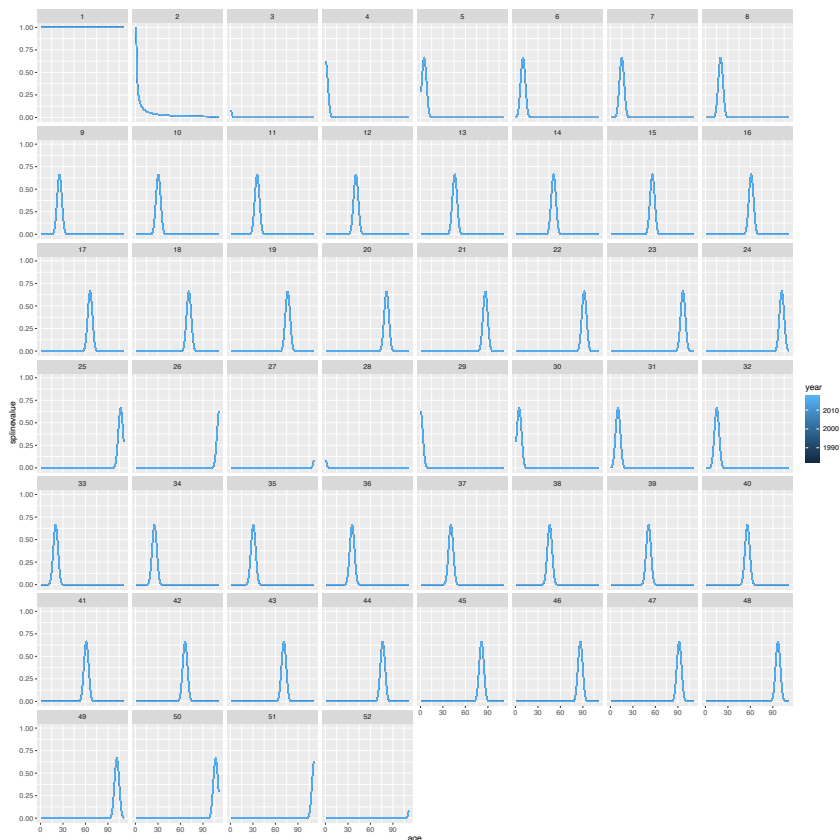
Graphique des composantes $\beta_{jk}(x_i)$ en fonction de l'âge x_i . Pas de variation en fonction de l'année.

Remarque : Les Splines ne varient pas selon le genre ni l'année, ni le pays (voir slide suivante) → Avantage pour interpréter les coefficients alpha.

Test : Chili

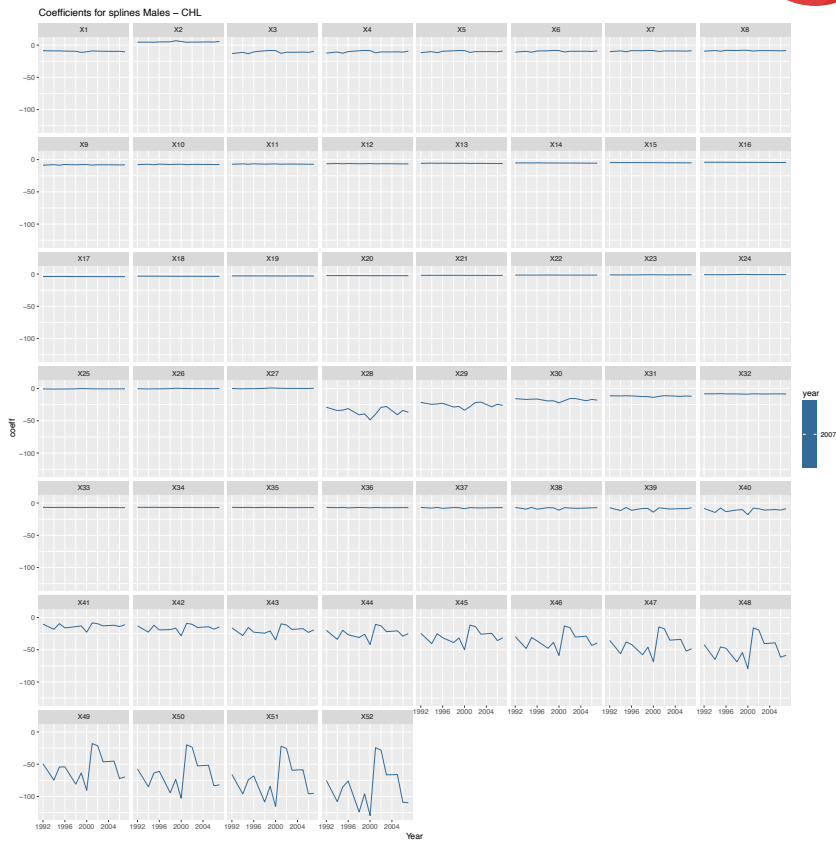
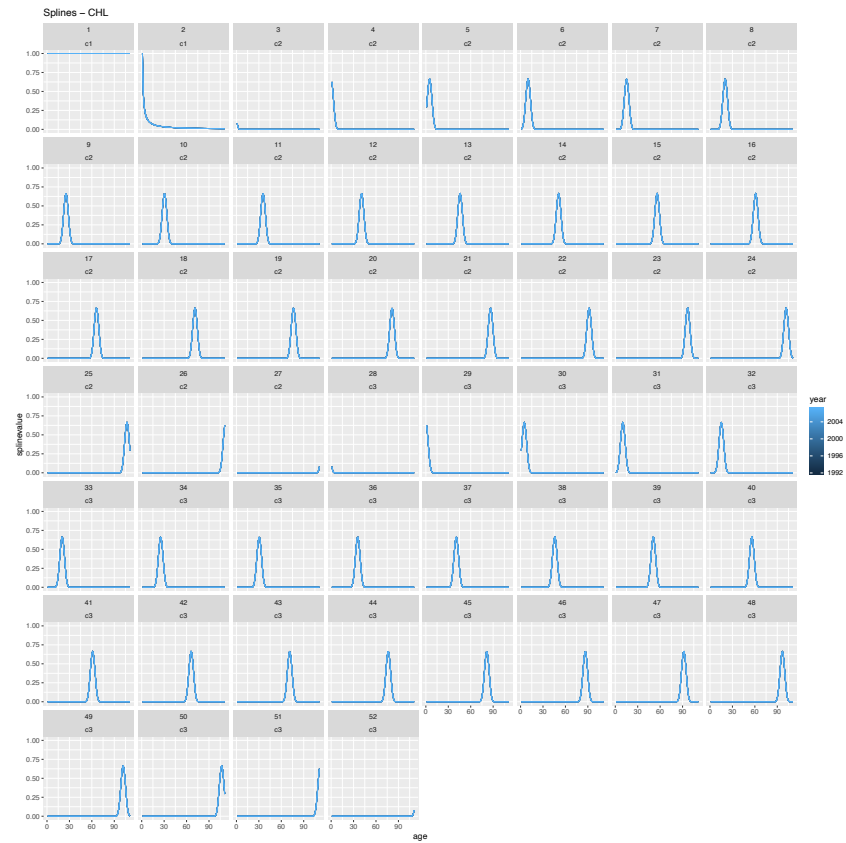


Comparaison avec la France



Test : Chili

Splines / Coefficients Male





4

Comparaison

Test : Chili / France

Espérances de vie

	1985	1990	1995	2000	2005
France	70,50	71,99	73,10	74,50	75,98

	1992	1996	2000	2005	2007
Chili	70,71	71,13	72,96	74,05	74,03



5

Sensibilité des coefficients

Sensibilité des coefficients

1. Modifications des coefficients 41 à 52 (composante 3)

$$\alpha_i = 0 \ \forall \ i = \{41, \dots, 52\}$$

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M



	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	58,48

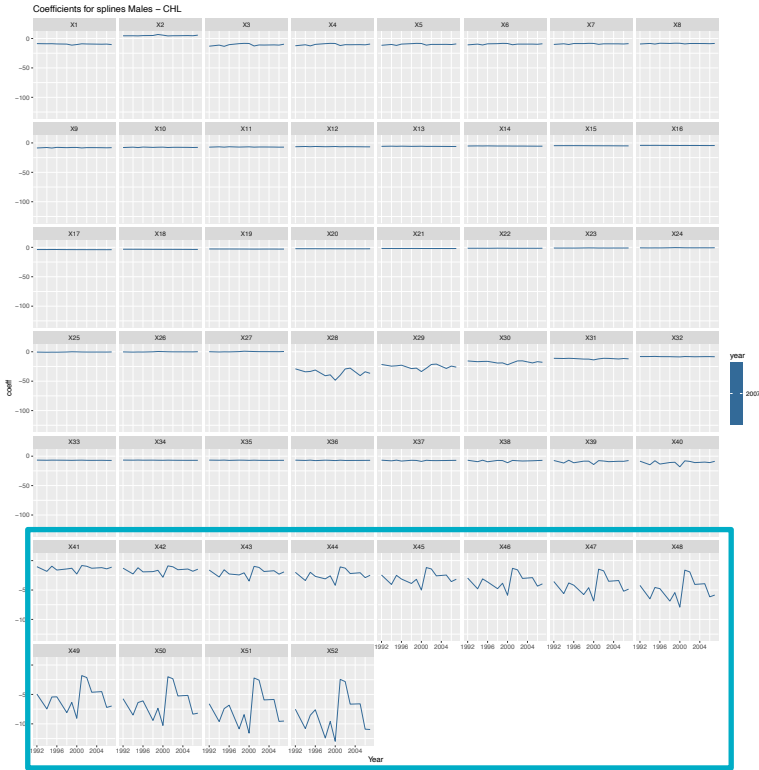
Sensibilité des coefficients

1. Modifications des coefficients 41 à 52 (composante 3)

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i}{2} \forall i = \{41, \dots, 52\}$$

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M



Espérance de vie période à la naissance

Avant

74,03

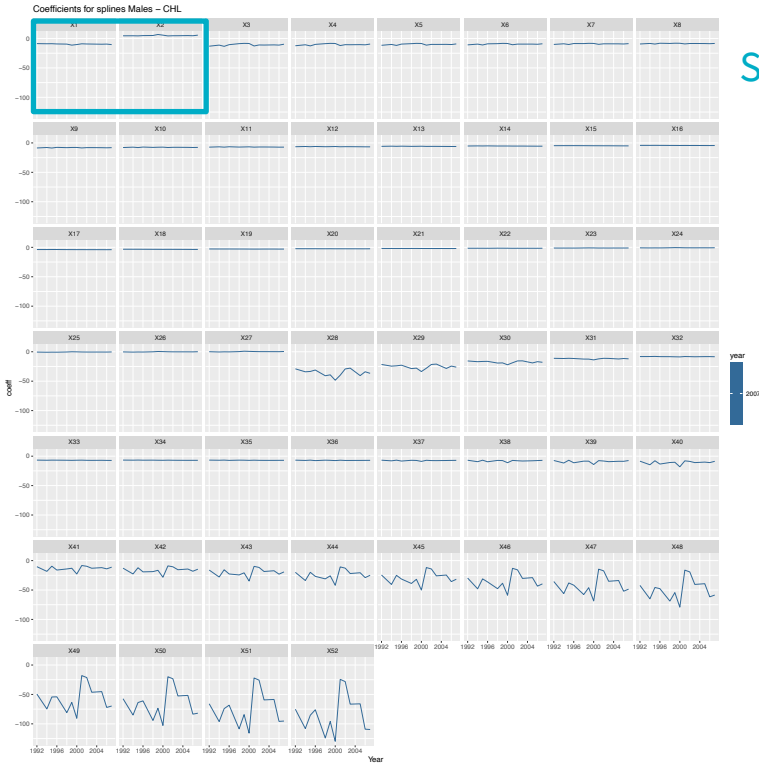
Après

73,84

Sensibilité des coefficients

2. Modifications des coefficients 1 et 2 (composante 1)

$$\alpha_i = 0 \forall i = \{1,2\}$$



Significativité +++

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M

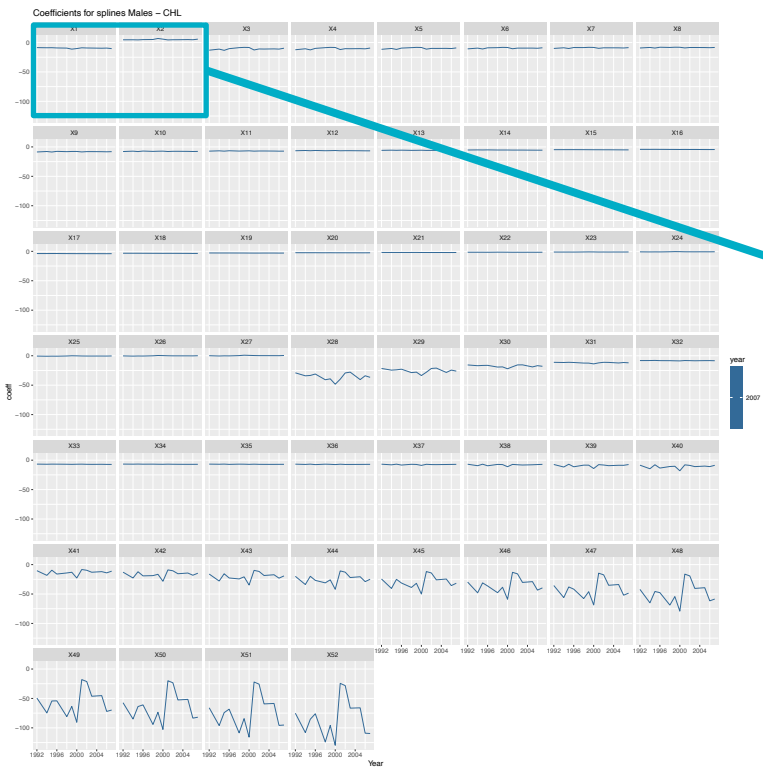
	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	0

Sensibilité des coefficients

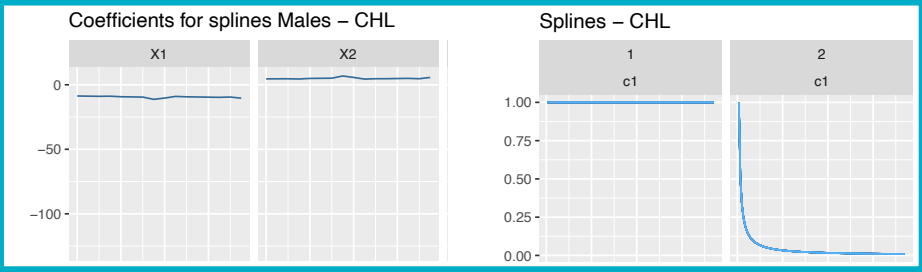
2. Modifications des coefficients 1 et 2 (composante 1)

$$\alpha_i = 0 \ \forall \ i = \{1,2\}$$

- Test sur :
- Chili
 - Année 2007
 - Genre M



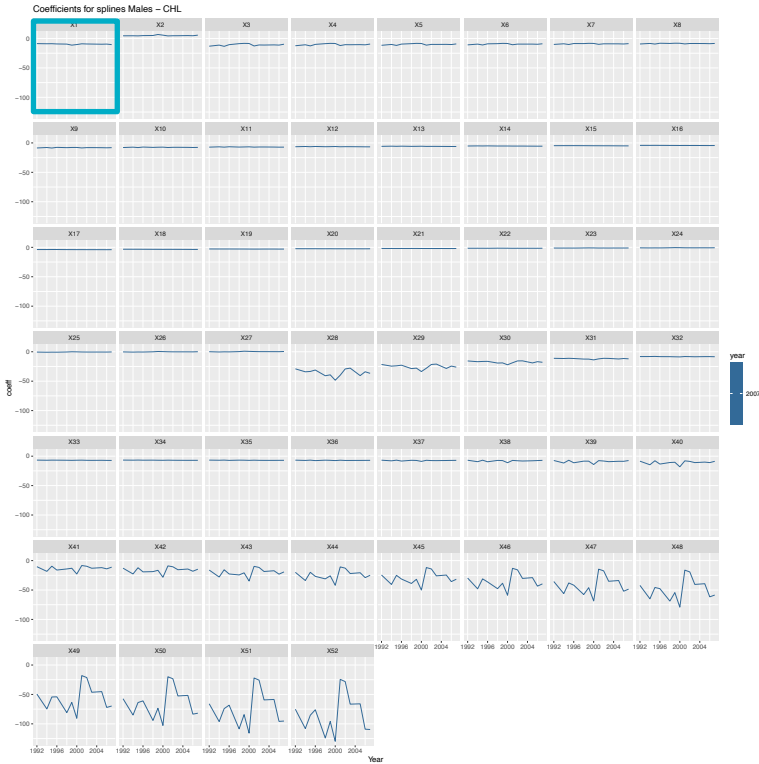
Zoom sur les coefficients et les Splines associées



Sensibilité des coefficients

3. Modifications du coefficient 1 (composante 1)

$\alpha_1 = 0$



Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M

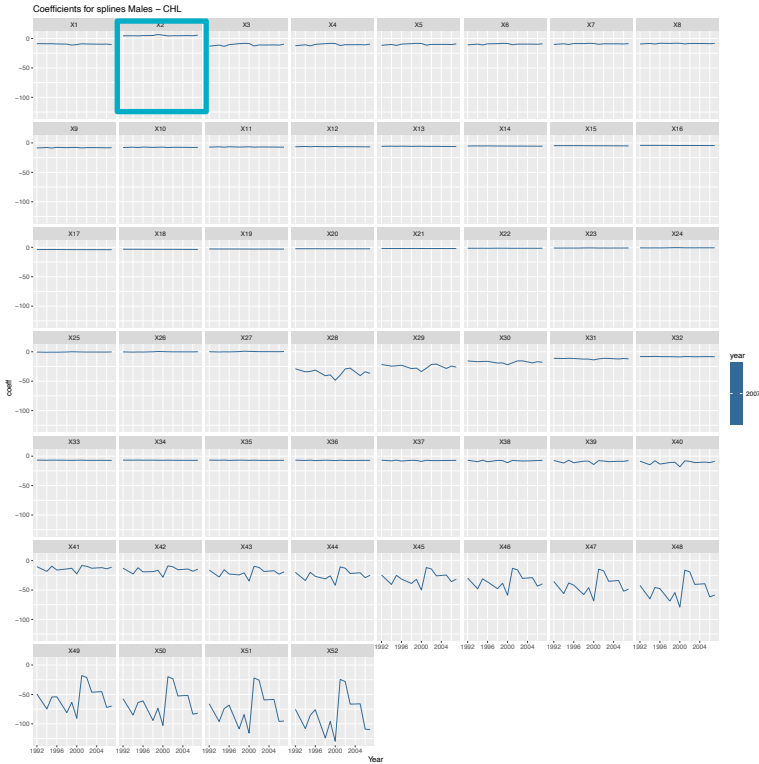
	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	-9

Le coefficient 1 agit à tous les âges, la Spline 1 est constante et égale à 1 à tous les âges. En réduisant le coefficient 1 à 0, les taux ne sont plus compris en 0 et 1.

Sensibilité des coefficients

4. Modifications du coefficient 2 (composante 1)

$$\alpha_2 = 0$$



Test sur :

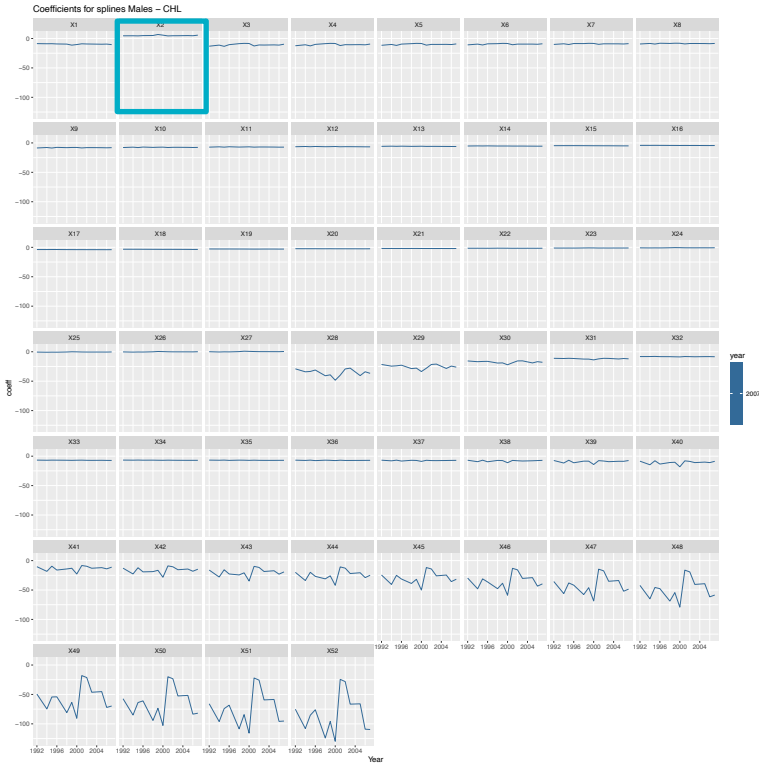
- Chili
- Année 2007
- Genre M

	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	74,8

Sensibilité des coefficients

4. Modifications du coefficient 2 (composante 1)

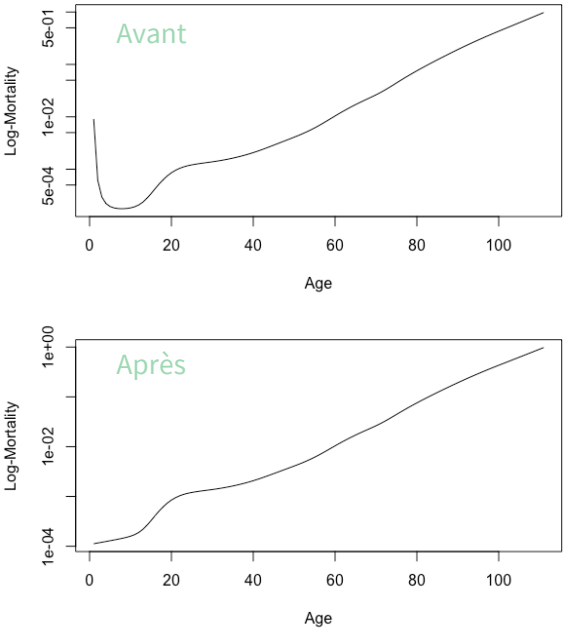
$$\alpha_2 = 0$$



Le coefficient 2 agit seulement sur les âges jeunes, en le rendant nul on supprime la mortalité infantile.

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M



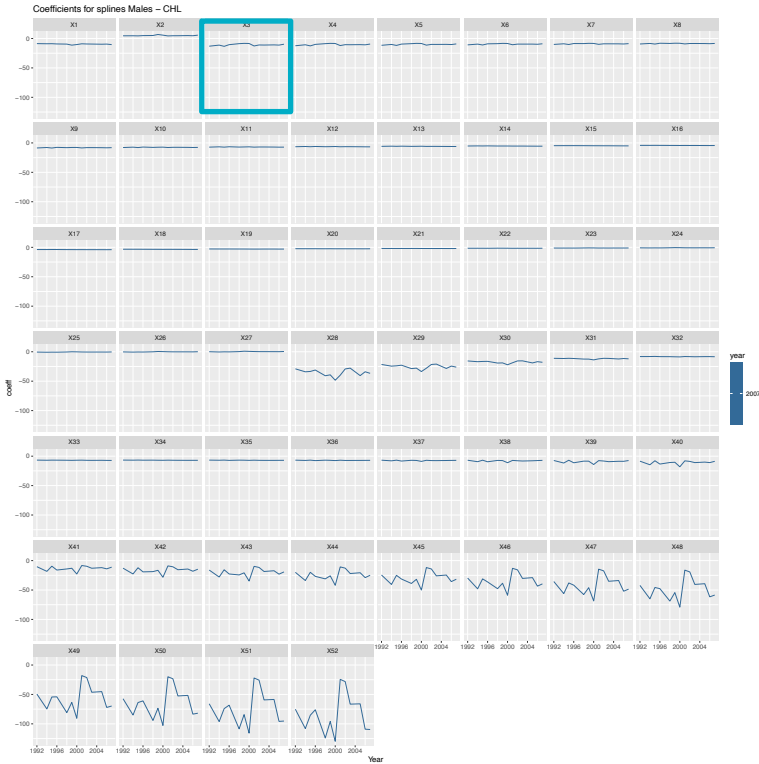
Sensibilité des coefficients

5. Modifications du coefficient 3 (composante 2)

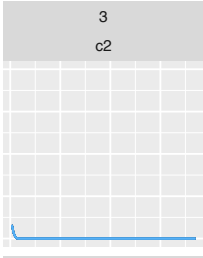
$$\alpha_3 = 0$$

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M



	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	74,02



Le coefficient 3 (composante 2) n'est pas significatif dans l'espérance de vie. À gauche la Spline correspondante.

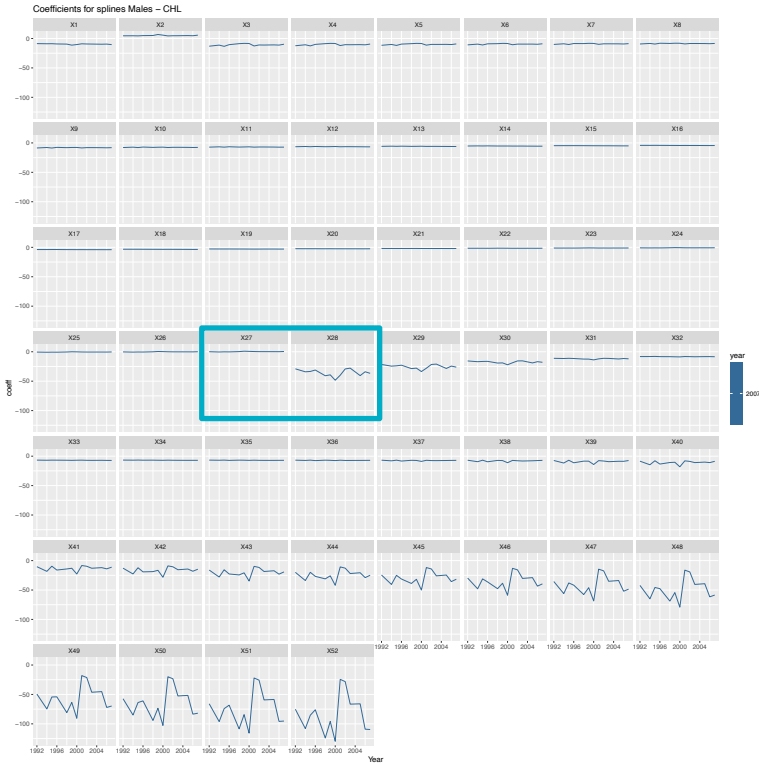
Sensibilité des coefficients

5. Modifications des coefficients 27 et 28 (composante 2 et 3)

$$\alpha_{27} = \alpha_{28} = 0$$

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M



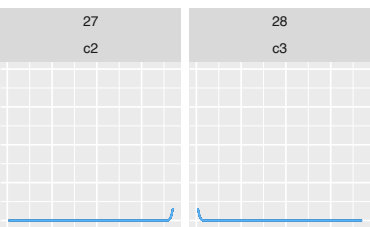
Espérance de vie période à la naissance

Avant

74,03

Après

74,03



Les coefficients 27 (composante 2) et 28 (composante 3) ne sont pas significatifs dans l'espérance de vie. A gauche les Splines correspondantes.

Sensibilité des coefficients

5. Modifications des coefficients

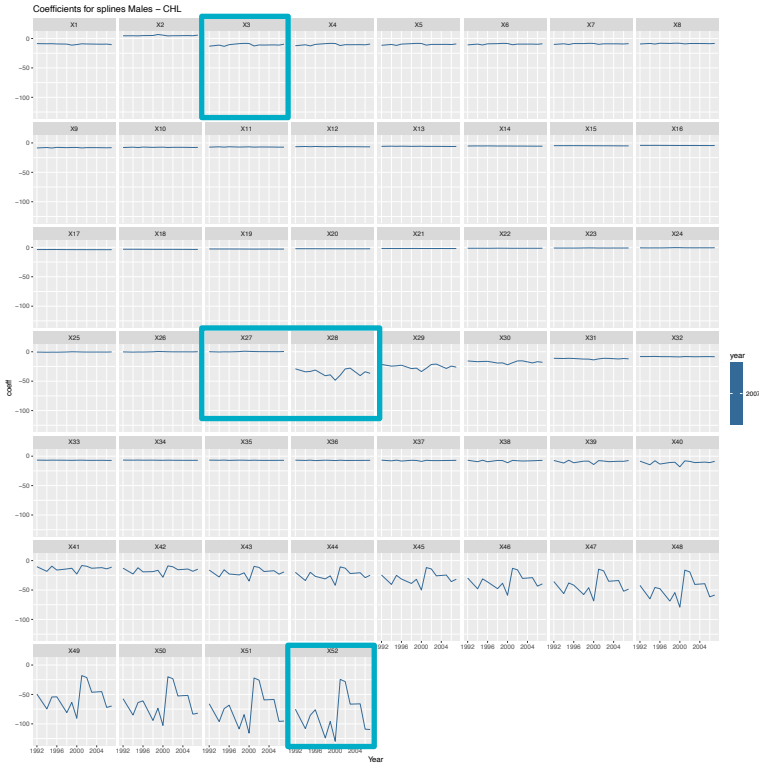
$$\alpha_{27} = \alpha_{28} = \alpha_3 = \alpha_{52} = 0$$

Test sur :

Chili

Année 2007

Genre M

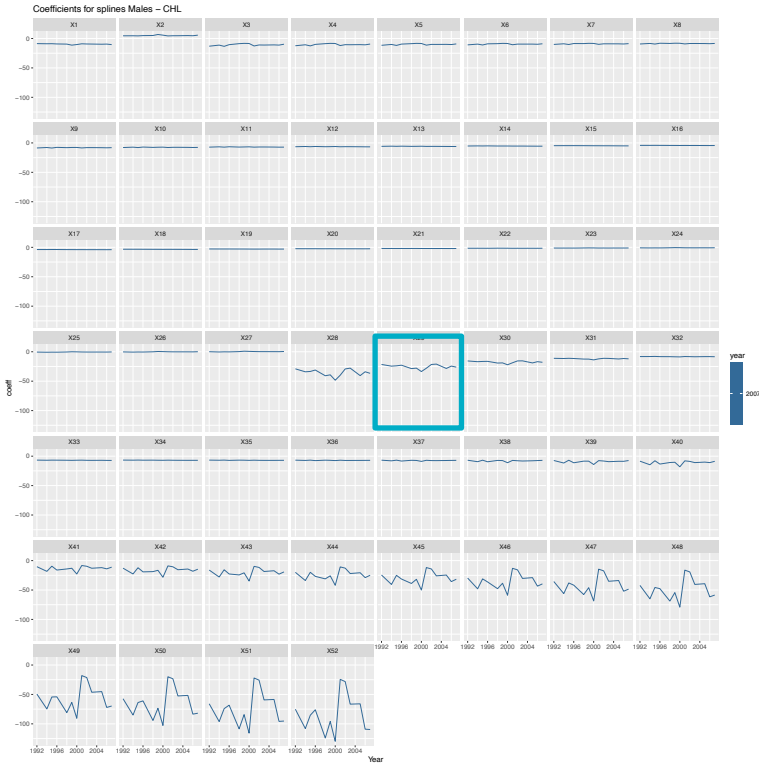


	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	74,02

Sensibilité des coefficients

5. Modifications des coefficients

$$\alpha_{29} = 0$$



Test sur :

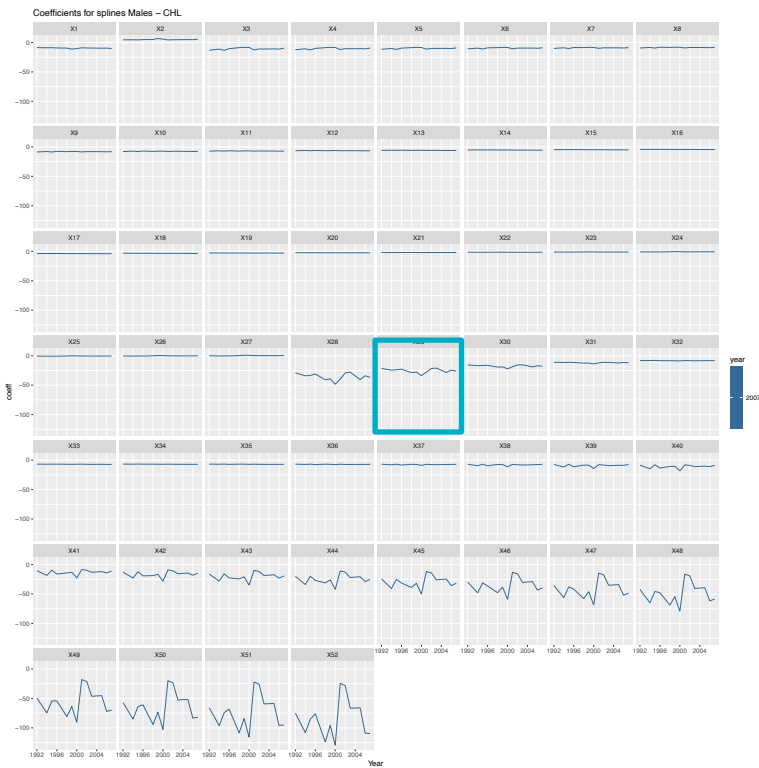
- Chili
- Année 2007
- Genre M

	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	73,99

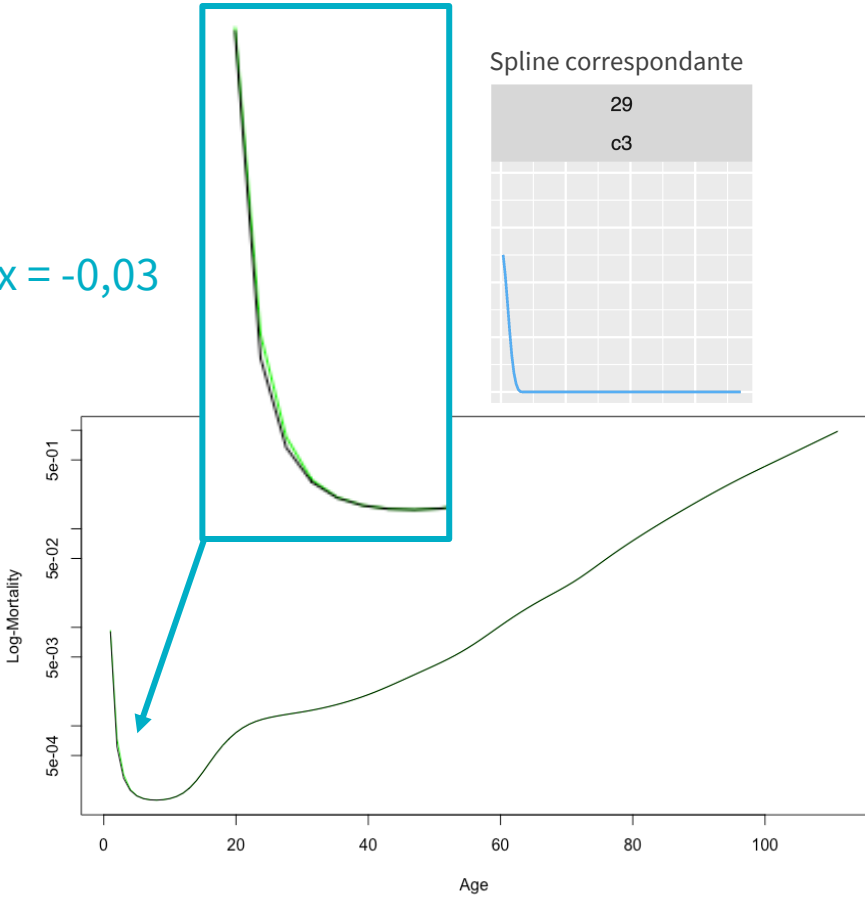
Sensibilité des coefficients

5. Modifications des coefficients

$\alpha_{29} = 0$



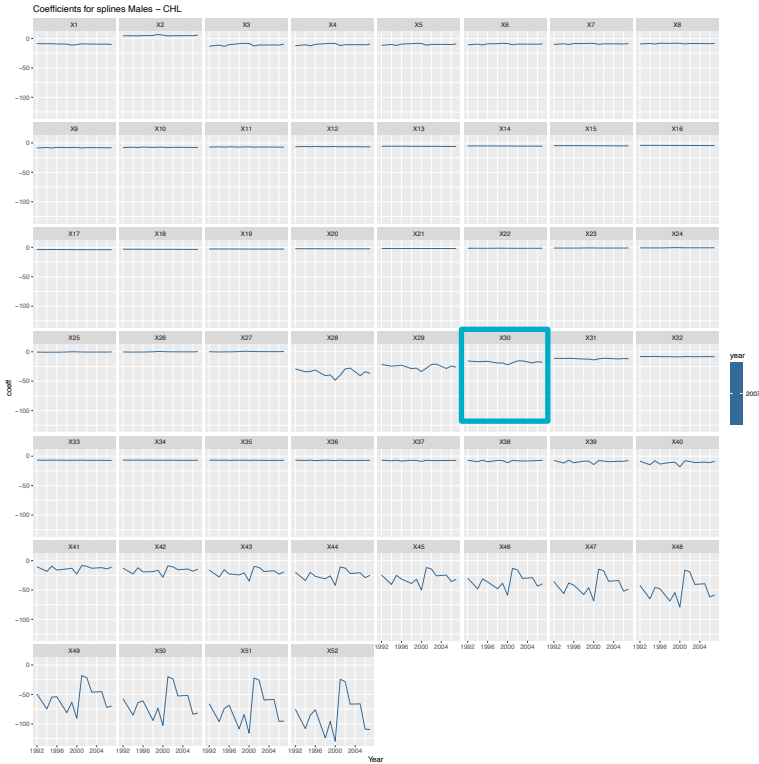
$\Delta Ex = -0,03$



Sensibilité des coefficients

5. Modifications des coefficients

$$\alpha_{30} = 0$$



Test sur :

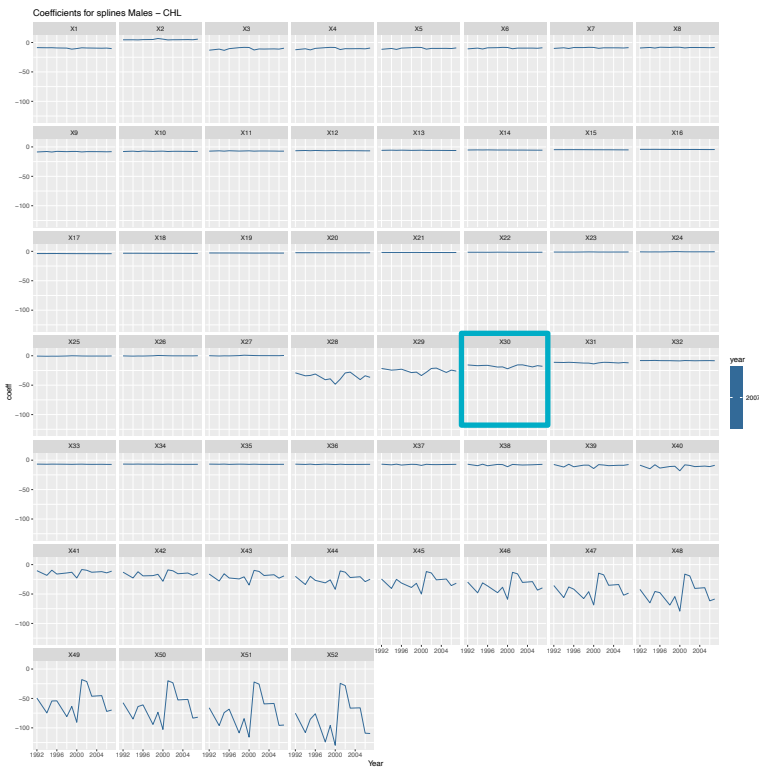
- Chili
- Année 2007
- Genre M

	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	73,38

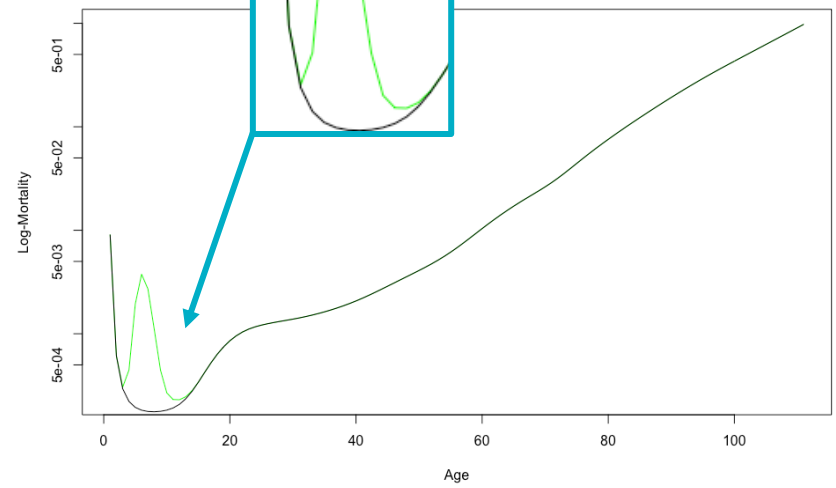
Sensibilité des coefficients

5. Modifications des coefficients

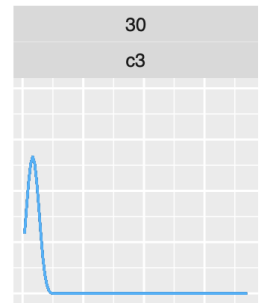
$\alpha_{30} = 0$



$\Delta Ex = -0,64$



Spline correspondante



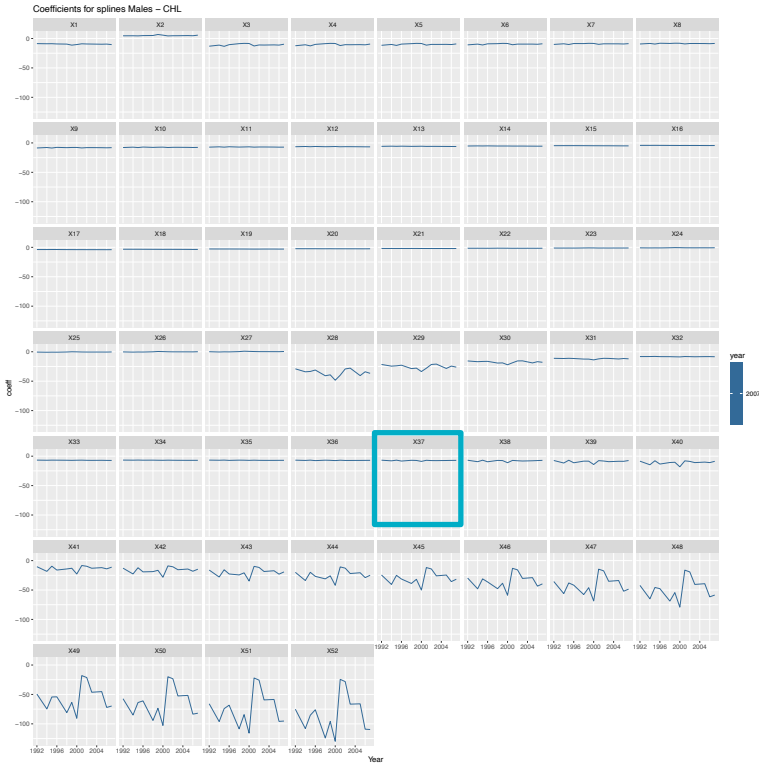
Sensibilité des coefficients

5. Modifications du coefficient 37

$$\alpha_{37} = 0$$

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M

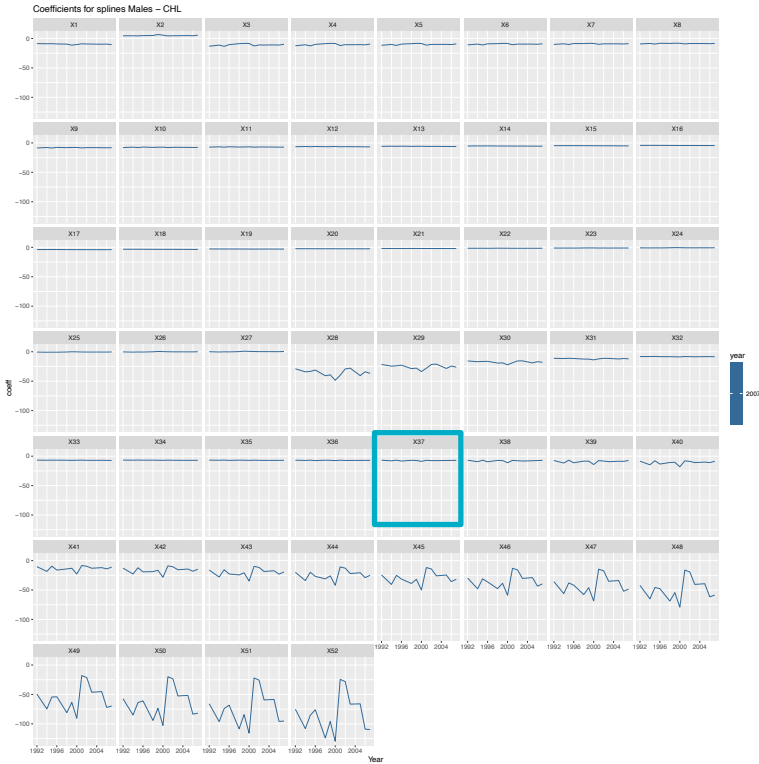


	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	62,92

Sensibilité des coefficients

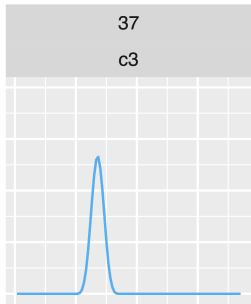
5. Modifications du coefficient 37

$\alpha_{37} = 0$



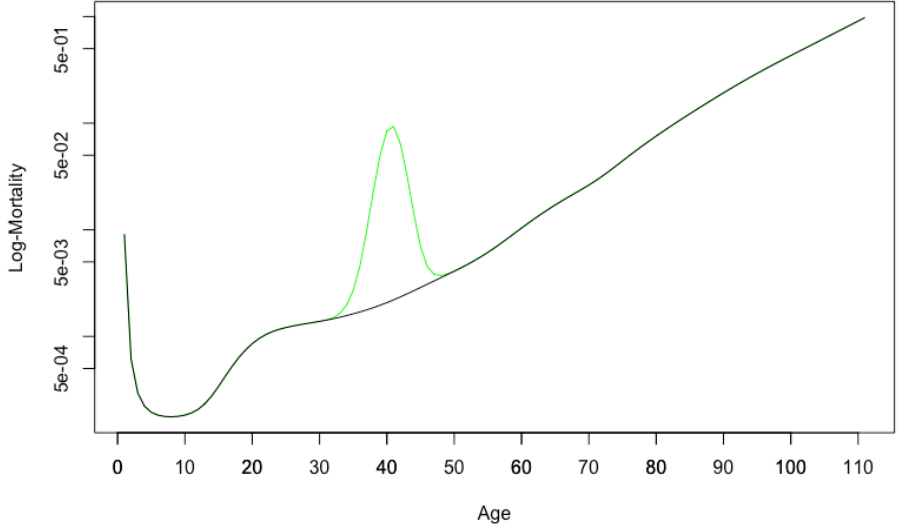
$\Delta Ex = -11,11$

Spline correspondante



Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M



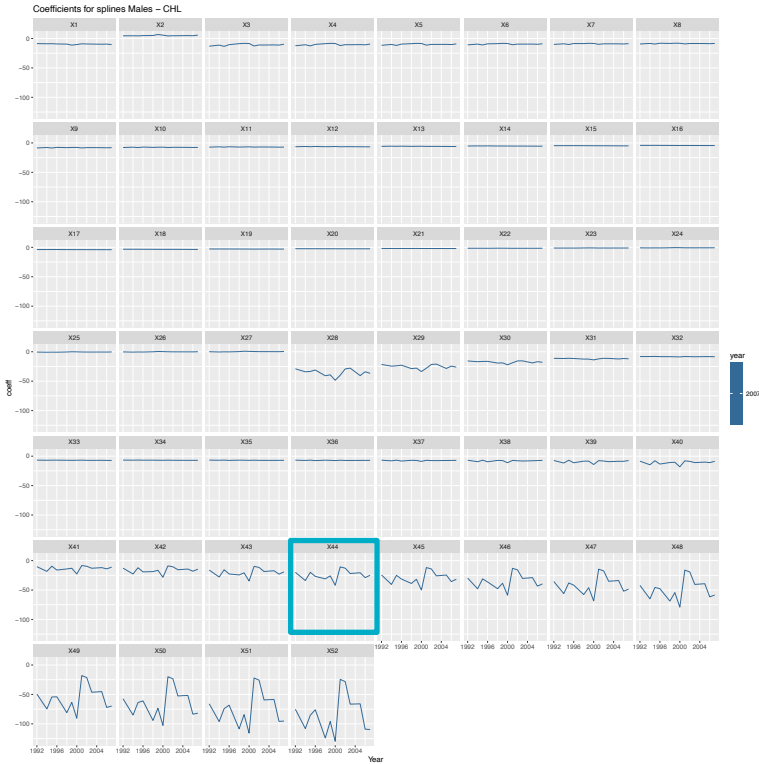
Sensibilité des coefficients

5. Modifications du coefficient 44 (composante 3)

$$\alpha_{44} = 0$$

Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M

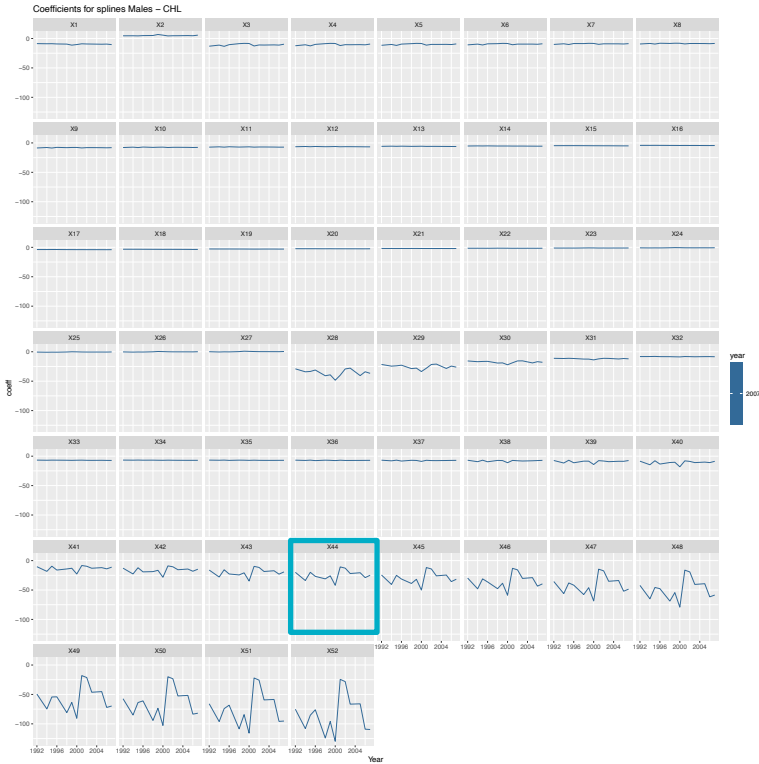


	Espérance de vie période à la naissance
Avant	74,03
Après	74,03

Sensibilité des coefficients

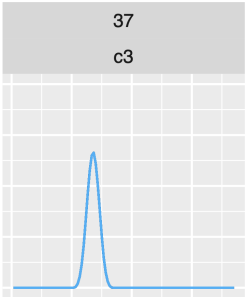
5. Modifications du coefficient 44 (composante 3)

$$\alpha_{44} = 0$$



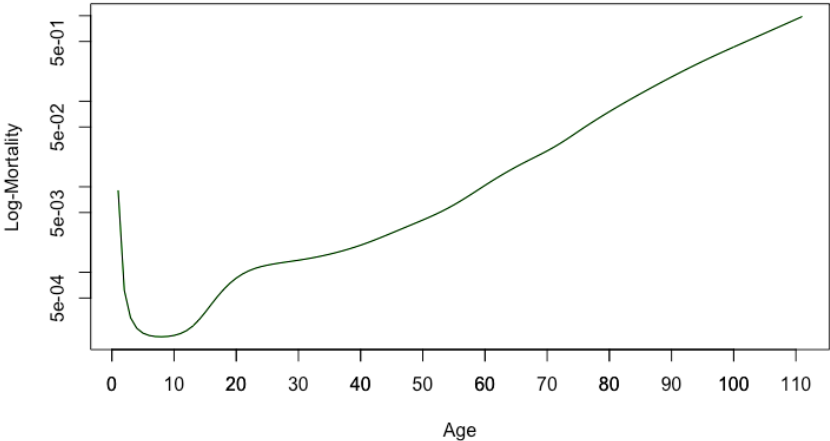
$$\Delta Ex = -0,0037$$

Spline correspondante



Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M





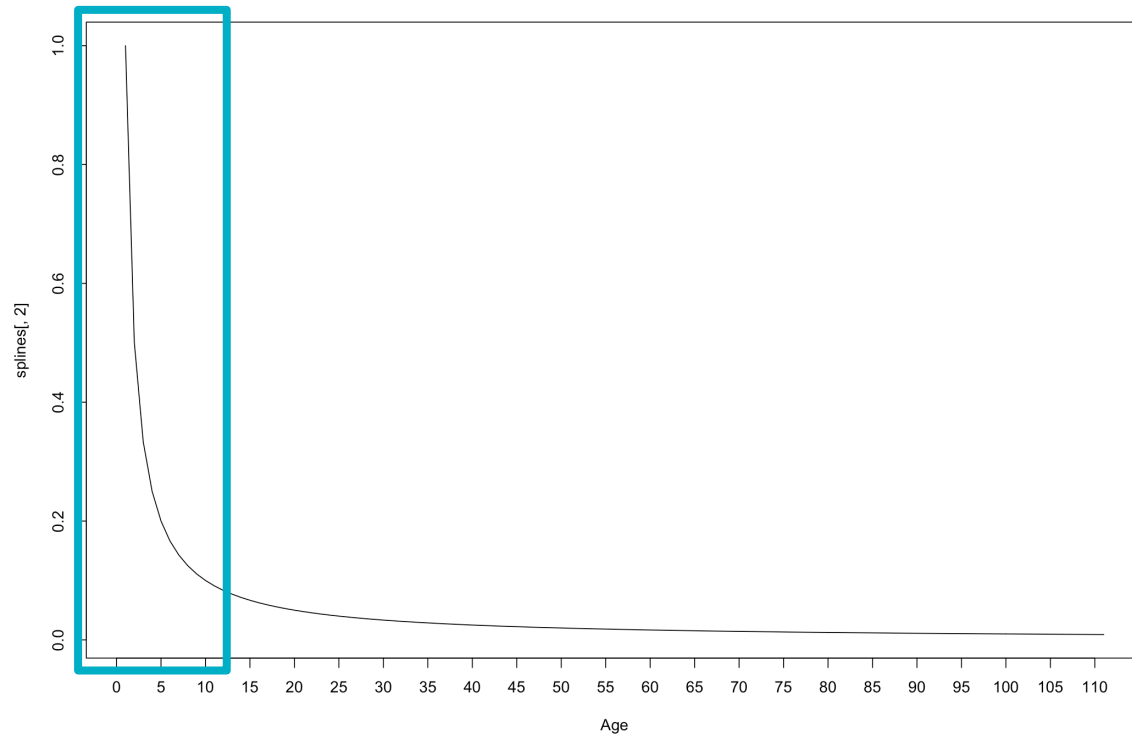
6

Pilotage de l'espérance de vie

Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

Spline 2 correspondant au paramètre α_2



Test sur :

- Chili
- Année 2007
- Genre M

Dans le modèle SSE : la mortalité infantile est gouvernée par le coefficient α_2 de la composante 1 : les âges vont de 0 à ≈ 10 .

Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

→ Dans le modèle SSE : la mortalité infantile est gouvernée par le coefficient α_2 de la composante 1

→ Par exemple pour les Hommes, au Chili, en 2007 :

$$\alpha_2 = 5,67$$

$$e_0 = 74,03$$

→ En modifiant α_2 :

$$\alpha_2 = 0$$

$$e_0 = 74,8$$

→ On pilote l'espérance de vie par la mortalité infantile

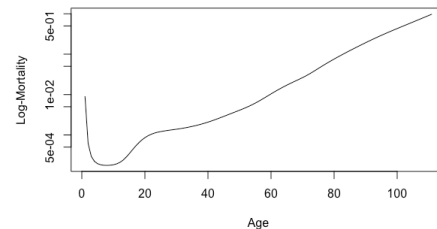
→ Test de α_2 :

$$\alpha_2 = 3$$

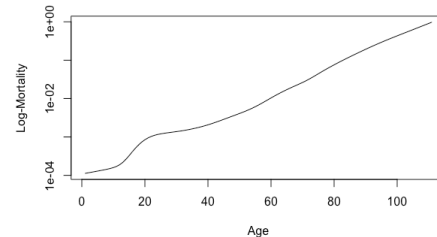
$$e_0 = 74,71$$



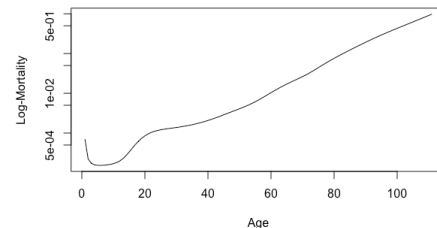
$$\alpha_2 = 5,67$$



$$\alpha_2 = 0$$



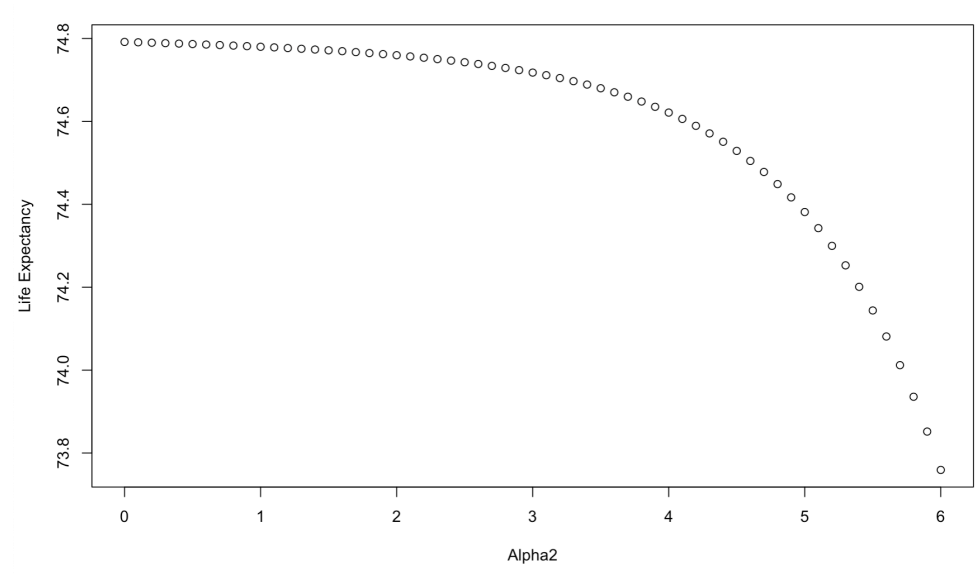
$$\alpha_2 = 3$$



Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

Espérance de vie en fonction du paramètre alpha 2



Pilotage de l'espérance de vie

Mortalité Infantile

Courbe de mortalité en fonction du paramètre alpha 2

