Отчет по олимпиаде 3-х городов 2018

Т. Ибраев, Т. Исмагулов, А. Қажымұрат, Д. Туленов

Введение

Олимпиада 3-х городов — это олимпиада по физике для учащихся 7–8 классов НИШ. В 2018 г. в олимпиаде приняли участие учащиеся 3-х школ: НИШ ФМН г. Алматы, НИШ ФМН г. Семей, НИШ ХБН г. Павлодар.

Олимпиада состояла их 2-х туров: теоретического и экспериментального. В теоретическом туре приняли участие 67 школьников. Для участия в экспериментальном туре были приглашены участники, набравшие не менее 0.5 балла на теоретическом туре.

Локальными организаторами олимпиады в Семее, Алматы и Павлодаре выступили соответственно Т. Ибраев, А. Қажымұрат и Д. Туленов.

Теоретический тур

Теоретический тур состоял из 3-х задач. В сумме задачи оценивались в 26 баллов. Ниже приведены условия и решения задач.

Задача 1. Калориметр (8 баллов)

В калориметр с водой вливают ложку теплой воды. При этом температура в калориметре возрастает на 5 градусов. После вливания еще одной ложки теплой воды температура поднялась на 3 градуса. Сколько ложек воды было в калориметре в начале? На сколько градусов поднимется температура при вливании следующей ложки? Теплоемкостью калориметра пренебречь.

Решение

Четыре состояния 0,1,2,3. л - ложка, m_0 - масса калориметра.

После добавления первой ложки получим:

$$cm_st_s + cm_0t_0 = c\,(m_0 + m_s)\,t_1 \tag{1}$$

После добавления второй:

$$cm_st_s + c\,(m_0 + m_s)\,t_1 = c\,(m_0 + 2m_s)\,t_2 \tag{1}$$

Введем переменную $k = \frac{m_0}{m_s}$

Решая систему из уравнений выше получим

$$k = \frac{2\Delta t_1}{\Delta t_1 - \Delta t_2} = 3 \tag{2}$$

Добавление всех ложек одновременно:

$$3cm_st_s + cm_0t_0 = c\,(m_0 + 3m_s)\,t_3 \tag{1}$$

Добавленеи третей ложки:

$$cm_s t_s + c\,(m_0 + 2m_s)\,t_2 = c\,(m_0 + 3m_s)\,t_3 \tag{1}$$

Тогда третье изменение температуры будет:

$$\Delta t_3 = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{4} = 2 \tag{2}$$

Задача 2. Гонщик на капризной трассе (10 баллов)

На стадионе есть гоночная трасса квадратной формы со стороной l. Гонщику нужно проехать эту трассу, только вот незадача: он может ускоряться или замедляться только с ускорением a в направлении или против движения. Более того, квадрат такой узкий, что на повороте его скорость обязательно должна быть равна нулю. Гонщику нужно вернуться в начальную точку и остановиться.

1. За какое минимальное время он пройдет одно ребро (1 балл)?
2. Какое минимальное время потребуется ему чтобы пройти весь квадрат (0.5 баллов)?

Также есть другая трасса в виде окружности радиусом R, по которой можно ездить по тем же правилам. Ему надо пройти один круг и остановиться.

3. За какое минимальное время это ему удастся (1 балл)?
4. Найдите среднюю скорость (0.5 баллов).

После дождя трасса №1 испортилась и каждое следующие ребро стало тяжелее проходить. Во избежание неполадок гонщику пришлось проходить каждое следующие ребро с ускорением в n раз меньшим предыдущего. В этом пункте гонщик не останавливается в исходной точке.

5. Найдите среднюю скорость для k-го ребра (2 балла).
6. Найдите соотношение времен, которое потребовалось гонщику для прохождения k-го и $k-1$-го ребра (1 балла).

Теперь гонщик решил узнать в дождливую погоду после какого круга на квадратной трассе его время прохождения квадрата окажется больше, чем время прохождения кругообразной трассы.

7. Определите на каком круге m это произойдет (4 балла).

Решение

Side - сторона, sq - квадрат, cir - круг

1. По скольку гонщик должен двигаться с одинаковым ускорением то минимальное время движения будет достигнуто тогда, когда половину пути он будет ускоряться и половину тормозить.

$$t_{side} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2\,(l/2)}{a}} = 2\sqrt{\frac{l}{a}} \tag{1}$$

2. Гонщику необходимо проехать четыре стороны, значит

$$t_{sq} = 4t_{side} = 8\sqrt{\frac{l}{a}} \tag{0.5}$$

3. По тому же принципу находим время прохождения круговой трассы

$$t_{cir} = 2\sqrt{\frac{2\pi R}{a}} \tag{1}$$

4. Откуда следует, что средняя скорость на данном пути равна

$$V_{cir} = \frac{2\pi R}{t_{cir}} = \sqrt{\frac{\pi R a}{2}} \tag{0.5}$$

5. Для начала найдем среднюю скорость на одной стороне при ускорении a.

$$< V_{side} >= \frac{l}{t_{side}} = \frac{\sqrt{la}}{2} \tag{0.5}$$

   В условии сказано, что отношение ускорений k-го и $k+1$-го ребер

$$a_{k+1} = \frac{a_k}{n} \tag{0.5}$$

   Откуда ясно, что средняя скорость на k-ом ребре

$$< V_{side} >= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{la}{n^k}} \tag{1}$$

6. Следовательно отношение времен прохождения k-ой и $k-1$-ой сторон

$$\frac{t_k}{t_{k-1}} = \sqrt{n} \tag{1}$$

7. Ясно, что суммарное время прохождения сторон должно быть больше времени прохождения круга, т.е.

$$\sum_1^p t_k \geq t_{cir} \tag{0.5}$$

   Общее время можно найти испольуя формулу суммы геометрической прогрессии:

$$\sum_1^p t_k = t_{side} \cdot \frac{\sqrt{n}^p - 1}{\sqrt{n} - 1} \tag{1.5}$$

   Откуда можно найти, что количество сторон p при заданном условии

$$p = \frac{2\ln\left(\frac{t_{cir}}{t_{side}}(\sqrt{n} - 1) + 1\right)}{\ln n} \tag{1.5}$$

   Так как количество кругов m - целое число необходимо округлить его до большего целого

$$m = \text{ceil}\left(\frac{p}{4}\right) \tag{0.5}$$

   Где ceil - округление по вверхнему значению.

Задача 3. Случайное блуждание (8 баллов)

Точечная частица находится в начале координат в момент времени $t_0 = 0$ с. Положение частицы меняется только в моменты времени $t = n$ с, где n — натуральное число. В момент времени t_n координата частицы с равной вероятностью уменьшается или увеличивается на 1 м.

1. Покажите, что вероятность того, что в момент времени tn координата увеличится на 1 м равна $\frac{1}{2}$ (1 балл).

В дальнейшем можете предполагать, что вероятность того, что в момент времени t_n координата увеличится на 1 м равна $\frac{1}{2}$, даже если вы не решили пункт 1.

В момент времени $t_n = n$ с рассмотрим ожидаемое значение координаты частицы $< x_n >$. Например, $< x_1 >= \frac{1}{2} * (+1) + \frac{1}{2} * (-1) = 0$ м.

2. Покажите, рассмотрев все возможные траектории частицы, что ожидаемое значение координаты в момент времени t_2 равно нулю (1 балл).

3. Докажите, что $< x_n >= 0$ м для произвольного натурального числа n (2 балла).

Теперь рассмотрим $< s_n^2 >$ — ожидаемое значение квадрата расстояния от начала координат до частицы в момент времени t_n. Легко видеть, что $< s_1^2 >= \frac{1}{2}(+1)^2 + \frac{1}{2}(-1)^2 = 1$ м^2.

4. Найдите, рассмотрев все возможные траектории частицы, $< s_2^2 >$ (1 балл).

5. Найдите $< s_n^2 >$ для произвольного натурального числа n. Подсказка: могут быть полезны формулы $(s-1)^2 = s^2 - 2s + 1$ и $(s+1)^2 = s^2 + 2s + 1$ (3 балла).

Приложение

Пусть есть случайная переменная r, которая с вероятностью $\frac{1}{2}$ принимает значение r_1, и с равной вероятностью принимает значение r_2. Тогда ожидаемое значение r определяется как

$$< r >= \frac{1}{2}(r_1 + r_2).$$

Решение

1. 1 балл ставится только если упомянуто **равенство** вероятностей движения вправо и влево. Аргументы типа "есть 2 варианта, значит 50:50"не являются полными и оцениваются в 0 баллов.

2. Если указаны все возможные траектории

$$0 \to +1 \to +2,$$

$$0 \to +1 \to 0,$$

$$0 \to -1 \to -2,$$

$$0 \to -1 \to 0$$

   — 0.5 баллов. Если каждой траектории присвоен правильный вес (25%) — 0.5 баллов.

   Если доказывается, что изменение ожидаемого значения координаты после каждого хода (но не рассматриваются траектории) — 0.5 баллов.

3. Если показано, что изменение ожидаемого значения координаты после каждого хода равно нулю — 1 балл.

   Если расписано представление в виде суммы

$$< x_n >= \underbrace{\frac{1}{2} * (+1) + \frac{1}{2} * (-1) + \cdots + \frac{1}{2} * (+1) + \frac{1}{2} * (-1)}_{n\text{-times}}$$

   или если упомянуто, что $< x_0 >= 0$ м — 1 балл.

4. Если есть правильное значение ($s_2^2 = 2$ м^2) — 1 балл.

5. Если найдено изменение ожидаемого значения при одном ходе

$$\Delta < s^2 >= \frac{1}{2}(s^2 - 2s + 1 + s^2 + 2s + 1) - s^2 = 1$$

— 1 балл.

Если дано представление ввиду суммы для ожидаемого значения

$$s_n^2 = \underbrace{1 + \cdots + 1}_{n\text{-times}}$$

или если указано $< s_0^2 >= 0$ м^2 — 1 балл.

За правильный конечный ответ ($< s_n^2 >= 1$ м^2) — 1 балл.

Экспериментальный тур

Экспериментальный тур состоял из одного задания, оцениваемого в 9 баллов. Ниже приведено условие задания экспериментального тура.

О периоде малых колебаний математического маятника (9 баллов)

Оборудование: штатив с лапкой и муфтой, нить, измерительная рулетка, секундомер, груз.

В данном задании изучается зависимость периода малых колебаний T математического маятника от его длины l. Известно, что период малых колебаний математического маятника в однородном поле тяжести g задается формулой

$$T_{\text{теор}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{1}$$

1. Выведите формулу 1 (1 балл).

Если вы не можете вывести формулу 1, не теряйте время и выполняйте следующие пункты.

Вам предлагается проверить формулу 1 экспериментально.

2. Опишите ваш способ для экспериментальной проверки формулы 1. Ваш способ должен минимизировать погрешность, связанную с временем реакции человека и должен брать в учет пределы применимости формулы 1.

3. Проведите измерения в соответствии с вашим способом и занесите результаты в таблицу (2 балла).

4. Постройте на одном листе миллиметровой бумаги график зависимости $T(l)$ и график теоретической зависимости $T_{\text{теор}}(l)$ (1.4 балла).

В предположении справедливости формулы 1, из ваших измерений можно найти значение ускорения свободного падения g.

5. Предложите, как можно найти g из ваших измерений. Ваш метод может быть графическим, статистическим и т.п. Ваш метод должен также оценить погрешность g (1 балл).

6. Определите численное значение g и погрешности в соответствии с вашим методом (2.6 балла).

Замечания:

- **Результаты измерений записывайте в единицах СИ.**

- **Помните, что если вы что-то не написали в описании метода измерений/обработки данных, проверяющий будет считать, что вы это не делали. Поэтому обязательно укажите все важные детали вашего метода в вашей работе.**

Решение

1. Пусть угловое отклонение маятника от вертикали равно $\alpha << 1$. Тогда высота маятника (относительно низшей точки траектории) равна $l(1-\cos\alpha) \approx l\frac{\alpha^2}{2}$, а линейная скорость маятника равна βl, где β — угловая скорость маятника. Из закона сохранения энергии получаем

$$E_p + E_k = mgl\frac{\alpha^2}{2} + ml^2\frac{\beta^2}{2} = \text{const}.$$

Следовательно, циклическая частота колебаний маятника ω равна $\sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Период колебаний маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Схема оценивания:

За выражение для кинетической энергии — 0.25 балла.

За выражение для потенциальной энергии (точное или приближенное) — 0.25 балла.

За запись закона сохранения энергии — 0.25 балла.

За вывод циклической частоты — 0.25 балла.

ЛИБО

За запись вращательного момента силы тяжести — 0.25 балла.

За запись уравнения вращательной динамики — 0.25 балла.

За вывод циклической частоты — 0.5 балла.

2. Если есть идея измерения времени нескольких колебаний и вычисления среднего — 0.5 балла.

Если есть утверждение о малости амплитуды (<15 градусов) — 0.5 баллов.

3. За кол-во измерений с разными длинами

   - 10 измерений или более — 1 балл.
   - 7–9 измерений — 0.5 балла.
   - 4–6 измерений — 0.3 балла.
   - <4 измерений — 0 баллов.

За правильные единицы в таблице — 0.5 балла.

За правильное кол-во значащих цифр (с учетом погрешности, связанной с временем реакции человека) — 0.5 балла.

4. Если график занимает половину листа миллиметровки или более — 0.2 балла. Если нет, то 0 баллов за график.

Если оси оцифрованы (включая начало), указаны единицы — 0.2 балла.

Если нет неявных промежуточных вычислений (то есть в таблице есть столбец для значений $T_{\text{теор}}$) — 0.5 балла.

Если все точки нанесены в соответствии с таблицей — 0.5 балла (в противном случае надо брать соответствующую долю баллов).

5. Если предложен МНК и записаны формулы МНК — 1 балл. Если предложен графический метод и есть критерий оптимальности прямой ("половина точек сверху, половина снизу") — 1 балл.

   Если предложено вычислять g для каждого измерения и считать среднее — 1 балл.

   Если предложен графический метод "на глазок" — 0.7 балла.

6. За правильную реализацию выбранного метода — 1 балл.

   За численное значение g

   - в интервале 9.9–10.5 м/с^2 — 1 балл.
   - в интервале 9.7–10.7 м/с^2 — 0.7 балла.
   - в интервале 9.5–10.9 м/с^2 — 0.5 балла.
   - Иначе 0 баллов.

   За разумную оценку погрешности, состоятельную с выбранным методом — 0.4 балла.

   За правильную запись финального ответа — 0.2 балла.

Результаты

Абсолютным победителем олимпиады стала Туякаева Алима (г. Алматы), набравшая 20,3 балла из 35 возможных. Абсолютным победителем теоретического тура стал Питебай Ерсултан (г. Алматы), набравший 17,75 баллов из 26 возможных. Абсолютным победителем экспериментального тура стал Нуриддин Сырымхан (г. Алматы), набравший 5,7 баллов из 9 возможных.

Таблица 1: Результаты всех участников, набравших по крайней мере 5 баллов

Имя	Город	Сумма	Сумма (теор.)	1-ая задача	2-ая задача	3-ая задача	Сумма (экспер.)
Туякаева Алима	Алматы	20,3	15,5	8	6,5	1	4,8
Нуриддин Сырымхан	Алматы	19,7	14	7,5	4,5	2	5,7
Хайдар Оразхан	Алматы	19	15,5	6	6,5	3	3,5
Питебай Ерсултан	Алматы	18,5	17,75	8	4,75	5	0,75
Айтказинова Айгерим	Семей	15,8	13	7	4,5	1,5	2,8
Турсынқан Әкежан	Алматы	10,4	8,25	4	4,25	0	2,15
Токсанбай Амира	Алматы	7,4	5,5	0	0	5,5	1,9
Қанышұлы Идрис	Алматы	5,52	3,25	1	0,75	1,5	2,27

Таблица 2: Результаты участников из г. Алматы, прошедших на экспериментальный тур

Имя	Сумма	Сумма (теор.)	1-ая задача	2-ая задача	3-ая задача	Сумма (экспер.)
Туякаева Алима	20,3	15,5	8	6,5	1	4,8
Нуриддин Сырымхан	19,7	14	7,5	4,5	2	5,7
Хайдар Оразхан	19	15,5	6	6,5	3	3,5
Питебай Ерсултан	18,5	17,75	8	4,75	5	0,75
Турсынқан Әкежан	10,4	8,25	4	4,25	0	2,15
Токсанбай Амира	7,4	5,5	0	0	5,5	1,9
Қанышұлы Идрис	5,52	3,25	1	0,75	1,5	2,27
Калиев Олжас	4,65	3,25	0	1,25	2	1,4
Галым Жанибек	3,75	2,25	0	0,75	1,5	1,5
Оркенулы Нураят	3,5	3,5	0	0	3,5	0
Жунусова Айя	3,4	2	0	0	2	1,4
Манатаев Қасым	3,3	3	1	2	0	0,3
Жаныбекқызы Аружан	3,1	1,25	0	0,25	1	1,85
Шугаев Ерсаин	2,7	2	0	0,5	1,5	0,7
Байжақып Марғұлан	2,2	1	1	0	0	1,2
Ибрагимов Икрам	1,5	1,25	0	0,25	1	0,25
Пак Вячеслав*	1	1	0	1	0	0
Утегенов Асет *	1	1	0	0	1	0
Даулетбаев Жан*	1	1	0	0	1	0
Сакип Фидан*	1	1	0	0	1	0
Жұмабек Нұрқанат*	1	1	0	0	1	0
Ақнұр Айтақын	1	0,5	0	0,5	0	0,5
Аккиик Нуралы	1	0,5	0	0,5	0	0,5
Тастанова Ақнұр	0,5	0,5	0	0,5	0	0

* – не явились на второй тур

Таблица 3: Результаты участников из г. Семей, прошедших на экспериментальный тур

Имя	Сумма	Сумма (теор.)	1-ая задача	2-ая задача	3-ая задача	Сумма (экспер.)
Айтказинова Айгерим	15.8	13	7	4.5	1.5	2.8
Уватаева Диляра	2.05	0.5	0	0	0.5	1.55
Мұрашқанов Мирас*	1.5	1.5	0	0	1.5	0
Мұқашева Меруерт	1.25	0.75	0	0.75	0	0.5
Сахмолдин Мухаммадариф	1.2	0.5	0	0.5	0	0.7
Сериккали Айбек	0.55	0.25	0	0	0.25	0.3
Мажит Едіге*	0.5	0.5	0	0.5	0	0
Утегенова Амина	0.5	0.5	0	0.5	0	0

* – не явились на второй тур

Таблица 4: Результаты участников из г. Павлодар

Имя	Сумма (теор.)	1-ая задача	2-ая задача	3-ая задача
Шумабай Нурбек	1,5	0	0,5	1
Шайман Ахмет	1,5	0	0,5	1
Хамза Адият	1	0	0	1
Артыкбаева Амира	1	0	0	1
Кенжетаева Асем	0,75	0	0,75	0
Муратбеков Надир	0,25	0	0,25	0
Ғарифолла Бекзада	0,25	0	0,25	0
Камзин Асхат	0	0	0	0
Жумабек Нурикамал	0	0	0	0

Экспериментальный тур в г. Павлодар не проводился.