

Übungsblatt 7 – 24 Punkte

(Block B3 – insgesamt 68 Punkte)

Bearbeiten ab Samstag, 6. Dezember 2025.

Abgabe bis spätestens Freitag, 12. Dezember 2025, 23:59 Uhr.

Falls Sie dies noch nicht getan haben, setzen Sie sich bitte mit Ihrer Übungsgruppenleitung wegen der Testattermine für den zweiten Block in Verbindung.

Das Multiplizieren ist eine der häufigsten Rechenoperationen die wir in unserem täglichen Leben durchführen. Ist die Grundregel des Multiplizierens einmal verstanden, kann das Produkt von zwei beliebigen Zahlen einfach errechnet werden. Abbildung 1 zeigt beispielhaft eine Multiplikation im Dezimalsystem mit Multiplikator 13 und Multiplikand 12 und dem Ergebnis 156.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 12 \\ \hline 26 \\ + 13 \\ \hline 156 \end{array}$$

Abbildung 1: Multiplikation im Dezimalsystem.

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times 1100 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 1101 \\ + 1101 \\ \hline 10011100 \end{array}$$

Abbildung 2: Multiplikation im Binärsystem.

Da Computer jedoch im Binärsystem rechnen, müssen diese auch im Binärsystem multiplizieren können. Nur zur Darstellung für den Menschen wird zwischen dem Binär- und Dezimalsystem konvertiert. In Abbildung 2 ist die entsprechende binäre Multiplikation mit Multiplikator 1101 und Multiplikand 1100 dargestellt. Zu erkennen ist auch hier, dass in jeder Zeile eine Stelle des Multiplikanden mit dem vollständigen Multiplikator multipliziert wird. Anschließend werden die, je nach Stelle verschobenen, Teilprodukte aufsummiert um das Ergebnis zu berechnen. Abbildung 3 zeigt das allgemeine Vorgehen der Multiplikation von zwei 4-Bit Zahlen $x_3x_2x_1x_0$ und $y_3y_2y_1y_0$ mit dem Produkt $z_7z_6z_5z_4z_3z_2z_1z_0$.

$$\begin{array}{rcccccccc} & & x_3 & x_2 & x_1 & x_0 & & & \\ & \times & y_3 & y_2 & y_1 & y_0 & & & \\ \hline & & x_3y_0 & x_2y_0 & x_1y_0 & x_0y_0 & & & \\ + & & x_3y_1 & x_2y_1 & x_1y_1 & x_0y_1 & & & \\ + & & x_3y_2 & x_2y_2 & x_1y_2 & x_0y_2 & & & \\ + & & x_3y_3 & x_2y_3 & x_1y_3 & x_0y_3 & & & \\ \hline z_7 & z_6 & z_5 & z_4 & z_3 & z_2 & z_1 & z_0 \end{array}$$

Abbildung 3: Beispiel einer 4-Bit Multiplikation.

7.1 Parallel Multiplizier in VHDL (12 Punkte)

Der parallel Multiplizier ist einer der häufigsten Realisierungen eines Multiplizierwerkes. In Abbildung 4 ist das Blockschalttdiagramm für 4-Bit Multiplikator $x_3x_2x_1x_0$, 4-Bit Multiplikand $y_3y_2y_1y_0$ und 8-Bit Ergebnis $z_7z_6z_5z_4z_3z_2z_1z_0$ angegeben.

Aufgaben:

- a. (4 Punkte) Untersuchen Sie die Schaltung, ergründen Sie die Funktionsweise der einzelnen Blöcke und vervollständigen Sie die Blöcke mit Ihnen bekannten Gattern oder Kombinationen von Gattern.

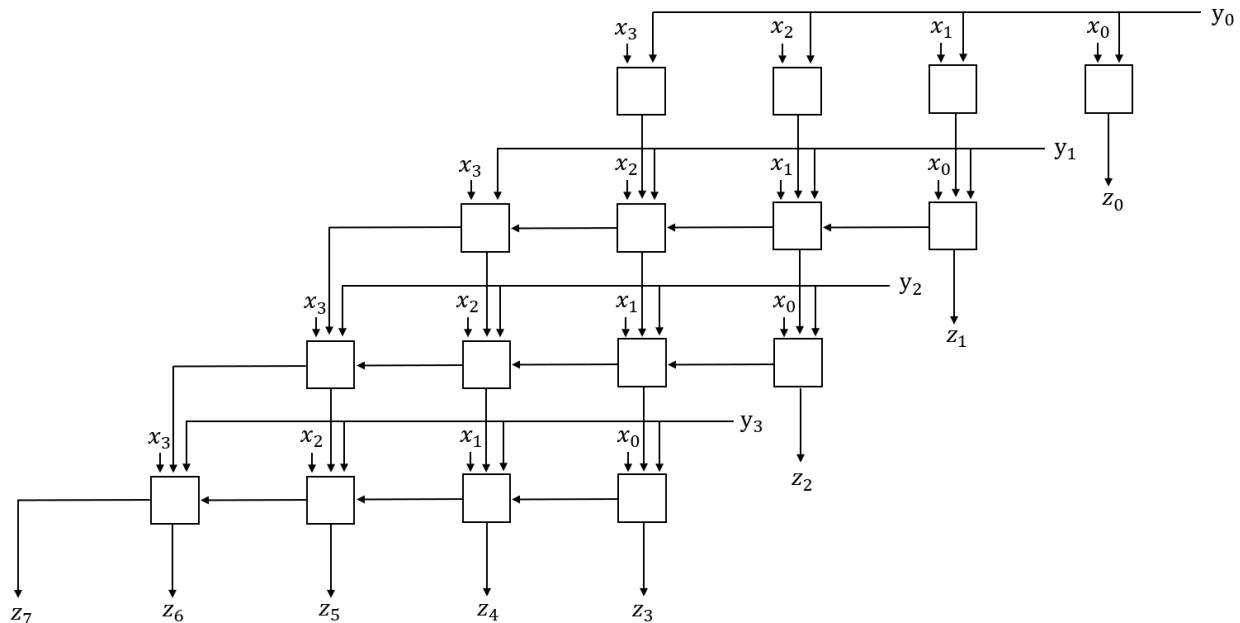


Abbildung 4: Ein parallel Multiplizierer.

- b. (6 Punkte) Implementieren Sie den vollständigen 4-Bit parallel Multiplizierer
- c. (2 Punkte) Testen Sie den parallel Multiplizierer indem sie $x \cdot y$ für die 4 möglichen Kombinationen aus den Eingaben $x_3x_2x_1x_0 \in \{1010, 1001\}$ und $y_3y_2y_1y_0 \in \{1101, 0111\}$ durchführen.

7.2 Add-Shift Multiplizier in VHDL (12 Punkte)

Eine andere Realisierung des Multiplizierwerks ist die *add shift* Methode, welches Schieberegister, Addierwerke und endlichen Automaten nutzt. Das Schaltbild und das Flussdiagramm des Multiplizierwerks sind in Abbildung 5 bzw. Abbildung 6 dargestellt.

Zuerst müssen Sie das LSB (least-significant bit) des Multiplikators überprüfen. Wenn $LSB=1$ gilt, addieren Sie den jetzigen Inhalt des Multiplikanden mit dem derzeitigen Produkt und schieben Sie danach den Multiplikanden eine Stelle nach links und den Multiplikator eine Stelle nach rechts. Wenn $LSB=0$ gilt, müssen Sie nichts auf das Produkt addieren, sondern schieben direkt den Multiplikanden eine Stelle nach links und den Multiplikator eine Stelle nach rechts.

- a. (6 Punkte) Implementieren Sie das Add-Shift Multiplizierwerk in VHDL mithilfe von Schieberegistern, eines Addierwerks und eines endlichen Automaten.

Hinweis: Schieberegister und ein RCA sind vorgegeben. Sie können wahlweise diese Komponenten verwenden oder eigene entwickeln.

- b. (2 Punkte) Testen Sie die Schaltung mit 2 Eingaben aus $x_3x_2x_1x_0 \in \{1010, 1001\}$ und $y_3y_2y_1y_0 \in \{1101, 0111\}$.
- c. (2 Punkte) Vergleichen Sie den *add shift* Multiplizierer aus Abbildung 5 mit dem parallel Multiplizierer aus Abbildung 4. Geben Sie die Vor- und Nachteile der jeweiligen Realisierung an.
- d. (2 Punkte) Die Implementierung des Multiplizierers in Abbildung 5 ist noch ineffizient. Eine mögliche Optimierung ist z.B. die Geschwindigkeit der Addition zu erhöhen indem statt des RCA ein CLA verwendet wird. Beschreiben Sie eine weitere Möglichkeit wie der Multiplizierer optimiert werden kann.

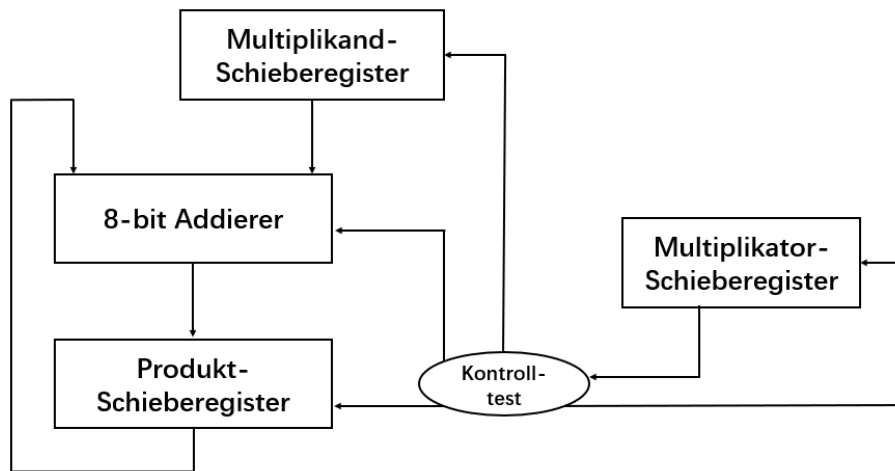


Abbildung 5: Schema eines Multiplizierwerk nach der *add shift* Methode.

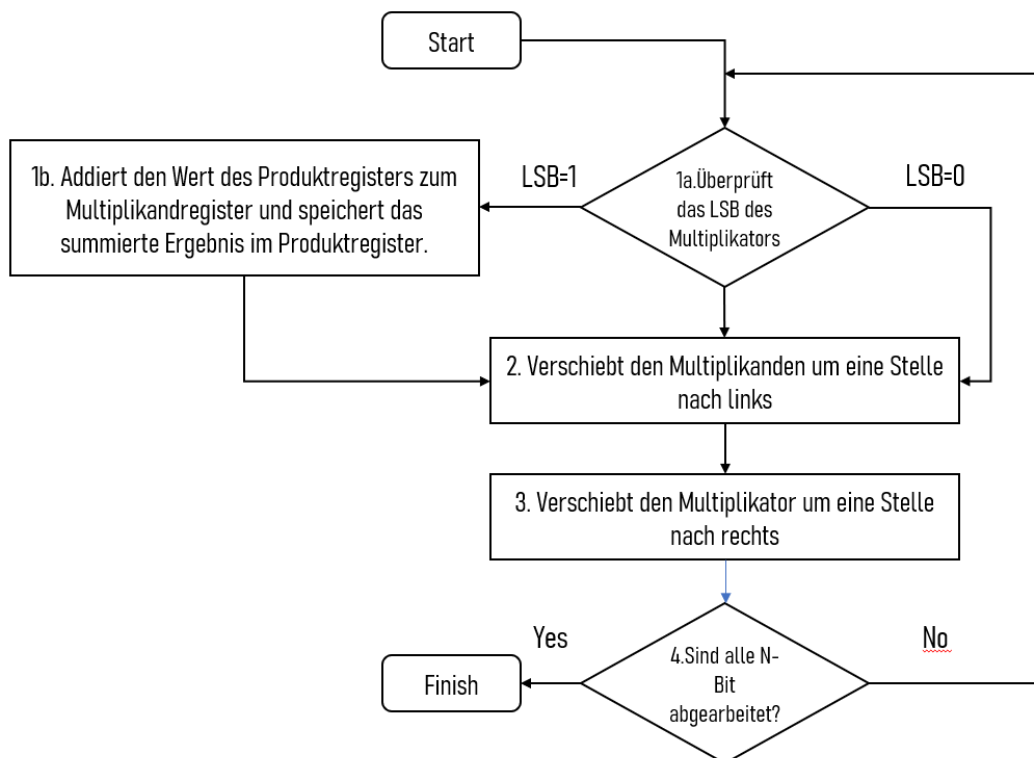


Abbildung 6: Flussdiagramm des Multiplizierwerk nach der *add shift* Methode.