Politechnika Wrocławska

Wydział Informatyki i Telekomunikacji

Projektowanie efektywnych algorytmów

Projekt nr 3 - Implementacja i analiza efektywności algorytmu Tabu Search i Symulowanego Wyżarzania dla problemu komiwojażera

semestr zimowy 2023/2024

Autor:
Eryk Mika 264451

Prowadzący:
Dr inż. Marcin Łopuszyński

Spis treści

1. Wstęp teoretyczny

Zgodnie z informacjami przedstawionymi w poprzednich sprawozdaniach, problem komiwojażera jest problemem trudnym pod względem obliczeniowym. W tym opracowaniu zostanie omówione rozwiązanie tego problemu z wykorzystaniem algorytmów przeszukiwania z tabu (ang. *Tabu Search*, TS) oraz symulowanego wyżarzania (ang. *Simulated Annealing*, SA). Są to algorytmy przeszukiwania lokalnego (ang. *local search*) – **zazwyczaj** pozwalają one na znalezienie rozwiązania **zbliżonego** do optimum danego problemu optymalizacyjnego (globalnego maksimum lub minimum), jednak **nie muszą** zapewnić znalezienia tego optimum[1].

1.1. *Tabu Search*

Tabu Search (TS) to heurystyczna metoda optymalizacyjna używana do rozwiązywania problemów optymalizacji kombinatorycznej. Została wprowadzona przez Freda Glovera w latach 80. i opiera się na koncepcji przeszukiwania przestrzeni rozwiązań w sposób inteligentny, przy użyciu mechanizmu tabu (ruchów zakazanych), który zapobiega powtarzaniu tych samych ruchów lub rozwiązań w trakcie przeszukiwania.

Algorytm zaczyna od wygenerowania początkowego rozwiązania, które jest następnie oceniane pod kątem funkcji celu. Tworzone są sąsiednie rozwiązania poprzez wprowadzanie drobnych zmian do obecnie rozpatrywanego rozwiązania. To sąsiedztwo jest kluczowe dla algorytmu, ponieważ TS próbuje eksplorować przestrzeń rozwiązań, szukając lepszych wartości funkcji celu. Algorytm ocenia każde nowe rozwiązanie za pomocą funkcji celu, która przypisuje wartość jakości danego rozwiązania. Celem jest minimalizacja lub maksymalizacja tej funkcji, zależnie od charakterystyki problemu. Tabu Search utrzymuje listę tabu, która zawiera informacje na temat ostatnio odwiedzonych rozwiązań lub ruchów. Mechanizm tabu uniemożliwia powrót do niedawno odwiedzonych stanów, co pomaga uniknąć cykli i skuteczniej przeszukiwać przestrzeń rozwiązań. Pomimo tego, że ruch może być oznaczony jako zakazany na liście tabu, kryterium aspiracji może zezwalać na jego wykonanie, jeśli jest on korzystny w danej sytuacji. Algorytm składa się z faz intensyfikacji (skupiającej się na lokalnym przeszukiwaniu wokół obecnie najlepszego rozwiązania) i dywersyfikacji (poszerzającej przeszukiwanie w poszukiwaniu nowych obszarów rozwiązań). Algorytm działa do momentu spełnienia określonego warunku stopu, na przykład osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji lub uzyskania satysfakcjonującego rozwiązania[2].

1.2. Symulowane wyżarzanie

Symulowane wyżarzanie metaheurystyka, której nazwa nawiązuje do procesu wyżarzania metali. Algorytm został zainspirowany procesem chłodzenia stopionego metalu, w którym stopiony metal jest stopniowo schładzany, co pozwala na osiągnięcie bardziej stabilnej struktury

[1] https://www.cs.cmu.edu/~15281/coursenotes/localsearch/index.html
[2] https://cs.pwr.edu.pl/zielinski/lectures/om/localsearch.pdf

krystalicznej. W przypadku symulowanego wyżarzania, proces chłodzenia jest odwzorowany w celu znalezienia globalnego optimum w przestrzeni rozwiązań.

Algorytm rozpoczyna od losowego rozwiązania początkowego. Podobnie jak w przypadku Tabu Search, symulowane wyżarzanie korzysta z funkcji celu do oceny jakości rozwiązania. Algorytm wprowadza pojęcie temperatury, która kontroluje prawdopodobieństwo akceptacji gorszych rozwiązań. W początkowej fazie temperatura jest wysoka, co pozwala na akceptowanie większej liczby gorszych rozwiązań. W miarę postępu algorytmu temperatura maleje, co sprawia, że akceptacja gorszych rozwiązań staje się coraz mniej prawdopodobna. Prawdopodobieństwo zaakceptowania gorszego rozwiązania jest związane z różnicą wartości funkcji celu oraz aktualnej temperatury. Im wyższa temperatura, tym większa szansa na akceptację gorszego rozwiązania. Algorytm działa do momentu spełnienia określonego warunku stopu, na przykład osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji lub uzyskania satysfakcjonującego rozwiązania. Symulowane wyżarzanie jest stosowane w przypadkach, gdzie przestrzeń rozwiązań jest duża i skomplikowana, a funkcja celu może zawierać wiele lokalnych optimum. Algorytm pozwala na unikanie zatrzymywania się w lokalnych optimum poprzez akceptację czasami gorszych rozwiązań na początku procesu optymalizacji, a następnie stopniowe zaostrzanie kryteriów akceptacji w miarę postępu algorytmu. To podejście pozwala na przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań w sposób bardziej elastyczny i bardziej zrównoważony[3].

1.3. Definicje sąsiedztwa[4]

Sąsiedztwo dla *tabu search* i symulowanego wyżarzania jest kluczowym elementem, ponieważ wpływa na sposób generowania sąsiednich rozwiązań podczas przeszukiwania przestrzeni rozwiązań. Dla wielu problemów optymalizacyjnych, takich jak problem komiwojażera, stosuje się trzy popularne operatory sąsiedztwa: *swap* (zamiana miejscami), *insert* (wstawianie) i *inverse* (odwracanie).

- *swap* - polega na zamianie dwóch elementów w rozwiązaniu. Dla problemu trasowania, swap może oznaczać zamianę dwóch miast w trasie.

- i*nsert* - polega na przeniesieniu jednego elementu z jednego miejsca w rozwiązaniu i wstawieniu go w inne miejsce. Dla problemu trasowania, insert może oznaczać przeniesienie miasta z jednej pozycji w trasie i wstawienie go w inne miejsce.

- *inverse* - polega na odwróceniu kolejności pewnego fragmentu rozwiązania. Dla problemu trasowania, inverse może oznaczać odwrócenie kolejności miast pomiędzy dwoma wybranymi punktami w trasie.

[3] http://www.pi.zarz.agh.edu.pl/intObl/notes/IntObl_w2.pdf
[4] https://www.researchgate.net/publication/266033160_13091453v1#pf11

2. Opis implementacji algorytmów

W celu analizy efektywności omawianych algorytmów został napisany program w języku C++ z wykorzystaniem obiektowego paradygmatu programowania. Najistotniejszymi komponentami aplikacji są klasy *Graph* oraz *Route*, których pola (struktury danych) oraz metody są odpowiedzialne za realizację algorytmu. Wiele istotnych kwestii związanych z implementacją zostało wyjaśnionych w komentarzach w plikach źródłowych.

2.1. Klasa *Graph*

Klasa Graph jest główną klasą programu, która jest odpowiedzialna za przechowywanie struktury i metod grafu, na którym wykonywane są badane algorytmy. Pola prywatne klasy – dwuwymiarowa tablica std::vector matrix oraz size są użyte do przechowywania długości krawędzi w postaci macierzy kwadratowej – kosztów - matrix stopnia size. Oba pola przechowują liczby stałoprzecinkowe typu int. W macierzy komórka o współrzędnych i, j zawiera odległość pomiędzy wierzchołkami i i j.

Zaimplementowano konstruktory (domyślny, generujący losową instancję problemu o rozmiarze N, wczytujący instancję z pliku tekstowego, przeładowany operator przypisania oraz metodę wypisującą graf (macierz) na ekran.

2.2. Klasa Graph – metoda *generateInitialSolution()*

Metoda ta użyta jest w obu algorytmach do wyznaczenia rozwiązania początkowego w sposób **zachłanny**.

Algorytm:

1. Utworzenie listy visited, zainicjowanej odwiedzeniem korzenia (wierzchołka 0).
2. Rozpoczyna się pętla, która wykonuje się *size-1* razy, ponieważ trasa musi odwiedzić wszystkie wierzchołki oprócz korzenia.
3. Dla aktualnego wierzchołka *curIndex* na trasie, znajdowany jest najbliższy nieodwiedzony wierzchołek *dst* z najmniejszą wagą krawędzi. Wartość minimalnej wagi przechowywana jest w zmiennej *dstMin*.
4. Znaleziony wierzchołek *dst* jest dodany do listy visited i do wynikowej trasy *res* na odpowiedniej pozycji.
5. Po zakończeniu pętli, waga krawędzi powrotnej do korzenia, czyli od ostatnio odwiedzonego wierzchołka do korzenia (wierzchołek 0), jest dodawana do kosztu. Wygenerowana trasa jest zwracana z metody.

2.3. Klasa *Graph* – metoda *solveSimulatedAnnealing()*

Algorytm zaczyna się od inicjalizacji zmiennych, takich jak czas, liczba elementów trasy, i temperatura początkowa – wykorzystana jest w tym celu metoda *generateInitialTemp()*. Następnie początkowa trasa jest generowana w sposób zachłanny i obliczany jest jej koszt. Algorytm przechodzi do głównej pętli, która będzie trwała do momentu spełnienia warunku stopu. W każdej iteracji pętli następują następujące operacje:

1. Losowane są dwie różne pozycje w trasie, a następnie tworzona jest nowa trasa poprzez zastosowanie operatora *swap*.

2. Obliczane są koszty obecnej trasy i nowo wygenerowanej trasy. Następnie obliczana jest różnica kosztów między nimi.

3. Jeśli nowa trasa jest lepsza (o niższym koszcie), to zostaje zaakceptowana jako obecna trasa. W przeciwnym razie, jest ona akceptowana z pewnym prawdopodobieństwem, zależnym od różnicy kosztów i temperatury. Wyraża się ono wzorem Rysunek 2.1, gdzie lewa strona nierówności to losowa liczba z przedziału [0,1), *diff* to różnica kosztów pomiędzy nową a obecną trasą, natomiast *T* to temperatura w obecnej iteracji. Prawdopodobieństwo akceptacji gorszego rozwiązania maleje wraz ze spadkiem temperatury.

Rysunek 2.1

$$random[0,1) < e^{-diff/T}$$

Źródło: opracowanie własne na podstawie[5]

4. Jeśli obecna trasa jest lepsza niż trasa optymalna, to aktualizowana jest trasa optymalna oraz jej koszt.

5. Temperatura jest zmniejszana, co odpowiada procesowi schładzania. W algorytmie Symulowanego Wyżarzania schładzanie ma na celu zwiększenie prawdopodobieństwa akceptacji lepszych rozwiązań na początku, a następnie stopniowe zaostrzanie kryteriów akceptacji. Schładzanie odbywa się według wzoru Rysunek 2.2. We wzorze tym *T(i)* to temperatura w obecnej iteracji, α to współczynnik schładzania – w implementacji określony przez parametr *delta*, natomiast *T(i-1)* to temperatura w poprzedniej iteracji.

Rysunek 2.2

$$T(i) = \alpha * T(i-1)$$

Źródło: opracowanie na podstawie założeń dot. projektu

6. Po każdej 100000. iteracji pętli sprawdzane jest, czy upłynął określony limit czasu. Jeśli tak, to wykonywanie pętli jest przerywane. Sprawdzanie czasu co określoną liczbę iteracji ma na celu ograniczenie wpływu pomiaru czasu na czas wykonywania właściwego algorytmu.

Po zakończeniu głównej pętli algorytm następuje wypisanie czasu wykonania, optymalnego kosztu oraz ścieżki. Zwracany jest koszt trasy. Według przyjętych założeń projektowych główna pętla algorytmu jest wykonywana przez sztywnie narzucony limit czasu określony przez parametr *timeLimit*. Omówiony algorytm przedstawia Rysunek 2.3.

[5] https://cs.pwr.edu.pl/zielinski/lectures/om/localsearch.pdf

Rysunek 2.3 Główna pętla algorytmu symulowanego wyżarzania

```
while(warunek stopu) {
        // Losowanie dwóch różnych pozycji w trasie
         int pos1 = rand() % routeElements;
         int pos2 = rand() % routeElements;
        if(pos1 == pos2) pos2 = (pos2 + 1) % routeElements;
        // Tworzenie nowej trasy poprzez zastosowanie operatora swap
        Route newRoute = currentRoute;
        newRoute.procedureSwap(pos1, pos2);
        // Obliczenie kosztów obecnej i nowej trasy
        int currentCost = calculateRouteCost(currentRoute);
        int newCost = calculateRouteCost(newRoute);
        // Obliczenie różnicy kosztów między trasami
        int costDiff =  newCost - currentCost;
        // Sprawdzenie czy nowa trasa jest lepsza lub czy zaakceptować gorsze rozwiązanie
        if(costDiff < 0)
        {
            currentRoute = newRoute;
         }
        else if(((double)rand()/(double)RAND_MAX)<=exp(-(double)costDiff/T))
        {
            currentRoute = newRoute;
            currentCost = newCost;
         }
         // Aktualizacja trasy optymalnej, jeśli znaleziono lepsze rozwiązanie
         if(currentCost < optimalCost)
          {
              optimalRoute = currentRoute;
               optimalCost = currentCost;
              // Aktualizacja czasu
              auto end = std::chrono::steady_clock::now();
          }
        // Zmniejszanie temperatury
        T *= delta;
        timeCheck++;
}
```

Źródło: opracowanie własne

2.1. Klasa *Graph* – metoda *generateInitialTemp()*

Metoda ta użyta jest do generowania temperatury początkowej dla danego problemu w oparciu o przetwarzane dane. W tym celu oblicza się **odchylenie przeciętne**[6] dla długości krawędzi w grafie reprezentującym dany problem. Następuje sumowanie wartości krawędzi dla wszystkich par różnych wierzchołków grafu, pomijając krawędzie pętlowe (krawędzie prowadzące do tego samego wierzchołka). Oblicza się średnią wartości krawędzi jako ilorazu sumy wartości krawędzi przez liczbę wszystkich krawędzi. Szukane odchylenie wyznacza się jako stosunek sumy wartości bezwzględnej różnicy między średnią a wartością krawędzi dla wszystkich par różnych wierzchołków i liczby krawędzi niebędących pętlami. Temperaturę początkową stanowi wartość odchylenia pomnożona przez 10^5.

2.2. Klasa Graph – metoda *solveTabuSearch()*

Metoda *solveTabuSearch()* użyta jest do rozwiązywania omawianego problemu komiwojażera metodą *Tabu Search*.

Inicjalizowane są zmienne trasy, takie jak trasa bieżąca (*currentRoute*) oraz trasa optymalna (*optimalRoute*), wraz z obliczeniem ich kosztów. Wybierana jest operacja sąsiedztwa: Na podstawie przekazanego znaku (*neighbourFunction*), wybierana jest operacja sąsiedztwa: '*n*' (*insert*), '*i*' (*inverse*), lub domyślnie '*s*' (*swap*). Wybrana operacja przypisywana jest do wskaźnika na metodę ruchu (*movePtr*). Ustalana jest wielkość listy tabu. Rozmiar listy tabu (*tabuListSize*) jest ustawiany na wartość równą liczbie wierzchołków w grafie. Inicjalizowane są zmienne czasowe. Ustalane są zmienne związane z pomiarami czasu. Rozpoczyna się główna pętla algorytmu, która będzie działać do momentu spełnienia warunku stopu – podobnie jak w przypadku metody *SA* jest to przekroczenie limitu czasu *timeLimit*. Iteruje się po sąsiedztwie aktualnej trasy. Dla każdej pary różnych wierzchołków w trasie iteruje się po wszystkich możliwych ruchach sąsiedztwa, wykonując operację wskazywaną przez *movePtr*. Dla każdego ruchu sprawdzane są kryteria: czy ruch jest na liście tabu, czy różnica kosztów jest większa od poprzednio zarejestrowanego najlepszego ruchu, czy też nowy koszt jest lepszy niż dotychczasowy optymalny koszt (kryterium aspiracji). Trasa aktualizowana jest na podstawie najlepszego ruchu, a zakazany ruch dodawany jest do listy tabu. Sprawdzane są kryteria stopu i dywersyfikacji. Dywersyfikacja następuje w przypadku przekroczenia granicy krytycznej – *criticalBound* – równej *10^5/rozmiar problemu*. Lista tabu jest wtedy czyszczona i generowane jest nowe losowe rozwiązanie. Po każdej iteracji sprawdzane jest kryterium stopu, czyli czy nie został przekroczony limit czasu. Dodatkowo, zwiększany jest licznik krytyczny (*criticalCounter*).

Po zakończeniu pętli, obliczany jest łączny czas wykonania algorytmu. Następnie, zwracany jest optymalny koszt trasy. Wypisywane są wyniki. Omówiony algorytm przedstawia Rysunek 2.4.

[6] http://home.agh.edu.pl/~bartus/index.php?action=dydaktyka&subaction=statystyka&item=miary_zmiennosci

Rysunek 2.4 Główna pętla algorytmu Tabu Search w postaci pseudokodu

```
while(warunek stopu)
  {
    // Dywersyfikacja – losowe przetasowanie ścieżki
    if(criticalCounter >= criticalBound)
    {
       currentRoute.randomize();
       criticalCounter = 0;
       if(przekroczony limit czasu) break;
       tabuList.clear();
    }
    int currentCost = calculateRouteCost(currentRoute);
    Route currentBest;
    int currentMaxVal = INT_MIN;
    // Wszystkie podzbiory 2-elementowe (i, j) - sasiedztwo obecnego rozwiazania
    for(int i=0; i<routeElements; i++)
    {
       for(int j=i+1; j<routeElements; j++)
       {
          Route newRoute = currentRoute;
          int newCost = calculateRouteCost(newRoute);

          currentTabu = pary (indeks, wierzchołek);
          bool newTabu = false;

          bool isTabu = false;
          // Sprawdzenie, czy atrybuty ruchu są na liście tabu
          for(unsigned k=0; k<tabuList.size(); k++)
          {
             if(tabuList[k] == currentTabu)
             {
                isTabu = true;
                break;
             }
          }
         // Czy ruch nie jest zakazany i nowe lokalne optimum lub spełnione kryterium aspiracji
          if(( !isTabu && (currentCost - newCost > currentMaxVal))|| newCost < optimalCost)
          {
             currentMaxVal = currentCost - newCost;
             currentBest = newRoute;
             forbidden = currentTabu;
             newTabu = true;
          }
       }
    }
    if(newTabu) {
        tabuList.push_back(forbidden);
   }
   // Zapewnienie określonego rozmiaru listy tabu
    while(tabuList.size() > tabuListSize)
    {
       tabuList.erase(tabuList.begin());
    }
    currentRoute = currentBest;
    currentCost = calculateRouteCost(currentRoute);
  // Nowe najlepsze rozwiązanie – zerujemy licznik krytyczny
    if(currentCost < optimalCost)
    {
       optimalRoute = currentRoute;
       optimalCost = currentCost;
       criticalCounter = 0;
       end = std::chrono::steady_clock::now();
       duration = end - start;
       if(duration.count()>timeLimit) break;
    }
    criticalCounter++;
  }
```

Źródło: opracowanie własne

Istotnym zagadnieniem jest sposób, w jaki **atrybuty** wykonywanych ruchów są dodawane do **listy tabu**. Przyjęto, że dla każdego wykonywanego ruchu *(i, j)* do listy tabu dodawane są pary *(indeks, wierzchołek)*, gdzie *indeks* to odpowiednio i oraz j , a *wierzchołek* to element pod tym indeksem w wewnętrznej tablicy obiektu trasy.

2.3. Klasa *Route*

Klasa ta jest użyta do reprezentowania ścieżki – trasy komiwojażera bez pierwszego i ostatniego przystanku na trasie, który jest przyjęty jako 0. Oznacza to, że przykładowo ciąg wierzchołków 0-1-2-3-0 jest w tej klasie reprezentowany jako ciąg 1-2-3. Ciąg wierzchołków jest przechowywany w postaci tablicy *std::vector<int> route*.

Zostały zaimplementowane następujące komponenty klasy:

- Konstruktor *Route(int n)* - tworzy obiekt trasy o rozmiarze n. Inicjalizuje wektor *route* o zadanej wielkości,
- Metoda *randomize()* generuje losową permutację trasy, reprezentującą trasę komiwojażera bez pierwszego i ostatniego przystanku na trasie (0),
- Metoda *toString()* zwraca tekstową reprezentację trasy, gdzie kolejne liczby są oddzielone spacją.
- Operator przypisania *operator=* przypisuje zawartość jednej trasy do drugiej.
- Operator dostępu do elementu *operator[]* umożliwia odczyt i modyfikację elementów trasy.
- Operator porównania *operator==* porównuje dwie trasy i zwraca *true*, jeśli są identyczne.
- Metoda *procedureSwap()* wykonuje operację swap (zamiana miejscami) dla dwóch wierzchołków na trasie.
- Metoda *procedureInverse()* wykonuje operację odwracania kolejności elementów trasy między dwoma wskazanymi indeksami.
- Metoda *procedureInsert()* wykonuje operację wstawiania elementu na trasie między dwoma wskazanymi indeksami.
- Metoda *getSize()* zwraca rozmiar trasy.
- Pomocnicza metoda *swap()* zamienia miejscami dwa elementy trasy na podstawie ich indeksów.

Implementację operatorów sąsiedztwa przedstawia Rysunek 2.5.

Rysunek 2.5 Implementacje operatorów sąsiedztwa i metody pomocniczej swap()

```
// Metoda wykonująca operację zamiany miejscami dwóch wierzchołków na trasie.
void Route::procedureSwap(unsigned i, unsigned j)
{
   // Wywołanie metody pomocniczej swap.
   swap(i, j);
}


// Metoda wykonująca operację odwracania kolejności elementów trasy między dwoma indeksami.
void Route::procedureInverse(unsigned i, unsigned j)
{
   // Jeśli i > j, zamieniane są elementy o indeksach i oraz j.
   if(i > j) std::swap(i, j);
   // Odwracanie poprzez iteracyjne zamienianie miejscami elementów między i a j.
   while(i < j) swap(i++, j--);
}
// Metoda wykonująca operację wstawiania elementu na trasie między dwoma indeksami.
void Route::procedureInsert(unsigned i, unsigned j)
{
   if(i > j) std::swap(i, j);
   // Zapisanie wartości elementu, który będzie wstawiany.
   int insertedElement = route[i];
   // Iteracyjne przesuwanie elementów między i a j-1 w prawo.
   while(i < j-1)
   {
      std::swap(route[i+1], route[i]);
      i++;
   }
   // Wstawienie elementu przed indeks j.
   route[j-1] = insertedElement;
}
// Metoda pomocnicza - zamiana elementów trasy o indeksach i i j
void Route::swap(unsigned i, unsigned j)
{
   int temp = route[i];
   route[i] = route[j];
   route[j] = temp;
}
```

Źródło: opracowanie własne

3. Sposób przeprowadzenia badania

W celu realizacji badania – eksperymentu zostały wykorzystane omówione wcześniej klasy. Podobnie jak w przypadku realizacji wcześniejszych projektów, w celu oceny efektywności badanych algorytmów został wykorzystany pomiar czasu przy wykorzystaniu funkcjonalności biblioteki <*chrono*> i zawartej w niej klasy *steady_clock*, która reprezentuje zegar monotoniczny, dla którego gwarantowane jest, że różnica czasu (przykładowo przekonwertowanego do milisekund – tak jak w programie) będzie większa od zera dla dwóch momentów czasu badania, z których drugi występuje później niż pierwszy. Po wykonaniu każdej z metod realizujących badane algorytmy wypisywany jest czas uzyskania wyniku w milisekundach, koszt ścieżki, ścieżka – bez początkowego i ostatniego wierzchołka na trasie (0) oraz, dla algorytmu *SA*, temperatura końcowa.

Do badań zostały wykorzystane problemy wskazane w wytycznych dot. projektu. Są to pliki:

- *ftv47.atsp* (1776),
- *ftv170.atsp* (2755) ,
- *rgb403.atsp* (2465).

W nawiasach zostały podane najlepsze znane rozwiązania – koszty tras – dla tych problemów[7].

Przeanalizowano rezultaty działania algorytmów *TS* i *SA* dla podanych trzech plików przy wykorzystaniu podanych parametrów:

- *Tabu Search* – sąsiedztwo typu *swap*,
- *Simulated Annealing* –współczynnik schładzania α = 0,9999995 i sąsiedztwo typu *insert*.

Ustalono limity czasu wykonywania algorytmów na: 2 min dla problemu *ftv47.atsp*, 4 min dla problemu *ftv170.atsp* oraz 6 min dla problemu *rgb403.atsp*.

4. Wyniki przeprowadzonego badania

Rezultaty przeprowadzonego badania zostały podsumowane w tabelach oraz na wykresie.

4.1. Wszystkie wyniki

[7] http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/ATSP.html

Tabela 4.1 Plik ftv47.atsp – algorytm Tabu Search

ftv47.atsp TS			
uruchomienie	**czas [ms]**	**dł. ścieżki**	**błąd %**
1	6.13E+04	2018	14%
2	4.63E+04	2011	13%
3	5.60E+04	1949	10%
4	4.00E+04	1998	13%
5	9.21E+04	1949	10%
6	9.40E+04	2021	14%
7	3.01E+04	2063	16%
8	7.52E+03	2060	16%
9	9.16E+04	2043	15%
10	1.03E+05	2082	17%
średnia	**6.22E+04**	**2019**	**14%**
mediana	**5.86E+04**	**2020**	**14%**

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4.2 Plik ftv170.atsp – algorytm Tabu Search

ftv170.atsp TS			
uruchomienie	**czas [ms]**	**dł. ścieżki**	**błąd %**
1	2.87E+03	3632	32%
2	2.87E+03	3632	32%
3	2.80E+03	3632	32%
4	2.82E+03	3632	32%
5	2.81E+03	3632	32%
6	2.92E+03	3632	32%
7	2.91E+03	3632	32%
8	2.86E+03	3632	32%
9	2.81E+03	3632	32%
10	2.89E+03	3632	32%
średnia	**2.86E+03**	**3632.00**	**32%**
mediana	**2.86E+03**	**3632.00**	**32%**

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4.3 Plik rbg403.atsp – algorytm Tabu Search

rbg403.atsp TS			
uruchomienie	**czas [ms]**	**dł. ścieżki**	**błąd %**
1	2.57E+05	2597	5%
2	2.56E+05	2597	5%
3	2.56E+05	2597	5%
4	2.65E+05	2597	5%
5	2.78E+05	2597	5%
6	2.62E+05	2597	5%
7	2.61E+05	2597	5%
8	2.71E+05	2597	5%
9	2.68E+05	2597	5%
10	2.60E+05	2597	5%
średnia	**2.63E+05**	**2597.00**	**5%**
mediana	**2.62E+05**	**2597.00**	**5%**

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4.4 ftv47.atsp – algorytm Symulowanego Wyżarzania

ftv47.atsp SA				
uruchomienie	**czas [ms]**	**dł. ścieżki**	**błąd %**	**temp. końcowa**
1	4.21E+04	1935	9%	8.46E-12
2	4.06E+04	1911	8%	2.09E-12
3	9.40E+04	1987	12%	3.44E-12
4	1.11E+05	2001	13%	2.19E-12
5	3.85E+04	1978	11%	1.55E-12
6	3.79E+04	1980	11%	2.42E-12
7	8.50E+04	1951	10%	1.20E-12
8	3.99E+04	1959	10%	1.04E-12
9	3.89E+04	2013	13%	2.09E-12
10	3.81E+04	1962	10%	1.89E-12
średnia	**5.66E+04**	**1968**	**11%**	**2.64E-12**
mediana	**4.03E+04**	**1970**	**11%**	**2.08E-12**

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4.5 Plik ftv170.atsp - algorytm Symulowanego Wyżarzania

ftv170.atsp SA				
uruchomienie	**czas [ms]**	**dł. ścieżki**	**błąd %**	**temp. końcowa**
1	6.18E+00	3923	42%	3.88E-05
2	6.20E+00	3923	42%	2.02E-05
3	6.25E+00	3923	42%	6.74E-06
4	6.28E+00	3923	42%	4.98E-05
5	6.92E+00	3923	42%	2.24E-05
6	6.20E+00	3923	42%	1.93E-05
7	6.49E+00	3923	42%	6.08E-05
8	6.26E+00	3923	42%	5.23E-05
9	6.41E+00	3923	42%	6.08E-05
10	6.2885	3923	42%	7.81E-05
średnia	**6.35E+00**	**3923**	**42%**	**4.09E-05**
mediana	**6.27E+00**	**3923**	**42%**	**4.43E-05**

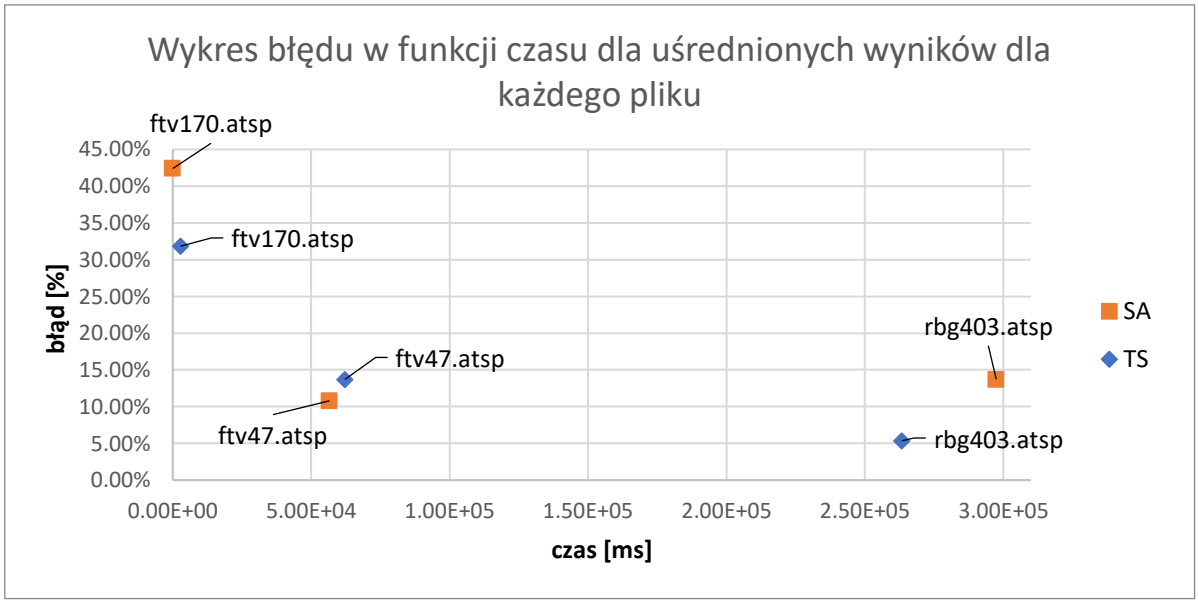
Źródło: opracowanie własne

Tabela 4.6 Plik rbg403.atsp - algorytm Symulowanego Wyżarzania

rbg403.atsp SA	Kolumna1	Kolumna2	Kolumna3	Kolumna4
uruchomienie	**czas [ms]**	**dł. ścieżki**	**błąd %**	**temp. końcowa**
1	3.29E+05	2739	11%	9.79E-02
2	3.37E+05	2702	10%	8.86E-02
3	3.24E+05	2702	10%	8.43E-02
4	8.21E+01	3535	43%	2.27E+02
5	3.43E+05	2775	13%	8.43E-02
6	3.36E+05	2739	11%	7.63E-02
7	3.26E+05	2731	11%	9.79E-02
8	3.18E+05	2728	11%	1.20E-01
9	3.42E+05	2700	10%	1.39E-01
10	3.20E+05	2681	9%	1.20E-01
średnia	**2.97E+05**	**2803**	**14%**	**2.28E+01**
mediana	**3.27E+05**	**2730**	**11%**	**9.79E-02**

Źródło: opracowanie własne

Wykres 4.1



Źródło: opracowanie własne

4.2. Najlepsze rozwiązania

Plik *ftv47.atsp* – koszt 1911 – algorytm SA – ścieżka:

0	*25*	*1*	*9*	*33*	*27*	*28*	*2*	*41*	*43*	*47*	*26*
42	*22*	*40*	*20*	*38*	*18*	*17*	*46*	*36*	*35*	*14*	*23*
34	*13*	*12*	*32*	*7*	*31*	*30*	*5*	*24*	*4*	*29*	*3*
6	*10*	*8*	*11*	*37*	*19*	*44*	*15*	*16*	*45*	*39*	*21*
0											

Plik *ftv170.atsp* – koszt 3632 – algorytm TS – ścieżka:

0	*1*	*2*	*77*	*73*	*170*	*49*	*50*	*51*	*52*	*53*	*43*
55	*54*	*58*	*59*	*60*	*61*	*68*	*67*	*167*	*70*	*87*	*85*
86	*83*	*84*	*69*	*66*	*63*	*64*	*56*	*57*	*62*	*65*	*88*
153	*154*	*89*	*90*	*91*	*94*	*96*	*97*	*99*	*98*	*95*	*92*
93	*166*	*108*	*107*	*106*	*105*	*165*	*163*	*101*	*100*	*102*	*117*
118	*119*	*120*	*121*	*122*	*123*	*162*	*103*	*104*	*114*	*109*	*113*
164	*127*	*126*	*125*	*124*	*129*	*128*	*130*	*131*	*132*	*112*	*133*
134	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*76*	*74*	*75*	*11*	*12*	*18*
19	*20*	*21*	*22*	*23*	*26*	*27*	*28*	*29*	*30*	*31*	*33*
34	*156*	*40*	*39*	*38*	*37*	*35*	*36*	*157*	*41*	*155*	*42*
45	*44*	*46*	*47*	*48*	*168*	*72*	*78*	*82*	*79*	*80*	*81*
3	*4*	*5*	*169*	*111*	*110*	*71*	*158*	*32*	*16*	*17*	*24*
25	*150*	*161*	*160*	*151*	*152*	*144*	*143*	*142*	*149*	*148*	*147*
137	*136*	*138*	*135*	*139*	*140*	*14*	*15*	*159*	*13*	*115*	*116*
146	*145*	*141*	*0*								

Plik *rbg403.atsp* – koszt 2597 – algorytm TS – ścieżka:

0	314	59	23	14	62	13	205	379	248	348	241
113	395	33	376	88	38	270	19	377	402	287	107
61	370	104	145	304	260	308	394	225	58	8	6
164	3	2	386	47	112	322	272	28	151	11	152
76	340	367	310	29	397	5	56	65	387	84	46
77	31	52	40	39	78	226	147	360	69	245	81
22	21	82	247	232	172	26	182	131	167	64	15
169	27	96	66	60	44	221	67	94	79	353	263
90	72	57	163	25	246	92	51	49	37	36	108
120	392	351	83	218	349	206	30	133	339	364	303
18	253	301	256	318	99	389	333	267	373	355	115
114	393	312	35	209	41	160	365	68	180	165	202
122	119	168	140	372	356	328	257	217	9	384	383
361	146	144	105	391	154	111	369	103	374	363	289
129	255	110	109	275	210	265	326	258	106	359	214
192	189	162	48	358	281	124	284	290	125	74	216
200	71	95	55	305	215	309	252	191	187	234	228
198	264	213	278	224	316	285	282	293	262	261	85
132	243	175	291	204	161	148	325	134	306	319	135
280	12	42	136	137	54	336	292	329	294	227	381
345	173	344	177	158	269	91	239	70	149	347	401
354	342	337	93	203	295	190	138	266	86	101	332
296	128	150	176	156	390	153	75	10	331	378	297
233	380	315	157	1	171	63	251	330	343	159	323
188	299	259	130	141	116	184	4	43	34	385	199
307	143	352	195	155	7	341	102	166	300	335	170
334	126	174	185	178	100	98	179	368	181	346	183
17	186	53	400	50	236	212	254	223	73	193	207
45	338	231	288	249	220	197	142	222	250	211	320
302	89	235	121	24	238	229	240	219	237	244	80
388	279	123	399	398	268	16	32	274	283	277	286
273	317	208	313	20	311	271	327	366	321	362	127
396	357	242	117	97	276	298	201	118	139	87	194
324	375	371	350	230	382	196	0				

5. Wnioski