

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ  
CAMPUS TIANGUÁ  
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

ERINALDO CARDOSO DA SILVA

RELATÓRIO DO SEMINÁRIO DE ANÁLISE DOS MÉTODOS NUMÉRICOS  
PARA ENCONTRAR AS RAÍZES DE UMA FUNÇÃO

ERINALDO CARDOSO DA SILVA

RELATÓRIO DO SEMINÁRIO DE ANÁLISE DOS MÉTODOS NUMÉRICOS  
PARA ENCONTRAR AS RAÍZES DE UMA FUNÇÃO

Relatório do seminário sobre a análise dos métodos numéricos da Bisseção, da Falsa Posição e de Newton-Raphson, da disciplina de Cálculo Numérico, do curso de Bacharelado em Ciência da Computação, do Instituto Federal de Educação do Ceará, Campus Tianguá, como pré-requisito para a obtenção da primeira nota da disciplina do semestre 2021.1

Professor: Lucas Freitas Campos

Tianguá - CE  
2021

## RESUMO

O presente relatório, apresentado na disciplina de Cálculo Numérico, tem como objetivo mostrar os resultados da análise aplicados no estudo dos métodos da Bissecção, da Falsa Posição e do método de Newton-Raphson, utilizados para obtenção de raízes de funções reais. Através da análise desses métodos foi possível identificar qual o método mais eficaz no quesito: aproximação para a raiz dentro de uma precisão definida, utilizando-se de um menor número possível de iterações para se chegar a essa raiz. Para a realização desta análise foi utilizado ferramentas computacionais e desenvolvidos programas para que assim pudesse chegar a resultados mais precisos. Os métodos foram aplicados na função:  $f(x) = \ln(x) + \sin(2x)$ .

**Palavras-chaves:** Métodos. Raiz. Bissecção. Falsa Posição. Newton-Raphson.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	04
2. GRÁFICO DA FUNÇÃO .....	05
3. DETERMINANDO O INTERVALO .....	06
4. IMPLEMENTANDO O ALGORÍTMO .....	08
4.1. Método da Bissecção .....	08
4.2. Método da Falsa Posição .....	12
4.3. Método de Newton-Raphson .....	16
5. DETERMINANDO O NÚMERO DE INTERAÇÕES .....	19
5.1. Método da Bissecção .....	19
5.2. Método da Falsa Posição .....	21
5.3. Método de Newton-Raphson .....	22
6. COMPARANDO O RESULTADO DOS MÉTODOS .....	24
6.1. Tabela .....	24
6.2. Gráfico de Convergência .....	25
7. CONCLUSÃO .....	28

## 1. INTRODUÇÃO

Este relatório refere-se ao estudo e análise dos métodos da Bissecção, Falsa Posição e do método de Newton-Raphson. O objetivo desta análise era identificar e comparar qual é o método mais eficaz quando se deseja encontrar o valor da raiz de uma função.

Esses métodos fazem parte do conteúdo da disciplina de Cálculo Numérico, ministrada pelo professor Lucas Freitas Campos.

Para a realização dessa análise foi dado a seguinte função:  $f(x) = \ln(x) + \sin(2x)$ . Também foi definido um valor para a precisão erro de 0.0001

Com base nessas condições, o aluno deveria executar as seguintes tarefas:

- Fazer o gráfico da função;
- Determinar o intervalo em que contém a raiz;
- Encontrar a raiz aproximada da função usando esses métodos numéricos;
- Determinar o número de interações;
- E por fim comparar os resultados desses métodos através de uma tabela e do gráfico de convergência.

Além do relatório como quesito para obtenção da primeira nota da disciplina em questão, o aluno deveria apresentar esse trabalho em forma de seminário em um momento que poderia ser síncrono ou assíncrono.

Para a apresentação do seminário eu escolhi a forma assíncrono. Foram gravados alguns vídeos, e esses estão disponíveis no portal do YouTube através dos seguintes endereços:

Método da Bissecção: <https://youtu.be/02EcVF-clh4>

<https://youtu.be/AuM6laSgP7o>

<https://youtu.be/6NGI2JA689k>

Método da Falsa Posição: <https://youtu.be/QywCIFoAJAo>

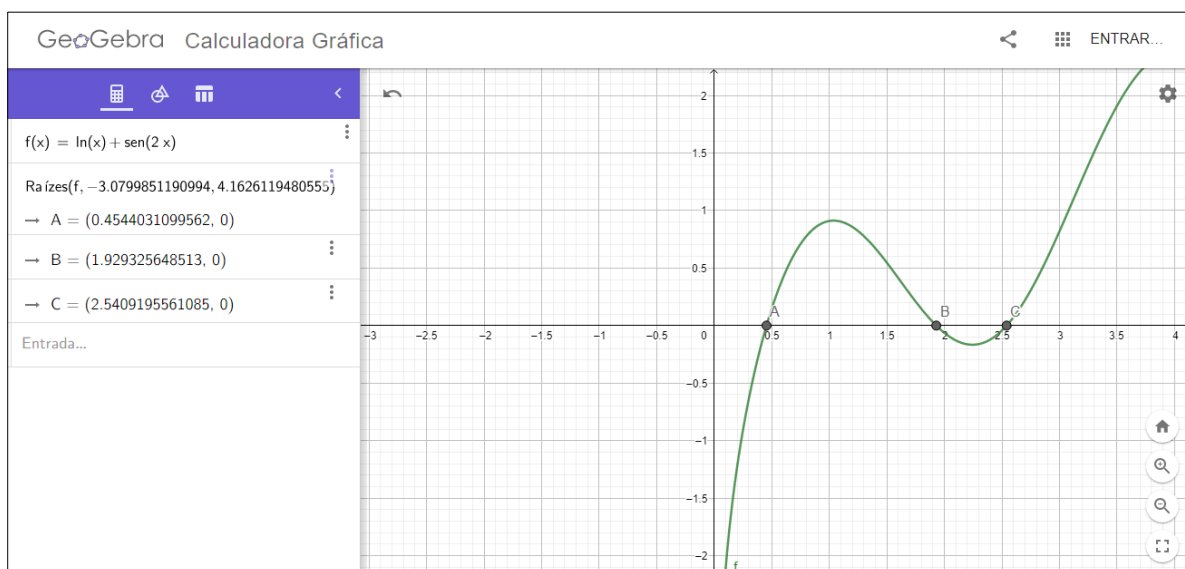
Método de Newton-Raphson: [https://youtu.be/Hr\\_DjTnF66w](https://youtu.be/Hr_DjTnF66w)

Os algoritmos dos métodos analisados foram implementados utilizando-se a linguagem C. Os códigos foram enviados ao professor, mas também estão disponíveis em um repositório no Github através do seguinte endereço:

<https://github.com/erynaldo/metodos-numericos>

## 2. GRÁFICO DA FUNÇÃO

Para obter o desenho do gráfico da função  $f(x) = \ln(x) + \sin(2x)$  foi utilizado o GeoGebra - Calculadora Gráfica, é um sistema online que pode ser acessado através do endereço: <https://www.geogebra.org/graphing>. O resultado da função obteve o seguinte gráfico:



**Figura 01** – Gráfico da Função

Podemos observar no gráfico que a função  $f(x) = \ln(x) + \sin(2x)$  é contínua e possui 3 raízes, ou seja, a curva intercepta o eixo  $x$  (toca o eixo das abscissas) três vezes, sendo a primeira no ponto A, a segunda no ponto B e a terceira no ponto C, como mostrado no gráfico.

Esses pontos são denominados de raízes de uma equação ou zeros de uma função, porque em um plano cartesiano toda vez que uma linha contínua toca no eixo  $x$ , ali vai ser uma raiz.

### 3. DETERMINANDO O INTERVALO

Antes de determinarmos o intervalo, vamos entender sobre os métodos numéricos.

Os métodos numéricos são técnicas utilizadas para encontrar raízes (zeros) de uma função real. A ideia central destes métodos numéricos é partir de uma aproximação inicial para a raiz (um intervalo onde imaginamos a raiz estar contida) e em seguida refinar essa aproximação através de um processo iterativo.

A determinação das raízes de uma equação envolve duas fases.

**Fase 01:** Isolamento das raízes. Esta fase consiste em determinar um intervalo que contem a raiz, ou seja, escolhe dois pontos **a** e **b** para o ser o extremo desse intervalo e verifica se no interior desse intervalo existe ou não uma raiz.

**Fase 02:** Refinamento da raiz. Esta fase consiste em definir a cada iteração um novo intervalo que se aproxime cada vez mais do valor da raiz, respeitando a uma precisão pré-fixada. Para esse processo utilizaremos os métodos iterativos.

Um processo iterativo nada mais é do que uma sequência de instruções que são executadas passo a passo, e muitas das vezes esse processo precisa ser repetido em ciclos até atingir um objetivo, que é encontrar a raiz.

Cada ciclo recebe o nome de iteração e a cada iteração utiliza resultados das iterações anteriores e efetua determinados testes que permitem verificar se foi atingido um resultado próximo o suficiente do resultado esperado.

Então, observando o gráfico da Figura 01, podemos ver que a função  $f(x) = \ln(x) + \sin(2x)$  possui 3 raízes no eixo  $x$ . A primeira raiz fica entre 0 e 1 (só que no lugar do zero eu implementei com 0.1, pois com zero o programa dava um erro), a segunda fica entre 1 e 2, e a terceira raiz fica entre 2 e 3. Sendo assim foi definido 3 intervalos diferentes, um para cada raiz. O primeiro intervalo **[0.1, 1]** foi para encontrar a raiz que fica no ponto A. Foi escolhido o ponto 0.1 em vez de 0.0, é porque neste intervalo **[0, 1]** a função não é contínua, pois não existe  $\ln(0)$ . E a razão para isso é porque não existe nenhum valor que elevado a constante de Euler resulte em 0. Já para a raiz no ponto B, foi definido o seguinte intervalo **[1, 2]** e para a raiz no ponto C foi escolhido o intervalo **[2, 3]**.

Também é possível identificar a existência de uma raiz dentro de um intervalo sem ter que consultar o gráfico da função, mas como? Utilizando o teorema de

Bolzano, onde ele diz que em um intervalo  $[a, b]$  se o resultado da multiplicação de  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , então naquele intervalo vai existir pelo menos uma raiz da função.

Para afirmar o que diz o teorema de Bolzano vamos resolver a função substituindo o  $x$  pelo valor do intervalo e ao final multiplicar o resultado de  $f(a)$  por  $f(b)$ . Se o resultado da multiplicação for positivo, ou seja, maior do que zero, quer dizer que naquele intervalo não existe raiz, mas se for negativo, pelo menos uma raiz vai existir.

Para os cálculos irei trabalhar com 6 números após a vírgula (no programa a vírgula será o ponto).

### Intervalo $[0.1, 1]$

$$f(x) \ln(x) + \sin(2x) \Rightarrow f(0.1) = \ln(0.1) + \sin(2 * 0.1) = -2.103916$$

$$f(x) \ln(x) + \sin(2x) \Rightarrow f(1) = \ln(1) + \sin(2 * 1) = 0.909297$$

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow (-2.103916) * (0.909297) = -1.913085$$

$$\mathbf{-1.913085 < 0}$$

### Intervalo $[1, 2]$

$$f(x) \ln(x) + \sin(2x) \Rightarrow f(1) = \ln(1) + \sin(2 * 1) = 0.909297$$

$$f(x) \ln(x) + \sin(2x) \Rightarrow f(2) = \ln(2) + \sin(2 * 2) = -0.063655$$

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow (0.909297) * (-0.063655) = -0.057882$$

$$\mathbf{-0.057882 < 0}$$

### Intervalo $[2, 3]$

$$f(x) \ln(x) + \sin(2x) \Rightarrow f(2) = \ln(2) + \sin(2 * 2) = -0.063655$$

$$f(x) \ln(x) + \sin(2x) \Rightarrow f(3) = \ln(3) + \sin(2 * 3) = 0.819197$$

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \Rightarrow (-0.063655) * (0.819197) = -0.052146$$

$$\mathbf{-0.052146 < 0}$$

Podemos ver que o resultado da multiplicação das funções de  $a$  e  $b$  nos três intervalos analisados resultou em um número negativo, ou seja, um número menor do que zero, então conclui-se que nos três intervalos **a** e **b** definidos existem uma raiz.



## 4. IMPLEMENTANDO O ALGORÍTMO

Para a implementação dos algoritmos foi utilizado a linguagem de programação C. Para o desenvolvimento e compilação do código-fonte foi utilizado o programa Sublime Text.

### 4.1. Método da Bissecção

O valor de  $X_k$  é a média aritmética entre a e b.

$$X_k = \frac{a + b}{2}$$

No método da Bissecção, por meio da fórmula abaixo, é possível estimar um número mínimo de iterações que será preciso para encontrar uma raiz  $\xi$  com uma precisão  $\varepsilon$  a partir de um intervalo  $[a, b]$ .

$$k \geq \frac{\log(b - a) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

#### Algoritmo:

Seja  $f(x)$  contínua em  $[a, b]$  e tal que  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .

1) Dados iniciais:

a) intervalo inicial  $[a, b]$

b) precisão  $\varepsilon$

2) Se  $(b - a) < \varepsilon$ , então escolha para raiz qualquer  $x$  pertencente ao intervalo  $[a, b]$ .

FIM.

3)  $k = 1$

4)  $M = f(a)$

5)  $x = (a + b) / 2$

6) Se  $f(a) \cdot f(x) > 0$ , faça  $a = x$ . E vá para o passo 8.

7)  $b = x$

8) Se  $(b - a) < \varepsilon$ , então escolha para raiz qualquer  $x$  pertencente ao intervalo  $[a, b]$ .

FIM.

9)  $k = k + 1$ . Volte ao passo 5.

10) Critérios de parada: FIM

a)  $b - a < l$  (amplitude final);

b)  $b - a < \varepsilon$

c)  $k \geq \text{máximo de iterações}$ .

### Código-Fonte:

```
/*
Instituto Federal do Ceara - IFCE
Campus: Tiangua
Disciplina: Calculo Numerico
Professor: Lucas Campos Freitas
Aluno: Erinaldo Cardoso da Silva

Descricao: Implementacao do algoritmo do Metodo da Bissecacao
*/

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

//FUNCAO
float f(float x) {
    return (log(x) + sin(2 * x));
}

//FUNCAO PRINCIPAL
int main(void) {
    float a, b, c, precisao, x, k_estima, erro;
    int k=0, max_i = 100;

    //TITULO DO PROGRAMA
    printf("\n === METODO DA BISSECAO ===\n");

    //ENTRADA E LEITURA DE DADOS
    printf("\n Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: ");
```

```

scanf("%f", &a);

printf(" Informe o ponto 'b' do intervalo [%.1f , b]: ", a);
scanf("%f", &b);

printf(" Informe o valor da precisao: ");
scanf("%f", &precisao);

printf("\n Intervalo definido [%.1f , %.1f]", a, b);
printf("\n Precisao informada = %f", precisao);

k_estima = (log(b - a) - log(precisao))/log(2);

if(f(a) * f(b) < 0){
    c = b - a;
    x = (a + b)/2;
    erro = fabs(f(x));

    if(c < precisao){
        k++;

        //SAIDA DE DADOS
        printf("\n  k = %d | a = %f | b = %f | f(a) = %f | f(b) = %f | b-a =
%f | x%d = %f | f(x%d) = %f", k, a, b, f(a), f(b), c, k, x, k, f(x));
        printf("\n\n  RAIZ ENCONTRADA = %f", x);
        printf("\n  Funcao f(x%d) = %f", k, f(x));
        printf("\n  Erro = %f", erro);
        printf("\n  Qtd de iteracoes = %d\n\n\n", k);

    } else {

        //SAIDA DE DADOS
        printf("\n  Qtd de iteracoes estimada = %.2f\n", k_estima);
        printf("\n  k = %d | a = %f | b = %f | f(a) = %f | f(b) = %f | b-a =
%f | x%d = %f | f(x%d) = %f", k, a, b, f(a), f(b), c, k, x, k, f(x));

        //ITERACAO
        while (c > precisao) {

            //CONDICAO PARA SABER QUEM VAI RECEBER O
            VALOR DE X

            if(f(a) * f(x) < 0) {
                b = x;

```

```

    } else {
        a = x;
    }

    c = b - a;
    x = (a + b)/2;
    erro = fabs(f(x));
    k++;

    printf("\n  k = %d | a = %f | b = %f | f(a) = %f | f(b) = %f
| b-a = %f | x%d = %f | f(x%d) = %f", k, a, b, f(a), f(b), c, k, x, k, f(x));

    //FORÇAR PARADA COM 100 ITERACOES, CASO A
    CONDICAÇÃO PRINCIPAL NÃO OCORRA
    if(k >= max_i) {
        break;
    }
}

//SAIDA DE DADOS
printf("\n\n RAIZ ENCONTRADA = %f", x);
printf("\n Funcao f(x%d) = %f", k, f(x));
printf("\n Erro = %f", erro);
printf("\n Qtd de iteracoes = %d\n\n\n", k);
}

} else {
    printf("\n\n Não existe raiz nesse intervalo [%.1f , %.1f]\n\n\n", a, b);
}

system("pause");
return 0;
}

```

## 4.2. Método da Falsa Posição

O valor de  $X_k$  é a média aritmética ponderada entre  $a$  e  $b$  com pesos  $|f(b)|$  e  $|f(a)|$  respectivamente.

$$X_k = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$$

### Algoritmo:

Seja  $f(x)$  contínua em  $[a, b]$  e tal que  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .

1) Dados iniciais:

- a) intervalo inicial  $[a, b]$
- b) precisões  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$

2) Se  $(b - a) < \varepsilon$ , então escolha para raiz qualquer  $x$  pertencente ao intervalo  $[a, b]$ .

FIM.

Se  $|f(a)| < \varepsilon_2$  ou se  $|f(b)| < \varepsilon_2$ , escolha  $a$  ou  $b$  como raiz. FIM.

3)  $k = 1$

4)  $M = f(a)$

5)  $x = a \cdot f(b) - b \cdot f(a) / f(b) - f(a)$

6) Se  $|f(x)| < \varepsilon_2$ , escolha raiz =  $x$ . FIM.

7) Se  $M \cdot f(x) > 0$ , faça  $a = x$ . Vá para o passo 9.

8)  $b = x$

9) Se  $(b - a) < \varepsilon_1$ , então escolha para raiz qualquer  $x$  pertencente ao intervalo  $[a, b]$ .

FIM.

9)  $k = k + 1$ . Volte ao passo 5.

10) Critérios de parada: FIM

- a)  $b - a < l$  (amplitude final);
- b)  $b - a < \varepsilon$
- c)  $k \geq$  máximo de iterações.

**Código-Fonte:**

```

/*
Instituto Federal do Ceara - IFCE
Campus: Tiangua
Disciplina: Calculo Numerico
Professor: Lucas Campos Freitas
Aluno: Erinaldo Cardoso da Silva

Descricao: Implementacao do algoritmo do Metodo da Falsa Posicao
*/

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

//FUNCAO
float f(float x) {
    return (log(x) + sin(2 * x));
}

//FUNCAO PRINCIPAL
int main(void) {
    float a, b, c, d, precisao, x, erro;
    int k=0, max_i = 100;

    //TITULO DO PROGRAMA
    printf("\n === METODO DA FALSA POSICAO ===\n");

    //ENTRADA E LEITURA DE DADOS
    printf("\n Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: ");
    scanf("%f", &a);

    printf(" Informe o ponto 'b' do intervalo [%.1f , b]: ", a);
    scanf("%f", &b);

    printf(" Informe o valor da precisao: ");
    scanf("%f", &precisao);

    printf("\n Intervalo definido [%.1f , %.1f]", a, b);
    printf("\n Precisao informada = %f\n", precisao);

```

```

if((f(a) * f(b)) < 0){
    c = b - a;
    //x = (a*fabs(f(b)) + b*fabs(f(a)))/(fabs(f(b)) + fabs(f(a)));
    d = (a*f(b) - b*f(a))/(f(b) - f(a));
    x = fabs(d);
    erro = fabs(f(x));

    if(c < precisao){
        k++;

        //SAIDA DE DADOS
        printf("\n  k = %d | a = %f | b = %f | f(a) = %f | f(b) = %f | b-a =
%f | x%d = %f | f(x%d) = %f", k, a, b, f(a), f(b), c, k, x, k, f(x));
        printf("\n\n RAIZ ENCONTRADA = %f", x);
        printf("\n Funcao f(x%d) = %f", k, f(x));
        printf("\n Erro = %f", erro);
        printf("\n Qtd de iteracoes = %d\n\n\n", k);

    } else {
        k++;

        //SAIDA DE DADOS
        printf("\n  k = %d | a = %f | b = %f | f(a) = %f | f(b) = %f | b-a =
%f | x%d = %f | f(x%d) = %f", k, a, b, f(a), f(b), c, k, x, k, f(x));

        //ITERACAO
        while (fabs(f(x)) > precisao) {

            //CONDICAO PARA SABER QUEM VAI RECEBER O
            VALOR DE X

            if((f(a) * f(x)) < 0) {
                b = x;
            } else {
                a = x;
            }

            c = b - a;
            //x = (a*fabs(f(b)) + b*fabs(f(a)))/(fabs(f(b)) + fabs(f(a)));
            d = (a*f(b) - b*f(a))/(f(b) - f(a));
            x = fabs(d);
            erro = fabs(f(x));
            k++;
        }
    }
}

```

```

        printf("\n  k = %d | a = %f | b = %f | f(a) = %f | f(b) = %f
| b-a = %f | x%d = %f | f(x%d) = %f", k, a, b, f(a), f(b), c, k, x, k, f(x));

        //FORÇAR PARADA COM 100 ITERACOES, CASO A
CONDICAO PRINCIPAL NAO OCORRA
        if(k >= max_i) {
            break;
        }
    }

    //SAIDA DE DADOS
    printf("\n\n RAIZ ENCONTRADA = %f", x);
    printf("\n Funcao f(x%d) = %f", k, f(x));
    printf("\n Erro = %f", erro);
    printf("\n Qtd de iteracoes = %d\n\n\n", k);
}

} else {
    printf("\n\n Nao existe raiz nesse intervalo [%.1f , %.1f]\n\n\n", a, b);
}

system("pause");
return 0;
}

```



### 4.3. Método de Newton-Raphson

Considere a equação  $f(x) = 0$ , e a sua derivada  $f'(x)$ .

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \qquad x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

A função  $f(x) = \ln(x) + \sin(2x)$ , de acordo com o método de Newton-Raphson, ficará assim:

$$x_{k+1} = x_k - (f(x_k)) / (f'(x_k)), \text{ isto é:}$$

$$x_{k+1} = x - (\ln(x) + \sin(2x)) / (1/x + \cos(2x)).2)$$

#### Algoritmo:

Seja a equação  $f(x) = 0$ .

1) Dados iniciais:

a) Aproximação inicial:  $x_0$

b) precisão:  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$

2) Se  $|f(x_0)| < \varepsilon_1$ , então faça raiz =  $x_0$ . FIM.

3)  $k = 1$

4)  $x_1 = x_0 - (f(x_0)) / (f'(x_0))$

5) Se  $|f(x_1)| < \varepsilon_1$  ou se  $|x_1 - x_0| < \varepsilon_2$ , então faça raiz =  $x_1$ . FIM.

6)  $x_0 = x_1$

7)  $k = k + 1$ . Volte ao passo 4.

8) Critérios de parada: FIM

a)  $|f(x_0)| < \varepsilon$

b)  $k \geq$  máximo de iterações.

#### Código-Fonte:

/\*

Instituto Federal do Ceara - IFCE

Campus: Tiangua

Disciplina: Calculo Numerico

Professor: Lucas Campos Freitas  
 Aluno: Erinaldo Cardoso da Silva

Descricao: Implementacao do algoritmo do Metodo da Newton-Raphson  
 \*/

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
```

```
//FUNCAO
float f(float x) {
    return (log(x) + sin(2 * x));
}
```

```
//FUNCAO DERIVADA
float f2(float x) {
    return ((1/x) + (cos(2 * x) * 2));
}
```

```
//FUNCAO PRINCIPAL
int main(void) {
    float a, b, precisao, x, x0, erro;
    int k=0, max_i = 100;
```

```
//TITULO DO PROGRAMA
printf("\n === METODO DE NEWTON-RAPHSON ===\n");
```

```
//ENTRADA E LEITURA DE DADOS
printf("\n Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: ");
scanf("%f", &a);
```

```
printf(" Informe o ponto 'b' do intervalo [%f , b]: ", a);
scanf("%f", &b);
```

```
printf(" Informe o valor da precisao: ");
scanf("%f", &precisao);
```

```
//APROXIMACAO INICIAL
x = (a + b)/2;
```

```
printf("\n Intervalo definido [%f , %f]", a, b);
printf("\n Aproximacao inicial = %f", x);
```

```

printf("\n Precisao informada = %f\n", precisao);

if((f(a) * f(b)) < 0){
    x0 = f(x);
    erro = fabs(x0 - precisao);

    //SAIDA DE DADOS
    printf("\n  k = %d | x%d = %f | f(x%d) = %f | erro = %f\n", k, k, x, k, x0,
fabs(erro));

    //ITERACAO E CONDICAO DE PARADA
    while (fabs(x0) > precisao) {
        // x = x - ((log(x) + sin(2 * x))/( 1/x) + (cos(2 * x) * 2)));
        x = x - (f(x)/f2(x));
        x0 = f(x);
        erro = fabs(x0 - precisao);
        k++;

        printf("\n  k = %d | x%d = %f | f(x%d) = %f | erro = %f", k, k, x,
k, x0, fabs(erro));

        //FORÇAR PARADA COM 100 ITERACOES, CASO A
CONDICAO PRINCIPAL NAO OCORRA
        if(k >= max_i) {
            break;
        }
    }

    //SAIDA DE DADOS
    printf("\n\n RAIZ ENCONTRADA = %f", x);
    printf("\n Erro = %f", erro);
    printf("\n Qtd de iteracoes = %d\n", k);

} else {
    printf("\n\n Nao existe raiz nesse intervalo [%.1f , %.1f]\n\n\n", a, b);
}

printf("\n\n");

system("pause");
return 0;
}

```

## 5. DETERMINANDO O NÚMERO DE INTERAÇÕES

### 5.1. Método da Bisseção

Execução do programa para o intervalo [0.1, 1]

=== METODO DA BISSECAO ===

Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 0.1  
Informe o ponto 'b' do intervalo [0.1 , b]: 1  
Informe o valor da precisao: 0.0001

Intervalo definido [0.1 , 1.0]  
Precisao informada = 0.000100  
Qtd de iteracoes estimada = 13.14

K	a	b	f(a)	f(b)	b - a	x	f(x)
k = 0	a = 0.100000	b = 1.000000	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.909297	b-a = 0.900000	x0 = 0.550000	f(x0) = 0.293370
k = 1	a = 0.100000	b = 0.550000	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.293370	b-a = 0.450000	x1 = 0.325000	f(x1) = -0.518744
k = 2	a = 0.325000	b = 0.550000	f(a) = -0.518744	f(b) = 0.293370	b-a = 0.225000	x2 = 0.437500	f(x2) = -0.059135
k = 3	a = 0.437500	b = 0.550000	f(a) = -0.059135	f(b) = 0.293370	b-a = 0.112500	x3 = 0.493750	f(x3) = 0.128926
k = 4	a = 0.437500	b = 0.493750	f(a) = -0.059135	f(b) = 0.128926	b-a = 0.056250	x4 = 0.465625	f(x4) = 0.037992
k = 5	a = 0.437500	b = 0.465625	f(a) = -0.059135	f(b) = 0.037992	b-a = 0.028125	x5 = 0.451562	f(x5) = -0.009776
k = 6	a = 0.451562	b = 0.465625	f(a) = -0.009776	f(b) = 0.037992	b-a = 0.014062	x6 = 0.458594	f(x6) = 0.014304
k = 7	a = 0.451562	b = 0.458594	f(a) = -0.009776	f(b) = 0.014304	b-a = 0.007031	x7 = 0.455078	f(x7) = 0.002313
k = 8	a = 0.451562	b = 0.455078	f(a) = -0.009776	f(b) = 0.002313	b-a = 0.003516	x8 = 0.453320	f(x8) = -0.003719
k = 9	a = 0.453320	b = 0.455078	f(a) = -0.003719	f(b) = 0.002313	b-a = 0.001758	x9 = 0.454199	f(x9) = -0.000700
k = 10	a = 0.454199	b = 0.455078	f(a) = -0.000700	f(b) = 0.002313	b-a = 0.000879	x10 = 0.454639	f(x10) = 0.000808
k = 11	a = 0.454199	b = 0.454639	f(a) = -0.000700	f(b) = 0.000808	b-a = 0.000439	x11 = 0.454419	f(x11) = 0.000054
k = 12	a = 0.454199	b = 0.454419	f(a) = -0.000700	f(b) = 0.000054	b-a = 0.000220	x12 = 0.454309	f(x12) = -0.000323
k = 13	a = 0.454309	b = 0.454419	f(a) = -0.000323	f(b) = 0.000054	b-a = 0.000110	x13 = 0.454364	f(x13) = -0.000134
k = 14	a = 0.454364	b = 0.454419	f(a) = -0.000134	f(b) = 0.000054	b-a = 0.000055	x14 = 0.454391	f(x14) = -0.000040

RAIZ ENCONTRADA = 0.454391  
Funcao f(x14) = -0.000040  
Erro = 0.000040  
Qtd de iteracoes = 14

## Execução do programa para o intervalo [1, 2]

=== METODO DA BISSECAO ===

Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 1  
Informe o ponto 'b' do intervalo [1.0 , b]: 2  
Informe o valor da precisao: 0.0001

Intervalo definido [1.0 , 2.0]  
Precisao informada = 0.000100  
Qtd de iteracoes estimada = 13.29

K	a	b	f(a)	f(b)	b - a	x	f(x)
k = 0	a = 1.000000	b = 2.000000	f(a) = 0.909297	f(b) = -0.063655	b-a = 1.000000	x0 = 1.500000	f(x0) = 0.546585
k = 1	a = 1.500000	b = 2.000000	f(a) = 0.546585	f(b) = -0.063655	b-a = 0.500000	x1 = 1.750000	f(x1) = 0.208833
k = 2	a = 1.750000	b = 2.000000	f(a) = 0.208833	f(b) = -0.063655	b-a = 0.250000	x2 = 1.875000	f(x2) = 0.057047
k = 3	a = 1.875000	b = 2.000000	f(a) = 0.057047	f(b) = -0.063655	b-a = 0.125000	x3 = 1.937500	f(x3) = -0.008006
k = 4	a = 1.875000	b = 1.937500	f(a) = 0.057047	f(b) = -0.008006	b-a = 0.062500	x4 = 1.906250	f(x4) = 0.023441
k = 5	a = 1.906250	b = 1.937500	f(a) = 0.023441	f(b) = -0.008006	b-a = 0.031250	x5 = 1.921875	f(x5) = 0.007435
k = 6	a = 1.921875	b = 1.937500	f(a) = 0.007435	f(b) = -0.008006	b-a = 0.015625	x6 = 1.929688	f(x6) = -0.000358
k = 7	a = 1.921875	b = 1.929688	f(a) = 0.007435	f(b) = -0.000358	b-a = 0.007812	x7 = 1.925781	f(x7) = 0.003521
k = 8	a = 1.925781	b = 1.929688	f(a) = 0.003521	f(b) = -0.000358	b-a = 0.003906	x8 = 1.927734	f(x8) = 0.001577
k = 9	a = 1.927734	b = 1.929688	f(a) = 0.001577	f(b) = -0.000358	b-a = 0.001953	x9 = 1.928711	f(x9) = 0.000609
k = 10	a = 1.928711	b = 1.929688	f(a) = 0.000609	f(b) = -0.000358	b-a = 0.000977	x10 = 1.929199	f(x10) = 0.000125
k = 11	a = 1.929199	b = 1.929688	f(a) = 0.000125	f(b) = -0.000358	b-a = 0.000488	x11 = 1.929443	f(x11) = -0.000116
k = 12	a = 1.929199	b = 1.929443	f(a) = 0.000125	f(b) = -0.000116	b-a = 0.000244	x12 = 1.929321	f(x12) = 0.000004
k = 13	a = 1.929321	b = 1.929443	f(a) = 0.000004	f(b) = -0.000116	b-a = 0.000122	x13 = 1.929382	f(x13) = -0.000056
k = 14	a = 1.929321	b = 1.929382	f(a) = 0.000004	f(b) = -0.000056	b-a = 0.000061	x14 = 1.929352	f(x14) = -0.000026

RAIZ ENCONTRADA = 1.929352  
Funcao f(x14) = -0.000026  
Erro = 0.000026  
Qtd de iteracoes = 14

## Execução do programa para o intervalo [2, 3]

=== METODO DA BISSECAO ===

Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 2  
Informe o ponto 'b' do intervalo [2.0 , b]: 3  
Informe o valor da precisao: 0.0001

Intervalo definido [2.0 , 3.0]  
Precisao informada = 0.000100  
Qtd de iteracoes estimada = 13.29

K	a	b	f(a)	f(b)	b - a	x	f(x)
k = 0	a = 2.000000	b = 3.000000	f(a) = -0.063655	f(b) = 0.819197	b-a = 1.000000	x0 = 2.500000	f(x0) = -0.042634
k = 1	a = 2.500000	b = 3.000000	f(a) = -0.042634	f(b) = 0.819197	b-a = 0.500000	x1 = 2.750000	f(x1) = 0.306061
k = 2	a = 2.500000	b = 2.750000	f(a) = -0.042634	f(b) = 0.306061	b-a = 0.250000	x2 = 2.625000	f(x2) = 0.106146
k = 3	a = 2.500000	b = 2.625000	f(a) = -0.042634	f(b) = 0.106146	b-a = 0.125000	x3 = 2.562500	f(x3) = 0.024906
k = 4	a = 2.500000	b = 2.562500	f(a) = -0.042634	f(b) = 0.024906	b-a = 0.062500	x4 = 2.531250	f(x4) = -0.010621
k = 5	a = 2.531250	b = 2.562500	f(a) = -0.010621	f(b) = 0.024906	b-a = 0.031250	x5 = 2.546875	f(x5) = 0.006708
k = 6	a = 2.531250	b = 2.546875	f(a) = -0.010621	f(b) = 0.006708	b-a = 0.015625	x6 = 2.539062	f(x6) = -0.002066
k = 7	a = 2.539062	b = 2.546875	f(a) = -0.002066	f(b) = 0.006708	b-a = 0.007812	x7 = 2.542969	f(x7) = 0.002294
k = 8	a = 2.539062	b = 2.542969	f(a) = -0.002066	f(b) = 0.002294	b-a = 0.003906	x8 = 2.541016	f(x8) = 0.000107
k = 9	a = 2.539062	b = 2.541016	f(a) = -0.002066	f(b) = 0.000107	b-a = 0.001953	x9 = 2.540039	f(x9) = -0.000981
k = 10	a = 2.540039	b = 2.541016	f(a) = -0.000981	f(b) = 0.000107	b-a = 0.000977	x10 = 2.540527	f(x10) = -0.000437
k = 11	a = 2.540527	b = 2.541016	f(a) = -0.000437	f(b) = 0.000107	b-a = 0.000488	x11 = 2.540771	f(x11) = -0.000165
k = 12	a = 2.540771	b = 2.541016	f(a) = -0.000165	f(b) = 0.000107	b-a = 0.000244	x12 = 2.540894	f(x12) = -0.000029
k = 13	a = 2.540894	b = 2.541016	f(a) = -0.000029	f(b) = 0.000107	b-a = 0.000122	x13 = 2.540955	f(x13) = 0.000039
k = 14	a = 2.540894	b = 2.540955	f(a) = -0.000029	f(b) = 0.000039	b-a = 0.000061	x14 = 2.540924	f(x14) = 0.000005

RAIZ ENCONTRADA = 2.540924  
Funcao f(x14) = 0.000005  
Erro = 0.000005  
Qtd de iteracoes = 14

## 5.2. Método da Falsa Posição

### Execução do programa para o intervalo [0.1, 1]

```
=== METODO DA FALSA POSICAO ===
```

```
Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 0.1
Informe o ponto 'b' do intervalo [0.1 , b]: 1
Informe o valor da precisao: 0.0001
```

```
Intervalo definido [0.1 , 1.0]
Precisao informada = 0.000100
```

K	a	b	f(a)	f(b)	b - a	x	f(x)
k = 1	a = 0.100000	b = 1.000000	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.909297	b-a = 0.900000	x1 = 0.728407	f(x1) = 0.676616
k = 2	a = 0.100000	b = 0.728407	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.676616	b-a = 0.628407	x2 = 0.575490	f(x2) = 0.360631
k = 3	a = 0.100000	b = 0.575490	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.360631	b-a = 0.475490	x3 = 0.505913	f(x3) = 0.166411
k = 4	a = 0.100000	b = 0.505913	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.166411	b-a = 0.405913	x4 = 0.476160	f(x4) = 0.072762
k = 5	a = 0.100000	b = 0.476160	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.072762	b-a = 0.376160	x5 = 0.463586	f(x5) = 0.031163
k = 6	a = 0.100000	b = 0.463586	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.031163	b-a = 0.363586	x6 = 0.458279	f(x6) = 0.013235
k = 7	a = 0.100000	b = 0.458279	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.013235	b-a = 0.358279	x7 = 0.456039	f(x7) = 0.005602
k = 8	a = 0.100000	b = 0.456039	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.005602	b-a = 0.356039	x8 = 0.455094	f(x8) = 0.002368
k = 9	a = 0.100000	b = 0.455094	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.002368	b-a = 0.355094	x9 = 0.454695	f(x9) = 0.001000
k = 10	a = 0.100000	b = 0.454695	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.001000	b-a = 0.354695	x10 = 0.454526	f(x10) = 0.000422
k = 11	a = 0.100000	b = 0.454526	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.000422	b-a = 0.354526	x11 = 0.454455	f(x11) = 0.000178
k = 12	a = 0.100000	b = 0.454455	f(a) = -2.103916	f(b) = 0.000178	b-a = 0.354455	x12 = 0.454425	f(x12) = 0.000075

```
RAIZ ENCONTRADA = 0.454425
Funcao f(x12) = 0.000075
Erro = 0.000075
Qtd de iteracoes = 12
```

### Execução do programa para o intervalo [1, 2]

```
=== METODO DA FALSA POSICAO ===
```

```
Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 1
Informe o ponto 'b' do intervalo [1.0 , b]: 2
Informe o valor da precisao: 0.0001
```

```
Intervalo definido [1.0 , 2.0]
Precisao informada = 0.000100
```

K	a	b	f(a)	f(b)	b - a	x	f(x)
k = 1	a = 1.000000	b = 2.000000	f(a) = 0.909297	f(b) = -0.063655	b-a = 1.000000	x1 = 1.934575	f(x1) = -0.005160
k = 2	a = 1.000000	b = 1.934575	f(a) = 0.909297	f(b) = -0.005160	b-a = 0.934575	x2 = 1.929302	f(x2) = 0.000024

```
RAIZ ENCONTRADA = 1.929302
Funcao f(x2) = 0.000024
Erro = 0.000024
Qtd de iteracoes = 2
```

Pressione qualquer tecla para continuar. . . ■

## Execução do programa para o intervalo [2, 3]

=== METODO DA FALSA POSICAO ===

Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 2  
Informe o ponto 'b' do intervalo [2.0 , b]: 3  
Informe o valor da precisao: 0.0001

Intervalo definido [2.0 , 3.0]  
Precisao informada = 0.000100

K	a	b	f(a)	f(b)	b - a	x	f(x)
k = 1	a = 2.000000	b = 3.000000	f(a) = -0.063655	f(b) = 0.819197	b-a = 1.000000	x1 = 2.072102	f(x1) = -0.114315
k = 2	a = 2.072102	b = 3.000000	f(a) = -0.114315	f(b) = 0.819197	b-a = 0.927898	x2 = 2.185730	f(x2) = -0.160494
k = 3	a = 2.185730	b = 3.000000	f(a) = -0.160494	f(b) = 0.819197	b-a = 0.814270	x3 = 2.319124	f(x3) = -0.156063
k = 4	a = 2.319124	b = 3.000000	f(a) = -0.156063	f(b) = 0.819197	b-a = 0.680876	x4 = 2.428080	f(x4) = -0.102582
k = 5	a = 2.428080	b = 3.000000	f(a) = -0.102582	f(b) = 0.819197	b-a = 0.571920	x5 = 2.491727	f(x5) = -0.050510
k = 6	a = 2.491727	b = 3.000000	f(a) = -0.050510	f(b) = 0.819197	b-a = 0.508273	x6 = 2.521246	f(x6) = -0.021256
k = 7	a = 2.521246	b = 3.000000	f(a) = -0.021256	f(b) = 0.819197	b-a = 0.478754	x7 = 2.533354	f(x7) = -0.008339
k = 8	a = 2.533354	b = 3.000000	f(a) = -0.008339	f(b) = 0.819197	b-a = 0.466646	x8 = 2.538056	f(x8) = -0.003180
k = 9	a = 2.538056	b = 3.000000	f(a) = -0.003180	f(b) = 0.819197	b-a = 0.461944	x9 = 2.539843	f(x9) = -0.001199
k = 10	a = 2.539843	b = 3.000000	f(a) = -0.001199	f(b) = 0.819197	b-a = 0.460157	x10 = 2.540515	f(x10) = -0.000451
k = 11	a = 2.540515	b = 3.000000	f(a) = -0.000451	f(b) = 0.819197	b-a = 0.459485	x11 = 2.540768	f(x11) = -0.000169
k = 12	a = 2.540768	b = 3.000000	f(a) = -0.000169	f(b) = 0.819197	b-a = 0.459232	x12 = 2.540863	f(x12) = -0.000063

RAIZ ENCONTRADA = 2.540863  
Funcao f(x12) = -0.000063  
Erro = 0.000063  
Qtd de iteracoes = 12

## 5.3. Método de Newton-Raphson

### Execução do programa para o intervalo [0.1, 1]

=== METODO DE NEWTON-RAPHSON ===

Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 0.1  
Informe o ponto 'b' do intervalo [0.1 , b]: 1  
Informe o valor da precisao: 0.0001

Intervalo definido [0.1 , 1.0]  
Aproximacao inicial = 0.55  
Precisao informada = 0.000100

K	x	f(x)	erro
k = 0	x0 = 0.550000	f(x0) = 0.293370	erro = 0.293270
k = 1	x1 = 0.442356	f(x1) = -0.041908	erro = 0.042008
k = 2	x2 = 0.454236	f(x2) = -0.000574	erro = 0.000674
k = 3	x3 = 0.454403	f(x3) = -0.000000	erro = 0.000100

RAIZ ENCONTRADA = 0.454403  
Erro = 0.000100  
Qtd de iteracoes = 3

Pressione qualquer tecla para continuar. . .

## Execução do programa para o intervalo [1, 2]

```
=== METODO DE NEWTON-RAPHSON ===
```

```
Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 1
Informe o ponto 'b' do intervalo [1.0 , b]: 2
Informe o valor da precisao: 0.0001
```

```
Intervalo definido [1.0 , 2.0]
Aproximacao inicial = 1.50
Precisao informada = 0.000100
```

K	x	f(x)	erro
k = 0	x0 = 1.500000	f(x0) = 0.546585	erro = 0.546485
k = 1	x1 = 1.916186	f(x1) = 0.013198	erro = 0.013098
k = 2	x2 = 1.929131	f(x2) = 0.000193	erro = 0.000093
k = 3	x3 = 1.929326	f(x3) = -0.000000	erro = 0.000100

```
RAIZ ENCONTRADA = 1.929326
Erro = 0.000100
Qtd de iteracoes = 3
```

```
Pressione qualquer tecla para continuar. . . ■
```

## Execução do programa para o intervalo [2, 3]

```
=== METODO DE NEWTON-RAPHSON ===
```

```
Informe o ponto 'a' do intervalo [a , b]: 2
Informe o ponto 'b' do intervalo [2.0 , b]: 3
Informe o valor da precisao: 0.0001
```

```
Intervalo definido [2.0 , 3.0]
Aproximacao inicial = 2.50
Precisao informada = 0.000100
```

K	x	f(x)	erro
k = 0	x0 = 2.500000	f(x0) = -0.042634	erro = 0.042734
k = 1	x1 = 2.544074	f(x1) = 0.003537	erro = 0.003437
k = 2	x2 = 2.540935	f(x2) = 0.000018	erro = 0.000082

```
RAIZ ENCONTRADA = 2.540935
Erro = 0.000082
Qtd de iteracoes = 2
```

```
Pressione qualquer tecla para continuar. . . ■
```



## 6. COMPARANDO O RESULTADO DOS MÉTODOS

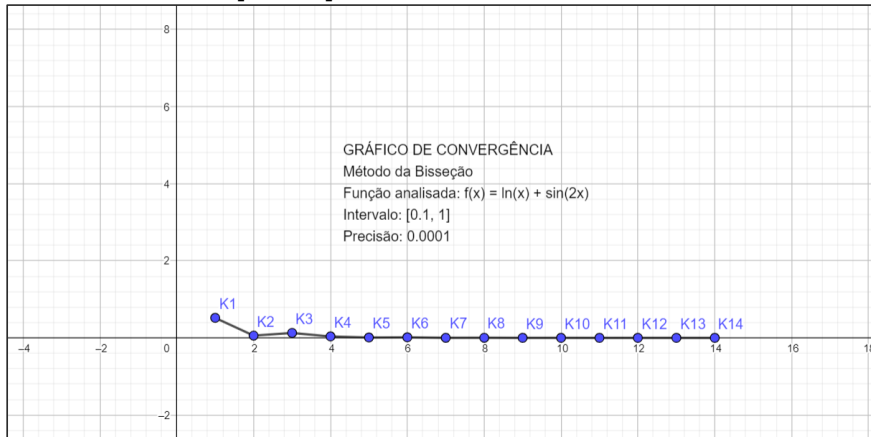
### 6.1. Tabela

Intervalo [0.1, 1]	Método	Interações	Erro	Raiz	Valor da Raiz
	Bisseção	14	0.000040	0.454391	-0.000040
	Falsa Posição	12	0.000075	0.454425	0.000075
	Newton-Raphson	<u>04</u>	0.000100	<u>0.454403</u>	-0.000000
Intervalo [1, 2]	Método	Interações	Erro	Raiz	Valor da Raiz
	Bisseção	14	0.000026	1.929352	-0.000026
	Falsa Posição	<u>02</u>	0.000024	1.929302	0.000024
	Newton-Raphson	04	0.000100	<u>1.929326</u>	-0.000000
Intervalo [2, 3]	Método	Interações	Erro	Raiz	Valor da Raiz
	Bisseção	14	0.000005	<u>2.540924</u>	0.000005
	Falsa Posição	12	0.000063	2.540863	-0.000063
	Newton-Raphson	<u>03</u>	0.000082	2.540935	0.000018

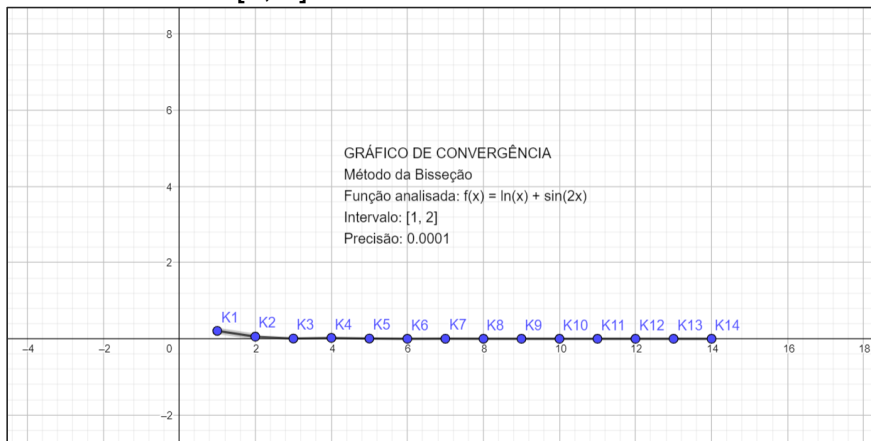
## 6.2. Gráfico de Convergência

### Método da Bisseção

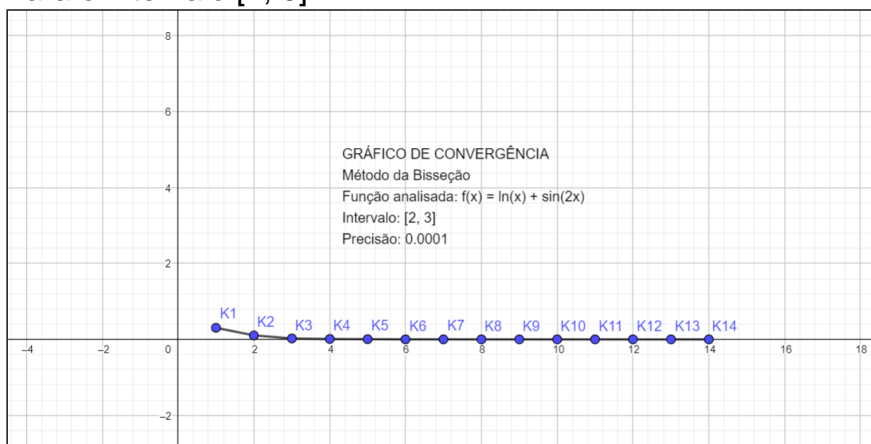
Para o intervalo  $[0.1, 1]$



Para o intervalo  $[1, 2]$

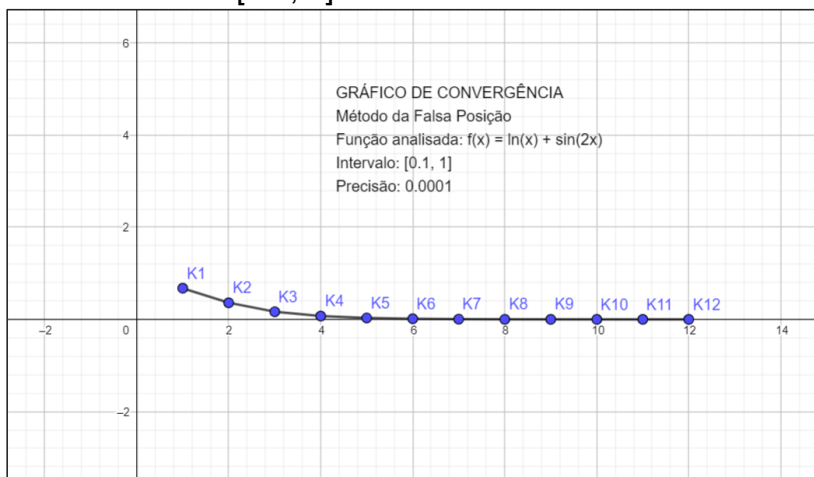


Para o intervalo  $[2, 3]$

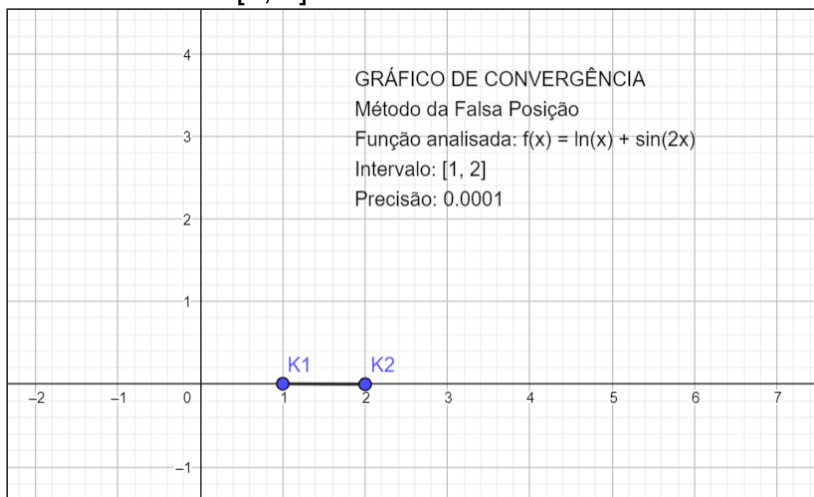


## Método da Falsa Posição

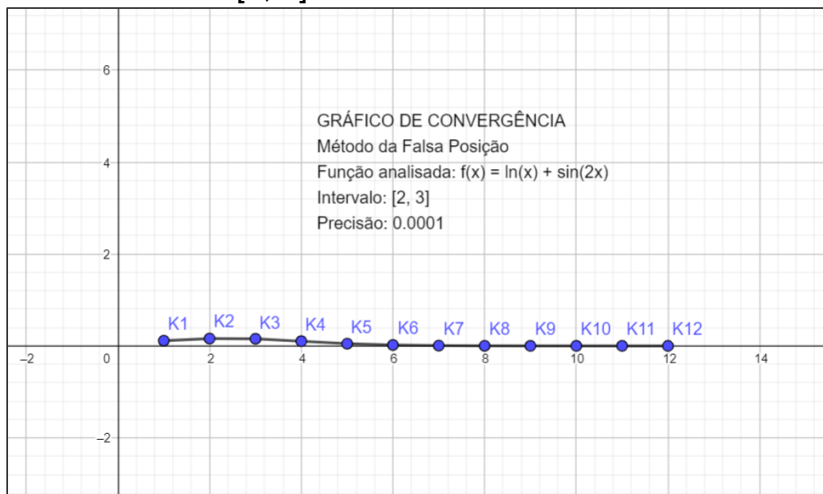
Para o intervalo [0.1, 1]



Para o intervalo [1, 2]

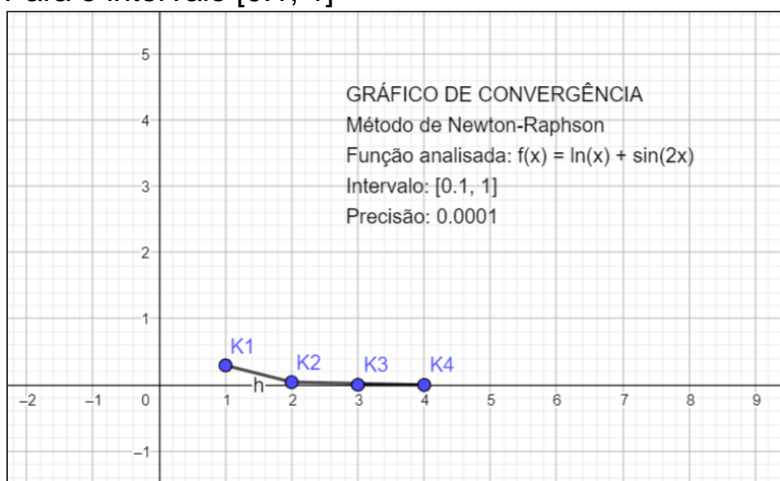


Para o intervalo [2, 3]

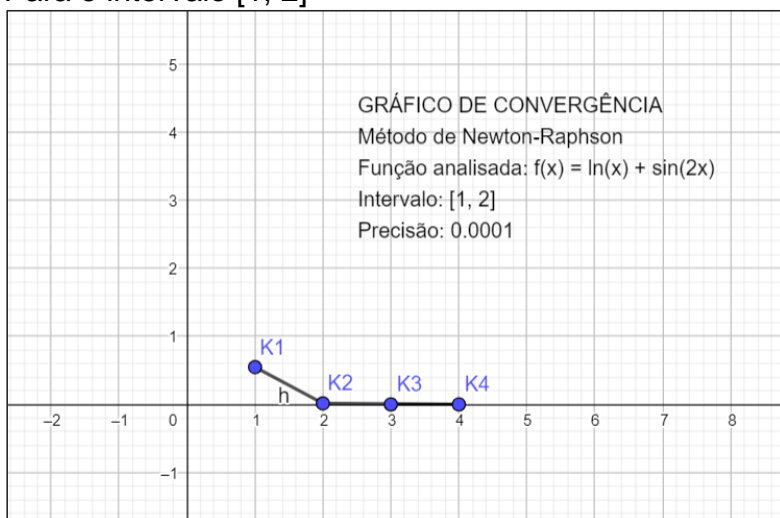


## Método de Newton-Raphson

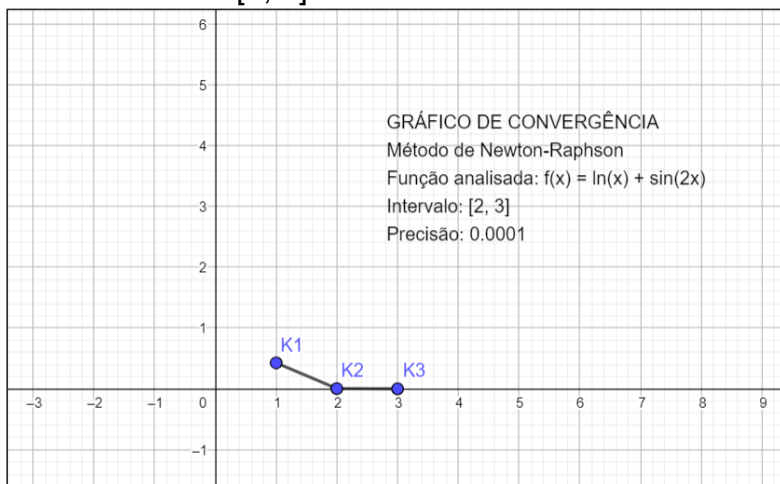
Para o intervalo [0.1, 1]



Para o intervalo [1, 2]



Para o intervalo [2, 3]



## 7. CONCLUSÃO

Com base nos resultados obtidos da análise entre os três métodos numéricos, o que teve o melhor desempenho em relação a aproximação da raiz da função foi o método da Newton-Raphson com um erro de 0.0001.

Com relação as interações, o que apresentou o melhor desempenho em relação a interação, ou seja, o que executou uma quantidade mínima de iterações foi o método de Newton-Raphson com apenas 4 iterações nos intervalos  $[0.1, 1]$  e  $[1, 2]$  e 3 iterações no intervalo  $[2, 3]$ , todos respeitando à uma precisão de 0.0001.

Os métodos da Bisseção e da Falsa Posição possui algumas desvantagens, a primeira delas é que a convergência é lenta, e a outra é que o número de iterações é muito grande. Nesse estudo o método da Falsa Posição encontrou a raiz da função em menos iterações do que o da Bisseção, e no intervalo  $[1, 2]$  esse método se aproximou da raiz somente com 2 iterações. Sendo assim nesse intervalo, usando o método da Falsa Posição, a sua interação foi menor do que o método de Newton-Raphson.

Já o método de Newton-Raphson tem uma convergência muito boa, e por isso proporciona um número pequeno de iterações. Porém, apresenta uma desvantagem, que é a necessidade de se obter a derivada da função que dá origem à equação e ter que avalia-la em cada interação.