



Ejercicio 1. ★ Calcular las siguientes expresiones, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $\text{def}(a + 1)$.
- b) $\text{def}(a/b)$.
- c) $\text{def}(\sqrt{a/b})$.
- d) $\text{def}(A[i] + 1)$.
- e) $\text{def}(A[i + 2])$.
- f) $\text{def}(0 \leq i \leq |A|)$.
- g) $\text{def}(0 \leq i \leq |A| \wedge_L A[i] \geq 0)$.

Ejercicio 2. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a} + \mathbf{1}, a \geq 0)$.
- b) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a}/\mathbf{b}, a \geq 0)$.
- c) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{A}[\mathbf{i}], a \geq 0)$.
- d) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{b} * \mathbf{b}, a \geq 0)$.
- e) $wp(\mathbf{b} := \mathbf{b} + \mathbf{1}, a \geq 0)$.

Ejercicio 3. ★ Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a} + \mathbf{1}; \mathbf{b} := \mathbf{a}/\mathbf{2}, b \geq 0)$.
- b) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{A}[\mathbf{i}] + \mathbf{1}; \mathbf{b} := \mathbf{a} * \mathbf{a}, b \neq 2)$.
- c) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{A}[\mathbf{i}] + \mathbf{1}; \mathbf{a} := \mathbf{b} * \mathbf{b}, a \geq 0)$.
- d) $wp(\mathbf{a} := \mathbf{a} - \mathbf{b}; \mathbf{b} := \mathbf{a} + \mathbf{b}, a \geq 0 \wedge b \geq 0)$.

Ejercicio 4. ★ Sea $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq 0)$. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde i es una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i}] := \mathbf{0}, Q)$.
- b) $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i} + \mathbf{2}] := \mathbf{0}, Q)$.
- c) $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i} + \mathbf{2}] := -\mathbf{1}, Q)$.
- d) $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i}] := \mathbf{2} * \mathbf{A}[\mathbf{i}], Q)$.
- e) $wp(\mathbf{A}[\mathbf{i}] := \mathbf{A}[\mathbf{i} - \mathbf{1}], Q)$.

Ejercicio 5. Calcular $wp(S, Q)$, para los siguientes pares de programas S y postcondiciones Q .

- a) $S \equiv i := i + 1$
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \neq 0)$
- b) $S \equiv A[0] := 4$
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \neq 0)$
- c) $S \equiv A[2] := 4$
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \neq 0)$
- d) $S \equiv A[i] := A[i+1] - 1$
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 < j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq A[j-1])$
- e) $S \equiv A[i] := A[i+1] - 1$
 $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 < j < |A| \rightarrow_L A[j] \leq A[j-1])$

Ejercicio 6. Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondition más débil.

- a) `proc problema1 (inout a: \mathbb{Z}) {`
`Pre { $a = a_0 \wedge a \geq 0$ }`
`Post { $a = a_0 + 2$ }`
`}`
- b) `proc problema2 (in a: \mathbb{Z} , out b: \mathbb{Z}) {`
`Pre { $a \neq 0$ }`
`Post { $b = a + 3$ }`
`}`
- c) `proc problema3 (in a: \mathbb{Z} , in b: \mathbb{Z} , out c: \mathbb{Z}) {`
`Pre {true}`
`Post { $c = a + b$ }`
`}`
- d) `proc problema4 (in a: $seq\langle \mathbb{Z} \rangle$, in i: \mathbb{Z} , out result: \mathbb{Z}) {`
`Pre { $0 \leq i < |a|$ }`
`Post { $result = 2 * a[i]$ }`
`}`
- e) `proc problema5 (in a: $seq\langle \mathbb{Z} \rangle$, in i: \mathbb{Z} , out result: \mathbb{Z}) {`
`Pre { $0 \leq i \wedge i + 1 < |a|$ }`
`Post { $result = a[i] + a[i + 1]$ }`
`}`

Ejercicio 7. ★ Calcular $wp(S, Q)$, para los siguientes pares de programas S y postcondiciones Q .

a) $S \equiv$

```

if( a < 0 )
  b := a
else
  b := -a
endif

```

$Q \equiv (b = -|a|)$

b) $S \equiv$

```

if( a < 0 )
  b := a
else
  b := -a
endif

```

$Q \equiv (b = |a|)$

c) $S \equiv$

```

if( i > 0 )
  s[i] := 0
else
  s[0] := 0
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

d) $S \equiv$

```

if( i > 1 )
  s[i] := s[i-1]
else
  s[i] := 0
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(1 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] = s[j-1])$

e) $S \equiv$

```

if( s[i] < 0 )
  s[i] := -s[i]
else
  skip
endif

```

$Q \equiv 0 \leq i < |s| \wedge_L s[i] \geq 0$

f) $S \equiv$

```

if( s[i] > 0 )
  s[i] := -s[i]
else
  skip
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

Ejercicio 8. ★ Escribir programas para los siguientes problemas y demostrar formalmente su corrección usando la precondition más débil.

- a) `proc problema1` (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: \mathbb{Z} , inout a: \mathbb{Z}) {
 Pre $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]\}$
 Post $\{a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$
}
- b) `proc problema2` (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: \mathbb{Z} , inout a: \mathbb{Z}) {
 Pre $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$
 Post $\{a = \sum_{j=1}^i s[j]\}$
}
- c) `proc problema3` (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: \mathbb{Z} , out res: Bool) {
 Pre $\{0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j:\mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$
 Post $\{res = true \leftrightarrow (\forall j:\mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$
}
- d) `proc problema4` (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: \mathbb{Z} , inout a: \mathbb{Z}) {
 Pre $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$
 Post $\{a = \sum_{j=0}^i (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$
}
- e) `proc problema5` (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: \mathbb{Z} , inout a: \mathbb{Z}) {
 Pre $\{0 < i \leq |s| \wedge_L a = \sum_{j=1}^{i-1} (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$
 Post $\{a = \sum_{j=0}^{i-1} (\text{if } s[j] \neq 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi})\}$
}