



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# Práctica 3

1er cuatrimestre 2022

Algoritmos y Estructuras de Datos 1

Integrante	LU	Correo electrónico
Yago Pajariño	546/21	ypajarino@dc.uba.ar



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

Índice

<b>3. Práctica 3</b>	<b>2</b>
3.1. Ejercicio 1 . . . . .	2
3.2. Ejercicio 2 . . . . .	2
3.3. Ejercicio 3 . . . . .	2
3.4. Ejercicio 4 . . . . .	3
3.5. Ejercicio 5 . . . . .	3
3.6. Ejercicio 6 . . . . .	3
3.7. Ejercicio 7 . . . . .	3
3.8. Ejercicio 8 . . . . .	3
3.9. Ejercicio 9 . . . . .	4
3.10. Ejercicio 10 . . . . .	4
3.11. Ejercicio 11 . . . . .	4
3.12. Ejercicio 12 . . . . .	5
3.13. Ejercicio 13 . . . . .	5
3.14. Ejercicio 14 . . . . .	5
3.15. Ejercicio 15 . . . . .	6
3.16. Ejercicio 16 . . . . .	7
3.17. Ejercicio 17 . . . . .	7
3.18. Ejercicio 18 . . . . .	7
3.19. Ejercicio 19 . . . . .	8
3.20. Ejercicio 20 . . . . .	8
3.21. Ejercicio 21 . . . . .	8
3.22. Ejercicio 22 . . . . .	8

### 3. Práctica 3

#### 3.1. Ejercicio 1

- (a) La postcondición se indefine si  $0 \leq result < |l|$

```
proc buscar (in seq: seq⟨ℤ⟩, in elem: ℝ, out result: ℤ) {  
    Pre {elem ∈ ℝ}  
    Post {0 ≤ result < |l| ∧L l[result] = elem}  
}
```

- (b) Se indefine con  $i = 0$

```
proc progresiónGeométricaFactor2 (in l: seq⟨ℤ⟩, out result: Bool) {  
    Pre {true}  
    Post {result = true ⇔ ((∀i : ℤ)(0 ≤ i < |l| - 1 →L l[i + 1] = 2.l[i]))}  
}
```

- (c) No se define "x"

```
proc mínimo (in l: seq⟨ℤ⟩, out result: ℤ) {  
    Pre {true}  
    Post {(∀y : ℤ)(y ∈ l → y ≥ result) ∧ result ∈ l}  
}
```

#### 3.2. Ejercicio 2

- (a)  $l = seq\langle 1, 2, 3 \rangle$  y  $suma = 7$

- (b) El problema con los límites es que no determina si un valor intermedio resulta producto de la suma de un subconjunto de elementos de  $l$ . Ej.  $l = seq\langle 1, 3 \rangle$  y  $suma = 2$

- (c) 

```
proc elementosQueSumen (in l: seq⟨ℤ⟩, in suma: ℤ, out result: seq⟨ℤ⟩) {  
    Pre {(∃m : seq⟨ℤ⟩)(esSubseq(m, l) ∧L ∑i=0|m|-1 l[i] = suma)}  
    Post {(∀x : ℤ)(x ∈ result → #apariciones(x, result) ≤ #apariciones(x, l)) ∧ suma = ∑i=0|result|-1 result[i]}  
}  
  
pred esSubseq (s: seq⟨T⟩, t: seq⟨T⟩) {  
    (∀elem : T)(#apariciones(s, elem) ≤ #apariciones(t, elem))  
}
```

#### 3.3. Ejercicio 3

- (a)   
a) 0  
b)  $\{-1, 1\}$   
c)  $\{-\sqrt{27}, \sqrt{27}\}$
- (b)   
a) 3  
b)  $\{0, 3\}$   
c)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- a) 3  
b) 0  
c) 0
- (c) Tienen la misma salida en secuencias sin elementos repetidos.

### 3.4. Ejercicio 4

- (a) Incorrecta. No se pueden cumplir ambas partes de la conjunción
- (b) Incorrecta. No contempla el caso  $a = 0$
- (c) Correcta
- (d) Correcta
- (e) Incorrecta. La implicación junto con la disjunción permite que cualquier valor de result haga verdadera la postcondición.
- (f) Correcta

### 3.5. Ejercicio 5

- (a) El algoritmo devuelve el valor 9. Hace verdadera la postcondición.
- (b) En  $x \in \{0, 1\}$  no cumple la postcondición, en el resto sí.
- (c)  $\text{Pre}\{x > 1\}$

### 3.6. Ejercicio 6

- (a)  $P3 \rightarrow P1 \rightarrow P2$
- (b)  $Q3 \rightarrow Q1 \rightarrow Q2$
- (c)
  - a)  $r = x^2 + 1$
  - b)  $r = x^2 + 2$
- (d)
  - a) Si
  - b) No
  - c) Si
  - d) No
  - e) Si
  - f) No
  - g) No
  - h) No
- (e) Se debe cumplir que las precondiciones sean más fuertes y las postcondiciones más débiles.

### 3.7. Ejercicio 7

1.  $(x \neq 0) \rightarrow (\neg(n \leq 0) \vee (x \neq 0))$  Por la regla de la implicación.
2. Sí, la postcondición de P1 es verdadera.
3. No pues  $P1 \rightarrow P2$  pero no viceversa. P1 podría recibir valores  $n > 0$ , no implementados por  $a$ .

### 3.8. Ejercicio 8

Es cierto que todo algoritmo que cumpla con n-esimo1 también cumple con n-esimo2 pues  $\text{pre1} \rightarrow \text{pre2}$  y  $\text{post1} \rightarrow \text{post2}$ , pero no al revés.

### 3.9. Ejercicio 9

- (a) `proc esPar (in x:  $\mathbb{Z}$ , out result: Bool) {`  
     `Pre {True}`  
     `Post {result = true  $\iff$  (x mód 2 = 0)}`  
`}`
- (b) `proc esMultiplo (in n:  $\mathbb{Z}$ , in m:  $\mathbb{Z}$ , out result: Bool) {`  
     `Pre {True}`  
     `Post {result = true  $\iff$  (( $\exists k : \mathbb{Z}$ )(n = m.k))}`  
`}`
- (c) `proc inverso (in x:  $\mathbb{R}$ , out result:  $\mathbb{R}$ ) {`  
     `Pre {x  $\neq$  0}`  
     `Post {result =  $\frac{1}{x}$ }`  
`}`
- (d) `proc numericos (in l: seq(Char), out result: seq(Char)) {`  
     `Pre {True}`  
     `Post {( $\forall c : \text{Char}$ )(c  $\in$  digitos  $\longrightarrow_L$  #apariciones(l, c) = #apariciones(result, c))  $\wedge$  (c  $\in$  result  $\longrightarrow$  c  $\in$  digitos)}`  
`}`  
     digitos = `<'0','1','2','3','4','5','6','7','8','9'>`
- (e) `proc duplicaPosicionesImpares (in l: seq( $\mathbb{R}$ ), out result: seq( $\mathbb{R}$ )) {`  
     `Pre {True}`  
     `Post {( $\forall i : \mathbb{Z}$ )(0  $\leq$  i < |l|  $\longrightarrow_L$  ((i mód 2 = 1  $\wedge$  result[i] = 2.l[i])  $\vee$  (i mód 2 = 0  $\wedge$  result[i] = l[i]))}`  
`}`
- (f) `proc getDivisores (in x:  $\mathbb{Z}$ , out result: seq( $\mathbb{Z}$ )) {`  
     `Pre {True}`  
     `Post {( $\forall y : \mathbb{Z}$ )(if x mód y = 0  $\wedge$  y > 0 then #apariciones(result, y) = 1 else y  $\notin$  result fi)}`  
`}`

### 3.10. Ejercicio 10

- (a) Sí tiene sentido pues tanto 4 como 0 son números enteros. La respuesta es que 4 NO es múltiplo de 0 pues  $\neg \exists k \in \mathbb{Z} : 4 = 0.k$
- (b) Debería ser una entrada válida. En la especificación no lo es.
- (c) Ver 9.b
- (d) La nueva precondition {true} es más debil que {m  $\neq$  0}

### 3.11. Ejercicio 11

- (a) No
- (b) Sí
- (c) Ver 9.e
- (d) La nueva postcondición es más fuerte que la anterior.

### 3.12. Ejercicio 12

```

proc getBinario (in x:  $\mathbb{Z}$ , out result:  $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ ) {
  Pre  $\{x > 0\}$ 
  Post  $\{x = \sum_{i=0}^{|result|-1} result[i].2^{|result|-i-1}\}$ 
}

```

### 3.13. Ejercicio 13

Sí, en ambos la precondition es demasiado restrictiva. Se está sobreespecificando.

### 3.14. Ejercicio 14

- (a) 

```

proc sumaDeFactoresPrimos (in x:  $\mathbb{Z}$ , out res:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre  $\{x > 0\}$ 
  Post  $\{res = \sum_{i=2}^{x-1} \text{if } (esPrimo(i) \wedge x \text{ mód } i = 0) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi}\}$ 
}

```
- (b) 

```

proc esPerfecto (in x:  $\mathbb{Z}$ , out res: Bool) {
  Pre  $\{x > 0\}$ 
  Post  $\{res = \text{true} \iff x = (\sum_{i=1}^{x-1} \text{if } x \text{ mód } i = 0 \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi})\}$ 
}

```
- (c) 

```

pred sonCoprimos (n,m:  $\mathbb{Z}$ ) {
   $1 = \sum_{i=1}^{n+m} \text{if } (n \text{ mód } i = 0 \wedge m \text{ mód } i = 0) \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}$ 
}

proc menorCoprino (in n:  $\mathbb{Z}$ , out m:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre  $\{n > 0\}$ 
  Post  $\{m > 1 \wedge sonCoprinos(n, m) \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(1 \leq i < m \longrightarrow_L \neg sonCoprinos(n, i))\}$ 
}

```
- (d) 

```

proc descomposicionEnPrimos (in x:  $\mathbb{Z}$ , out res:  $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$ ) {
  Pre  $\{x > 0\}$ 
  Post  $\{(x = \sum_{i=0}^{|res|-1} res[i]_0^{res[i]_1})$ 
 $\wedge$ 
 $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \longrightarrow_L (esPrimo(res[i]_0) \wedge res[i]_1 \geq 1))$ 
 $\wedge$ 
 $(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |res| - 1 \longrightarrow_L res[j]_0 < res[j+1]_0)\}$ 
}

```
- (e) 

```

proc diferenciaEntreExtremos (in s:  $seq\langle\mathbb{R}\rangle$ , out res:  $\mathbb{R}$ ) {
  Pre  $\{|s| \geq 2\}$ 
  Post  $\{(\exists i, j : \mathbb{R})(i, j \in s \wedge (\forall a : \mathbb{R})(a \in s \longrightarrow_L i \leq a \leq j) \wedge res = j - i)\}$ 
}

```

```

(f) aux cantQueDivide (x:  $\mathbb{Z}$ , l: seq( $\mathbb{Z}$ )) :  $\mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|l|-1}$  if  $l[i] \bmod x = 0$  then 1 else 0 fi ;

proc divideAMasElementos (in l: seq( $\mathbb{Z}$ ), out res:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre { $|l| > 0$ }
  Post { $res \in l \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \longrightarrow_L cantQueDivide(l[i], l) \leq cantQueDivide(res, l))$ }
}

```

### 3.15. Ejercicio 15

```

(a) proc nEsimaAparicion (in l: seq( $\mathbb{R}$ ), in e:  $\mathbb{R}$ , out result:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre { $e \in l \wedge n \geq 1$ }
  Post {(l[result] = e)  $\wedge$  ( $n - 1 = \sum_{i=0}^{result-1}$  if  $l[i] = e$  then 1 else 0 fi)}
}

(b) proc esSubcadena (in s: seq( $\mathbb{R}$ ), in t: seq( $\mathbb{R}$ ), out result: Bool) {
  Pre {true}
  Post {|s|  $\leq$  |t|  $\wedge$  (( $\exists i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |t| \wedge (\exists j : \mathbb{Z})(0 \leq j < i \wedge s == \text{subseq}(t, j, i))$ ))}
}

(c) proc estaIncluida (in s: seq( $\mathbb{Z}$ ), in t: seq( $\mathbb{Z}$ ), out res: Bool) {
  Pre {true}
  Post {res = True  $\iff (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |s| \longrightarrow_L \#apariciones(s[i], t) \geq \#apariciones(s[i], s))$ }
}

(d) proc mezclarOrdenado (in s: seq( $\mathbb{Z}$ ), in t: seq( $\mathbb{Z}$ ), out res: seq( $\mathbb{Z}$ )) {
  Pre {estaOrdenada(s)  $\wedge$  estaOrdenada(t)}
  Post {|res| = |s| + |t|
   $\wedge$ 
  estaOrdenada(res)
   $\wedge$ 
  ( $\forall x : \mathbb{Z})(\#apariciones(x, res) = \#apariciones(x, s) + \#apariciones(x, t))$ }
}

(e) proc interseccionSinRepetidos (in s: seq( $\mathbb{Z}$ ), in t: seq( $\mathbb{Z}$ ), out res: seq( $\mathbb{Z}$ )) {
  Pre {True}
  Post {estanTodos(s, res)  $\wedge$  estanTodos(t, res)  $\wedge$  noHayRepetidos(res)}
}

pred estanTodos (l: seq( $\mathbb{Z}$ ), r: seq( $\mathbb{Z}$ )) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \longrightarrow_L (\exists j : \mathbb{Z})r[j] = l[i])$ 
}

pred noHayRepetidos (r: seq( $\mathbb{Z}$ )) {
  ( $\forall x : \mathbb{Z})(\#apariciones(x, r) \leq 1)$ 
}

(f) proc interseccion (in s, t: seq( $T$ ), out res: seq( $T$ )) {
  Pre {True}
  Post {( $\forall elem : T)(\#apariciones(res, elem) = \min(\#apariciones(s, elem), \#apariciones(t, elem))$ )}
}

```

### 3.16. Ejercicio 16

1.  $\text{proc cantApariciones (in l: String, out res: seq}\langle \text{Char} \times \mathbb{Z} \rangle) \{$   
 $\quad \text{Pre } \{True\}$   
 $\quad \text{Post } \{ \text{mismosElementosEnDict}(l, res) \wedge \text{sinKeysRepetidos}(res) \wedge$   
 $\quad (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \longrightarrow_L res[i]_1 = \#apariciones(l, res[i]_0)) \}$   
 $\}$   
 $\text{pred mismosElementosEnDict (s: seq}\langle T \rangle, d: seq\langle T \times U \rangle) \{$   
 $\quad (\forall elem : T)((elem \in s \wedge \text{existeKey}(elem, d)) \vee (elem \notin s \wedge \neg \text{existeKey}(elem, d)))$   
 $\}$   
 $\text{pred existeKey (elem: T, d: seq}\langle T \times U \rangle) \{$   
 $\quad (\exists i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |d| \wedge_L d[i]_0 = elem)$   
 $\}$   
 $\text{pred sinKeysRepetidos (d: seq}\langle T \times U \rangle) \{$   
 $\quad (\forall i, j : \mathbb{Z})((0 \leq i, j < |d| \wedge i \neq j) \longrightarrow_L d[i]_0 \neq d[j]_0)$   
 $\}$   
 $\text{proc prefijos (in s: seq}\langle T \rangle, \text{out res: seq}\langle seq\langle T \rangle \rangle) \{$   
 $\quad \text{Pre } \{True\}$   
 $\quad \text{Post } \{|res| = |s| + 1 \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \longrightarrow_L res[i] = \text{subseq}(s, 0, i)) \}$   
 $\}$
3.  $\text{proc secuenciaConElMayorValor (in s: seq}\langle seq\langle \mathbb{Z} \rangle \rangle, \text{out res: seq}\langle \mathbb{Z} \rangle) \{$   
 $\quad \text{Pre } \{True\}$   
 $\quad \text{Post } \{res \in s \wedge (\exists i : \mathbb{Z})(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \wedge 0 \leq j < |s| \longrightarrow_L s[j] \leq res[i]) \}$   
 $\}$
4.  $\text{proc interseccionMultiple (in ls: seq}\langle seq\langle \mathbb{R} \rangle \rangle, \text{out l: seq}\langle \mathbb{R} \rangle) \{$   
 $\quad \text{Pre } \{True\}$   
 $\quad \text{Post } \{\text{noHayRepetidos}(l) \wedge (\forall x : \mathbb{R})(\exists i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ls| \wedge_L \#apariciones(x, ls[i] > 0) \longrightarrow_L x \in l) \}$   
 $\}$
5. TODO

### 3.17. Ejercicio 17

1. No es correcta. No guarda el valor inicial de a,b en la precondición.
2. No es correcta. c es una variable in.
3. Es correcta.
4. Es correcta.

### 3.18. Ejercicio 18

1. No es correcta. No guarda el valor inicial de l.
2. No es correcta. No saca el primer elemento a l.
3. No es correcta. Si bien sava un elemento a l, cualquier elemento borrado de l cumple con la especificación.
4. Es correcta.
5. Es correcta.



### **3.19. Ejercicio 19**

TODO

### **3.20. Ejercicio 20**

Dada una secuencia y un entero  $i$ , reemplaza los elementos de la secuencia por el  $i$ -ésimo y reemplaza al  $e$ -ésimo elemento de la secuencia por el primero.

### **3.21. Ejercicio 21**

1. No especifica asignación en las posiciones impares.
2. No especifica la longitud de  $l$ .
3.  $l$  debería ser una variable `in` en lugar de `inout`.

### **3.22. Ejercicio 22**

TODO