DEPARTAMENTO DE COMPUTACION
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Práctica 1

1er cuatrimestre 2022 — Algoritmos y Estructuras de Datos 1

Integrante	LU	Correo electrónico
Yago Pajariño	546/21	ypajarino@dc.uba.ar

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

Índice

1. Práctica 1

1.1. Ejercicio 1

Me piden determinar si dados p y q variables preposicionales, las expresiones son *formulas bien formadas*.
★ Rdo.: una formula está bien formada si cumple:

1. True y False son fórmulas
2. Cualquier variable proposicional es una fórmula
3. Si A es una fórmula, $\neg A$ es una fórmula
4. Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son fórmulas, $(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n)$ es una fórmula
5. Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son fórmulas, $(A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n)$ es una fórmula
6. Si A y B son fórmulas, $(A \rightarrow B)$ es una fórmula
7. Si A y B son fórmulas, $(A \leftrightarrow B)$ es una fórmula

1.1.A. Pregunta A

(a) $(p\neg q)$ no es una fórmula bien formada.

(b) $p \vee q \wedge True$ no es una fórmula bien formada pues da lugar a ambigüedad por la falta de paréntesis.

(c) $p \vee q \wedge True$ no es una fórmula bien formada pues da lugar a ambigüedad por la falta de paréntesis.

(d) $\neg(p)$ no es una fórmula bien formada pues el paréntesis es redundante.

(e) $(p \vee \neg q \wedge q)$ no es una fórmula bien formada ya que la falta de paréntesis da lugar a ambigüedad.

(f) $(True \vee True \vee True)$ es una formula bien formada.

(g) $(\neg p)$ no es una formula bien formada ya que no hacen falta los paréntesis.

(h) $(p \vee False)$ es una formula bien formada.

(i) $(p = q)$ es una formula bien formada.

1.2. Ejercicio 2

(a) Bien definida

(b) Bien definida

(c) Mal definida. El conector lógico $\vee$ solo acepta variables del tipo Bool pero x e y son $\mathbb{Z}$

(d) Bien definida

(e) Mal definida. $(z = 0)$ y $(z = 1)$ no tipa correctamente dado que z es de tipo Bool.

(f) Mal definida. No tipa correctamente dado que $(y < 0)$ es de tipo Bool y la suma solo acepta números.

1.3. Ejercicio 3

Primero se evalúa $\alpha = (3 + 7 = \pi - 8)$ que al ser una igualdad devuelve un valor del tipo Bool. Luego $\alpha \in \{True, False\}$ y la fórmula resulta $\alpha \wedge True$ que está bien formada.

1.4. Ejercicio 4

Se que $a = True$, $b = True$, $c = True$, $x = False$, $y = False$

(a) True

(b) True

(c) False

(d) True

(e) True

(f) True

(g) False

1.5. Ejercicio 5

★ Rdo.: Ua fórmula es **tautología** si siempre toma el valor True, es **contradicción** si siempre toma el valor False, es **contingencia** si no es ni tautología ni contradicción.

1.5.A. Inciso A

p	(p ∨ ¬p)
V	V
V	V
F	V
F	V

Es una tautología

1.5.B. Inciso B

p	(p ∧ ¬p)
V	F
F	F

Es una contradicción

1.5.C. Inciso C

p	q	(¬p ∨ q)	(p → q)	((¬p ∨ q) ↔(p → q))
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Es una tautología. Recordar para usar como propiedad.

1.5.D. Inciso D

p	q	(p $\lor$ q)	((p $\lor$ q) $\to$ p)
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	V

Es una contingencia.

1.5.E. Inciso E

Sean α = $\neg$(p $\land$ q); β = ($\neg$p $\lor$ $\neg$q)

p	q	α	β	($\alpha \leftrightarrow \beta$)
V	V	F	F	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Es una tautología. Demostración de DeMorgan.

1.5.F. Inciso F

p	(p $\to$ p)
V	V
F	V

Es una tautología.

1.5.G. Inciso G

p	q	(p $\land$ q)	((p $\land$ q) $\to$ p)
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Es una tautología.

1.5.H. Inciso H

Sean $\alpha = (q \lor r)$; $\beta = (p \land q)$; $\sigma = (p \land r)$

p	q	r	α	$(p \land \alpha)$	β	σ	$(\beta \lor \sigma)$	$((\beta \lor \sigma) \leftrightarrow (p \land \alpha))$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	F	V

Es una tautología.

1.5.I. Inciso I

Sean $\alpha = (q \to r)$; $\beta = (p \to q)$; $\sigma = (p \to r)$

p	q	r	α	$(p \to \alpha)$	β	σ	$(\beta \to \sigma)$	$((p \to \alpha) \to (\beta \to \sigma))$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	V

Es una tautología.

1.6. Ejercicio 6

(a) *False* es más fuerte que *True*.

(b) $(p \wedge q)$ es más fuerte que $(p \vee q)$.

(c) *True* es más fuerte que *True* (Consultar).

(d) $(p \wedge q)$ es más fuerte que p.

(e) *False* es más fuerte que *False*.

(f) p es más fuerte que $(p \vee q)$.

(g) No hay relación de fuerza.

(h) No hay relación de fuerza.

La proposición más fuerte es *False* y la más débil es *True*

1.7. Ejercicio 7

1.7.A. Inciso A

$$(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q) \to (p \wedge q)$$
$$\text{Por DeMorgan: } ((\neg(p \wedge q)) \vee (p \wedge q)) \to (p \wedge q)$$

1.7.B. Inciso B

★ Rdo. Def implicación: $(a \to b) \leftrightarrow (\neg a \vee b)$

$$\neg p \to (p \wedge r)$$
$$\text{por implicación: } p \vee (q \wedge r)$$
$$\text{Dist: } (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

Son equivalentes.

1.7.C. Inciso C

$$\neg(\neg p) \to (\neg(\neg p \wedge \neg q))$$
$$\text{Por DeMorgan: } p \to (\neg(\neg(p \vee q)))$$
$$\text{Cancelando: } p \to (p \vee q)$$

No son equivalentes pues si $p = True$; $q = False$ entonces $(p \to (p \vee q)) = True$ pero $q = False$

1.7.D. Inciso D

$$
\begin{aligned}
((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) &\rightarrow \neg(\neg p \vee q) \\
\text{Simplificando: } (p \wedge \neg p) &\rightarrow \neg(\neg p \vee q) \\
\text{DeMorgan: } False &\rightarrow (p \wedge \neg q)
\end{aligned}
$$

No son equivalentes.

1.7.E. Inciso E

$$
\begin{aligned}
&p \vee (\neg p \wedge q) \\
\text{Dist: } &(p \vee \neg p) \wedge (p \vee q) \\
\text{implicación: } &\neg p \rightarrow q
\end{aligned}
$$

Pues $(p \vee \neg p)$ es siempre True. Luego solo hay que averiguar el valor de verdad de $(p \vee q)$, el cual verifica la equivalencia.

1.7.F. Inciso F

$$
\begin{aligned}
&\neg(p \wedge (q \wedge s)) \\
\text{Conmutatividad: } &\neg(s \wedge (p \wedge q)) \\
\text{DeMorgan: } &\neg s \vee \neg(p \wedge q) \\
&\neg s \vee \neg p \vee \neg q \\
\text{Asocitividad: } &\neg s \vee (\neg p \vee \neg q) \\
\text{implicación: } &s \rightarrow (\neg p \vee \neg q)
\end{aligned}
$$

Son equivalentes.

1.7.G. Inciso G

$$
\begin{aligned}
&p \rightarrow (p \wedge \neg(q \rightarrow r)) \\
\text{Implicación: } &\neg p \vee (q \wedge \neg(q \rightarrow r)) \\
\text{Distribución: } &(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg(q \rightarrow r)) \\
\text{Implicación: } &(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg(\neg q \vee r)) \\
\text{DeMorgan: } &(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))
\end{aligned}
$$

Son equivalentes.

1.8. Ejercicio 8

TODO

1.9. Ejercicio 9

1.9.A. Inciso A

(a) $f \rightarrow (e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m)$

(b) $\neg f \rightarrow \neg e$

(c) $(f \wedge e) \rightarrow m$

1.9.B. Inciso B

TODO

1.10. Ejercicio 10

Defino j = Conocen a Juan; c = Conocen a Camila; g = Conocen a Gonzalo

j	c	g	(j → c)	(c → g)	((j → c)∨(c → g))	(j → g)	(((j → c)∨(c → g))→(j → g))
F	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	V	V	V	V	V	V	V

1.11. Ejercicio 11

Si p = pelea y o = ojo morado. Luego se que $p \to o$ pero si o es verdadero, puede darse como resultado de p = True/False Si por ejemplo digo çada vez que nieva hace frio”, veo que hace frio y determino que está nevando es un pensamiento incorrecto porque puede hacer frio sin estar nevando.

1.12. Ejercicio 12

(a) verdadero

(b) verdadero

(c) $\perp$

(d) falso

(e) $\perp$

(f) $\perp$

(g) $\perp$

(h) $\perp$

(i) falso

1.13. Ejercicio 13

El operador $\wedge_L$ se evalúa de forma secuencial, de izquierda a derecha. Su tabla de verdad es:

p	q	$(p \wedge_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	F
$\perp$	V	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

1.14. Ejercicio 14

El operador $\vee_L$ se evalúa de forma secuencial, de izquierda a derecha. Su tabla de verdad es:

p	q	$(p \vee_L q)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	$\perp$	V
F	$\perp$	$\perp$
$\perp$	V	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

1.15. Ejercicio 15

El operador $\longrightarrow_L$ se evalúa de forma secuencial, de izquierda a derecha. Su tabla de verdad es:

p	q	$(p \to_L q)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V
V	$\perp$	$\perp$
F	$\perp$	V
$\perp$	V	$\perp$
$\perp$	F	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

1.16. Ejercicio 16

(a) $\perp$

(b) verdadero

(c) falso

(d) verdadero

(e) verdadero

(f) verdadero

(g) falso

1.17. Ejercicio 17

(a) $p \vee (q \vee_L r)$

(b) $\neg(p \vee (q \vee_L r))$

(c) TODO

(d) $(p \wedge (q \vee_L r))$

(e) TODO

(f) TODO

(g) TODO

1.18. Ejercicio 18

(a) ligada: x; $n = 1, y = z = 1$

(b) ligada: x, y; $n = m = 1, z = 0$

(c) ligada: j; no es posible

(d) ligada: j; $s = True, b = 1, a = 0$

(e) ligada: j; siempre verdadera

(f) ligada: j; el valor de verdad depende de $P(j)$

(g) ligada: j; el valor de verdad depende de $P(j)$

1.19. Ejercicio 19

1. El pred a expresa çumple P(x) y Q(x)", no refleja la implicación, donde $P = Falso$ y $Q = Verdadero$ hace verdadero el enunciado.
2. El pred c expresa que no hay natural que no cumpla P(x) y cumpla Q(x). Hay que eliminar el ¬ dentro del la formula.

1.20. Ejercicio 20

1. aux suc $(x : \mathbb{Z}) : \mathbb{Z} = x + 1$
2. aux suma $(x, y : \mathbb{R}) : \mathbb{R} = x + y$
3. aux producto $(x, y : \mathbb{R}) : \mathbb{R} = x * y$
4. pred esCuadrado $(x : \mathbb{Z})\{(\exists y : \mathbb{Z})(x = y * y)\}$
5. pred esPrimo $(x : \mathbb{Z})\{(x > 1) \land (\forall y : \mathbb{Z})((1 < y < x) \longrightarrow_L (x \bmod y \neq 0))\}$
6. pred sonCprimos $(x, y : \mathbb{Z})\{\neg(\exists z : \mathbb{Z})((z > 1) \land (x \bmod z = 0) \land (y \bmod z = 0))\}$
7. pred divisoresGrandes $(x, y : \mathbb{Z})\{(\forall z : \mathbb{Z})((z > 1) \land (x \bmod z = 0)) \longrightarrow_L (x > y)\}$
8. pred mayorPrimoQueDivide $(x, y : \mathbb{Z})\{\neg(\exists z : \mathbb{Z})((z > y) \land \text{esPrimo(z)} \land (x \bmod z = 0)) \land \text{esPrimo(y)} \land (x \bmod y = 0)\}$
9. pred sonPrimosGEMELOS $(x, y : \mathbb{Z})\{\text{esPrimo(x)} \land \text{esPrimo(y)} \land ((x - y = 2) \lor (y - x = 2))\}$
10. `pred sonPrimosHermanos` (x, y:$\mathbb{Z}$) {
    $esPrimo(x) \land esPrimo(y) \land ((\forall z : \mathbb{Z})((x < z < y) \lor (y < z < x)) \longrightarrow_L \neg esPrimo(z))$
    }