

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agropecuária

VIII ENCONTRO DOS ALUNOS

SELEÇÃO DE FORMULAÇÕES DE BEBIDAS PREBIÓTICAS

via Modelos Logitos Cumulativos Mistos

Janaína Marques e Melo

janainamem@usp.br

Idemauro Antonio Rodrigues de Lara (LCE/ESAQ/SP)

Sílvia Maria de Freitas (DEX/UFC)

Piracicaba - SP, 21 novembro de 2018



Introdução

Definição do Problema

Objetivo

Desenvolvimento

Análise Sensorial

Análise de Correspondência Simples - ACS

Modelos Logitos Cumulativos

Material e Método

Resultados Experimentais

Conclusão

Trabalho Futuro

Referências



- ▶ Na área de Ciência e Tecnologia de Alimentos são desenvolvidos novos produtos.
- ▶ Produto é avaliado por meio de uma análise sensorial.
 - ▶ É considerada uma análise subjetiva, uma vez que depende do julgamento de humanos por meio dos órgãos do sentido.
- ▶ Na análise sensorial, os atributos sensoriais são variáveis qualitativas (politômicas ordinais).



Objetivo

Fazer uma análise estatística exploratória e confirmatória para verificar associações entre formulações de bebidas e o atributo sensorial de impressão global.

- ▶ Análise de Correspondência;
- ▶ Modelos Logitos Cumulativos Misto.

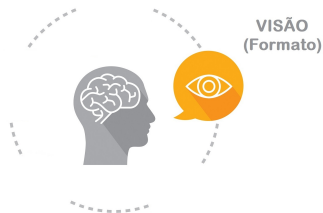


Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.

OLFATO
(Fragrância)

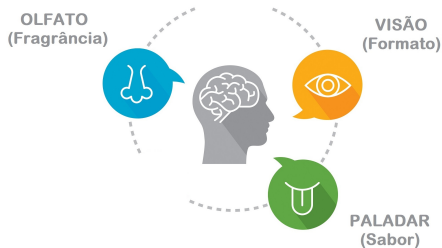


VISÃO
(Formato)



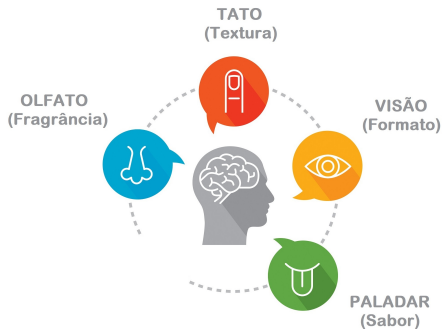


Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.



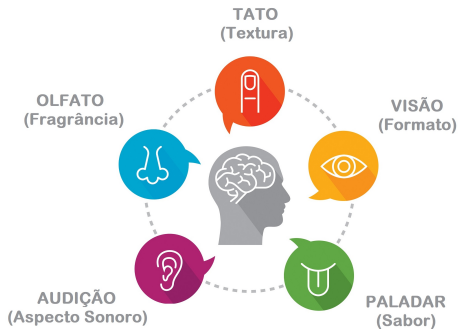


Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.





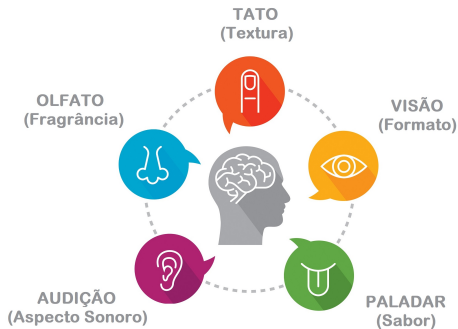
Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.

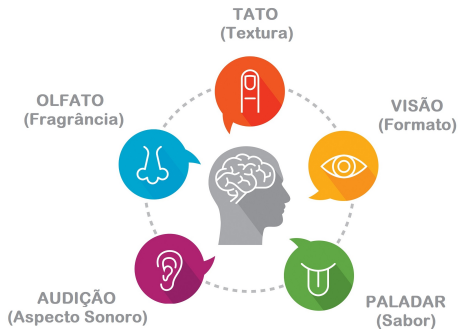
- Equipes sensoriais nas indústrias;





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.

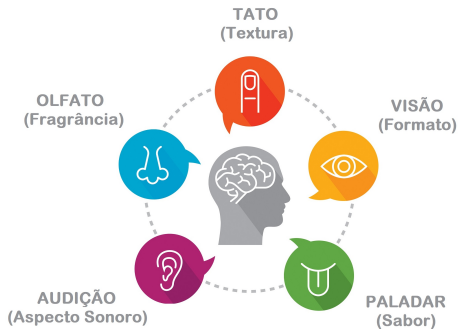
- ▶ Equipes sensoriais nas indústrias;
- ▶ Análise do efeito da embalagem;





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.

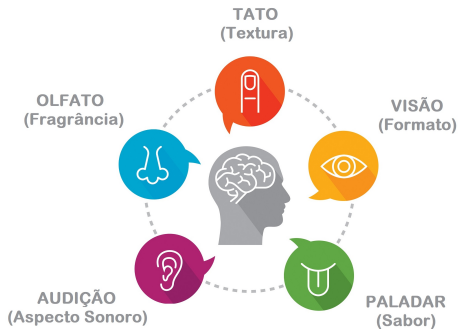
- ▶ Equipes sensoriais nas indústrias;
- ▶ Análise do efeito da embalagem;
- ▶ Monitoramento;





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.

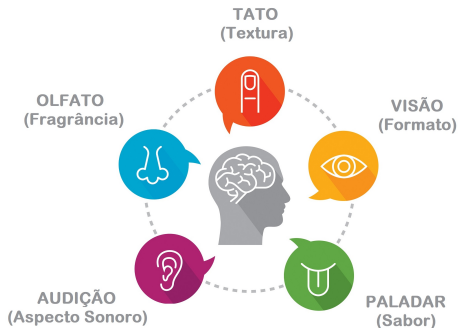
- ▶ Equipes sensoriais nas indústrias;
- ▶ Análise do efeito da embalagem;
- ▶ Monitoramento;
- ▶ Melhoramento;





Análise Sensorial é uma ciência que utiliza os sentidos humanos (visão, olfato, paladar, tato, e audição), para avaliar as características ou atributos de um produto.

- ▶ Equipes sensoriais nas indústrias;
- ▶ Análise do efeito da embalagem;
- ▶ Monitoramento;
- ▶ Melhoramento;
- ▶ **Lançamento de novos produtos no mercado.**





Análise de Correspondência

permite visualizar graficamente o grau de associação entre duas variáveis, por meio de tabelas de contingência de dupla e múltipla entradas.

Tabela 1: Tabela de contingência

Variável linha	Variável coluna						Totais
	1	2	...	j	...	c	
1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1j}	...	n_{1c}	n_{1+}
2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2j}	...	n_{2c}	n_{2+}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
i	n_{i1}	n_{i2}	...	n_{ij}	...	n_{ic}	n_{i+}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
r	n_{r1}	n_{r2}	...	n_{rj}	...	n_{rc}	n_{r+}
Totais	n_{+1}	n_{+2}	...	n_{+j}	...	n_{+c}	n



A variável resposta é qualitativa politômica ordinal com c categorias, Y , e \mathbf{x} o vetor de covariáveis que definem as seguintes quantidades,

$$\theta_1 = \pi_1 = \mathbb{P}(Y \leq 1 \mid \mathbf{x}),$$

$$\theta_2 = \pi_1(\mathbf{x}) + \pi_2(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(Y \leq 2 \mid \mathbf{x}),$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\theta_j = \pi_1(\mathbf{x}) + \pi_2(\mathbf{x}) + \cdots + \pi_{j-1}(\mathbf{x}) + \pi_j(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\theta_c = \pi_1(\mathbf{x}) + \pi_2(\mathbf{x}) + \cdots + \pi_j(\mathbf{x}) + \cdots + \pi_{c-1}(\mathbf{x}) + \pi_c(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(Y \leq c \mid \mathbf{x})$$

em que θ_j é a probabilidade acumulada na j -ésima categoria.



Os logitos das probabilidades acumuladas são definidos como

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})}{1 - \mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})} \right],$$

em que, \mathbf{x} é um vetor de valores de p covariáveis e $j = 1, 2, \dots, c - 1$.



Os logitos das probabilidades acumuladas são definidos como

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})}{1 - \mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})} \right],$$

em que, \mathbf{x} é um vetor de valores de p covariáveis e $j = 1, 2, \dots, c - 1$.

Os modelos logitos cumulativos são subdivididos em três:



Os logitos das probabilidades acumuladas são definidos como

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})}{1 - \mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})} \right],$$

em que, \mathbf{x} é um vetor de valores de p covariáveis e $j = 1, 2, \dots, c - 1$.

Os modelos logitos cumulativos são subdivididos em três:

- a) com chances não proporcionais,



Os logitos das probabilidades acumuladas são definidos como

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})}{1 - \mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})} \right],$$

em que, \mathbf{x} é um vetor de valores de p covariáveis e $j = 1, 2, \dots, c - 1$.

Os modelos logitos cumulativos são subdivididos em três:

- a) com chances não proporcionais,
- b) com chances proporcionais e



Os logitos das probabilidades acumuladas são definidos como

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \ln \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})}{1 - \mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x})} \right],$$

em que, \mathbf{x} é um vetor de valores de p covariáveis e $j = 1, 2, \dots, c - 1$.

Os modelos logitos cumulativos são subdivididos em três:

- a) com chances não proporcionais,
- b) com chances proporcionais e
- c) com chances proporcionais parciais.



Modelo

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x}, \mathbf{u})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z}$$



Modelo

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x}, \mathbf{u})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z}$$

Probabilidade cumulada

$$\theta_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{\exp(\alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z})}{1 + \exp(\alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z})}$$



Modelo

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}[\mathbb{P}(Y \leq j \mid \mathbf{x}, \mathbf{u})] = \ln \left[\frac{\theta_j(\mathbf{x})}{1 - \theta_j(\mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z}$$

Probabilidade cumulada

$$\theta_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \frac{\exp(\alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z})}{1 + \exp(\alpha_j + \beta^\top \mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{z})}$$

Estimação dos parâmetros

$$L = \prod_{i=1}^n \left\{ \prod_{j=1}^c [\pi_j(\mathbf{x}_i)]^{y_{ij}} \right\} = \prod_{i=1}^n \left\{ \prod_{j=1}^c [\theta_j(\mathbf{x}_i) - \theta_{j-1}(\mathbf{x}_i)]^{y_{ij}} \right\},$$



Os dados provêm de um estudo desenvolvido pela Universidade Federal do Ceará.

Objetivo

Desenvolver bebidas prebióticas à base de amêndoa da castanha de caju adicionada ao suco de uva.

Foi avaliada a aceitação do atributo sensorial de impressão global.

Utilizou-se, uma escala hedônica estruturada mista de 9 pontos.



As formulações foram feitas por meio de um fatorial 2^2 de um delineamento composto central rotacional, com 5 repetições no ponto central.

Tabela 2: Formulações de bebidas (valores reais e codificados)

Formulação de bebida	Valores reais		Valores codificados	
	Suco (%)	Açúcar (%)	Suco	Açúcar
F_1	20	4	-1	-1
F_2	20	8	-1	+1
F_3	40	4	+1	-1
F_4	40	8	+1	+1
F_5	16	6	-1,41	0
F_6	44	6	+1,41	0
F_7	30	3	0	-1,41
F_8	30	9	0	+1,41
F_9 (PC)	30	6	0	0
F_{10} (PC)	30	6	0	0
F_{11} (PC)	30	6	0	0
F_{12} (PC)	30	6	0	0
F_{13} (PC)	30	6	0	0

PC: Ponto central

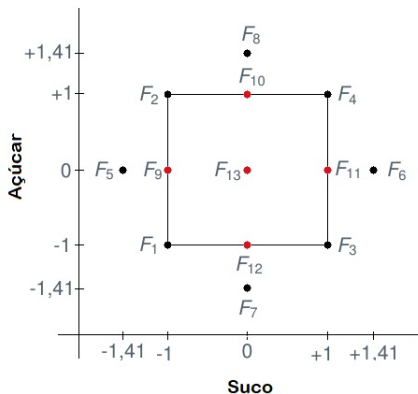


Figura 1: Formulação de bebida por meio do composto central



A avaliação da aceitação do atributo sensorial das formulações de bebidas (F_1 à F_{13}), foram realizadas em diferentes sessões.



A avaliação da aceitação do atributo sensorial das formulações de bebidas (F_1 à F_{13}), foram realizadas em diferentes sessões.

Participaram 130 julgadores não treinados, de ambos os sexos e de diferentes faixas etárias.



A avaliação da aceitação do atributo sensorial das formulações de bebidas (F_1 à F_{13}), foram realizadas em diferentes sessões.

Participaram 130 julgadores não treinados, de ambos os sexos e de diferentes faixas etárias.

As amostras foram servidas de forma monádica sequencial, seguindo um delineamento de blocos incompletos balanceados.



A avaliação da aceitação do atributo sensorial das formulações de bebidas (F_1 à F_{13}), foram realizadas em diferentes sessões.

Participaram 130 julgadores não treinados, de ambos os sexos e de diferentes faixas etárias.

As amostras foram servidas de forma monádica sequencial, seguindo um delineamento de blocos incompletos balanceados.

Cada provador avaliou 4 das 13 formulações de bebidas propostas.

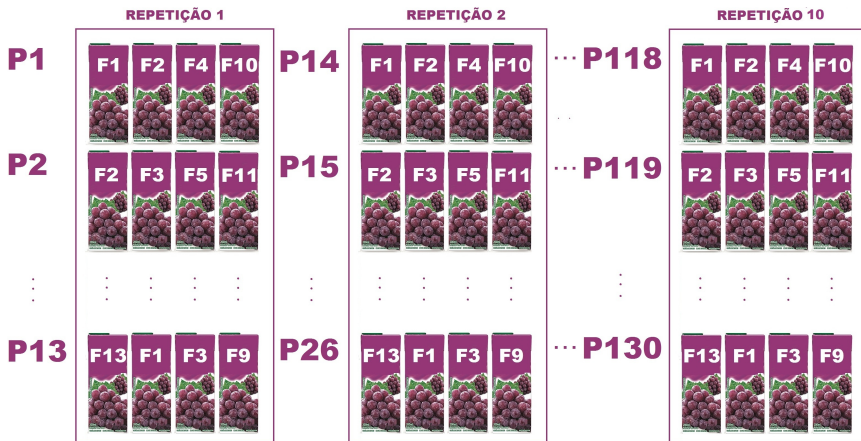


Figura 2: Croqui do delineamento em BIB com 130 provadores e 13 formulações de bebidas

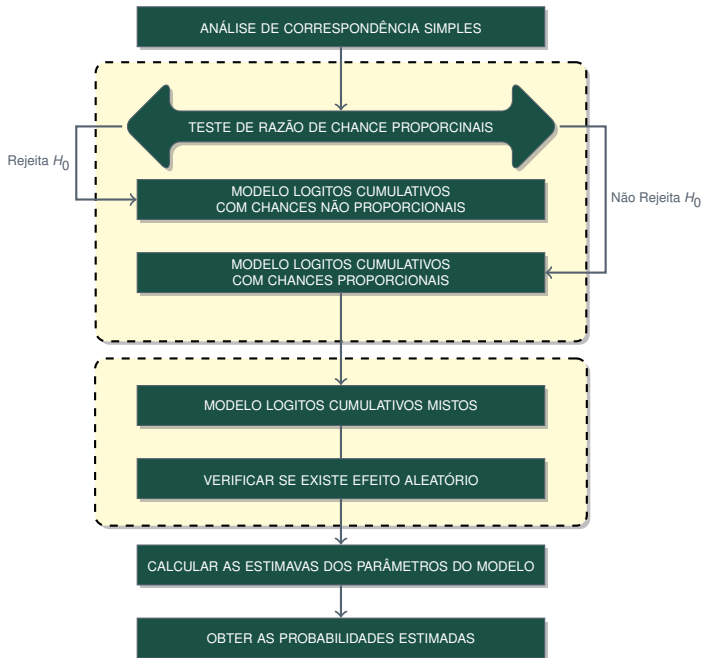


Figura 3: Fluxograma da análise estatística



Tabela 3: Frequências observadas de formulação de bebida com impressão global

Formulação de bebida	Impressão Global									Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
F_1	2	8	4	8	6	8	2	1	1	40
F_2	1	2	4	10	5	5	6	5	2	40
F_3	2	2	1	7	3	8	9	6	2	40
F_4	1	3	2	2	6	12	7	6	1	40
F_5	5	4	3	8	4	4	9	3	0	40
F_6	3	1	4	5	3	9	7	3	5	40
F_7	2	10	4	10	7	3	1	3	0	40
F_8	2	4	4	5	4	9	7	2	3	40
F_9	0	1	3	10	4	5	13	3	1	40
F_{10}	0	0	3	10	5	8	9	3	2	40
F_{11}	0	3	1	5	4	11	8	3	5	40
F_{12}	0	1	3	6	5	6	15	4	0	40
F_{13}	2	2	1	6	3	9	7	7	3	40
Total	20	41	37	92	59	97	100	49	25	520



Tabela 4: Inércias (autovalores) de formulação de bebida com impressão global

Dimensão	Valor	%	Acumulada (%)
1	0,11	44,56	44,56
2	0,05	22,36	66,92
3	0,03	11,80	78,72
4	0,03	10,04	88,76
5	0,02	6,51	95,27
6	0,01	3,05	98,32
7	0,00	1,40	99,72
8	0,00	0,28	100,00
Total	0,25		



Nuvem de Formulação de Bebida vs Atributo Impressão Global

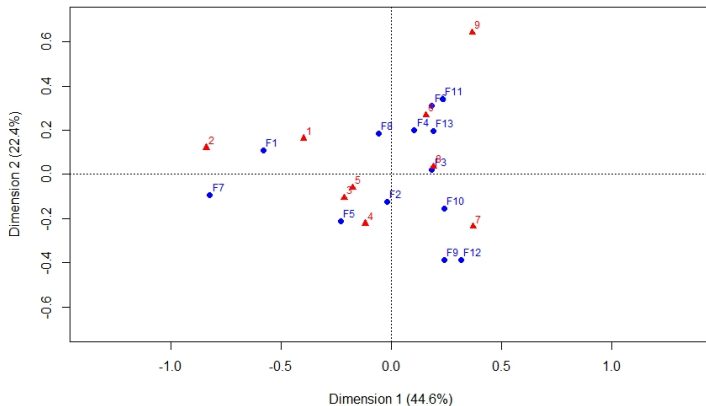


Figura 4: Análise de correspondência simples de formulação de bebida versus atributo sensorial de impressão global

Nuvem de Formulação de Bebida vs Atributo Impressão Global

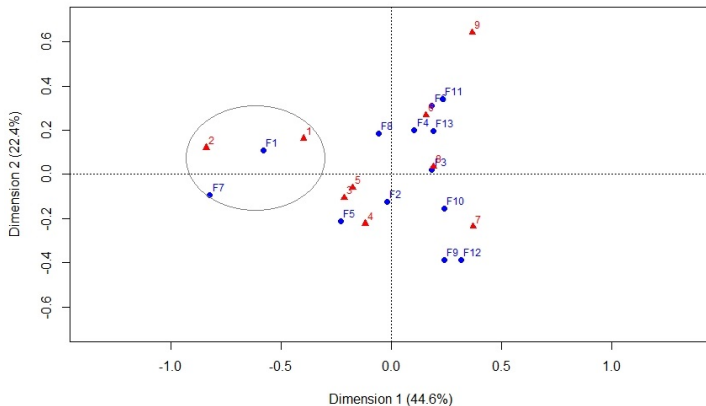


Figura 4: Análise de correspondência simples de formulação de bebida *versos* atributo sensorial de impressão global

Resultados Experimentais

Análise de Correspondência Simples - ACS



Nuvem de Formulação de Bebida vs Atributo Impressão Global

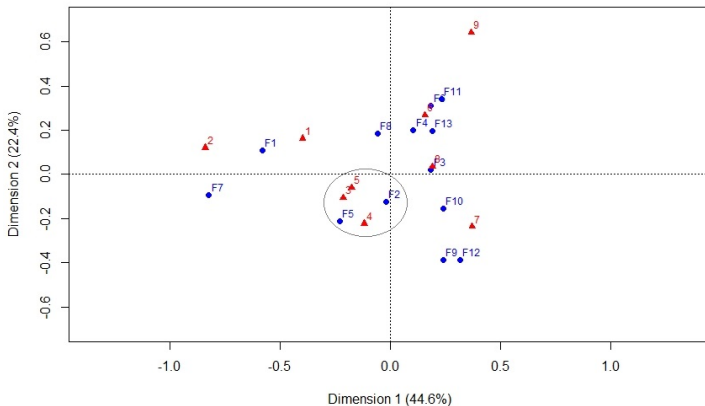


Figura 4: Análise de correspondência simples de formulação de bebida *versos* atributo sensorial de impressão global

Nuvem de Formulação de Bebida vs Atributo Impressão Global

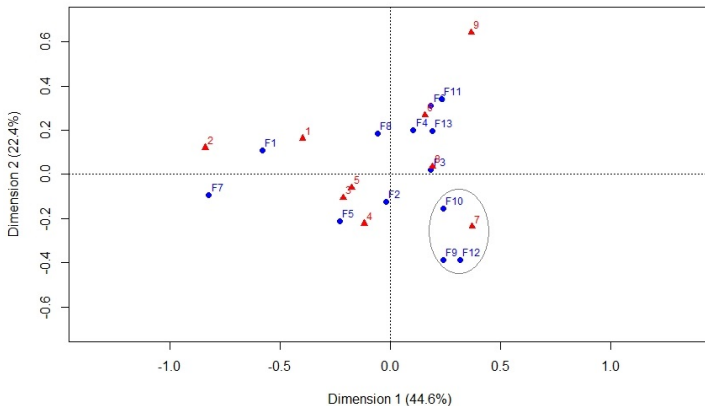


Figura 4: Análise de correspondência simples de formulação de bebida *versos* atributo sensorial de impressão global

Nuvem de Formulação de Bebida vs Atributo Impressão Global

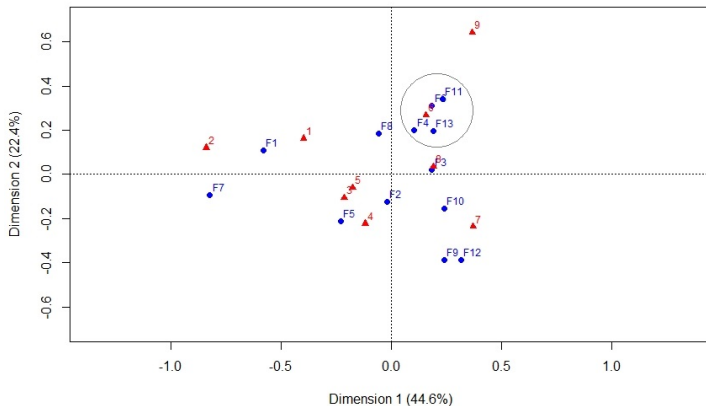


Figura 4: Análise de correspondência simples de formulação de bebida *versos* atributo sensorial de impressão global

Nuvem de Formulação de Bebida vs Atributo Impressão Global

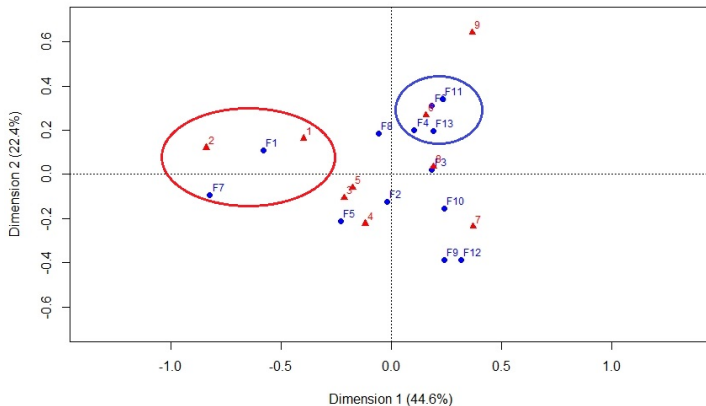


Figura 4: Análise de correspondência simples de formulação de bebida *versos* atributo sensorial de impressão global

Resultados Experimentais

Teste de Verossimilhança para razão de chances proporcionais



As hipóteses para o teste de razão de chances proporcionais são

$$\begin{cases} H_0 : \beta_j = \beta, \text{ ou seja, utiliza-se o MLC com chances proporcionais,} \\ H_1 : \beta_j \neq \beta, \text{ ou seja, utiliza-se o MLC com chances não proporcionais.} \end{cases}$$

O *p*-valor para o teste de razão de chances proporcionais foi de 0,57.



Resultados Experimentais

Verificando a existência de efeito aleatório

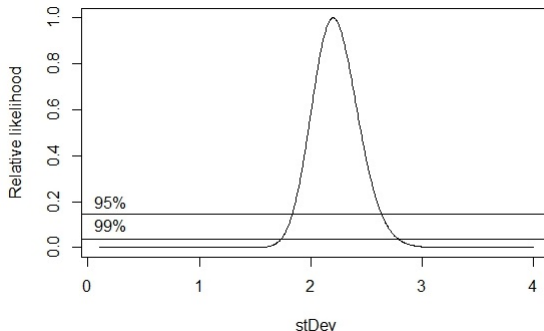


Figura 5: Verossimilhança perfilada de $\hat{\sigma}_u$

A estimativa $\hat{\sigma}_u$ foi 2,20 e que os intervalos de 95% de confiança para $\hat{\sigma}_u$ (1,84 e 2,64) não contém o valor zero, indicando a existência de efeito aleatório.



Modelo logitos cumulativos com chances proporcionais mistos é dado por

$$g(\mathbf{x}) = \text{logito}(\mathbb{P}(Y_i \leq j)) = \ln \left[\frac{\mathbb{P}(Y \leq j | \mathbf{x})}{\mathbb{P}(Y > j | \mathbf{x})} \right] = \alpha_j + \beta(\text{Bebida}_i) + \mathbf{u}(\text{Provador}_k),$$

em que,

α_j o intercepto no j -ésimo logito da impressão global,

$\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{13})$ parâmetros de regressão associado as bebidas,

\mathbf{u} é o efeito aleatório de provador, com $\mathbf{u} \sim N(0, \sigma_u^2)$.

Tabela 5: Estimativas dos parâmetros, erros padrões e estatística do teste

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Z_{cal}	p -valor
Interceptos				
α_2	-3,544	0,468	-7,567	< 0,001
α_3	-1,712	0,402	-4,264	< 0,001
α_4	-0,756	0,392	-1,928	0,053
α_5	0,815	0,391	2,085	0,037
α_6	1,641	0,396	4,147	< 0,001
α_7	3,009	0,415	7,259	< 0,001
α_8	4,793	0,451	10,630	< 0,001
α_9	6,537	0,514	12,722	< 0,001
Covariável				
β_2	1,091	0,451	2,421	0,015
β_3	1,689	0,460	3,669	< 0,001
β_4	2,855	0,483	5,917	< 0,001
β_5	0,715	0,459	1,557	0,119
β_6	2,881	0,484	5,954	< 0,001
β_7	0,382	0,462	0,827	0,408
β_8	2,046	0,469	4,366	< 0,001
β_9	2,264	0,460	4,924	< 0,001
β_{10}	1,924	0,456	4,224	< 0,001
β_{11}	2,102	0,457	4,604	< 0,001
β_{12}	2,374	0,466	5,100	< 0,001
β_{13}	2,534	0,472	5,365	< 0,001

Tabela 6: Probabilidades estimadas de formulação de bebida com impressão global

Formulação de bebida	Impressão Global									$P(Y_j > 6)$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
F_1	0,028	0,125	0,167	0,374	0,144	0,115	0,039	0,007	0,001	0,162
F_2	0,010	0,047	0,079	0,295	0,203	0,238	0,104	0,020	0,004	0,366
F_3	0,005	0,026	0,048	0,215	0,194	0,301	0,168	0,035	0,008	0,512
F_4	0,002	0,008	0,016	0,089	0,114	0,309	0,336	0,101	0,025	0,771
F_5	0,014	0,068	0,107	0,339	0,191	0,192	0,075	0,014	0,000	0,281
F_6	0,002	0,007	0,016	0,087	0,112	0,308	0,339	0,104	0,025	0,776
F_7	0,019	0,091	0,134	0,365	0,172	0,154	0,055	0,010	0,000	0,219
F_8	0,004	0,019	0,034	0,169	0,174	0,324	0,216	0,049	0,011	0,600
F_9	0,000	0,016	0,029	0,145	0,159	0,329	0,248	0,060	0,014	0,651
F_{10}	0,000	0,000	0,038	0,184	0,182	0,318	0,199	0,044	0,010	0,571
F_{11}	0,000	0,019	0,034	0,163	0,170	0,326	0,224	0,052	0,012	0,614
F_{12}	0,000	0,014	0,025	0,132	0,151	0,329	0,265	0,066	0,000	0,660
F_{13}	0,002	0,012	0,022	0,116	0,138	0,326	0,289	0,077	0,018	0,710



Esse trabalho mostrou uma breve abordagem estatística para análise de dados categorizados ordinais.



Esse trabalho mostrou uma breve abordagem estatística para análise de dados categorizados ordinais.

Com uma aplicação aos modelos logitos cumulativos mistos.



Esse trabalho mostrou uma breve abordagem estatística para análise de dados categorizados ordinais.

Com uma aplicação aos modelos logitos cumulativos mistos.

Esses modelos são recomendados para o ajuste de dados na área análise sensorial.



Esse trabalho mostrou uma breve abordagem estatística para análise de dados categorizados ordinais.

Com uma aplicação aos modelos logitos cumulativos mistos.

Esses modelos são recomendados para o ajuste de dados na área análise sensorial.

Esta análise é feita antes do produto ser comercializado, evitando prejuízos e desperdícios.



Esse trabalho mostrou uma breve abordagem estatística para análise de dados categorizados ordinais.

Com uma aplicação aos modelos logitos cumulativos mistos.

Esses modelos são recomendados para o ajuste de dados na área análise sensorial.

Esta análise é feita antes do produto ser comercializado, evitando prejuízos e desperdícios.

Por meio do modelo foi possível inferir que as formulações de bebidas F_4 , F_6 e F_{13} foram as mais apreciadas pelos julgadores.



- ▶ Propor um modelo para análise conjunta de todos os atributos (técnica multivariada) e



- ▶ Propor um modelo para análise conjunta de todos os atributos (técnica multivariada) e
- ▶ Apresentar estratégias para análise de resíduos e diagnósticos.



- [1] Bento, R. de A.; Andrade, S. A. C.; Silva, A. M. A. D.
Análise sensorial de alimentos. 2013.

- [2] Agresti, A.
Analysis of ordinal categorical data.
John Wiley & Sons vol. 656, 2010.

- [3] Rebouças, M. C.
Bebida prebiótica à base de amêndoa.
Tese. Universidade Federal do Ceará. 2016.

Obrigada!
Perguntas?

